

**INSTITUTO SUPERIOR DE PSICOLOGIA APLICADA  
MESTRADO EM PSICOLOGIA EDUCACIONAL**

**DSSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**Desempenho, atitudes e estratégias de cálculo mental de  
alunos do ensino básico**

**Márcia Andreia Coelho Ramalho – N.º 14807**

**ORIENTADOR: Profª. Doutora Glória Ramalho**

*Instituto Superior de Psicologia Aplicada*

Setembro de 2009

A presente dissertação é um percurso que foi trilhado com perseverança, privações e sacrifícios, alternando momentos de desalento, com a satisfação da obra conseguida de que pode beneficiar no processo da sua construção.

Não obstante é fruto do contributo de muitas pessoas a quem profundamente agradeço e muito me honra destacar.

À minha orientadora, Professora Doutora Glória Ramalho pela sua importante influência na minha formação. O meu profundo agradecimento pela disponibilidade, amabilidade, apoio e o conhecimento partilhado neste percurso que a terá sempre como uma referência do meu desenvolvimento pessoal e profissional.

A todos os professores do Mestrado em Psicologia Educacional (2006-2008) - Instituto Superior de Psicologia Aplicada - pelas vastas aprendizagens que me proporcionaram ao longo de todo o curso.

A todos os intervenientes que me possibilitaram a recolha de dados para o estudo, em especial às crianças e aos professores envolvidos.

Aos meus amigos, por todo o apoio e por, ainda nos momentos mais difíceis, terem continuado a acreditar em mim. Obrigada pela vossa amizade.

À minha irmã, pelo seu carinho e compreensão. Por ser a minha melhor amiga, por sempre me ter apoiado incondicionalmente nos momentos de tensão, pelo seu constante encorajamento,... um grande obrigado!

Aos meus pais pelo constante suporte emocional e sábios conselhos e acima de tudo, o seu carinho e amor. O meu obrigado por tudo.

## Resumo

Esta dissertação é um estudo sobre as preferências, atitudes e performance em cálculo mental, de alunos do 4º e do 6º ano de escolaridade, bem como de identificação das estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos de 4º ano.

Este estudo surge na linha de um trabalho realizado por Reys e Reys em 1993, *Mental computation performance and strategy use of japanese students in grades 2, 4, 6 and 8*, que teve como objectivo caracterizar os alunos japoneses em cálculo mental e assim entender as principais diferenças no desempenho em cálculo relativamente aos alunos americanos.

Reys e Reys (1998) acreditam que, enquanto professores de matemática, o mais importante é ajudar os alunos a entender a matemática. Como tal, é necessário que continuamente revejam os objectivos da instrução e dos métodos, bem como o currículo.

Griffin (2003) considera que o entendimento acerca das estruturas conceptuais é importante para o ensino do sentido de número a todos os alunos.

O sentido de número segundo McIntosh, Reys e Reys (1992) aponta para o geral entendimento dos números e das operações, bem como para a habilidade de usar esse conhecimento de formas flexíveis para operar situações numéricas.

Varol e Faran (2007) referem que o cálculo mental, contrariamente ao cálculo de papel e lápis, é o processo de realizar operações aritméticas sem utilizar dispositivos externos, como a caneta, o papel e calculadora. Este processo desempenha um papel fundamental no ensino das crianças de como os números funcionam.

Neste sentido, Herirdsfield (2000;2004) considera que o valor do cálculo mental é promover compreensão e flexibilidade em números e operações, ou seja, desenvolver o sentido de número.

Segundo Moreover, Kamii, Lewis e Jones (1991) é recomendado que sejam as crianças a construir, por elas próprias, as estratégias de cálculo, já que dessa forma

poderão entender melhor os procedimentos se lhes for permitida a construção de procedimentos de acordo com o seu pensamento natural.

Kamii (1997) indica que actualmente se deve parar de ensinar os algoritmos de papel e lápis e sim, encorajar as crianças a realizar operações mentais necessárias para o desenvolvimento do número.

O presente estudo é descritivo, tendo envolvido uma amostra de 74 alunos de 4º ano e 88 alunos de 6º ano, que frequentavam escolas de uma cidade da área dita como Margem Sul do Tejo. A amostragem das escolas foi de conveniência e as idades dos alunos variaram entre os 9 e os 15 anos.

Os instrumentos utilizados foram um questionário para a amostra de 4º ano e outro para 6º ano, sobre as preferências dos alunos em relação a este tipo de cálculo; um questionário acerca das atitudes dos participantes relativamente ao cálculo em geral, igual para todos os participantes; um teste de cálculo mental para se avaliar a performance dos alunos, tendo sido metade dos itens apresentados visualmente e os restantes oralmente, sem suporte o visual; e, por fim, uma entrevista realizada somente a 10 aluno do 4º ano, com o fim de identificar estratégias de cálculo mental.

A análise dos resultados dos questionários e do teste de cálculo mental foi realizada através de análise estatística e os resultados das entrevistas através de análise de conteúdo.

Verificou-se que os alunos revelam melhores resultados quando têm a oportunidade de visualizar a questão de cálculo mental, tanto os alunos de 4º como os de 6º ano revelam maiores dificuldades em itens envolvendo fraccionários e decimais.

O estudo termina com a exposição de ideias para futuras investigações, relacionadas com o cálculo mental. Será que se devem ensinar estratégias de cálculo aos alunos, ou deverá ser proporcionada a liberdade para que eles construam as suas próprias estratégias?

## Índice

Introdução.....	1
<i>Sentido de número</i> .....	3
<i>Desenvolvimento do Sentido de Número</i> .....	5
<i>Cálculo Mental e o seu Papel no Desenvolvimento do Sentido de Número</i> .	7
<i>Papel do Algoritmo Escrito no Sentido de Número</i> .....	11
<i>Estratégias de Cálculo Mental</i> .....	15
<i>Objectivos e Hipóteses</i> .....	20
Método .....	22
<i>Delineamento do Estudo</i> .....	22
<i>Participantes</i> .....	22
<i>Instrumentos e Procedimentos</i> .....	22
Análise dos Resultados .....	25
<i>Preferências dos Alunos em Cálculo Mental</i> .....	25
<i>Atitudes dos Alunos em Cálculo</i> .....	28
<i>Desempenho em Cálculo</i> .....	31
<i>Melhores/Piores Resultados por Item</i> .....	32
<i>Modo de Apresentação</i> .....	36
<i>Entrevistas aos Alunos de 4º ano</i> .....	42
Discussão dos resultados .....	53
Referências bibliográficas .....	61

## **Anexos**

<b>Anexo A: Preferências em cálculo mental – 4º ano .....</b>	<b>63</b>
<b>Anexo B: Preferências em cálculo mental – 6º ano .....</b>	<b>64</b>
<b>Anexo C: Inquérito de atitudes face ao cálculo, para 4º e 6º ano.....</b>	<b>65</b>
<b>Anexo D: Itens do teste de cálculo mental – 4º ano.....</b>	<b>66</b>
<b>Anexo E: Folha de resposta ao teste de cálculo mental – 4º ano .....</b>	<b>67</b>
<b>Anexo F: Itens do teste de cálculo mental – 6º ano .....</b>	<b>68</b>
<b>Anexo G: Folha de resposta ao teste de cálculo mental – 6º ano.....</b>	<b>69</b>
<b>Anexo H: Entrevista aos alunos: estratégias de cálculo utilizadas – guião (itens e protocolo).....</b>	<b>70</b>

## Lista de Tabelas

Tabela 1. Estratégias Mentais para Adição e Subtração, Heirdsfield, 2000.....	15
Tabela 2. Caracterização da Amostra.....	22
Tabela 3. Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Responde” dos alunos de 4º e 6º ano, no questionário de Preferências em Cálculo Mental.....	26
Tabela 4: Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria Gosto e Interesse.....	29
Tabela 5: Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria Percepção de Competência.....	29
Tabela 6: Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria Percepção de Valor.....	30
Tabela 7: Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria Percepção de Uso.....	30
Tabela 8: Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria Percepção da Fonte de Instrução.....	31
Tabela 9: Média de desempenho por ano de escolaridade.....	32

Tabela 10: Percentagem de respostas correctas por item do Teste de Cálculo Mental para itens envolvendo a adição, organizadas por ano de escolaridade e sexo .....	33
Tabela 11: Percentagem de respostas correctas por item do Teste de Cálculo Mental para itens envolvendo a subtracção, organizadas por ano de escolaridade e sexo .....	34
Tabela 12: Percentagem de respostas correctas por item do Teste de Cálculo Mental para itens envolvendo a multiplicação, organizadas por ano de escolaridade e sexo.....	35
Tabela 13: Esquema de aplicação do Teste de Cálculo Mental, a 4º e a 6º ano...36	
Tabela 14: Análise em SPSS – Teste de Levene’s para igualdade de variâncias, para Score Visual – 4º ano .....	37
Tabela 15: Análise em SPSS – Teste de Mann-Whitney para Score Visual – 4º ano .....	37
Tabela 16: Análise em SPSS – Teste de Levene’s para igualdade de variâncias, para Score Oral – 4º ano .....	38
Tabela 17: Análise em SPSS – Teste t de Student, para amostras emparelhadas - Score Visual e Score Oral – 4º ano.....	39
Tabela 18: Análise em SPSS – Médias de Score Visual e Score Oral – 4º ano .	39
Tabela 19: Análise em SPSS – Teste de Levene’s para igualdade de variâncias, para Score Visual e Score Oral – 6º ano.....	40
Tabela 20: Análise em SPSS – Teste de Mann-Whitney para Score Visual – 6º ano .....	40

<b>Tabela 21: Análise em SPSS – Teste t de Student, para amostras emparelhadas - Score Visual e Score Oral – 6º ano.....</b>	<b>41</b>
<b>Tabela 22: Análise em SPSS – Médias de Score Visual e Score Oral – 6º ano .</b>	<b>41</b>
<b>Tabela 23: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 79+26 .....</b>	<b>43</b>
<b>Tabela 24: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 165+99 .....</b>	<b>45</b>
<b>Tabela 25: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 105-97 .....</b>	<b>46</b>
<b>Tabela 26: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 100-68.....</b>	<b>47</b>
<b>Tabela 26: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 38x50 .....</b>	<b>48</b>
<b>Tabela 27: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 7 x 25 .....</b>	<b>49</b>
<b>Tabela 28: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 1/2 + 3/4 .....</b>	<b>50</b>
<b>Tabela 29: Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 0,5+0,75 .....</b>	<b>51</b>

## Introdução

Diariamente somos confrontados com situações que requerem que efectuemos cálculos rápidos e precisos, sem o auxílio de qualquer tipo de suporte. Calculamos rapidamente a idade de alguém sabendo quando nasceu, calculamos quanto nos falta percorrer até chegar ao destino, sabemos quanto devemos receber de troco...etc.

E quem foi responsável pelo ensino deste tipo de cálculo? Muitos aprenderam sozinhos a calcular mentalmente, mas a maioria aprendeu a fazer o cálculo escrito, na escola. Será que a escola actual deveria preocupar-se com o desenvolvimento deste tipo de ensino que é sem dúvidas útil para a nossa vida quotidiana?

Verifica-se que “historicamente, o número tem sido pedra angular de todo o currículo de Matemática, a nível internacional, bem como nos Estados Unidos e no Canadá” (Reys & Nohda, 1994, in National Council of Teachers of Mathematics - NCTM, 2007).

O ensino em geral evolui, tentando adaptar-se às alterações da sociedade global; o ensino da Matemática acompanha igualmente essa mudança. Se há menos de um século as crianças escreviam em ardósias, nos velhos bancos de escola, nos dias de hoje podem trabalhar com um computador e acompanhar o professor, que agora usa um quadro interactivo.

Se antigamente, se fazia o cálculo da raiz quadrada através do algoritmo de papel e lápis, hoje isso não tem qualquer sentido, dadas as fracas vantagens educativas (Reys & Reys, 1998). Ainda assim manteve-se a prática de calcular mentalmente, bem como o estudo do número como parte central da educação matemática.

Como tem vindo a ser discutido, o valor do cálculo mental é a promoção, o entendimento e a flexibilidade no número e nas operações, ou seja, no desenvolvimento do sentido de número. McIntosh, Reys e Reys (1992) afirmam que

o “sentido de número refere-se ao entendimento geral de cada pessoa acerca do número e operações, bem como da habilidade e inclinação para utilizar este entendimento de formas flexíveis, afim de se fazer julgamentos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis para manipular números e operações”.

Empiricamente é possível observar que o ensino actual do cálculo matemático continua a insistir na mecanização e aplicação de regras, sem a fulcral centração no entendimento efectivo que a criança faz enquanto está a calcular. Avaliam-se resultados de operações numéricas, sem previamente analisar-se o nível de desenvolvimento do aluno.

Tendo em conta os dispositivos de cálculo, que sem sombra de dúvidas promovem a expansão das possibilidades de cálculo, será que se deve acompanhá-la com uma própria adequação dos currículos e das práticas educativas?

A ideia que ressalta é a de que o desenvolvimento tecnológico deve ser acompanhado pelo desenvolvimento do pensamento crítico. Como referem McIntosh, Reys e Reys (1992) na era tecnológica pode ser dito que possuir o sentido de número é um atributo significativo que distingue seres humanos de computadores.

Há portanto, ainda para os autores, razões para acreditar que o século XXI irá introduzir razões adicionais para uma crescente focalização no desenvolvimento e manutenção do sentido de número.

O cálculo mental, pelas suas características principais, promove a possibilidade de se analisar, por exemplo, se um cálculo efectuado numa calculadora está provavelmente certo e aceitá-lo, ou rejeitá-lo imediatamente. Qual deverá ser afinal o papel do cálculo mental na escola?

Explorar-se-ão em seguida alguns aspectos inerentes a esta problemática, como o sentido de número e o seu desenvolvimento, a noção de cálculo mental e escrito, ainda observar-se as recomendações dos currículos relativamente a estas temáticas e as estratégias de cálculo mental que os alunos do ensino básico costumam adoptar quando calculam mentalmente, indicadas por vários autores como, Varol e Farran (2007), Heirdsfield (2002) e Reys e Reys (1993).

### *Sentido de Número*

A expressão sentido de número, começou a ser usada para referir de modo sintético o conjunto de competências numéricas que hoje se considera muito importante desenvolver nos alunos.

Sentido de número é para Sowder (1992) “a capacidade de decompor naturalmente os números, utilizar números específicos como 100 ou  $\frac{1}{2}$  como referência, utilizar as relações entre as várias operações aritméticas na resolução de problemas, compreender o sistema decimal, fazer estimativas, dar sentido aos números, e reconhecer a grandeza relativa dos números” (in NCTM, 2007).

De acordo com McIntosh, Reys e Reys (1992) sentido de número pode considerar-se um modelo constituído pelos seguintes blocos:

1) “Conhecimento e destreza com os números – englobando o sentido da regularidade dos números, as múltiplas representações dos números, o sentido da grandeza relativa e absoluta dos números e, finalmente, o uso de sistemas de referência que permitem avaliar uma resposta ou arredondar um número para facilitar o cálculo.”

2) “Conhecimento e destreza com as operações – englobando a compreensão do efeito das operações, das propriedades e das relações entre as operações.”

3) “Aplicação do conhecimento e da destreza com os números e as operações em situações de cálculo – englobando a compreensão para relacionar o contexto e os cálculos, a consciencialização da existência de múltiplas estratégias, a apetência para usar representações eficazes e a sensibilidade para rever os dados e o resultado.”

Como os mesmos autores definem, o sentido de número é a propensão para uma habilidade de usar números e métodos quantitativos com o objectivo de comunicar, processar e interpretar informação. Essa habilidade resulta na

expectativa de que os números são úteis e que a matemática tem uma certa regularidade, faz sentido (McIntosh, Reys e Reys, 1992).

“Toda a matemática proposta desde o pré-escolar ao 12º ano tem estado solidamente baseada no número” (NCTM, 2007) e deste modo, em todas as análises de dados que a Matemática proporciona (álgebra, geometria, resolução de problemas, etc.), estando sempre implícito o número, e com ele, o sentido de número.

Um bom entendimento das relações entre os números proporciona aos alunos o desenvolvimento de uma destreza de cálculo, que é possuir e utilizar métodos de cálculo eficazes e precisos.

O sentido de número é referido pelo NCTM como uma componente essencial do currículo e continua actualmente a ser designado como uma parte importante do currículo da Matemática elementar, a par da compreensão dos números e operações e da fluência do cálculo aritmético. A progressiva e significativa compreensão do sentido de número é ainda enunciada pelo NCTM.

Em Portugal menciona-se o sentido de número como “uma referência central do ensino dos números e do cálculo desde os primeiros anos” (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p.46). As competências matemáticas no domínio dos números e das operações que os alunos devem desenvolver e que estão ligadas ao sentido de número são:

- A compreensão do sistema de numeração indu-árabe;
- O reconhecimento da diversidade de representar os números bem como da sua adequação a determinadas situações ou problemas;
- O reconhecimento do valor relativo de um número ou quantidade relativamente a outro número;
- A compreensão conceptual das operações;
- A resolução de problemas, onde o decidir que tipo de resposta é adequado, que tipo de instrumentos de cálculo é adequado, que tipo de estratégia se deve aplicar e a plausibilidade do resultado face ao problema são aspectos importantes;
- O reconhecimento de que são possíveis múltiplas estratégias para um determinado problema.

Segundo Reys e Reys (1998), os professores do ensino básico recebem mensagens conflituosas acerca do valor de várias técnicas de cálculo (mental e

escrito), e também das estratégias (inventadas e standard), que deveriam ser introduzidas e desenvolvidas nos diferentes níveis de ensino no currículo do ensino básico.

As crianças tendem a desenvolver o seu sentido de número de forma informal, antes da iniciação do ensino formal e o entendimento do número e operações quando iniciam a vida escolar (Varol & Farran, 2007).

De acordo com Griffin (2004), as crianças de jardim-de-infância que contactam com a noção de quantidade do número, mais facilmente identificam qual o número maior (se 7 ou 9, por exemplo). As crianças que não estabelecem a relação entre o número e a sua quantidade, indicam não saber a resposta ou tentam adivinhar, sem ter no entanto, qualquer certeza.

De acordo com a observação da autora pode considerar-se importante todo o trabalho que possa desenvolver o sentido de número da criança, e desde tenra idade.

#### *Desenvolvimento do Sentido de Número*

Relativamente ao desenvolvimento do sentido de número, Griffin (2004) expõe de forma sequencial as fases pelas quais a criança passa até aos 10 anos de idade, aproximadamente.

