Departamento de Educação da Faculdade de Ciências
Universidade de Lisboa

INTERACÇÃO ENTRE PARES:
Contributos para a promoção do desenvolvimento lógico e do desempenho estatístico, no 7º ano de escolaridade

Carolina Carvalho

Tese apresentada na Universidade de Lisboa
para obtenção do grau de Doutor em Educação,
especialidade de Psicologia da Educação

Orientadora: Professora Doutora Margarida César

2001

RESUMO

A presente investigação centra-se no estudo das interacções entre pares, na sala de aula de Matemática, mais precisamente após a unidade curricular de Estatística do 7º ano de escolaridade ter sido leccionada. O problema em estudo é a compreensão dos progressos gerados quando os alunos trabalham em díade, quer em termos do desenvolvimento lógico quer dos desempenhos estatísticos.

Partindo do problema orientador definiram-se como objectivos principais: (a) averiguar se os alunos, quando trabalham em díade, enquanto resolvem tarefas não-habituais de Estatística, revelam mais progressos no seu desenvolvimento lógico (Grupo Experimental) comparativamente a alunos que não experimentam esta forma de trabalho ou de tarefas (Grupo de Controlo); (b) verificar se os alunos, quando realizam tarefas não-habituais de Estatística (Grupo Experimental), revelam mais progressos entre o pré-teste e o pós-teste comparativamente a alunos que não experimentam esta forma de trabalho (Grupo de Controlo); (c) analisar alguns erros e dificuldades mais frequentes na resolução de tarefas habituais e não-habituais de Estatística; (d) pesquisar quais as estratégias de resolução mais frequentes utilizadas pelos alunos quando realizam tarefas não-habituais de Estatística; (e) identificar o tipo de díade responsável por uma evolução mais nítida dos alunos em relação ao estádio de desenvolvimento lógico, isto é, entre a primeira e a segunda aplicação da Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico e aos desempenhos estatísticos (entre o pré-teste e o pós-teste); (f) enunciar as dinâmicas de interacção facilitadoras de resoluções, com êxito ou fracasso, utilizadas pelas díades.

A metodologia escolhida baseou-se num plano empírico de inspiração *quasi-experimental*, com um grupo de controlo e um grupo experimental. O trabalho empírico foi realizado em dois anos lectivos consecutivos, sendo o segundo ano de replicação do estudo. Os alunos das duas escolas onde a investigação foi desenvolvida resolviam, no início do ano lectivo, uma Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.) e duas tarefas habituais de Estatística que serviam de pré-teste. Os desempenhos conseguidos pelos alunos serviram de critério para a formação do grupo de controlo e experimental, tendo em atenção que a unidade de formação dos grupos tinha de ser a unidade a turma. Em momentos diferentes, e para cada uma das turmas pertencentes ao grupo experimental, os alunos resolviam em díade três tarefas não-habituais de Estatística e participavam numa discussão geral com a investigadora. Passada uma semana do trabalho em díade ter sido terminado, os alunos pertencentes aos dois grupos realizavam a tarefa habitual de estatística, correspondente ao pós-teste e, no final do ano lectivo, resolviam novamente a Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico.

Os resultados principais do estudo mostram que os alunos pertencentes ao grupo experimental, que trabalharam em díade com tarefas não-habituais durante três sessões, apresentam progressos mais nítidos quanto ao desenvolvimento lógico avaliado através da Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico e uma evolução mais acentuada nos desempenhos das tarefas habituais, quando se comparam os desempenhos do pré-teste com os do pós-teste. Verifica-se, ainda, que no ano em que se replica o estudo estes resultados são mais significativos. Um outro resultado encontrado