Refere no mesmo trabalho, que as crianças nascem com estruturas cerebrais que lhes permitem ter a noção de quantidades, ainda que não relacionadas a qualquer tipo de linguagem (revelam estudos no âmbito da neuropsicologia). Estas estruturas proporcionam a distinção entre conjuntos de 2 objectos de outro conjunto de 3 objectos, nos primeiros dias de vida (Antell & Keating, 1983 citado por Griffin, 2004). Ao longo do desenvolvimento da criança, vai sendo possível que ela consiga, por exemplo, aos cinco meses de idade, antecipar o resultado de transformações em pequenos conjuntos.

Assim, e ainda de acordo com a mesma autora, as competências naturais de quantidade da criança vão-se desenvolvendo, expandindo, até que ela adquira a associação linguística, aprendendo a contar. Aos quatro anos, a criança já construiu

dois esquemas mentais: um para comparações globais de quantidade e outro para a contagem.

Aos cinco, seis anos de vida, passam por uma revolução no pensamento, juntando os dois esquemas mentais num só, formando-se uma estrutura ordinária conceptual para o número. Este novo conceito permite à criança utilizar os números sem necessitar da presença física dos objectos, dado que relaciona intimamente o número à sua quantidade.

A estrutura conceptual referida, e que para a Griffin (2004) constitui a base da aprendizagem matemática de nível superior, permite às crianças adquirirem as bases conceptuais do sentido de número. As estruturas conceptuais dos alunos continuam a desenvolver-se ao longo da sua infância, sendo que aos sete, oito anos, a estrutura conceptual central já se tornou mais complexa, permitindo-lhes entender o sentido de duas quantidades de dimensões distintas, como dezena e unidade, hora e minuto, euros e cêntimos.

Através desta estrutura conceptual complexa, a criança já é capaz de entender o valor de posição do algarismo no número e resolve problemas aritméticos de números com dois algarismos mentalmente ( $12+54$ ), e identifica qual o maior e o menor número (se 69 ou 71).

Portanto, ao concluir o 1º ano de escolaridade, a criança já deve ser capaz, isto se compreender a relação entre os números (Griffin, 2004), de identificar, quais são as três fórmulas incorrectas:  $9 + 2 = 92$ ;  $9 + 2 = 11$ ;  $9 + 2 = 10$ ;  $9 + 2 = 7$ .

Ainda na linha do que Griffin explicita, segundo indicações do NTCM (2007), a compreensão do número é desenvolvida entre o pré-escolar e o 2º ano de escolaridade, sendo que uma “das ideias centrais consiste no facto de que um número pode ser decomposto e visualizado de diversas maneiras”, como é o caso do exemplo citado: “24 são 2 dezenas e 4 unidades e são também 2 dúzias”.

Cobb e Wheatley (1988) referem que o início da compreensão da estrutura decimal do sistema numérico passa pela transição da simples visualização do “dez” como mera acumulação de dez unidades, para a identificação enquanto conjunto de dez unidades, e posteriormente para visualização enquanto uma dezena (referido por NCTM, 2007).

É ainda ao longo dos primeiros anos de escolaridade que os alunos podem aprender, relativamente aos números inteiros, quais são ímpares, pares, primos,

compostos ou quadrados, e podem ainda compreender e representar, em contexto, uma fracção mais comumente utilizada (por exemplo,  $\frac{1}{2}$  de uma bolacha,  $\frac{1}{8}$  de uma *pizza*) e verificar que os números fraccionários são uma parte de uma unidade inteira ou de uma colecção.

Finalmente, para Griffin (2004) aos nove, dez anos, os alunos já possuem estruturas mais complexas que lhes permitem lidar com três quantidades variáveis. Nesta fase do desenvolvimento do número, adquirem um bom desenvolvimento da compreensão do sistema de numeração, o que os torna aptos a calcular mentalmente operações de números com dois algarismos, que envolvem o “transporte” ( $13+39$ ) e resolver problemas aritméticos de três algarismos.

No NCTM (2007) é indicado que do “3º ao 5º ano de escolaridade, os alunos podem aprender a comparar números representados por fracções” em alguns contextos familiares, como por exemplo, na explicação de que  $\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$  “deve ser inferior a 1, uma vez que ambas as parcelas são iguais ou inferiores a  $\frac{1}{2}$ ”.

Já relativamente ao intervalo entre o 6º e 8º ano, os mesmos autores (NCTM, 2007) referem a importância da aquisição da flexibilidade para a conversão de fracções em decimais e percentagens, e vice-versa, bem como na ordenação de números racionais.

Considera-se assim, importante todo o conhecimento acerca do sentido de número, uma vez que os currículos incidem no ensino de conceitos matemáticos formais não adequados à fase de desenvolvimento infantil de todos os alunos. Este facto afecta os alunos na sua aprendizagem e na construção do sentido das instruções matemáticas, ao longo do seu percurso escolar (Griffin, 2004).

É de referir ainda que, principalmente as crianças provenientes de meios socio-culturais mais baixos, iniciam as actividades escolares, aos cinco, seis anos, sem no entanto terem adquirido as estruturas conceptuais centrais do sentido de número. Isto vai levar a que dificilmente consigam acompanhar os seus pares na aprendizagem escolar da matemática (Griffin, Case & Siegler, 1994, in Griffin, 2004).

De acordo com Reys (1998) as características normalmente associadas ao sentido de número englobam a flexibilidade e a performance apropriadas ao cálculo mental e à estimação. Considera-se assim que o cálculo mental e a estimação são duas formas de se atingir o sentido de número. Ambas podem proporcionar oportunidades para uma aplicação flexível dos conceitos de número e das operações, para inventar processos de resolver novos problemas e para reflectir sobre os números e os seus significados no contexto de um dado problema.

Reys e Reys (1998) recordam-nos que durante os primeiros anos de escolaridade os alunos devem ser incentivados a criar as suas próprias estratégias de cálculo, que estão na base da compreensão dos números e das operações.

O cálculo mental para além de ser uma área do currículo escolar, de acordo com diversos estudos, acompanha a vida quotidiana de todos.

Tal como é referido por Reys e Reys (1993), de acordo com várias pesquisas acerca da utilização do cálculo (Wandt & Brown, 1957; Edwards, 1984) 80% dos cálculos matemáticos envolvem mais a manipulação de quantidades numéricas, do que o cálculo de papel e lápis, uma vez que o cálculo mental é a forma considerada mais fácil de resolução, em relação ao cálculo algorítmico (Clarke & Kelly, 1989 in Heirdsfield , 2002).

Deste modo, nas actividades do quotidiano, verifica-se uma maior utilização do cálculo mental do que do cálculo algorítmico escrito.

O cálculo mental é uma competência que deve ser desenvolvida ao longo da escolaridade básica (Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular - DGIDC, 2007). De acordo com Janeiro (2007), é importante desenvolver o cálculo mental visto se tratar de uma *competência essencial* e o seu desenvolvimento deve ser um objectivo na aprendizagem da Matemática.

- Porque tem uma importância prática no dia-a-dia;
- Porque tem um valor pessoal e individual;
- Porque tem um valor matemático;
- Porque pode ser um pré-requisito de muitas outras aprendizagens, dentro e fora da Matemática. (p. 29)

O novo programa de Matemática (DGIDC, 2007) faz referência, nas orientações metodológicas gerais, que o cálculo mental deve ser desenvolvido a partir 1º ciclo, caracterizando-o por:

- I. trabalhar com números e não com algarismos;
- II. usar as propriedades das operações e as relações entre números;
- III. implicar um bom desenvolvimento do sentido de número e um saudável conhecimento dos factos numéricos elementares e
- IV. permitir o uso de registos intermédios de acordo com a situação. (DGIDC, 2007, p.10).

Acrescenta ainda que um aluno com uma boa capacidade de cálculo mental pode desenvolver estratégias próprias de simplificação de cálculos e utilizar a capacidade de estimação para validar os resultados que obtém através dos cálculos efectuados recorrendo ao papel e lápis, à calculadora ou a software (DGIDC, 2007).

Segundo Reys e Reys (1993), o cálculo mental é o processo de cálculo de um resultado aritmético exacto, sem o auxílio de um cálculo externo ou dispositivo de registo. Calcular mentalmente é um processo realizado somente através do raciocínio, sem recurso a objectos de contagem, papel e lápis, calculadora, ou a qualquer outro suporte.

Sucintamente para Sowder (1988) o objectivo do cálculo mental é obter uma resposta exacta para um problema numérico e de acordo com o mesmo autor, o cálculo mental é uma capacidade necessária para a competência numérica e que inclui a capacidade de efectuar operações com números inteiros com dois ou três algarismos. Um cálculo mental eficiente utiliza algoritmos diferentes dos que estão normalmente associados aos cálculos de papel e lápis.

Pode entender-se assim, o cálculo mental como um processo elaborado, inerente ao bom entendimento das relações entre os números, ou seja, como indica o autor referido anteriormente, os algoritmos mentais revelam características que os tornam numa manifestação da existência de sentido de número.

Assim, para Sowder, os algoritmos mentais são:

- Variáveis, pois existem vários métodos para calcular uma mesma operação numérica.
- Flexíveis, porque podem ser adaptados para satisfazer os números em causa.
- Activos, pois permitem ao utilizador escolher um método a aplicar.

- Globais, dado que tratam os números como um todo e não cada algarismo individualmente.

- Construtivos, uma vez que iniciam muitas vezes a partir do primeiro número dado.

- Requerentes de uma total compreensão, que se desenvolve através da prática.

- Indicadores de uma primeira aproximação à resposta, já que normalmente, os cálculos começam pelos algarismos da esquerda.

Dada a variedade de métodos existentes para calcular mentalmente, a flexibilidade aumenta e as escolhas podem ser feitas na base da rapidez e da facilidade. Em cálculo mental não existe uma única forma de resolução, o que reflecte que este método é criativo e inventivo. Podemos ainda indicar que a facilidade em cálculo mental está completamente relacionada com a manifestação de sentido de número, referida por Sowder.

Segundo Heirdsfield (2002), em todo o mundo há uma tendência para abolir o típico cálculo algorítmico e focar o ensino no sentido de número, desenvolvendo o cálculo mental, como maior componente do cálculo em si. Para Heirdsfield, o cálculo mental não remete somente para o cálculo de factos básicos ou de extensos factos numéricos, mas sim para cálculos de vários algarismos realizados mentalmente.

Ainda no mesmo artigo de Heirdsfield (2002), é referido que há uma crescente importância do papel do cálculo mental na componente de numeracia dos currículos matemáticos. De acordo com a autora, muitas investigações defendem que o cálculo mental contribui para que as crianças aprendam o funcionamento dos números, tomem decisões acerca dos procedimentos, criem estratégias e explorem os campos mais ricos da experiência matemática.

Para Kamii (1997) as estratégias de cálculo mental não devem ser ensinadas às crianças, considerando que esse ensino formal seria prejudicial para o seu desenvolvimento do sentido de número.

Autores como Moreover, Kamii, Lewis e Jones (1991) recomendam que as crianças desenvolvam as suas próprias estratégias de cálculo e que elas entenderão melhor os procedimentos se lhes for permitida a construção dos procedimentos na linha do seu pensamento natural.

Esta visão vai ao encontro da ideia de que assim as crianças tornam-se mais participativas na sua própria aprendizagem. Ao serem envolvidas no desenvolvimento das suas próprias estratégias, as crianças manipulam quantidades, em vez de símbolos, tomam decisões acerca dos procedimentos que devem utilizar e desenvolvem o seu sentido de número.

De acordo com o *National Statement on Mathematics for Australian Schools* (Australian Education Council, 1991) o cálculo mental é realçado na sua importância através da seguinte ideia: “As pessoas que são competentes em cálculo mental, tendem a utilizar um leque de métodos pessoais que são adaptados para servir números e situações específicas. Assim, os alunos deveriam ser encorajados a desenvolver estratégias pessoais de cálculo mental, a experimentá-las e a compará-las com as que são usadas por outros, e a escolher de entre as estratégias disponíveis para servirem as suas próprias potencialidades e o contexto em particular. (p.109)”

Deste modo entende-se que o cálculo mental revela imensas vantagens na aprendizagem das competências matemáticas, nomeadamente, do sentido de número. Como Heirdsfield (2002) indica, o valor do cálculo mental é a promoção o entendimento e a flexibilidade no número e nas operações, ou seja, no desenvolvimento do sentido de número.

O ensino do cálculo mental a alunos do ensino básico é ainda alvo de críticas e discussão, verificando-se que ainda não é uma área muito explorada no contexto nacional e internacional.

Sente-se a necessidade de entender melhor os mecanismos e processos que envolvem esta competência matemática, afim de contribuir para o entendimento ao nível das estratégias de cálculo mental, e, inerentemente, do sentido de número.

O cálculo é parte integrante dos currículos escolares do ensino básico e como tal, deve ser analisada a sua intencionalidade e funcionalidade, afim de melhorar a qualidade do ensino matemático.

Tem sido argumentado, refere Kamii (1997), que as pessoas que possuem o sentido de número utilizam uma variedade de estratégias para diferentes combinações de números, e que o sentido de número desenvolve-se quando as crianças são envolvidas em actividades de cálculo mental. No entanto, os autores envolvidos nesta temática (como Kamii, Lewis & Jones, 1991; Reys, Reys, Nohda &

Emori, 1995; Tompson, 1999) não consideram importante a hipótese de serem ensinadas estratégias de cálculo mental aos alunos, já que seria tão fútil quanto tem sido o ensino do algoritmo de papel e lápis, segundo a opinião de McIntosh (1996), (in Heirdsfield, 2002).

Assim, e de acordo com o referido, justifica-se agora a necessidade de enquadrar o cálculo algorítmico escrito no ensino.

### *Papel do Algoritmo Escrito no Sentido de Número*

Varol e Farran (2007) referem que o cálculo escrito foi definido por Mclellan (2001) como a “manipulação de números no papel para atingir uma resposta desejada”.

Desde sempre o cálculo escrito assumiu grande destaque no ensino da Matemática, sem no entanto se considerar actualmente que esse procedimento tenha grandes implicações ao nível do desenvolvimento de competências matemáticas.

Griffin (2004) comenta que os professores que ensinam Matemática, consideram que esta área se resume de algum modo à aplicação de regras e algoritmos. Esta perspectiva dos profissionais de ensino prende-se com a sua própria experiência de aprendizagem da Matemática, o que os faz acreditar que as técnicas de ensino que realmente funcionam são aquelas através das quais aprenderam.

No entanto, quando os professores vêm a Matemática como relacionada com a *quantidade* e não com os *números*, adoptam uma postura diferente na sala e aula, questionando os seus alunos acerca do que é o número, ao invés de questionarem quais as regras que os permitem manipular os números. Esta postura dos professores perante a Matemática vai desenvolver nos seus alunos a descoberta e a construção de relações entre quantidades e números, e levar a que encontrem ainda estratégias alternativas para estabelecer essas relações numéricas (Griffin, 2004).

Para Kamii (1997) já é reconhecido por muitos educadores que as crianças inventam os seus próprios métodos para resolver problemas, mas o seu objectivo continua a ser ensinar o algoritmo convencional. Diz ainda Kamii que julga ser este o momento para parar de ensinar o algoritmo e avançar no incentivo das crianças para fazerem as relações necessárias para construir o sentido de número. Quando as crianças pensam através das suas próprias estratégias tornam-se mais confiantes nas suas habilidades matemáticas e constroem níveis mais elevados de pensamento.

Assim, e olhando para os princípios fundamentais inerentes ao processo de cálculo, é considerado pelos diversos autores que não se deve centrar o ensino no cálculo por algoritmo, mas que se deve proporcionar a todos os alunos a aquisição da compreensão do número e das operações e experiências que o ajudem a desenvolver o sentido de número.

Reys e Reys (1998) referem que se os algoritmos escritos *standard* tiverem demasiado destaque face ao cálculo mental, à estimação ou à utilização da calculadora, então os alunos demonstrarão melhor desempenho nos algoritmos de papel e lápis e serão levados a entender a Matemática como constituída somente pelos algoritmos escritos. Indica ainda a autora que, quanto mais eficientes os alunos se tornam em cálculo escrito, mais resistentes se revelam face ao cálculo reflexivo e à utilização de métodos mais apropriados à tarefa.

Como observou Kamii (1997) no seu estudo, as crianças a quem não foi ensinado o algoritmo escrito, revelam melhor desempenho em cálculo mental.

No entanto, o cálculo escrito é referido por Reys e Reys (1998) como uma ferramenta útil para a resolução de tarefas que envolvem números demasiado complexos para serem operados mentalmente ou através de estimativa.

Assim, não só do cálculo escrito se deve basear o ensino matemático. No documento *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais* ressalta a ideia de que “ser matematicamente competente, envolve hoje, de forma integrada, um conjunto de atitudes, de capacidades e de conhecimentos relativos à Matemática” (ME, 2000, p.57) e que devem ser desenvolvidos ao longo da educação básica. Algumas das competências essenciais para tal, são:

- A predisposição para procurar entender a estrutura de um problema e a aptidão para desenvolver processos de resolução, assim como para analisar erros cometidos e ensaiar estratégias alternativas;

- A aptidão para decidir sobre a razoabilidade de um resultado e de usar, consoante os casos, o cálculo mental, os algoritmos de papel e lápis ou instrumentos tecnológicos.

No domínio específico dos números e do cálculo, a competência matemática que deve ser desenvolvida por todos os alunos inclui os seguintes aspectos:

- A compreensão global dos números e das operações e a sua utilização de maneira flexível para fazer julgamentos matemáticos e desenvolver estratégias úteis de manipulação dos números e das operações;

- O reconhecimento e a utilização de diferentes formas de representação dos elementos dos conjuntos numéricos, assim como das propriedades das operações nesses conjuntos;

- A aptidão para efectuar cálculos mentalmente, com os algoritmos de papel e lápis ou usando a calculadora, bem como para decidir qual dos métodos é apropriado à situação;

- A sensibilidade para a ordem de grandeza dos números, assim como a aptidão para estimar valores aproximados de resultados de operações e decidir a razoabilidade de resultados obtidos por qualquer processo de cálculo ou estimação;

- A predisposição para procurar e explorar padrões numéricos em situações matemáticas e não matemáticas e o gosto por investigar relações numéricas, nomeadamente em problemas envolvendo divisores e múltiplos de números ou implicando processos organizados de contagem;

- A aptidão para dar sentido a problemas numéricos e para reconhecer as operações que são necessárias à sua resolução, assim como para explicar os métodos e o raciocínio que foram usados. (p. 60)

Ainda que seja parte integrante o currículo, o cálculo algorítmico não parece apresentar grandes vantagens para o desenvolvimento de competências matemáticas dos alunos.

Kamii (1997) refere que, à semelhança de outros autores como Narode, Board e Davenport (1993), Kamii (1994) e McNeal (1995), os algoritmos são prejudiciais

para o desenvolvimento do pensamento numérico da criança, devido a duas razões:

a) “desensinam” (“unteach”) o valor de posição dos algarismos e desencorajam a criança a desenvolver o sentido de número;

b) forçam a criança a desistir do seu próprio pensamento.

A mesma autora (1997) refere Piaget (1967/1971, 1945/1962) para reforçar a ideia de que os algoritmos são prejudiciais. Indica três tipos de conhecimento reportados por Piaget: o conhecimento físico, o conhecimento lógico-matemático e o conhecimento socio-convencional. O conhecimento socio-convencional Para Kamii é completamente ignorado, através do ensino exaustivo do algoritmo escrito.

Neste sentido, o *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1989, citado por Reys, 1998) realça a importância do ensino de uma variedade de maneiras para calcular, bem como, a necessidade de ter expectativas razoáveis quanto ao cálculo escrito, pois quanto mais relevância se der ao cálculo de papel e lápis, mais tempo será dispendido a desenvolver a sua proficiência.

As diferenças essenciais entre o cálculo mental e o algoritmo escrito são destacadas por Plunket, citado por Sowder e Kellin (1993), que indica que enquanto os algoritmos formais escritos têm a vantagem de criar uma rotina tipo que servirá para todos os números – pequenos ou grandes, inteiros ou decimais – têm também a desvantagem de não corresponderem à maneira como as pessoas tendem a pensar nos números e desencorajam os alunos de pensar nos números em causa, enquanto efectuam um cálculo.

Referidas as intenções curriculares e as opiniões de vários autores como Reys e Reys, Kamii, pode depreender-se que o cálculo algorítmico não é um dos aspectos centrais em Matemática. O cálculo de papel e lápis, revela poucas vantagens quanto ao desenvolvimento das competências essenciais e pode ser visto até como um refúgio para o cálculo, pela sua fácil generalização, e limitador no desenvolvimento progressivo do entendimento das relações entre os números.

### *Estratégias de Cálculo Mental*

Quando calculam mentalmente os alunos costumam utilizar diferentes estratégias, baseadas no seu entendimento sobre o número e operações. Autores como Beishuizen, 1993; Cooper, Heirdsfield, & Irons (1996), Reys, Reys, Nohda & Emori (1995) e Tompson & Smith (1999), que estudaram esta temática e identificaram estratégias que as crianças usam para calcular mentalmente somas e diferenças e organizaram-nas nas seguintes categorias e nas respectivas subcategorias, descritas por Heirdsfield (2000) na seguinte tabela 1:

**Tabela 1.** Estratégias Mentais para Adição e Subtração, Heirdsfield, 2000

<b>Estratégia</b>		<b>Exemplo</b>
Contagem		28+35: 28,29,30,... (conta 1 a 1) 52-24: 52,51,50,... (conta para trás, 1 a 1)
Separação	direita p/ esquerda	28+35: 8+5=13, 20+30=50, 63 52-2: 12-4=8, 40-20=20, 28(subtractiva) : 4+8=12, 20+20=40, 28(aditiva)
	esquerda p/ direita	28+35: 20+30=50, 8+5=13, 63 52-24: 40-20=20, 12-4=8, 28 (subtractiva) : 20+20=40, 4+8=12, 28 (aditiva)
	soma cumulativa ou diferença	28+35: 20+30=50, 50+8=58, 58+5=63 52-24: 50-20=30, 30+2=32, 32-4=28
Agregação	direita p/ esquerda	28+35: 28+5=33, 33+30=63 52-24: 52-4=48, 48-20=28 (subtractiva) : 24+8=32, 32+20=52, 28 (aditiva)
	esquerda p/ direita	28+35: 28+30=58, 58+5=63 52-24: 52-20=32, 32-4=28 (subtractiva) ou :24+20=44, 44+8=52, 28 (aditiva)
Holística	compensação	28+35: 30+35=65, 65-2=63 52-24: 52-30=22, 22+6=28 (subtractiva) : 24+26=50, 50+2=52, 26+2=28 (aditiva)
	nivelada	28+35: 30+33=63 52-24: 58-30=28 (subtractiva) : 22+28=50, 28 (aditiva)
Imagem mental do algoritmo de papel e lápis		Os alunos descrevem utilizar o método aprendido na escola, colocando os números debaixo uns dos outros, tal como no papel, efectuando a operação da direita para a esquerda.

Heirdsfield (2002) explica no seu artigo que, as estratégias de *Separação* envolvem a separação dos dois números em valores de posição (*place values*), sendo depois realizado o cálculo em duas partes, *da direita para a esquerda* ou *da esquerda para a direita*. As estratégias de *Agregação* requerem que se mantenha um dos números como um todo, separando o outro número em valores de posição (ou em “ordens”), depois fazendo uma adição ou subtracção utilizando múltiplos de 10. Por último, as estratégias *Holísticas* são aquelas em que ambos os números são mantidos por inteiro. É de referir ainda que, de acordo com os mesmos autores, os exemplos de subtracção podem ser resolvidos através de uma estratégia aditiva, dita *build up* ou subtractiva, *build down*.

A literatura remete para o facto de as estratégias referidas como *Separação* e *Holística* serem mais avançadas do que as que requerem que os números sejam separados em valores de posição. Somente os melhores alunos de cálculo mental utilizam a estratégia de *Agregação*, dita a mais complexa, mas que, no entanto é ensinada aos alunos holandeses e utilizada pelos mesmos no ensino básico.

Reys e Reys (1993) apresentam tabelas de categorias que utilizaram para a caracterização do seu trabalho, nomeadamente, na identificação das categorias adoptadas pelos alunos do estudo e as quais expomos em seguida, e que englobam os cinco tipos de cálculo mental utilizados nas entrevistas do seu estudo: adição, subtracção e multiplicação de números inteiros e adição de números fraccionários e decimais.

Agora apresenta-se as categorias de adição e subtracção, que Reys e Reys incluíram no seu estudo de caracterização dos alunos japoneses (1993), sendo que para todas os itens que incluíram no seu estudo, foi apresentada a estratégia dita imagem mental do algoritmo de papel e lápis e a do “soroban” (semelhante ao ábaco, usado no ensino japonês).

Assim, para a resolução do item  $79+26$  verificou-se possível observar as estratégias:

**A. Agrupar por Dez e Uns**

**A1. Esquerda-Direita (Dez primeiro) Ex.:  $70+20=90$ ;  $9+6=15$ ;  $90+15=105$**

**A2. Direita-Esquerda (Uns primeiro) Ex.:  $9+6=15$ ;  $70+20=90$ ;  $15+90=105$**

**B. Mantém uma parcela constrante**

B1. Primeira parcela Ex.:  $79+20=99$ ;  $99+6=105$

B2. Segunda parcela Ex.:  $26+70=96$ ;  $96+9=105$

C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta

C1. Primeira parcela Ex.:  $80+26=106$ ;  $106-1=105$

C2. Segunda parcela Ex.:  $79+30=109$ ;  $109-4=105$

C3. Ambas as parcelas Ex.:  $80+30=110$ ;  $110-1-4=105$

C4. Arredonda as parcelas para múltiplos de cinco e depois ajusta

Ex.:  $75+25=100$ ;  $100+4+1=105$

Para o item, também aditivo, Reis e Reis (1993) observaram as estratégias seguintes:

A. Agrupar por Dez e Uns

A1. Esquerda-Direita (Dez primeiro)

Ex.:  $60+90=150$ ;  $5+9=14$ ;  $150+14=164$

A2. Dta-Esq. (Uns primeiro): Ex.:  $5+9=14$ ;  $60+90=150$ ;  $14+150=164$

A3. Soma cumulativa ( $100+60...+90...+5...+9$ )

B. Mantém uma parcela constante

B1. Primeira parcela: ( $165+90=255$ ;  $255+9=264$ )

B2. Segunda parcela: ( $99+100=199$ ;  $199+60=259$ ;  $259+5=264$ )

C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta

C1. Primeira parcela ( $170+99-5$ ) ou  $200+99-35$

C2. Segunda parcela ( $165+100$ ) -1

C3. Ambas as parcelas ( $170+100=270$ ;  $270-5-1=264$ )

Para o item de subtração  $105 - 97$  verificou-se no mesmo estudo, as seguintes estratégias:

A. Problema aditivo relacionado.  $97+?=105$

A1. Conta "para cima" (por uns até 105)

A2. Conta "para cima" (por uns até 100 e junta 5)

A3. Facto conhecido

A4. Supõe e confirma

B. Arredonda os números e depois ajusta

B1. Primeira Ex.:  $107-97=10$ ;  $10-2=8$  ou  $100-97=3$ ;  $3+5=8$

B2. Segunda Ex.:  $105-95=10$ ;  $10-2=8$  ou  $105-100=5$ ;  $5+3=8$

B3. Ambas Ex.:  $100-90=10$ ;  $15-7=8$

Para resolverem  $100-68$ , o alunos usaram as seguintes estratégias (ainda Reys e Reys, 1997):

A. Dez e Uns

A1. Parcial Ex.:  $100-60=40$ ;  $40-8=32$  ou  $(100-8=92)$ ;  $92-60=32$

B. Problema aditivo relacionado.  $68+?=100$

B1. Conta “para cima” (por uns)

B2. Conta “para cima” Ex.: por uns até 70 e depois dez até 100

B3. Facto conhecido

C. Arredonda os números e depois ajusta

C1. Primeira ---não aplicável---

C2. Segunda Ex.:  $100-70=30$ ;  $30+2=32$  ou  $10-65=35$ ;  $35-3=32$

Quanto às estratégias que caracterizam o cálculo multiplicativo, de números decimais e fraccionários, identificámos somente na descrição realizada por Reys e Reys, dada a escassez no suporte na literatura ao nível desta temática. Estes autores referem as seguintes categorias, tendo sido realizada uma adaptação das mesmas a partir do estudo “Mental Computation Performance and Strategy Use of Japanese Students in Grades 2, 4, 6 and 8” (1993).

Relativamente à realidade portuguesa, o suporte de cálculo conhecido por *soroban*, referido no estudo de Reys e Reys (1993) não é utilizado, sendo um instrumento de cálculo na linha do ábaco, utilizado no Japão.

Assim, para cálculo de multiplicações de um número de dois algarismos por outro que termine em zero, cita-se como exemplo o seguinte item  $38 \times 50$ , observa-se o tipo de estratégias de resolução antecipadas, e adequadas aos alunos japoneses são dois:

A. Arredonda os factores e depois ajusta

A1. Primeiro factor Ex.:  $40 \times 50=2000$ ;  $2 \times 50=100$ ;  $2000-100=1900$

A2. Segundo factor Ex.:  $38 \times 100=3800$ ;  $3800:2=1900$

B. Produtos Parciais

B1. Distributividade Ex.:  $(30 \times 50) + (8 \times 50)$  ou  $[(30 \times 5) + (8 \times 5)] \times 10$

Quanto à multiplicação de um número de um algarismo por outro de dois algarismos, múltiplo de 5 (o número 25), considerou-se o seguinte item,  $7 \times 25$  para ilustrar as estratégias possíveis neste contexto de cálculo, referidas por Reys e Reys (1993):

- A. Produtos Parciais (Distributividade)
  - A1. Adição Ex.:  $(7 \times 20 + 7 \times 5 = 175)$
  - A2. Subtração Ex.:  $(7 \times 30 - 7 \times 5 = 175)$
- B. Arredonda os factores a potências de dez, depois ajusta
  - B1. Primeiro factor Ex.:  $10 \times 25 = 250$ ;  $3 \times 25 = 75$ ;  $250 - 75 = 175$
  - B2. Segundo factor Ex.:  $(7 \times 100 = 700)$ ;  $700 + 4 = 175$

Quanto à soma de números fraccionários citamos como exemplo, o item  $1/2 + 3/4$ . Os autores revelam três estratégias possíveis de cálculo e uma outra opção, que se verificou ter motivado o erro no cálculo: a dita *Misconception*, ou seja, quando o aluno soma numerador e denominador resultando,  $1/2 + 3/4 = 4/6$ .

- A. Decomposição
  - Ex1.:  $1/2 + 1/2 + 1/4$
  - Ex2.  $1/2 + 1 - 1/4$
- B. Converte para decimais e calcula
  - B1.  $0,5 + 0,75 = 1,25$  ( $1 \frac{1}{4}$ )
- C/E. Converte para um denominador comum e soma -  $2/4 + 3/4$

Relativamente à soma de números decimais, cita-se como exemplo ilustrativo das estratégias de cálculo observadas por Reys e Reys (1993), a soma de 0,5 com 0,75. Este item remete para a identificação de unidades, décimas e centésimas, e para a identificação do valor de posição (*place value*) dos algarismos envolvidos na adição. As possibilidades de cálculo reportadas por Reys e Reys (1993) são as três seguintes:

- A. Décimas e centésimas
  - A.1.  $0,5 + 0,7 = 1,2$ ;  $1,2 + 0,05 = 1,25$
- B. Decomposição

B1.  $0,5+0,5+0,25$

B2.  $0,5+1 - 0,25$

C. Converte para fracções e calcula

C1.  $1/2 + 3/4 = 1 \frac{1}{4}$

D. *Misconception* (ignora valor de posição e soma 5 e 75...0,8)

Voltamos a indicar que em todos os itens que serviram para exemplificar as estratégias, Reys e Reys indicam que houve alunos que recorreram à imagem mental do algoritmo de papel e lápis, e do soroban.

Tendo em conta e verificando-se o destaque ainda dado na prática escolar ao cálculo escrito, considera-se pertinente investigar melhor a dimensão real e a importância educativa do cálculo mental em Portugal. Pretende-se entender qual a relação dos alunos com o cálculo mental, tanto ao nível do seu desempenho como das suas atitudes.

O presente estudo surge a partir do trabalho realizado em 1993 por Reys e Reys - *Mental computation performance and strategy use of japanese students in grades 2, 4, 6 and 8* - com o objectivo de caracterizar o desempenho de alunos japoneses ao nível do cálculo mental, e conseguir estabelecer um paralelo com o ensino matemático americano.

Verificada a importância manifestada pelo estudo desenvolvido por Reys e Reys, sente-se a necessidade de melhorar o conhecimento acerca das competências de cálculo mental, ao nível da realidade escolar portuguesa, para que seja possível contribuir para a actuação com sentido ao nível do desenvolvimento do desempenho dos alunos na área de Matemática.

Este trabalho pretende assim descrever as preferências dos alunos de 4º e 6º ano em relação ao cálculo mental, as suas atitudes face ao cálculo mental e escrito e o seu desempenho quando calculam mentalmente. Pretende-se ainda analisar as estratégias que os alunos de 4º ano utilizam quando calculam mentalmente, comparando-as com as reveladas por outros alunos portugueses (Ramalho e Cruz, 2009) e pelos alunos japoneses (no estudo de Reys e Reys, 1993).

### *Objectivos e Hipóteses*

Deste modo, o objectivo geral deste estudo é caracterizar o perfil de alunos do 4º e 6º ano de escolaridade em cálculo mental.

Quanto aos Objectivos Específicos pretende-se:

- 1) Verificar as preferências dos alunos do 4º e 6º ano de escolaridade, pela utilização de cálculo mental por oposição ao cálculo escrito;
- 2) Verificar as atitudes dos alunos do 4º e 6º ano de escolaridade, relativamente ao cálculo mental e escrito;
- 3) Verificar o desempenho em cálculo mental dos alunos de 4º e 6º ano de escolaridade;
- 4) Perceber qual a relação do modo de apresentação (oral ou visual) no desempenho em cálculo mental de 4º e 6º ano;
- 5) Caracterizar as estratégias (iniciais e alternativas) adoptadas pelos alunos do 4º ano de escolaridade, quando calculam mentalmente.

De acordo com a literatura revista anteriormente, estabelecemos as seguintes hipóteses,

- 1) Os alunos não consideram o cálculo mental como uma parte importante das actividades escolares;
- 2) O modo de apresentação (oral e visual) dos itens do teste de cálculo mental está relacionado com o desempenho dos alunos;

## Método

### *Delineamento do Estudo*

Trata-se de um estudo descritivo que envolve os seguintes grupos de variáveis: atitudes dos alunos face ao cálculo mental; atitudes face ao cálculo escrito; desempenho em cálculo mental; estratégias de cálculo utilizadas à priori; e, estratégias de cálculo alternativas. A aplicação dos instrumentos decorreu durante os meses de Maio e Junho, correspondentes ao 3º período.

O estudo seguiu de perto o método utilizado por Reys e Reys (1993).

### *Participantes*

A amostra deste estudo é constituída por 162 crianças, pertencentes a quatro turmas de 4º ano e quatro turmas de 6º ano de escolaridade. Assim, de acordo com a estrutura das diferentes turmas, consideram-se 74 alunos do 4º ano de e 88 do 6º ano de escolaridade, onde aproximadamente 50% pertencem ao sexo masculino e 50% ao sexo feminino.

As crianças que constituem a amostra frequentam escolas públicas do mesmo agrupamento de escolas de uma cidade situada na área da Grande Lisboa. Os participantes pertencem, em média, ao nível socio-económico e cultural médio e médio-baixo. As idades das crianças situam-se entre os 9 e os 14 anos, feitos até ao momento da aplicação dos instrumentos.

**Tabela 2.** Caracterização da amostra

AMOSTRA	Participantes	Sexo				Idades (média)
		Feminino	Masculino			
4º ano	74	26	35	4	64	9,679

			,1%	8	,9%	
6º ano	88	42	47	4	52	11,818
			,7%	6	,3%	
Total da amostra	162	68	42	9	58	10,986
			,0%	4	,0%	

Para as entrevistas recorreu-se a uma amostra de 10 alunos de 4º ano, que participaram no Teste de Cálculo Mental. Os participantes foram escolhidos de forma aleatória, a partir dos resultados obtidos no Teste de Cálculo Mental. Foram assim seleccionados cinco alunos pertencentes ao quintil superior e cinco alunos pertencentes ao quintil mediano, de acordo com o seu desempenho em cálculo mental.

#### *Instrumentos e Procedimentos*

As atitudes dos alunos relativamente ao cálculo mental e ao cálculo escrito, bem como os níveis de desempenho em cálculo mental das crianças participantes, foram avaliados através de *Preferências em Cálculo* (Anexos A e B), do *Inquérito de Atitudes Face ao Cálculo* (Anexo C) e do *Teste de Cálculo Mental* (Anexos D, E, F e G). Para a caracterização das estratégias de cálculo, realizaram-se entrevistas a parte da amostra dos alunos de 4º ano (*Entrevista aos Alunos: estratégias de cálculo utilizadas* - Anexo H).

O *Inquérito de preferência em cálculo mental*, destinado a toda a amostra, teve a intenção de destacar as preferências dos alunos face ao cálculo mental, através da exposição da sua opinião, acerca da questão “Resolveria este problema mentalmente? Sim ou Não” relativamente a vários itens.

O *Inquérito de Atitudes face ao Cálculo*, foi aplicado a todos os alunos da amostra, com o objectivo de ilustrar a forma como os alunos percebem o cálculo mental: percepção da sua competência em cálculo (se é desafiante, se sente sucesso), percepção da utilização do cálculo (quando utiliza/rá mais o cálculo mental e o cálculo escrito) e a percepção da fonte de aprendizagem de cálculo (se a própria criança, se a escola). Os instrumentos adoptados neste estudo são uma

adaptação daqueles que Reys, Reys, Nohda e Emori utilizaram no seu estudo em 1995.

O *Teste de Cálculo Mental - 4º ano*, é composto por 30 itens, sendo 15 apresentados oralmente e os restantes 15 de forma visual; o *Teste de Cálculo Mental - 6º ano* é constituído por 40 itens, sendo 20 dos quais lidos aos alunos e os outros 20 visualizados.

Aos grupos de 4º e 6º ano que fizeram o teste na modalidade A foi apresentada a primeira metade dos itens oralmente pela investigadora e os restantes foram projectados para o grupo (através de um aparelho de projecção). Aos grupos na modalidade B, foram apresentados os itens iniciais de forma visual e a metade seguinte de forma oral, seguindo as indicações clarificadas em seguida.

As questões de cálculo mental apresentadas oralmente foram colocadas pelo investigador, para toda a turma, lidas com 20 segundos destinados à resolução de cada exercício colocado. O teste visual consiste na apresentação, utilizando como suporte uma apresentação em "Powerpoint", de exercícios de cálculo mental, lidos pela investigadora duas vezes com uma pausa de 2-3 segundos entre as leituras, e com 20 segundos de intervalo, para que os alunos leiam e respondam. Após a recolha dos testes, procedeu-se à sua avaliação, utilizando os seguintes parâmetros: (1) para as respostas correctas e (0) para respostas incorrectas, respostas correctas mas com sinais de cálculo escrito, respostas incorrectas e com sinais de cálculo escrito e ainda quando o aluno não responde.

As *Entrevistas aos alunos*, relativamente às estratégias de cálculo utilizadas, foram realizadas a dez alunos do 4º ano, escolhidos aleatoriamente, sendo que cinco dos quais pertenciam ao Quintil Superior e os outros cinco ao Quintil Mediano, relativamente aos resultados do teste de desempenho.

As entrevistas tiveram, em média, a duração aproximada de 30 minutos, de acordo com as indicações de Reys e Reys (1993) e foram realizadas individualmente, ou seja, a uma criança de cada vez, sendo constituídas por 8 itens de cálculo mental. O procedimento, bem como os itens apresentados aos alunos nesta descrição da entrevista, são fundamentados com o estudo referido de Reys e Reys.

Desta forma, foi pedido a cada aluno que resolvesse mentalmente o exercício apresentado e que explicasse quais as estratégias de cálculo que utilizava.

Seguidamente pedia-se que resolvesse o mesmo exercício mas de outra forma, utilizando uma estratégia alternativa de cálculo. Deu-se sempre o tempo necessário à criança para a resolução do problema e para a explicação do seu raciocínio. Todas as entrevistas foram gravadas em formato áudio para posterior análise, divergindo neste ponto o presente trabalho, do estudo de Reys e Reys, que indica terem sido filmadas todas as entrevistas aos alunos. Esta divergência justifica-se pelos insuficientes recursos para a realização das filmagens e também para promover um maior à vontade ao entrevistado.

## Análise dos Resultados

Após a recolha de dados, procedeu-se ao tratamento dos dados, através de análise estatística e de análise de conteúdo, relativamente aos questionários e às entrevistas.

### *Preferências em Cálculo Mental*

O questionário de Preferências em Cálculo Mental apresentado ao grupo de 4º ano é constituído por 12 questões (Anexo A) e o apresentado ao grupo de 6º ano por 14 questões (Anexo B). Alguns dos itens foram referidos nos dois questionários, havendo no entanto, alguns diferentes, correspondentes ao nível de aprendizagem.

Perguntava-se se os alunos preferiam resolver, por exemplo o item  $500+300$ , mentalmente ou não, e para circundarem a opção correspondente. Através do seguinte excerto do questionário apresentado ao 4º ano, pode entender-se o tipo de trabalho solicitado aos alunos (ver questionário completo em Anexo A):

	<b>Problema</b>	<b>Eu resolveria este problema mentalmente</b>	
1.	500 + 300	Sim	Não
2.	Dobro de 26	Sim	Não

Para análise das respostas dos alunos procedeu-se a uma análise de frequências e elaborou-se deste modo uma tabela (Tabela 2.) descritiva das percentagens de respostas dos alunos de acordo com o item apresentado e o ano de escolaridade.

Verifica-se que os alunos de 4º ano revelam maior preferência para a resolução de exercícios através de cálculo mental quando estes envolvem a adição de números múltiplos de 10 e de 100, como é o caso dos itens  $60+80$  (93,2%) e

500+300 (98,6%), e adição de dois números de dois algarismos com “transporte”, ilustrado no item 58+34 (91,9%).

**Tabela3.** Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Responde” dos alunos de 4º e 6º ano, no questionário de Preferências em Cálculo Mental.

Item	4º ano (n=74)			6º ano (n=88)		
	S	N	Não resp.	S	N	Não resp.
60 + 80	93,2	6,8	0,0	-	-	-
58 + 34	91,9	8,1	0,0	88,6	10,2	1,2
47 + 54 + 23	-	-	-	78,4	20,5	1,1
500 + 300	98,6	1,4	0,0	-	-	-
165 + 99	74,3	24,3	1,4	72,7	26,1	1,2
74 - 30	75,7	24,3	0,0	-	-	-
80 - 24	79,7	20,3	0,0	-	-	-
264 - 99	-	-	-	56,8	42,0	1,2
6 - 4,5	-	-	-	64,8	35,2	0,0
$1/2 + 3/4$	-	-	-	29,5	68,2	2,3
$1 - 1/3$	21,6	78,4	0,0	29,5	69,3	1,2
Dobro de 26	75,7	24,3	0,0	-	-	-
60 x 70	62,2	37,8	0,0	73,9	25,0	1,1
14 x 83	40,5	59,5	0,0	35,2	62,5	2,3
35 x 55	-	-	-	51,1	47,7	1,2
100 x 35	73,0	27,0	0,0	-	-	-
945 x 1000	-	-	-	55,7	42,0	2,3
7 x 25	71,6	28,4	0,0	75,0	23,9	1,1
1/10 de 45	-	-	-	6,8	92,0	1,2
0,1 x 45	-	-	-	53,4	45,5	1,1

Quanto aos itens que os alunos gostariam menos de resolver mentalmente, destacam-se as operações com números fracionários ( $1 - 1/3$ ), com 78,4% de respostas afirmativas, a multiplicação de dois números com dois algarismos (14x83) com 59,5% de opções.

Já os alunos de 6º ano revelam preferir resolver mentalmente adições e multiplicações mentalmente. Identificaram como as três principais preferências para

cálculo mental, os seguintes itens:  $58+34$  (88,6%),  $47+54+23$  (78,4%) e  $7 \times 25$  (75,0%). De todas as opções apresentadas, a população de 6º ano escolheu um item mais complexo do que o seria, por exemplo, ainda ao nível da multiplicação, o item  $60 \times 70$  (com 73,9%), ou a adição  $165+99$  (72,7%), ainda que bastante próximos em percentagem.

Os itens que menos aliciam os alunos de 6º ano a querer adoptar o cálculo mental, são os que envolvem números fraccionários, como é o caso de  $1/10$  de 45 (92,0% de respostas negativas),  $1-1/3$  (69,3%) e  $1/2+3/4$  (68,2%). Verifica-se que a grande maioria destes alunos associou o item  $1/10$  de 45 ao problema de maior complexidade exposto no questionário.

Esta análise das preferências em cálculo mental permite-nos observar ainda que globalmente, que os participantes de 4º e 6º ano preferem resolver mentalmente adições, seguindo-se-lhe as subtracções e por último preferem multiplicações. No entanto, as excepções surgem quando os itens envolvem números fraccionários.

Os alunos de 4º ano revelam que, preferencialmente, não adoptariam o cálculo mental para resolver subtracções quando estas envolvem números fraccionários, tendo como exemplo  $1-1/3$ . Expõem ainda que o item  $14 \times 83$  não é também alvo de preferência para cálculo mental (só 40,5% o resolveriam mentalmente), possivelmente por se tratar de uma multiplicação de dois números constituídos por dois algarismos diferentes entre si, e que não são múltiplos de dez ou cem, por exemplo.

Relativamente ao grupo de 6º ano observa-se através da tabela, que dá preferência à resolução de adições mentalmente, seguidas de subtracções, caso estas operações não englobem números fraccionários, e de multiplicações constituídas por dois números de dois algarismos diferentes entre si.

Quanto à adição pode observou-se que os alunos de 4º e 6º ano indicaram preferência para resolver as operações que envolvem múltiplos de dez e cem. Em relação à subtracção, verifica-se que os participantes preferem resolver as operações desde que não envolvam números fraccionários.

Para a multiplicação, são alvo de preferência da amostra, os itens que são também múltiplos de 10, 100 ou 1000. No entanto, o item  $7 \times 25$  é considerado preferencial para a amostra, relativamente ao item  $60 \times 70$ , por exemplo. Este facto

pode ser entendido pelo facto de a multiplicação  $7 \times 25$  ser constituída por um número de um algarismo, o 7 e por um múltiplo de 5 (o 25).

Os alunos de 4º ano revelam mais motivação ou segurança para calcular mentalmente do que os de 6º ano, dado que se confirma que a maioria do grupo, assinalou a opção “Sim, resolveria este problema mentalmente” (a média de “Sim” para 4º ano é 71,5% e para 6º ano 55,1%).

Ainda, se observa que percentagens superiores a 90% só se verificam no 6º ano, para identificar um exercício de elevada complexidade, na opção “Não, resolveria este problema mentalmente” (item 1/10 de 45). Já no grupo de 4º ano, as percentagens superiores a 90%, ilustram as suas preferências de cálculo mental, verificando-se que um dos itens foi assinalado como “Sim” pela quase totalidade dos inquiridos, com 98,6% (500+300).

#### *Atitudes dos Alunos em Cálculo*

Relativamente às atitudes dos alunos da amostra face ao cálculo, efectuou-se uma análise de frequências. As afirmações relativas às atitudes dos alunos face ao cálculo foram organizadas de acordo com as seguintes categorias, referidas na literatura: *Gosto e Interesse*, *Percepção de Competência*, *Percepção de Valor*, *Percepção de Uso* e *Percepção da Fonte de Instrução*. As frases do questionário foram distribuídas aleatoriamente no suporte apresentado aos alunos, como se pode verificar através do instrumento adoptado e adaptado do estudo de Reys e Reys (Anexo C).

Verifica-se que, através de uma análise global das atitudes dos alunos face ao cálculo, que 4º e 6º anos manifestam atitudes semelhantes relativamente às frases do questionário, dado que a diferença das percentagens entre os dois grupos não ultrapassa os 17,2%. Pode dizer-se que os participantes partilham atitudes e opiniões quanto ao cálculo.

As percentagens de respostas “S” (Sim), “N” (Não) e “NS” (Não Sei) dos participantes foram organizadas de acordo com as cinco categorias mencionadas e com o ano de escolaridade.

**Tabela 4.** - Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria *Gosto e Interesse*.

Atitudes face ao cálculo: categoria <i>Gosto e Interesse</i>	4º ano (n=74)			6º ano (n=88)		
	S	N	N S	S	N	N S
Gosto de fazer cálculo escrito.	8 3,8	1 2,2	4 ,1	8 1,8	1 2,5	3 ,4
Gosto de fazer cálculo mental.	6 3,5	1 3,5	1 7,6	5 9,1	2 7,3	1 0,2
Acho o cálculo mental interessante.	7 9,7	5 ,4	1 4,9	6 9,3	1 9,3	9 ,1
Cálculo escrito é mais interessante do que o cálculo mental.	1 7,6	6 3,5	1 3,5	1 8,2	6 4,8	1 7,0
Cálculo mental é mais interessante do que cálculo escrito.	6 2,2	1 8,9	1 0,8	5 3,4	2 5,0	1 9,3

Relativamente à categoria *Gosto e Interesse* (Tabela 4.) pode entender-se que os alunos de 4º ano manifestam gosto na realização de cálculo escrito (83,8%), mas o cálculo mental é para eles mais interessante do que o cálculo realizado no papel (62,2%). Os alunos de 6º ano partilham a mesma opinião, embora as percentagens não sejam tão marcantes.

**Tabela 5** - Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria *Percepção de Competência*

Atitudes face ao cálculo: categoria <i>Percepção de Competência</i>	4º ano (n=74)			6º ano (n=88)		
	S	N	N S	S	N	N S
O cálculo escrito desafia-me.	3 1,1	5 0,0	1 0,8	3 0,7	5 6,8	1 1,4
O cálculo mental desafia-me.	7 5,7	1 0,8	4 ,1	7 6,1	1 1,4	1 0,2
Sou bom em cálculo escrito.	7 5,7	2 ,7	1 6,2	7 8,4	5 ,7	1 4,8
Sou bom em cálculo mental.	4 1,9	2 1,6	2 7,0	3 3,0	2 9,5	3 4,1

Acho o cálculo escrito mais desafiante do que o cálculo mental.	1 7,6	6 0,8	1 4,9	1 1,4	7 9,5	8 ,0
Acho o cálculo mental mais desafiante que o cálculo escrito.	7 5,7	1 8,9	4 ,1	8 3,0	1 1,4	4 ,5
Sou melhor em cálculo escrito do que em cálculo mental.	5 6,8	3 2,4	1 0,8	7 1,6	1 4,8	1 0,2
Sou melhor em cálculo mental do que em cálculo escrito.	3 3,8	3 9,2	1 6,2	2 5,0	5 4,5	1 7

Na categoria *Percepção de Competência* (Tabela 5.) os alunos de 4º e 6º voltam a manifestar atitudes semelhantes, sendo considerado por mais de dois terços da amostra que o cálculo mental os desafia mais que o cálculo escrito. No entanto, sentem que são melhores em cálculo escrito do que em cálculo mental (4º ano, 56,8% e 6º ano, 71,6%).

**Tabela 6.** - Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria *Percepção de Valor*

Atitudes face ao cálculo: categoria <i>Percepção de Valor</i>	4º ano (n=74)			6º ano (n=88)		
	S	N	NS	S	N	NS
É importante ser bom em cálculo escrito.	66,2	9,5	13,5	72,7	5,7	20,5
É importante ser bom em cálculo mental.	73,0	6,8	12,2	83,0	5,7	8,0
É mais importante ser bom em cálculo escrito do que em cálculo mental.	18,9	37,8	35,1	11,4	48,9	37,5
É mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito	67,6	6,8	25,7	53,4	15,9	28,4

Quanto à categoria *Percepção de Valor* (Tabela 6.) observa-se que mais de dois terços dos participantes dos dois anos de escolaridade consideram importante ser bom em cálculo escrito e em cálculo mental. Para 67,6% dos alunos de 4º ano e 53,4% de 6º ano, é mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito.

**Tabela 7.** - Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria *Percepção de Uso*

Atitudes face ao cálculo: categoria <i>Percepção de Uso</i>	4º ano (n=74)			6º ano (n=88)		
	S	N	NS	S	N	NS
Penso que irei fazer mais cálculo escrito do que cálculo mental como adulto.	31,1	33,8	32,4	26,1	27,3	46,6
Penso que irei fazer mais cálculo mental do que cálculo escrito como adulto.	41,9	20,3	29,7	30,7	26,1	40,9
Na escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	86,5	4,1	9,5	69,3	11,4	18,2
Na escola faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	10,8	67,6	10,8	17,0	64,8	17,0

Fora da escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	50,0	35,1	10,8	46,6	45,5	6,8
Fora da escola, faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	51,4	40,5	6,8	37,5	54,5	6,8

A *Percepção de Uso* (Tabela 7.) dos alunos vai ao encontro da ideia de que realizam mais exercícios de cálculo escrito na escola do que de cálculo mental (4º ano, 86,5% e 6º ano, 69,3%). Já fora da escola, os alunos de 4º e 6º ano dividem as suas atitudes, considerando que realizam tanto cálculo escrito como cálculo mental. Para 51,4% dos alunos de 4º ano e 54,5% de 6º ano, realizam mais cálculo mental do que escrito, fora da escola.

As opiniões da amostra quando se projectam no futuro, dividem-se pelas três opções (S, N ou NS), ou seja, os alunos parecem não ter ainda opinião definida quanto ao tipo de cálculo que mais farão enquanto adultos.

**Tabela 8.** - Percentagem de respostas “Sim”, “Não” e “Não Sei”, de 4º e 6º ano de escolaridade, às frases reflectindo atitudes face ao cálculo, na Categoria *Percepção da Fonte de Instrução*

Atitudes face ao cálculo: categoria <i>Percepção da Fonte de Instrução</i>	4º ano (n=74)			6º ano (n=88)		
	S	N	NS	S	N	NS
Aprendi a fazer cálculo escrito na escola.	68,9	12,2	10,8	75,0	19,3	4,5
Aprendi a fazer cálculo mental na escola.	52,7	28,4	8,1	59,1	30,7	10,2
Aprendi a fazer cálculo escrito sozinho.	36,5	44,6	16,2	27,3	67,0	4,5
Aprendi a fazer cálculo mental sozinho.	54,1	33,8	12,2	43,2	44,3	11,4

Os participantes, na categoria de *Percepção da Fonte de Instrução* (Tabela 8.), manifestam que aprenderam a fazer cálculo de papel e lápis na escola (4º ano, 68,9% e 6º ano, 75,0%), mas a aprendizagem do cálculo mental divide as opiniões. Aproximadamente metade dos alunos, considera ter aprendido a calcular mentalmente sozinhos (4º ano, 54,1% e 6º ano, 43,2%).

De acordo com a análise anterior, e sem querer correr o risco de generalizar, apresenta-se aqui uma possível caracterização das atitudes dos alunos deste estudo face ao cálculo:

Aprenderam a fazer cálculo escrito na escola e passam mais tempo na escola a fazer cálculo escrito do que cálculo mental. Açam o cálculo mental desafiante, mas são melhores em cálculo escrito do que em cálculo mental. Açam importante ser bom em cálculo mental e em cálculo escrito, mas como adultos vão usar mais o

cálculo mental, portanto o cálculo mental é mais importante do que o cálculo escrito. Apesar de terem aprendido a fazer cálculo mental na escola, também aprenderam muito sozinhos.

### *Desempenho em cálculo mental*

A intenção deste estudo é reunir e caracterizar a informação acerca do desempenho em cálculo mental dos alunos de 4º e 6º ano portugueses. Assim, seguimos para a observação dos resultados dos alunos no Teste de Cálculo Mental, constituído por 30 itens de cálculo mental para o 4º ano (Anexo D e E) e por 40 itens para o 6º ano (Anexo F e G).

Relativamente ao desempenho em cálculo mental, elaborou-se uma tabela (Tabela 9) para explicitar os níveis de desempenho totais no Teste de Cálculo Mental (TCM), por ano de escolaridade. No entanto, não nos é possível efectuar comparações, entre 4º e 6º ano, já que os testes aplicados aos dois grupos são diferentes tendo apenas alguns itens em comum, como se observará na tabelas posteriores.

**Tabela 9.** Média de desempenho por ano de escolaridade

	<b>4º ano</b>	<b>6º ano</b>
<b>N.º de Alunos</b>	74	88
<b>N.º de itens do TCM</b>	30	40
<b>Média de desempenho</b>	45,33%	41,6%

Da observação da Tabela 9., percebe-se que os 74 alunos de 4º ano obtiveram um score total médio de 45,33% nos 30 itens do TCM, enquanto os 88 alunos de 6º ano registaram um score de 41,6% nos 40 itens. Pode entender-se que os alunos de 4º ano tiveram ligeiramente mais sucesso do que os de 6º ano, relativamente ao teste de cálculo mental que lhes foi apresentado especificamente.

*Melhores/Piores Resultados por Item*

Para analisar o desempenho dos alunos em cálculo mental, elaboraram-se três tabelas de frequências, segundo o tipo de operação (adição, subtração e multiplicação), para entender quais os itens alvo de maior sucesso e de menor sucesso entre os alunos da amostra, de acordo com o sexo e ano de escolaridade.

Inicia-se a análise com as percentagens de respostas certas aos itens que foram apresentados no Teste de Cálculo Mental, como se observa nas três tabelas seguintes, sendo que a tabela 10 descreve os resultados para os itens aditivos, a tabela 11 para os itens subtrativos e a tabela 12 para os itens multiplicativos.

**Tabela 10.** Percentagem de respostas correctas por item do Teste de Cálculo Mental para itens envolvendo a adição, organizadas por ano de escolaridade e sexo.

Itens envolvendo a Adição	4º ano			6º ano		
	S exo Fem.	S exo Masc.	T otal	S exo Fem.	S exo Masc.	T otal
60+80	85	87	86	-	-	-
300+5	92	100	91	-	-	-
150+25	81	92	86	86	89	87
450+15	85	85	85	76	93	84
440+8	-	-	-	95	100	97
3500+35	77	79	78	74	96	85
4200+60	69	92	80	76	96	86
58+34	62	71	66	69	76	72
68+32	58	62	60	-	-	-
79+26	58	65	61	76	74	75
165+99	62	21	41	33	50	41
182+97	46	46	46	57	54	55
6,2+4,9	42	44	43	40	37	38

0,5+0,75	0	10	<b>0</b> <b>7</b>	17	1 3	<b>1</b> <b>5</b>
12,000+40	-	-	-	33	3 9	<b>3</b> <b>6</b>
$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$	04	13	<b>0</b> <b>9</b>	14	1 7	<b>1</b> <b>6</b>
$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$	0	02	<b>0</b> <b>1</b>	24	2 4	<b>2</b> <b>4</b>
$2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$	-	-	-	38	3 3	<b>3</b> <b>5</b>
$2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$	-	-	-	02	0	<b>0</b> <b>1</b>

Observa-se na Tabela 10 que a maioria dos participantes respondeu correctamente a questões envolvendo a adição de números múltiplos de dez, cem e cinco. É o caso do item  $300+5$  com 97% de respostas certas por parte dos alunos de 4º ano, e do item  $440+8$  com 98%, relativamente ao grupo de 6º ano.

Ainda, outros itens foram considerados de fácil resolução pelos alunos, como por exemplo, as operações  $150+25$ ,  $450+15$ ,  $4200+60$ ,  $60+80$  que foram resolvidas correctamente por mais de dois terços da população deste estudo.

Relativamente às dificuldades dos alunos na adição através de cálculo mental, observa-se que  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$  foi resolvido correctamente somente por 1% da amostra de 4º ano e que a mesma percentagem dos alunos de 6º ano acertou na resposta ao item  $2\frac{1}{2} + 3\frac{3}{4}$ . Assim podemos perceber que as dificuldades da amostra estudada consistem essencialmente na adição de números fraccionários.

**Tabela 11.** Percentagem de respostas correctas por item do Teste de Cálculo Mental para itens envolvendo a subtracção, organizadas por ano de escolaridade e sexo.

Itens envolvendo a Subtracção	4º ano			6º ano		
	Sexo Fem.	Sexo Masc.	Total	Sexo Fem.	Sexo Masc.	Total
80-24	27	46	<b>39</b>	52	43	<b>48</b>
74-30	46	73	<b>64</b>	-	-	-
100-68	31	44	<b>39</b>	38	57	<b>48</b>

105-26	23	31	<b>28</b>	36	48	<b>42</b>
105-97	27	17	<b>20</b>	-	-	-
140-60	23	67	<b>51</b>	-	-	-
264-99	-	-	-	33	26	<b>30</b>
Tirar metade a 52	23	50	<b>41</b>	-	-	-
4,5 - 3	-	-	-	62	67	<b>65</b>
6 - 4,5	-	-	-	21	30	<b>26</b>
$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$	04	02	<b>03</b>	07	09	<b>08</b>
1- $\frac{1}{3}$	0	0	<b>0</b>	19	13	<b>16</b>
6 - $4\frac{1}{2}$	-	-	-	10	22	<b>16</b>
$4\frac{1}{2} - 3$	-	-	-	02	07	<b>05</b>

A análise da Tabela 11 relativa às subtrações do Teste de Cálculo Mental, permite-mos observar que os itens com melhor desempenho por parte dos alunos de 4º ano são 74-30 (64%) e 140-60 (51%).

Já os elementos de 6º ano mostraram melhores resultados relativamente aos itens 4,5-3 (65%), 80-24 e 100-68 (ambos os itens com 48% de respostas certas). Estes resultados permitem-nos dizer que os alunos de 4º e 6º anos têm mais sucesso no cálculo mental de subtrações, quando estas envolvem números que sejam múltiplos de 10 e 100.

Os piores resultados de 4º ano verificam-se nos itens que envolvem números fraccionários: 1- $\frac{1}{3}$  (0%) e  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$  (3%). Os alunos de 6º ano revelam resultados idênticos para os itens  $4\frac{1}{2} - 3$  (5%) e  $\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$  (8%). Verifica-se assim que os alunos de 4º e 6º ano revelam maiores dificuldades em resolver mentalmente subtrações com números fraccionários.

**Tabela 12.** Percentagem de respostas correctas por item do Teste de Cálculo Mental para itens envolvendo a multiplicação, organizadas por ano de escolaridade e sexo.

Itens envolvendo a	4º ano			6º ano		
	Sexo	Sexo	Total	Sexo	Sexo	Total

<b>Multiplicação</b>	<b>Fem.</b>	<b>Masc.</b>		<b>Fem.</b>	<b>Masc.</b>	
60x70	19	25	<b>23</b>	38	33	<b>35</b>
100x35	46	44	<b>45</b>	-	-	-
300x40	23	29	<b>27</b>	29	17	<b>23</b>
7x25	65	50	<b>55</b>	43	41	<b>42</b>
38x50	08	04	<b>05</b>	12	07	<b>09</b>
7x49	-	-	-	24	13	<b>18</b>
0,1x45	-	-	-	48	35	<b>41</b>
0,5x0,48	-	-	-	02	00	<b>01</b>
4 x 3 ½	-	-	-	31	26	<b>28</b>
Dobro de 26	69	71	<b>70</b>	57	80	<b>69</b>
Quanto é 1/10 de 45?	-	-	-	21	15	<b>18</b>
Quanto é 10% de 48?	-	-	-	26	26	<b>26</b>
Quanto é 100% de 48?	-	-	-	64	61	<b>63</b>
Quanto é 50% de 48?	-	-	-	62	83	<b>73</b>
Quanto é 25% de 48?	-	-	-	64	57	<b>60</b>

Nas questões relacionadas com a multiplicação (Tabela 12.) é possível observar-se que mais de dois terços dos alunos obtêm sucesso nos seguintes itens: Dobro de 26 (4º ano, 70% e 6º ano, 69%), Quanto é 50% de 48? (6º ano, 73%). Ao cálculo  $7 \times 25$ , 55% dos participantes de 4º ano e 42% dos de 6º ano, respondem correctamente, provavelmente por se tratar de uma operação envolvendo um múltiplo de 5.

No entanto, na multiplicação  $38 \times 50$ , só 5% dos alunos de 4º ano e 9% de 6º ano deram a resposta certa. É portanto esta a multiplicação de nível mais elevado para os participantes do teste, apesar de não envolver números fraccionários ou decimais, como se pode observar na linha das percentagens mais baixas de 6º ano, com o item  $0,5 \times 0,48$  (1%).

Da análise das três tabelas, retiramos que os alunos têm mais sucesso a calcular mentalmente adições, algum sucesso nas subtracções e consideram mais difícil o cálculo multiplicativo. O seu sucesso está dependente também do tipo de números que constituem as operações. Se os números forem múltiplos de 10, 100, 1000 ou 5, os alunos revelam maiores facilidades a calcular.

Por outro lado, se os números forem decimais ou fraccionários, os alunos mostram maiores dificuldades, independentemente do ano de escolaridade. Tomemos como exemplo os seguintes:  $1 - \frac{1}{3}$  (4º ano 0%),  $2 \frac{1}{2} + 3 \frac{3}{4}$  (6º ano, 1%)  $0,5 + 0,75$  (4º ano, 7%) e  $0,5 \times 0,48$  (6º ano, 1%).

Observa-se ainda que o grupo de 6º ano obteve melhores resultados no Teste de Cálculo Mental, em geral, relativamente aos itens que são comuns ao Teste

apresentado ao 4º ano. Os itens onde, comparativamente ao 4º ano, o 6º ano é melhor, são os que envolvem números fraccionários, como  $1/2+3/4$  (4º ano, 1% e 6º ano, 24%) e  $1-1/3$  (4º ano, 0% e 6º ano, 16%). O 4º ano revela, apesar de a diferença não ser muito relevante, melhores resultados, no item  $7 \times 25$ , com 55% de respostas correctas, face a 42% do 6º ano.

Ainda que não seja um objectivo deste estudo, decidimos apresentar uma sucinta análise da performance, relativamente à variável sexo. É possível observar-se através das tabelas anteriores, que, de uma forma geral, os participantes do género masculino revelam maior sucesso no Teste de Cálculo Mental.

#### *O Modo de Apresentação*

A aplicação do teste de cálculo mental, de acordo com o modo de apresentação que está explicitado na seguinte tabela (Tabela 13.), foi analisada independentemente, para o 4º e para o 6º ano.

**Tabela13** . Esquema de aplicação do Teste de Cálculo Mental, a 4º e a 6º ano

Modo	Apresentação	Itens 4º ano	Itens 6º ano
1	O (oral)	1 - 15	1 - 20
	V (visual)	16 - 30	21 - 40
2	V (visual)	1 - 15	1 - 20
	O (oral)	16 - 30	21 - 40

Para analisar a relação do modo de apresentação dos itens com o sucesso da sua resolução, recorreu-se a uma análise cruzando as seguintes variáveis: ano de escolaridade, item do Teste de Cálculo Mental e modo de apresentação (1 ou 2).

Pretendia entender-se primeiramente, se a ordem de apresentação dos itens orais e visuais se relacionava com o sucesso dos alunos. Isto é, se os alunos obtinham melhores resultados nos itens (orais ou visuais) quando estes lhes eram apresentados na primeira parte ou na segunda parte do teste.

Seguidamente, era pretendido verificar se os alunos obtiveram melhores resultados nos itens que lhes foram apresentados oralmente ou visualmente.

Em seguida observa-se a análise que nos permitiu compreender estas questões e que se encontra organizada da seguinte forma:

- 1) Score Visual – 4º ano – ordem de apresentação;
- 2) Score Oral – 4º ano - ordem de apresentação;
- 3) Score Visual 4º ano e Score Oral de 4º ano - comparação;
- 4) Score Visual – 6º ano - ordem de apresentação;
- 5) Score Oral – 6º ano - ordem de apresentação;
- 6) Score Visual 6º ano e Score Oral de 6º ano - comparação.

*1) Score Visual – 4º ano - ordem de apresentação*

Para verificar se a ordem de apresentação visual do bloco de itens estava relacionada com o sucesso da sua resolução, procedeu-se à verificação dos pressupostos correspondente ao teste paramétrico *t* de Student para amostras independentes (tabela 14). Aplicou-se então o teste de Levene, com o objectivo de verificar se havia igualdade das variâncias. Dado que houve um afastamento significativo dessa igualdade procedeu-se à utilização de um teste não paramétrico, o teste de Mann- Whitney (tabela 15).

**Tabela 14.** Análise em SPSS – Teste de Levene's para igualdade de variâncias, para Score Visual – 4º ano

		Independent Samples Test									
		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper	
ScoreV4	Equal variances assumed	5,536	,021	-,576	72	,567	-,38681	,67180	-1,72603	,95240	
	Equal variances not assumed			-,586	69,111	,560	-,38681	,66051	-1,70446	,93083	

**Tabela 15.** Teste de Mann- Whitney – 4º ano Score Visual

**Test Statistics<sup>a</sup>**

	ScoreV4
Mann-Whitney U	601,000
Wilcoxon W	1231,000
Z	-,888
Asymp. Sig. (2-tailed)	,374

O teste de Mann-Whitney indicou que no 4º ano, a ordem de apresentação não está relacionada com o score visual ( $p=0,374$ ). Isto é, a média obtida quando a primeira apresentação foi visual, foi idêntica à obtida quando a segunda apresentação foi visual.

### 2) Score Oral – 4º ano - Ordem de apresentação

Com o mesmo objectivo já referido anteriormente para o score visual, aplicou-se o teste de Levene (tabela 16), para verificar se o pressuposto da igualdade das variâncias se verificava. Dado que não houve um afastamento significativo dessa igualdade ( $p>0.05$ ), procedeu-se à utilização do teste *t* de Student para amostras independentes. O resultado não foi estatisticamente significativo, o que revela que a ordem de apresentação não está relacionada com o score oral. Isto é, a mediana obtida quando a primeira apresentação foi oral, foi idêntica à obtida quando a segunda apresentação foi oral.

**Tabela 16.** Análise em SPSS – Teste de Levene's para igualdade de variâncias, para Score Oral – 4º ano

#### Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means							
									95% Confidence Interval of the Difference	
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper	
Equal variances assumed	3,777	,056	-,671	72	,505	-,46740	,69706	-1,85697	,92217	

### Independent Samples Test

	Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means							
								95% Confidence Interval of the Difference		
	F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper	
Score04	Equal variances assumed	3,777	,056	-,671	72	,505	-,46740	,69706	-1,85697	,92217
	Equal variances not assumed			-,662	64,180	,511	-,46740	,70640	-1,87852	,94372

### 3) Score Visual 4º ano e Score Oral de 4º ano - Comparação

Após verificar-se que a ordem de apresentação dos itens, tanto orais como visuais, do teste de 4º ano, não influencia o desempenho, apresentar-se-á em seguida uma comparação entre o score dos alunos na apresentação visual e o score na apresentação oral, afim de se verificar em que tipo de apresentação os alunos obtiveram melhores resultados.

Aplicou-se o teste t de Student para amostras emparelhadas, para se observar se existiam diferenças entre as médias dos itens apresentados visualmente e dos itens apresentados oralmente, o resultado foi estatisticamente significativo, como se observa em seguida (tabelas 17 e 18).

**Tabela 17.** Análise em SPSS – Teste t de Student, para amostras emparelhadas - Score Oral e Score Visual- 4º ano

### Paired Samples Test

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Score04 Pair 1 - ScoreV4	-1,24324	2,43159	,28267	-1,80660	-,67989	-4,398	73	,000

**Tabela 18.** Análise em SPSS – Médias de Score Visual e Score Oral – 4º ano

Paired Samples Statistics					
	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean	
Pair 1	ScoreO4	6,1892	74	2,98249	,34671
	ScoreV4	7,4324	74	2,87207	,33387

Podemos assumir deste modo, que existem diferenças entre os scores médios visuais e os orais, sendo o melhor desempenho dos alunos de 4º ano, ao nível dos itens apresentados visualmente.

#### 4) Score Visual – 6º ano - Ordem de apresentação

Para se verificar se a ordem de apresentação interferia no desempenho dos alunos de 6º ano, à semelhança do que foi feito para o 4º ano, aplicou-se o teste de Levene, que revelou haver diferenças significativas,  $p=0,017$  (tabela 19, que engloba os resultados tanto do Score Visual, como do Score Oral do 6º ano).

**Tabela 19.** Análise em SPSS – Teste de Levene's para igualdade de variâncias, para Score Visual e Score Oral – 6º ano

		Levene's Test for Equality of Variances		t-test for Equality of Means						
									95% Confidence Interval of the Difference	
		F	Sig.	t	df	Sig. (2-tailed)	Mean Difference	Std. Error Difference	Lower	Upper
ScoreV6	Equal variances assumed	5,961	,017	-1,736	86	,086	-1,43824	,82854	-3,08532	,20884
	Equal variances not assumed			-1,724	76,962	,089	-1,43824	,83425	-3,09946	,22297

Score06	Equal variances assumed	,029	,866	-,895	86	,373	-,70491	,78762	-2,27064	,86082
	Equal variances not assumed			-,897	85,844	,372	-,70491	,78602	-2,26750	,85768

Passou-se então à utilização do teste de Mann-Whitney (tabela 20) que revelou não existirem diferenças na ordem de apresentação visual, com ( $p=0,079$ ).

**Tabela 20.** Análise em SPSS – Teste de Mann-Whitney para Score Visual – 6º ano

**Test Statistics<sup>a</sup>**

	ScoreV6
Mann-Whitney U	758,000
Wilcoxon W	1793,000
Z	-1,755
Asymp. Sig. (2-tailed)	,079

a. Grouping Variable: Versao

**5) Score Oral – 6º ano - Ordem de apresentação**

Relativamente à ordem de apresentação dos itens orais, aplicou-se também o mesmo procedimento, verificando-se que para o score oral não existem diferenças significativas no desempenho dos alunos de 6º ano, tal como se pode constatar através da tabela 19, já apresentada anteriormente.

**6) Score Visual de 6º ano e Score Oral de 6º ano - Comparação**

Como se verificou através das duas análises anteriores (Score Visual e Score Oral de 6º ano) as diferenças entre a ordem de apresentação dos itens visuais e orais, não influenciam o desempenho dos alunos de 6º ano. Assim, e à semelhança do procedimento adoptado para o grupo de 4º ano, procede-se agora à comparação entre os scores visuais com scores orais, para se verificar em que tipo de apresentação dos itens os participantes têm melhor desempenho.

**Tabela 21.** Análise em SPSS – Teste t de Student, para amostras emparelhadas - Score Visual e Score Oral – 6º ano

**Paired Samples Test**

	Paired Differences					t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	95% Confidence Interval of the Difference				
				Lower	Upper			
Pair 1 ScoreO6 - ScoreV6	-1,62500	2,85396	,30423	-2,22970	-1,02030	-5,341	87	,000

**Tabela 22.** Análise em SPSS – Médias de Score Visual e Score Oral – 6º ano

**Paired Samples Statistics**

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 ScoreO6	7,5000	88	3,68906	,39326
ScoreV6	9,1250	88	3,92988	,41893

Tal como os dados revelam nas tabelas 21 e 22, existem diferenças significativas entre os scores visuais e scores orais, sendo os primeiros mais elevados. Os alunos de 6º revelaram deste modo, melhor desempenho nos itens apresentados visualmente.

Da análise efectuada, tanto para o desempenho de 4º como 6º ano, pode dizer-se que os dois grupos de alunos revelam melhor desempenho em cálculo mental, quando os itens lhes são apresentados visualmente, não existindo diferenças na ordem de apresentação dos itens de cálculo, ou seja se lhes foi apresentado primeiro os itens orais ou os itens visuais (Modo 1 ou 2).

*Entrevistas aos Alunos de 4º ano*

As entrevistas, constituídas por oito itens de cálculo, foram realizadas somente a dez alunos de 4º ano, pertencendo cinco dos quais ao quintil superior e os outros cinco ao quintil mediano. Os participantes foram escolhidos aleatoriamente, de acordo com os seus resultados no teste de desempenho.

Organizaram-se as estratégias de cálculo utilizadas pelos alunos, de acordo com as categorias apresentadas por Reys e Reys, já descritas na revisão de literatura.

Para cada item da entrevista (Anexo H), é apresentada a “Estratégia Inicial”, ou seja, a primeira forma descrita pelo entrevistado para calcular mentalmente o item e a “Estratégia Alternativa”, a forma diferente da primeira através da qual o aluno consegue calcular o mesmo item. Por vezes os alunos corrigiram erradamente as suas respostas após calcular correctamente. Neste tipo de situações, optou-se por considerar a estratégia correcta, desde que descrita com coerência antes da reformulação. Caso a estratégia alternativa seja idêntica à inicial, não se considera.

Outros alunos iniciam a descrição da estratégia, abandonando-a antes de a concluir, dizendo “não sei” ou “perdi-me”, e apesar do auxílio do entrevistador, não conseguiram concluí-la. Nestes casos, descreve-se qual a parte do raciocínio que a criança seguiu, encaixando a estratégia numa das categorias, mas assinalando-a como incompleta, por exemplo para um aluno do quintil mediano, a abreviatura é “Mi”. Quando a sua resposta está errada, devido a algum erro num cálculo intermédio, mas apresenta um raciocínio coerente, indica-se a seguinte abreviatura “Me”. É de referir que para efeitos da análise seguinte não serão consideradas as respostas incompletas ou com resultado errado. Será feita uma observação posterior.

Para além dos resultados das entrevistas apresentados por Reys e Reys no seu trabalho, reportam-se aqui igualmente os resultados obtidos por Ramalho e Cruz (2009), com vista ao enriquecimento do trabalho através de uma comparação entre os três estudos.

Os oito itens que compuseram as entrevistas do presente trabalho, fizeram parte integrante do estudo dos autores referidos, com excepção do item 7, compostos por números fraccionários, que não é contemplado no estudo de Ramalho e Cruz (2009).

As tabelas de análise das entrevistas são assim compostas por quatro colunas destinadas a resultados relativos a este estudo, sendo que a primeira é composta por “Estratégias Iniciais” e a segunda por “Estratégias Alternativas”; a terceira destina-se aos resultados de Ramalho e Cruz (2009); e a quarta, aos resultados de Reys e Reys (1993).

**Tabela 23.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver  $79+26$

<b>Estratégias</b> <b>Item 1 : <math>79 + 26</math></b>	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Agrupar por Dez e Uns A1. Esq.-Dta (Dez primeiro): ( $70+20=90$ ; $9+6=15$ ; $90+15=105$ ) A2. Dta-Esq. (Uns primeiro): ( $9+6=15$ ; $70+20=90$ ; $15+90=105$ ) A3. Soma cumulativa ( $70+20\dots+9\dots+6$ ou $70+20\dots+10\dots+5$ )		S	S	S
B. Mantém uma parcela constante B1. Primeira parcela: ( $79+20=99$ ; $99+6=105$ ) B2. Segunda parcela: ( $26+70=96$ ; $96+9=105$ )	S	Mi	S	S
C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta C1. Primeira parcela ( $80+26=106$ ; $106-1=105$ ) C2. Segunda parcela ( $79+30=109$ ; $109-4=105$ ) C3. Ambas as parcelas ( $80+30=110$ ; $110-1-4=105$ ) C.4. Arredonda as parcelas para múltiplos de cinco e depois ajusta ( $75+25=100$ ; $100+4+1=105$ )			S	
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSMM S		SSMMM MM	SM
G. Não consegue explicar	M	SMMM		SMM

Os alunos entrevistados apresentaram três tipos de estratégias para a resolução do item  $79+26$  (tabela 23). A maioria (6 alunos) resolveu a tarefa através da “Imagem mental do algoritmo de papel e lápis”, 2 alunos do Quintil Mediano utilizaram a estratégia “Agrupa por Dez e Uns (através de Soma cumulativa) e apenas 1 do Quintil Superior adoptou a estratégia dita como “Mantém a segunda parcela constante”.

Relativamente às estratégias alternativas, observa-se que 3 alunos (2 do Quintil Superior e 1 do Mediano) adoptaram a imagem mental do algoritmo e outros 2 alunos (do Quintil Superior) as estratégias “Agrupar por Dez e Uns” (1 aluno fá-lo da “Esq.-Dta, Dez primeiro” e 1 aluno faz uma “Soma cumulativa”).

Ou seja, após resolverem através da imagem do cálculo de papel e lápis, 2 alunos do Quintil Superior conseguem optar por estratégias diferentes para calcular o mesmo item.

As autoras Ramalho e Cruz (2008) observaram que a maioria dos alunos do seu estudo, adoptaram a estratégia do “algoritmo mental”, verificando ainda as categorias “Arredonda uma ou ambas as parcelas e depois ajusta”, “Mantém a uma parcela constante” e “Agrupa por Dez e Uns” (Soma cumulativa).

Já Reys e Reys (1993) verificaram que 5 alunos da amostra utilizam as estratégias “Agrupa por Dez e Uns” e “Mantém uma parcela constante” e só 2 alunos resolvem através do algoritmo mental.

Quanto aos alunos que não conseguiram explicar coerentemente uma estratégia inicial para resolução do item, temos 1 aluno (quartil mediano) no presente estudo e 3 em Reys e Reys (1 do quartil superior e 2 do mediano). Ramalho e Cruz não reportam incidência de casos nesta opção.

Verifica-se que a maioria dos alunos, dos dois estudos portugueses em análise, adopta a imagem mental do algoritmo de papel e lápis para resolver  $79+26$ .

Refere-se ainda que dois alunos do Quartil Superior e um do Mediano apresentaram uma estratégia alternativa, diferente da imagem mental do algoritmo de papel e lápis, sendo que o aluno mediano não foi capaz de concluir correctamente o raciocínio que utilizou (indicado como Mi).

**Tabela 24.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver  $165+99$

<b>Estratégias</b> <b>Item 2 : 165 + 99</b>	<b>Estratégia Inicial</b>	<b>Estratégia Alternativa</b>	<b>Ramalho e Cruz, 2009</b>	<b>Reys e Reys, 1993</b>
A. Agrupar por Dez e Uns A1. Esq.-Dta (Dez primeiro): ( $60+90=105$ ; $5+9=14$ ; $100+150+14=264$ ) <b>*Neste estudo: <math>160+90=250</math>; <math>5+9=14</math>; <math>250+14=264</math></b>	M			SMM
A2. Dta-Esq. (Uns primeiro): ( $5+9=14$ ; $60+90=150$ ; $14+150+100=264$ ) <b>*Neste estudo: <math>65+99=164</math>... <math>+100=264</math></b>		S		S
A3. Soma cumulativa ( $100+60$ ... $+90$ ... $+5$ ... $+9$ ) <b>*Neste estudo: <math>160+40=200</math>... <math>+50=250</math>... <math>+5=255</math>... <math>+9=264</math></b>	S			M
B. Mantém uma parcela constante B1. Primeira parcela: ( $165+90=255$ ; $255+9=264$ )		M	SS	S
B2. Segunda parcela: ( $99+100=199$ ; $199+60=259$ ; $259+5=264$ )	M	S		
C. Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta C1. Primeira parcela ( $170+99 -5$ ) ou $200+99-35$ C2. Segunda parcela ( $165+100$ ) -1	S		S	
C3. Ambas as parcelas ( $170+100=270$ ; $270-5-1=264$ )				
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSMMM	SS	SSMMMM M	SMM
G. Não consegue explicar		S M M M M		S

Relativamente ao segundo item da entrevista (tabela 24), observa-se que 6 alunos adoptam a imagem do algoritmo de papel e lápis, 2 alunos “Agrupam por Dez e Uns” (1 de quintil superior e 1 de mediano), 1 aluno (do quintil mediano) “Mantém a segunda parcela constante” e 1 aluno (Quintil Superior) “Arredonda uma parcela para múltiplos de dez e ajusta”.

Quanto às estratégias alternativas temos 2 alunos (1 do Quintil Superior e 1 do mediano) que “Mantém uma parcela constante”, 2 alunos que resolvem através da imagem mental do algoritmo. Metade (5 alunos, sendo 1 de Quintil Superior) indica não conseguir encontrar uma estratégia alternativa .

Também no estudo de Ramalho e Cruz a estratégia adoptada pela maioria dos entrevistados foi a imagem mental do algoritmo (2 alunos de Quintil Superior e 5 de Mediano).

Reys e Reys verificaram que somente 3 alunos adoptaram a imagem mental do algoritmo para resolver esta tarefa, ficando mais uma vez implícito que os alunos japoneses são capazes de se afastar mais da imagem do cálculo escrito.

Observa-se ainda na tabela 24 que três alunos apresentam estratégia alternativa à que utilizaram inicialmente (dois do Quintil Superior e um do Mediano).

Numa leitura geral temos que a maioria dos alunos dos dois estudos portugueses, relativamente às de adição, optam pela imagem mental do algoritmo, contrariamente aos pares japoneses, que na sua maioria, optam por outras estratégias de cálculo mental.

**Tabela 25.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 105-97

<b>Estratégias</b> <b>Item 3 : 105 – 97</b>	<b>Estratégia Inicial</b>	<b>Estratégia Alternativa</b>	<b>Ramalho e Cruz, 2009</b>	<b>Reys e Reys, 1993</b>
A. Problema aditivo relacionado. $97+?=105$ A1. Conta “para cima” (por uns até 105)		S		
A2. Conta “para cima” (por uns até 100 e junta 5)				
A3. Facto conhecido				
A4. Supõe e confirma				S
B. Arredonda os números e depois ajusta B1. Primeira ( $107-97=10$ ; $10-2=8$ ) ou ( $100-97=3$ ; $3+5=8$ )	M			SMM
B2. Segunda ( $105-95=10$ ; $10-2=8$ ) ou ( $105-100=5$ ; $5+3=8$ )	S		SS	
B3. Ambas ( $100-90=10$ ; $15-7=8$ )	Me			M
<b>*Neste estudo:</b> <b>Mantém uma parcela constante</b> <b>- Primeira parcela: <math>105-7=98</math>; <math>98-90=8</math> <math>105-90=15</math>; <math>15-7=8</math></b> <b>- Segunda parcela: <math>97-5=92</math>; <math>100-92=8</math></b>	S S			
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSMM Me		SSSMM MMM	SSSMM
G. Não consegue explicar		SMMM MM		

Observa-se, através da tabela 25, que a forma mais utilizada pelos alunos deste estudo para calcular 105-97 é a da imagem mental do algoritmo de papel e lápis (2 do Quintil Superior e 2 do Mediano). 2 alunos dos alunos do Quintil Superior resolvem o mesmo cálculo mantendo uma parcela constante (primeira:  $105-7=98$ ;

98-90=8 105-90=15; 15-7=8 ou segunda: 97-5=92; 100-92=8) e 2 alunos (1 Quintil Mediano e 1 Superior) “arredondam os números e depois ajustam”.

Apenas 1 aluno (pertencente ao Quintil Superior) apresenta uma estratégia alternativa (diferente da inicial) encaixada na categoria “Problema aditivo relacionado” (contando por uns até 105).

Reys e Reys verificaram que metade dos alunos resolveram o cálculo através da imagem mental do algoritmo e que os restantes se dividiram entre duas outras estratégias de cálculo (“Arredonda e ajusta” e “Problema aditivo relacionado”). Há semelhanças com o presente estudo, uma vez que os entrevistados usaram as mesmas estratégias, em proporção idêntica aos alunos japoneses, e ainda uma diferente (adoptada por 1 aluno), a estratégia de manter uma das duas parcelas constantes.

Já no seu estudo, Ramalho e Cruz reportam que a grande maioria dos alunos resolve 105-97 através da imagem do algoritmo de papel e lápis (8 alunos) e que somente 2 alunos “arredondam os números e ajustam”.

Pode considerar-se então que, os alunos tendem a escolher o cálculo algorítmico de imagem mental para resolver a operação “105-97”, sendo esta consideração mais forte no panorama português.

Observa-se que apenas um aluno do Quintil Superior conseguiu apresentar um estratégia alternativa de resolução da tarefa.

**Tabela 26.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver 100-68

<b>Estratégias</b> <b>Item 4 : 100 – 68</b>	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Dez e Uns A1. Parcial (100-60=40; 40-8=32) ou (100-8=92; 92-60=32)	S		SSSS	SSMM M
B. Problema aditivo relacionado. 68+?=100 B1. Conta “para cima” (por uns)				
B2. Conta “para cima” (por uns até 70 e depois dez até 100)				
B3. Facto conhecido				
C. Arredonda os números e depois ajusta C1. Primeira ---não aplicável---				
C2. Segunda (100-70=30; 30+2=32) ou (10-65=35; 35-3=32)	M Se			

*Neste estudo: $70-68=2$ ; $100-70=30$ ; $30+2=32$	S			
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSMM Me Me	S	SMMM MM	SSSM M
G. Não consegue explicar		SMMMM M		

Verifica-se na tabela 26 que os alunos do presente estudo realizaram maioritariamente o cálculo de  $100-68$  inicialmente através da imagem mental do algoritmo (2 alunos do Quintil Superior e 2 alunos do Quintil Mediano acertaram no resultado). Dois alunos, um do Quintil Superior e outro do mediano, adoptaram a estratégia de arredondar os números e depois ajustar, de forma correcta.

Quanto às estratégias alternativas de cálculo, verifica-se que a maioria não consegue explicar, e que o aluno que foi capaz de apresentar raciocínio alternativo, escolheu a “imagem mental do algoritmo”. Verifica-se que 6 alunos não conseguiram encontrar uma estratégia alternativa à inicial.

Quanto aos estudos de Ramalho e Cruz (2009) e de Reys e Reys (1993) observa-se que os resultados são idênticos entre si ao nível da escolha de estratégias, apesar de a amostra referente aos alunos japoneses dividir-se igualmente entre a imagem do cálculo algorítmico e a estratégia “Dez e Uns”.

Neste item nenhum dos alunos entrevistados apresentou uma estratégia alternativa, diferente da que usaram em primeiro lugar.

À semelhança dos itens envolvendo a subtracção, analisados anteriormente, isto globalizando os três estudos, verifica-se que a maioria dos alunos portugueses, utiliza a estratégia da visualização mental do cálculo de papel e lápis. Já os alunos japoneses, ainda que utilizem esta mesma estratégia, recorrem com alguma frequência a outro tipo de raciocínio mental.

**Tabela 27.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver  $38 \times 50$

<b>Estratégias</b> <b>Item 5 : <math>38 \times 50</math></b>	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Arredonda os factores e depois ajusta A1. Primeiro factor ( $40 \times 50 = 2000$ ; $2 \times 50 = 100$ ; $2000 - 100 = 1900$ )				
A2. Segundo factor ( $38 \times 100 = 3800$ ; $3800 : 2 = 1900$ )		Se		

B. Produtos Parciais B1. Distributividade $(30 \times 50) + (8 \times 50)$ ou $[(30 \times 5) + (8 \times 5) \times 10]$				SM
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSSS MMMMe Me		SSSSS MMMM M	SSSM MMM
G. Não consegue explicar		SSMM MMM		S

Relativamente ao primeiro item de multiplicação,  $38 \times 50$  (tabela 27), os alunos mostram na sua globalidade adoptar a estratégia relativa à imagem do cálculo de papel e lápis.

Só um aluno tentou arredondar os factores e ajustar, quando lhe foi pedida uma estratégia alternativa, mas falhou num dos cálculos intermédios, não sendo portanto contabilizada esta tentativa para os resultados da análise.

Ramalho e Cruz (2009) observaram o mesmo tipo de distribuição quanto às estratégias de cálculo. Só em Reys e Reys (1993) é que foi possível verificar uma estratégia de cálculo efectuada com sucesso alternativa à imagem do cálculo por algoritmo (estratégia “Produtos parciais”, adoptada por 1 aluno do quintil superior e 1 do mediano). Na multiplicação aparentemente, é a imagem do cálculo por algoritmo que os anos seleccionam como estratégia para calcular mentalmente.

**Tabela 28.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver  $7 \times 25$

<b>Estratégias</b> <b>Item 6 : <math>7 \times 25</math></b>	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Produtos Parciais (Distributividade) A1. Adição $(7 \times 20 + 7 \times 5 = 175)$  <b>*Neste estudo: <math>7 \times 2 = 14 \dots 140</math>; <math>7 \times 5 = 35</math>; <math>140 + 35 = 175</math></b>		S		SM
A2. Subtracção $(7 \times 30 - 7 \times 5 = 175)$				
B. Arredonda os factores a potências de dez, depois ajusta B1. Primeiro factor $(10 \times 25 = 250$ ; $3 \times 25 = 75$ ; $250 - 75 = 175)$ B2. Segundo factor $(7 \times 100 = 700$ ; $700 + 4 = 175)$				
E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis	SSSSS		SSSSS	SSSMM

	MMMM M		MMMM M	MM
G. Não consegue explicar ou imagem mental do "soroban", em Reys e Reys		SSMMM MM		S

Quanto ao cálculo de  $7 \times 25$  (tabela 28), verificam-se os mesmos resultados observado no item de multiplicação anterior. A totalidade dos alunos utiliza como estratégia de cálculo, a imagem do algoritmo de papel e lápis. No entanto, observa-se que um aluno adoptou a estratégia "produtos parciais", quando lhe foi solicitada uma estratégia alternativa à inicial.

Ramalho e Cruz verificaram igualmente que a estratégia da totalidade dos alunos foi a imagem do algoritmo escrito, do mesmo modo que Reys e Reys.

Relativamente à multiplicação, tendo em conta os dois itens que constituíram a entrevista, podemos observar que os alunos portugueses escolhem como estratégia de cálculo mental, a imagem visual do algoritmo de papel e lápis. É esta a estratégia de eleição, também para a maioria dos alunos japoneses.

**Tabela 29.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver  $1/2 + 3/4$

<b>Estratégias</b> <b>Item 7 : <math>1/2 + 3/4</math></b>	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Reys e Reys, 1993
A. Decomposição A1. $1/2 + 1/2 + 1/4$	S		
<b>*Neste estudo: <math>1/2 + 1/4 + 1/4 + 1/4</math>; <math>1/2 + 1/2 + 1/4</math>; "1 e <math>1/4</math>"</b>	S		
A2. $1/2 + 1 - 1/4$			
B. Converte para decimais e calcula B1. $0,5 + 0,75 = 1,25$ ( $1 \frac{1}{4}$ )	Me Me		
C/E. Converte para um denominador comum e soma ( $2/4 + 3/4$ )	S	S	SSS
D. "Misconception" - Soma numerador e denominador ( $4/6$ )			SM
G. Não consegue explicar			
H. Não consegue resolver	SSMMM	SSSSMM MMM	SMMMM

A maioria dos entrevistados deste estudo (5 alunos) indicaram não conseguir resolver operações com números fraccionários e 3 aluno do Quintil Superior resolveram correctamente o cálculo pedido, utilizando a estratégia de decomposição, ou a de conversão para um denominador comum (tabela 29).

Constatou-se que dois alunos do Quintil Mediano tentaram converter para decimais o item proposto, sem no entanto terem tido sucesso na sua resolução (devida a uma concepção errada acerca do fraccionário  $\frac{3}{4}$ , convertido por exemplo para 60, por um dos entrevistados).

Relativamente às estratégias alternativas pode observar-se que apenas um dos alunos resolveu com sucesso o cálculo, sendo que os restantes participantes indicaram não conseguir resolver de maneira diferente.

A realidade japonesa, apresentada por Reys e Reys, mostra-nos que metade dos alunos entrevistados indicam não conseguir resolver  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$ , dois revelam concepções erradas acerca dos fraccionários, uma vez que somam numerador e denominador, e 3 alunos (do Quintil Superior) que revelam ser bem sucedidos com a estratégia de conversão para o mesmo denominador.

Sem ser possível comparar-se os dados com o outros do panorama português, dado que o estudo de Ramalho e Cruz não contempla a operação de fraccionários, podemos observar que os alunos de 4º ano, de uma forma geral revelam dificuldades com este género de tarefa matemática e que têm ainda concepções acerca dos números fraccionários, e da manipulação dos mesmos, que não são as correctas.

**Tabela 30.** Estratégias de cálculo mental adoptadas pelos alunos, do Quintil Superior (S) e do Quintil Mediano (M) para resolver  $0,5 + 0,75$

<b>Estratégias</b> <b>Item 8 : 0,5 + 0,75</b>	Estratégia Inicial	Estratégia Alternativa	Ramalho e Cruz, 2009	Reys e Reys, 1993
A. Décimas e centésimas ( $,5 + ,7 = 1,2$ ; $1,2 + 0,05 = 1,25$ )				SSSMM
B. Decomposição B1. $0,5 + 0,5 + 0,25$				
B2. $0,5 + 1 - 0,25$				
C. Converte para fracções e calcula C1. $\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = 1 \frac{1}{4}$				
D. "Misconception" (ignora o valor de posição e soma 5 e 75...0,8)	SSMMM SM		SSSMM	M

E. Imagem mental do algoritmo de papel e lápis ou do “soroban”, em Reys e Reys	SSM		SSMMM	SMM S
G. Não consegue explicar		SMMM M		

Analisando os dados recolhidos para este estudo verifica-se que os alunos calculam correctamente o item  $0,5+0,75$ , somente quando utilizam a imagem do algoritmo de papel e lápis. Quando não adoptaram a estratégia, verificou-se que ignoram o valor de posição dos algarismos no número, cometendo erros como, somar 5 e 75.

Quanto às estratégias alternativas, não se verificam, uma vez que os alunos indicaram “não conseguir explicar” ou “não conhecer” outra forma para calcular.

Também se pode observar nos dados de Ramalho e Cruz, quanto à estratégia inicial de cálculo, o que foi dito acerca dos alunos deste estudo. Os alunos portugueses manifestam ter dificuldades na operacionalização de decimais, a não ser quando utilizam a imagem do algoritmo mental.

Já metade dos alunos japoneses, como revela o estudo de Reys e Reys, mostram ser capazes de calcular o item  $0,5+0,75$  correctamente, utilizando para tal a estratégia “Décimas e Centésimas”. Os restantes alunos japoneses que respondem correctamente optam por calcular de acordo com a imagem mental do algoritmo ou do soroban (um ábaco japonês).

Quanto à análise global dos resultados, podemos indicar que os alunos deste estudo tendem a optar pela estratégia de cálculo “imagem do algoritmo de papel e lápis” e que os alunos que compuseram o estudo de Ramalho e Cruz, tendem igualmente a optar por este tipo de estratégia. Contrariamente, os alunos japoneses, não manifestam esta tendência, a não ser relativamente a tarefas envolvendo a multiplicação.

Quanto às estratégias mais utilizadas pelos alunos, destacou-se o “Agrupar por Dez e Uns – Soma cumulativa” para os cálculos aditivos e o processo de “Arredondar os números e depois ajustar” para cálculos substractivos.

Na multiplicação de números mentalmente, os alunos recorreram na sua maioria à imagem mental do algoritmo de papel e lápis, sendo que só 1 aluno resolveu adoptar a estratégia “Produtos parciais (Distributividade)”, não nos sendo portanto

possível seleccionar uma estratégia alternativa, para descrever o grupo de entrevistados.

## Discussão dos Resultados

Inicia-se esta discussão dos resultados constatando que o objectivo geral proposto foi concretizado. Foi-nos possível caracterizar o perfil de alunos do 4º e 6º ano de escolaridade em cálculo mental e considera-se que os objectivos específicos foram conseguidos com sucesso

As hipóteses foram verificadas e comparadas com outros estudos com o trabalho desenvolvido por Reys e Reys e a hipótese relacionada com a opinião dos alunos, comparada com os dados de Ramalho e Cruz (2009).

Assim, relativamente à primeira hipótese colocada - "Os alunos não consideram o cálculo mental como uma parte importante das actividades escolares;" - considera-se que foi verificada, uma vez que os alunos revelaram atribuir maior importância escolar ao cálculo mental.

Quanto à segunda hipótese - "O modo de apresentação (oral e visual) dos itens do teste de cálculo mental está relacionado com o desempenho dos alunos;" - também se verificou. Os alunos revelaram melhor desempenho para os itens de cálculo mental que lhes foram apresentados visualmente.

Segue-se agora a discussão acerca da primeira parte da análise de resultados onde foi possível identificar as preferências dos alunos quanto ao cálculo mental.

Foi observado que os alunos de 4º ano, de entre os itens que lhes foram apresentados no questionário de preferências, manifestam maior preferência para a resolução de adições, em particular de números que sejam múltiplos de 10 e de 100, como é o caso dos itens  $60+80$  e de  $500+300$ .

Relativamente aos cálculos que os alunos de 4º ano preferiam resolver sem recurso ao cálculo mental, observámos as operações envolvendo os números fraccionários ( $1-1/3$ ) e a multiplicação  $14 \times 83$  supostamente bastante mais complexa para os alunos do que  $7 \times 25$ .

Reys e Reys (1993) observaram igualmente esta tendência, ao nível das preferências dos alunos japoneses.

Quanto ao 6º ano, o item que revelou maior preferência para cálculo mental foi “58+34”, seguido de uma adição de três números (47+54+23). Assim, somos levados a colocar a hipótese de que os alunos de 6º ano consideram as adições mais simples do que outras operações.

Os alunos japoneses de 6º ano reportam Reys e Reys (1993), manifestam preferência pelo cálculo mental de 58+34, logo seguido de duas multiplicações (60x70 e 7x25), verificando-se deste modo, diferenças quanto ao grupo de 6º ano portugueses.

Estranhamente, mais alunos de 4º e 6º ano revelaram preferir resolver 58+34 do que 165+99, sendo que o segundo item é mais facilmente resolvido utilizando estratégias muito simples. Este facto leva-nos a afirmar que os alunos não parecem estar familiarizados com essas estratégias para calcular mentalmente.

Para além da já referida, os alunos de 6º ano preferiam não ter de resolver mentalmente as tarefas  $\frac{1}{10}$  de 45,  $1-\frac{1}{3}$  e  $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$ . Esta manifestação permite-nos observar que os alunos de 6º ano, à semelhança dos alunos de 4º ano deste estudo, não dão preferência à resolução mental de itens que envolvam números fraccionários.

Ainda é de referir o item 7x25, em contexto do 6º ano, o qual foi indicado como preferência para cálculo mental por 75% da amostra. Tendo em conta também o valor de 71,6%, para o mesmo item, registado no 4º ano, somos levados a crer que para os alunos em geral este item é aparentemente de dificuldade reduzida por ser constituído por um múltiplo de 5 (o número 25) e por um dos números da operação ser constituído por um só algarismo (o 7).

Foi possível ainda observar que os alunos de 4º ano se mostraram mais entusiastas quanto à possível resolução mental dos itens apresentados no questionário de preferências, dado que se registou uma percentagem média de respostas “Sim, resolveria este problema mentalmente” de 71,5%, enquanto no 6º ano se verificou uma média de 55,1%. Este facto poderá ser entendido como, por um lado, uma superior segurança e/ou motivação para o grupo de 4º ano calcular mentalmente.

Reys e Reys (1993) observaram que a percentagem de alunos que opta por preferir resolver mentalmente os itens, é em geral bastante elevada. Já no nosso estudo esta ideia apenas se pode verificar para o grupo de 4º ano.

Os autores referidos apresentaram ainda uma análise, feita segundo o quintil (inferior, mediano e superior) que revelou que em geral os alunos com maior competência em cálculo mental, tendem a escolher este tipo de cálculo como o seu preferido.

Relativamente às atitudes dos alunos face ao cálculo mental verificou-se que os alunos de 4º e 6º ano deram respostas semelhantes, relativamente aos diversos itens, tendo-se verificado uma diferença máxima reduzida entre as percentagens dos dois grupos.

Particularmente quanto à categoria *Gosto e Interesse* entendeu-se que os alunos em geral gostam de fazer cálculo escrito, mas o cálculo mental é para eles mais interessante.

Na *Percepção de Competência*, os alunos dos dois anos de escolaridade revelam-nos que o cálculo mental os desafia mais do que o cálculo escrito.

Dentro da categoria *Percepção de Valor*, ambos os grupos indicam-nos que é importante ser bom em cálculo escrito e em cálculo mental, ainda que o cálculo mental seja para eles mais importante do que o cálculo escrito.

Acerca da *Percepção de Uso*, compreendemos que para as duas amostras analisadas, o cálculo escrito é o que mais frequentemente realizam na escola. Quanto à utilização do cálculo fora da escola, os alunos de 4º e 6º anos afirmam usar tanto o cálculo escrito, como o cálculo mental. Projectando para o futuro, os alunos deste estudo imaginam que enquanto adultos irão precisar mais do cálculo mental.

Relativamente à *Percepção da Fonte de Instrução*, os alunos manifestam que aprenderam a fazer cálculo escrito na escola, mas quanto ao cálculo mental, apesar de terem aprendido também a fazê-lo também na escola, aprenderam muito sozinhos.

Resumindo, pode concluir-se que para os alunos o cálculo mental é uma estratégia matemática, mais desafiante e interessante do que o cálculo escrito e que virá a ser-lhes bastante útil enquanto adultos. No entanto, expõem que passam mais tempo na escola a fazer cálculo escrito e aprenderam a calcular mentalmente na escola e por si próprios.

De acordo com Reys e Reys (1993) os alunos japoneses também partilham desta percepção. Já Ramalho e Cruz (2009) observaram no seu trabalho maior

interesse pela resolução de tarefas de cálculo escrito por parte dos alunos de 4º ano, relativamente aos outros dois estudos, sem que entanto esta observação seja relevante para reduzir o interesse do grupo pelo cálculo mental .

Da análise dos dados pôde retirar-se a ideia de que os alunos de 4º ano revelaram um desempenho ligeiramente melhor no Teste de Cálculo Mental, do que os alunos de 6º ano. No entanto a comparação não é inteiramente lícita já que os teste de desempenho eram diferentes entre si, tendo apenas alguns itens em comum, uma vez que os instrumentos foram adequados aos níveis de aprendizagem e desenvolvimento das competências matemáticas associadas ao ano de escolaridade.

Pode no entanto referir-se que tanto 4º como 6º ano obtiveram em média valores inferiores a 50%, o que remete deste modo para os baixos resultados da amostra em cálculo mental. De acordo com a literatura, Reys e Reys (1993) os alunos japoneses de 4º ano revelaram um sucesso de 60,3% no teste de desempenho, e os de 6º ano, de 70,98%. Os autores verificaram que à medida que o nível de ensino avança, o desempenho em cálculo mental aumenta. Para o nosso estudo, não é possível tecer essa afirmação, pois as percentagens de 4º e 6º anos são bastante próximas.

Ao analisar-se a taxa de sucesso dos grupos de ano nos itens envolvendo a adição, observa-se que tanto 4º como 6º ano obtiveram melhores resultados a calcular mentalmente adições, algum sucesso nas subtrações e algumas dificuldades no cálculo multiplicativo. Foi ainda observado que o sucesso dos alunos está dependente do tipo de números que compõe as operações. Quando os itens incluíram números decimais ou fraccionários os alunos revelaram pior desempenho, do que quando as tarefas foram compostas por números múltiplos de 10, 100, 1000 ou 5.

O mesmo foi verificado por Ramalho e Cruz (2009). Os alunos revelaram igualmente melhor desempenho quando resolveram adições mentalmente.

Reys e Reys (1993) observaram que os cálculos onde os alunos manifestaram melhores resultados foram as adições, tanto pelo grupo de 4º como pelo de 6º ano, que também revelou sucesso nas multiplicações.

Pode ainda estabelecer-se um paralelo entre as preferências dos alunos face ao cálculo mental e o seu desempenho. No presente estudo e no realizado por Reys e

Reys (1993) verificou-se que a preferência dos alunos pela adição corresponde à operação com melhor desempenho.

Os resultados relativos ao desempenho em cálculo mental, de acordo com o modo de apresentação está relacionado com desempenho em cálculo mental dos alunos tanto de 4º como de 6º ano. Já no estudo de Reys e Reys (1993) foi verificado que os alunos obtêm melhores resultados quando os itens são apresentados de forma visual.

Da análise das estratégias de cálculo identificadas nas entrevistas, reteve-se que as estratégias de cálculo mental disponibilizadas pela literatura (Reys e Reys, 1993; Heirdsfield, 2000; Varrol e Farran, 2007) foram suficientes, não se tendo sentido a necessidade de incluir nenhuma nova categoria para categorizar os dados deste estudo.

Fez-se a análise das estratégias encontradas no presente trabalho em paralelo com as identificadas no estudo de Ramalho e Cruz (2009), e do estudo apresentado por Reys e Reys (1993), neste último caso relativamente a um grupo de alunos japoneses.

Podemos a partir da informação analisada considerar que os alunos japoneses (do estudo de Reys e Reys, 1993) revelam uma maior diversidade de estratégias quando calculam mentalmente, em comparação com os alunos portugueses.

A estratégia que envolve a imagem mental do algoritmo escrito foi utilizada em todos os itens da entrevista pela grande maioria dos alunos. A outra estratégia que os alunos deste estudo mais utilizaram para cálculos do tipo aditivo foi a de *Agrupar por Dez e Uns – Soma cumulativa*.

Para subtrair mentalmente recorreram mais à estratégia dita *Arredondar os números e depois ajustar*. Ramalho e Cruz (2009) verificaram o mesmo tipo de recurso às categorias referidas de estratégias de cálculo, tanto para adições como para subtracções.

Como nos é possível confirmar e é referido por Heirdsfield (2000) relativamente ao seu estudo, as estratégias de cálculo mental eficientes, como é o caso da estratégia *Arredonda uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajusta*, requerem um bom entendimento da numeração.

Verificámos que os alunos deste estudo não revelam excelente entendimento acerca da numeração, dado o fraco recurso às diferentes estratégias possíveis,

mas que são alunos eficientes quando funcionam com a imagem mental do cálculo escrito.

Varrol e Farran observam que para calcular adições e subtrações, a estratégia mais utilizadas pelos alunos americanos é a de *Agrupar por Dez e Uns*, tendo sido verificada quando os alunos deste estudo resolveram adições; e a mais usada na Europa é a também observada neste estudo para a subtração, ou seja, *Arredondar uma ou ambas as parcelas para múltiplos de dez e depois ajustar*.

Ainda os mesmos autores (2007) referem que a estratégia da imagem mental do algoritmo de papel e lápis é também utilizada largamente pelos alunos em geral para calcular, à semelhança do que foi observado, tanto do presente estudo, como no trabalho de Ramalho e Cruz (2009). Reys e Reys (1993) fazem igualmente esta observação acerca do que verificaram nas entrevistas a 4º e 8º ano a alunos japoneses.

Reys e Reys (1993), relativamente ao cálculo do item  $1/2 + 3/4$  referem que bastantes alunos indicaram não conseguir resolver o “tipo de problema” e alguns dos que o resolveram apresentaram erros relacionados com a concepção, pois ainda não tinham trabalhado este conteúdo na escola. O mesmo se verificou para o estudo que se discute.

A soma de decimais revelou dificuldades aos alunos portugueses, mas o mesmo já não aconteceu com os alunos japoneses. Reys e Reys referem que os participantes manifestaram maior à vontade na resolução de decimais do que de fraccionários.

Também a maioria dos alunos japoneses utilizou a imagem do algoritmo de papel e lápis para calcular as multiplicações apresentadas nas entrevistas. Reys e Reys afirmam que a escolha desta estratégia para o cálculo de multiplicações mentalmente, evidencia a tendência de se usar o cálculo mental por algoritmo ao invés de inventar um método alternativo mas eficiente, por sentirem mais segurança e saberem que funciona .

Sendo esta a parte final do presente trabalho, considera-se pertinente a alusão às principais ideias que se destacaram.

Com vista ao enriquecimento do panorama nacional ao nível da matemática, constatou-se que o sentido de número deve ser para todos os intervenientes

educativos um ponto de referência para o trabalho das várias competências matemáticas, ao longo de toda a escolaridade.

Apostando no desenvolvimento do sentido de número, desde o jardim-de-infância, será possível melhorar eficazmente o desempenho dos alunos portugueses em cálculo mental e nas restantes áreas da matemática.

Interessa-nos desenvolver o melhor possível o estudo acerca do cálculo mental, uma vez que se verificou que esta é uma área da matemática trabalhada ainda por poucos autores.

Sentiram-se bastantes dificuldades relativamente à literatura no âmbito das estratégias de cálculo mental de multiplicações. Apoiámo-nos no trabalho desenvolvido por Reys e Reys (1993), que apresentou claramente as categorias das estratégias multiplicativas, bem como dados com os quais nos pudemos comparar. No entanto, Japão e Portugal têm realidades educativas bastante distintas.

Seria interessante o desenvolvimento de mais estudos nesta linha, para que se pudessem entender melhor quais as estratégias para a multiplicação que certamente alguns alunos adoptam, tal como estratégias para as restantes operações, com o objectivo de repensar com fundamento, as práticas educativas portuguesas no futuro.

Outra questão que possibilitaria o enriquecimento do panorama matemático nacional, seria perceber como se desenvolvem as estratégias de cálculo mental dos alunos portugueses.

Ainda que não fosse objectivo deste trabalho, verificaram-se diferenças entre o desempenho dos sujeitos do sexo masculino e do sexo feminino. Deixamos aqui a sugestão de análise dessas diferenças em cálculo mental e dos motivos que levam à sua possível existência.

Ainda, tendo em conta as divergentes opiniões acerca da polémica “ensinar ou não estratégias de cálculo mental”, seria interessante ainda o desenvolvimento de um trabalho que aprofundasse esta temática. Será que se devem ensinar estratégias de cálculo aos alunos, ou deverá ser proporcionada a liberdade para que eles construam as suas próprias estratégias?

Fundamentalmente, considera-se que o trabalho acerca do cálculo mental está ainda pouco desenvolvido, e foi nossa intenção, através deste trabalho descritivo,

contribuir para o alargamento do conhecimento do ensino matemático.

### Referências Bibliográficas

- Abrantes, P., Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento de Educação Básica.
- Collins, C. & Mangieri, J. (ed.) (1992) *Teaching thinking: An agenda for the 21st century*. New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- Direção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular - Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico - Reajustamento do programa de Matemática: Documento de discussão* - Consultado em 14 de Julho de 2008 através de [http://www.dgidc.min-edu.pt/programa\\_matematica/programa\\_matematica.asp](http://www.dgidc.min-edu.pt/programa_matematica/programa_matematica.asp).
- Fernandes, D., Borralho, A. & Amaro, G. (org.) (1994). *Resolução de problemas: Processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular*. Lisboa, Instituto de Inovação Educacional.
- Griffin, S. (2004). *Teaching number sense*. *Educational Leadership*, 61 (5), pp.39-42.
- Heirdsfield, A. (2000). *Mental computation is more than mental architecture?* Annual Meeting of the Australian Association for Research in Education. Sydney, Australia, December 4-7, 2000.
- Heirdsfield, A. (2002). *Mental methods moving along*. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 7 (1). pp.4-8.
- Heirdsfield, A. & Cooper, T. (2004). *Factores affecting the process of proficient mental addition and subtraction: case studies of flexible and inflexible computers*. *Journal of Mathematical Behavior*, 23, pp. 443-463.

- Heirdsfield, A. (2005). *One teacher's role in promoting understanding in mental computation*. In Chick, H & Vincent, J. (eds.) *Proceedings of the 29th Conference of the International Group of the Psychology of Mathematics Education*, 3, pp. 113-120.
- Janeiro, J. (2007). 13 ideias sobre o cálculo mental. *Revista Educação e Matemática*, 93, 29
- Kamii, C. (1997). To teach or not to teach algorithms. *Journal of Mathematical Behavior* 16 (1), 51-61.
- McIntosh, A, Reys, B, Reys, R. (1992). A proposed framework for examining basic number sense. *For the Learning of Mathematics* 12 (3), pp. 2-8
- Ministério da Educação, (2000). *Currículo nacional do ensino básico: Competências essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática Escolar*. Lisboa, Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. & Serrazina, M. (2002) *Didáctica da matemática do 1º ciclo*. Lisboa, Universidade Aberta.
- Ramalho, G. & Cruz, S. (2009). *Comunicação no âmbito do "Programa Operacional Ciência e Inovação 2010 - Ministério da Ciência, Tecnologia e Ensino Superior": Mental computation: Atitudes and strategies in 2nd, 4th and 6th grade students*. Instituto Superior de Psicologia Aplicada.
- Reys, B. & Reys, R. (1993) *Mental computation performance and strategy use of japanese students in grade 2, 4, 6 and 8*. Department of Curriculum & Instruction, University of Missouri.

Reys, B. & Reys, R. (1998) *Computation in the elementary curriculum: shifting the emphasis*. Teaching Children Mathematics, pp. 236-241.

Reys, R., Reys, B., Nohda, N. e Emori, H. (1995). *Mental computation performance and strategy use of Japanese students in grades 2, 4, 6 and 8*. vol. 26, n.º 4, 304-326.

Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I. e Pimentel, T. (2008) Serra, I. (Cons.) *Experiência Matemática no Ensino Básico – Programa de formação contínua em Matemática para professores do 1º e do 2º ciclo do ensino básico*, DG CID: Ministério da Educação.

Sowder, J. T. (1988). *Mental computation and number comparison: Their roles in the development of number sense and computational estimation*. In J. Hiebert, & M. Behr (Orgs.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 182-197). Reston, VA: NCTM.

Sowder, J.T., & Kelin, J. (1993). *Number sense and related topics*. Owens, D.T. (Ed.), *Research Ideas for the Classroom: Middle Grades Mathematics* (pp. 41-57). National Council of Teachers of Mathematics Research Interpretation Project. (New York): Simon & Schuster Macmillan

Varol, F. e Farran, D. (2007) *Elementary school students' mental computation proficiencies*. *Early Childhood Journal*, 35 (1) pp. 89-94

### Anexo A: Preferências em Cálculo Mental – 4º ano

Código: \_\_\_\_\_-\_\_\_\_\_

4º Ano Turma: \_\_\_\_

O cálculo está habitualmente envolvido na resolução de problemas do quotidiano. Para a resolução de problemas existem diversos métodos de cálculo:

- Algumas vezes as pessoas usam a calculadora.
- Algumas vezes as pessoas usam papel e lápis.
- Algumas vezes as pessoas calculam mentalmente sem escrever.

Nós queremos aprender quais são os problemas que tu preferes resolver mentalmente. Por favor olha para cada um dos problemas abaixo e decide se preferes resolvê-lo mentalmente. Circunda SIM ou NÃO para indicares a tua resposta. **Não** é necessário que resolvas os problemas.

	Problema	Eu resolveria este problema mentalmente	
		Sim	Não
1.	$500 + 300$	Sim	Não
2.	Dobro de 26	Sim	Não
3.	$58 + 34$	Sim	Não
4.	$60 + 80$	Sim	Não
5.	$74 - 30$	Sim	Não
6.	$80 - 24$	Sim	Não
7.	$60 \times 70$	Sim	Não
8.	$14 \times 83$	Sim	Não
9.	$100 \times 35$	Sim	Não
10.	$1 - \frac{1}{3}$	Sim	Não
11.	$165 + 99$	Sim	Não

12.	$7 \times 25$	Sim	Não
-----	---------------	-----	-----

### Anexo B: Preferências em Cálculo Mental – 6º ano

Código: \_\_\_\_\_-\_\_\_\_\_

6º Ano Turma: \_\_\_\_

O cálculo está habitualmente envolvido na resolução de problemas do quotidiano. Para a resolução de problemas existem diversos métodos de cálculo:

- Algumas vezes as pessoas usam a calculadora.
- Algumas vezes as pessoas usam papel e lápis.
- Algumas vezes as pessoas calculam mentalmente sem escrever.

Nós queremos aprender quais são os problemas que tu preferes resolver mentalmente. Por favor olha para cada um dos problemas abaixo e decide se preferes resolvê-lo mentalmente. Circunda SIM ou NÃO para indicares a tua resposta. **Não** é necessário que resolvas os problemas.

	Problema	Eu resolveria este problema mentalmente	
		Sim	Não
1.	$7 \times 25$	Sim	Não
2.	$0,1 \times 45$	Sim	Não
3.	$165 + 99$	Sim	Não
4.	$14 \times 83$	Sim	Não
5.	$6 - 4,5$	Sim	Não
6.	$945 \times 1000$	Sim	Não
7.	$1 - \frac{1}{3}$	Sim	Não
8.	$60 \times 70$	Sim	Não
9.	$264 - 99$	Sim	Não
10.	$35 \times 55$	Sim	Não

11.	$1/2 + 3/4$	Sim	Não
12.	$58 + 34$	Sim	Não
13.	1/10 de 45	Sim	Não
14.	$47 + 54 + 23$	Sim	Não

### Anexo C: Inquérito de Atitudes Face ao Cálculo, para 4º e 6º ano

Código: \_\_\_\_-\_\_\_\_

Sexo: \_\_M \_\_F

\_\_\_\_º Ano

Turma:\_\_ \_\_\_\_

Encontram-se aqui algumas frases sobre cálculo mental e cálculo escrito.

Assinale com uma cruz (x) a coluna que melhor traduz o que pensa.

	Sim	Não	Não Sei
1. Gosto de fazer cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2. Acho o cálculo mental interessante.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3. Acho o cálculo mental mais desafiante que o cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4. Sou melhor em cálculo escrito do que em cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5. Na escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6. Fora da escola, faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
7. Aprendi a fazer cálculo mental sozinho.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
8. É mais importante ser bom em cálculo mental do que em cálculo escrito	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
9. Penso que irei fazer mais cálculo escrito do que cálculo mental como adulto.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10. Aprendi a fazer cálculo escrito sozinho.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
11. Fora da escola faço mais cálculo escrito do que cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
12. Sou bom em cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13. Acho o cálculo escrito mais desafiante do que o cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
14. Cálculo escrito é mais interessante do que o cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
15. Gosto de fazer cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
16. O cálculo mental desafia-me.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17. Sou bom em cálculo mental.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18. Na escola faço mais cálculo mental do que cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
19. É importante ser bom em cálculo escrito.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
20. Aprendi a fazer cálculo mental na escola.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

- |  |                          |                          |                          |
|--|--------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 21. O cálculo escrito desafia-me.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 22. Sou melhor em cálculo mental do que em cálculo escrito.                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 23. Acho o cálculo mental interessante.  | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 24. Penso que irei fazer mais cálculo mental do que cálculo escrito como adulto. | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 25. É importante ser bom em cálculo mental.                                      | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 26. É mais importante ser bom em cálculo escrito do que em cálculo mental.       | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 27. Cálculo mental é mais interessante do que cálculo escrito.                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |
| 28. Aprendi a fazer cálculo escrito na escola.                                   | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> |

## Anexo D: Itens do Teste de Cálculo Mental – 4º ano

Teste de Cálculo Mental - 4º ANO**Modo A - PARTE ORAL: questão 1 - 15****Modo B - PARTE ORAL: questão 16 – 30**

<b>1ª PARTE</b> do teste	1.	$58 + 34$	<b>GRUPO A</b>		
	2.	$68 + 32$			
	3.	$165 + 99$			
	4.	$80 - 24$			
	5.	$100 - 68$			
		6.	$105 - 26$	<b>Parte ORAL</b>	
		7.	Dobro de 26		
		8.	$300 \times 40$		
		9.	$7 \times 25$		
		10.	Tirar metade a 52		
		11.	$3500 + 35$		<b>GRUPO B</b>
		12.	$450 + 15$		
		13.	$\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$		
		14.	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2}$		
		15.	$6,2 + 4,9$		
<b>2ª PARTE</b> do teste	16.	$60 + 80$	<b>GRUPO B</b>		
	17.	$79 + 26$			
	18.	$182 + 97$			
	19.	$74 - 30$			
	20.	$140 - 60$			
		21.	$105 - 97$	<b>Parte ORAL</b>	
		22.	$60 \times 70$		
		23.	$100 \times 35$		
		24.	$38 \times 50$		
		25.	$300 + 5$		
		26.	$4200 + 60$		<b>GRUPO A</b>
		27.	$150 + 25$		
		28.	$\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$		
		29.	$1 - \frac{1}{3}$		
		30.	$0,5 + 0,75$		

## Anexo E: Folha de Resposta ao Teste de Cálculo Mental – 4º ano

Código: \_\_\_\_-\_\_\_\_

4º Ano Turma:

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	

16.	
17.	
18.	
19.	
20.	
21.	
22.	
23.	
24.	
25.	
26.	
27.	
28.	
29.	
30.	

## Anexo F: Itens do Teste de Cálculo Mental – 6º ano

**Teste de Cálculo Mental - 6º ANO****Modo A - PARTE ORAL: questão 1 - 20****Modo B - PARTE ORAL: questão 21 – 40**

<b>1ª PARTE</b> do teste	1. $58 + 34$	<b>GRUPO A</b> Parte ORAL
	2. $165 + 99$	
	3. $100 - 68$	
	4. $105 - 26$	
	5. Dobro de 26	
	6. $300 \times 40$	
	7. $7 \times 25$	
	8. $3500 + 35$	
	9. $450 + 15$	
	10. $12,000 + 40$	
	11. $1/2 + 1/4$	<b>GRUPO B</b> Parte VISUAL
	12. $2 \frac{1}{2} + 3 \frac{1}{2}$	
	13. $3/4 - 1/2$	
	14. $6 - 4 \frac{1}{2}$	
	15. $4 \times 3 \frac{1}{2}$	
	16. $6,2 + 4,9$	
	17. $6 - 4,5$	
	18. $0,5 \times 0,48$	
	19. Quanto é 50% de 48?	
	20. Quanto é 25% de 48?	
<b>2ª PARTE</b> do teste	21. $79 + 26$	<b>GRUPO B</b> Parte ORAL
	22. $182 + 97$	
	23. $80 - 24$	
	24. $264 - 99$	
	25. $60 \times 70$	
	26. $7 \times 49$	
	27. $38 \times 50$	
	28. $150 + 25$	
	29. $4200 + 60$	
	30. $440 + 8$	
	31. $1/2 + 3/4$	<b>GRUPO A</b> Parte VISUAL
	32. $2 \frac{1}{2} + 3 \frac{3}{4}$	
	33. $1 - 1/3$	
	34. $4 \frac{1}{2} - 3$	
	35. Quanto é $1/10$ de 45?	
	36. $0,5 + 0,75$	
	37. $4,5 - 3$	
	38. $0,1 \times 45$	
	39. Quanto é 100% de 48?	
	40. Quanto é 10% de 45?	



## Anexo G: Folha de Resposta ao Teste de Cálculo Mental – 6º ano

Código: \_\_\_\_-\_\_\_\_

6º Ano Turma: \_\_\_\_

1.	
2.	
3.	
4.	
5.	
6.	
7.	
8.	
9.	
10.	
11.	
12.	
13.	
14.	
15.	
16.	
17.	
18.	
19.	

20.	
21.	
22.	
23.	
24.	
25.	
26.	
27.	
28.	
29.	
30.	
31.	
32.	
33.	
34.	
35.	
36.	
37.	
38.	

39.	
40.	

Anexo H: Entrevista aos Alunos: estratégias de cálculo utilizadas – guião (itens e protocolo)

**Itens da entrevista ao 4.º ano**

1 –  $79 + 26$

2 –  $165 + 99$

3 –  $105 - 97$

4 –  $100 - 68$

5 –  $38 \times 50$

6 –  $7 \times 25$

7 –  $\frac{1}{2} + \frac{3}{4}$

8 –  $0.5 + 0.75$

**Linhas orientadoras para a entrevista de calculo mental:**

1. Apresente cada item oralmente, um de cada vez. Repita caso seja necessário.
2. Deixe claro que está interessado tanto nas respostas propriamente ditas como na forma como a resposta foi produzida.
3. Peça ao aluno que responda usando o cálculo mental e pergunte como chegou a essa resposta. Eles podem pensar em voz alta à medida que vão fazendo ou dizer o que fizeram depois de responderem.
4. Dê aos alunos o tempo que precisarem para responder e explicar os processos que utilizaram.
5. Não dê nenhum feedback relativamente à correcção ou incorrecção da resposta ou da estratégia descrita.
6. Depois de uma resposta ou de uma explicação ser dada, pergunte ao aluno “Consegues pensar noutra maneira de resolver este problema mentalmente?”
7. Desencoraje os alunos de escrever ou anotar o que seja.
8. Utilize questões de modo a encorajar na elaboração do processo de reflexão. Estas podem incluir, mas não são limitadas a:
  - a. Como é que disseste que tinhas feito?
  - b. Como explicarias a um colega o que fizeste?
  - c. Diz-me novamente como é que fizeste exactamente?

Como último auxílio de clarificação do processo, o examinador pode dizer: "Deixa-me ver, se eu percebi ... ." (o examinador repete o que acha que o aluno disse).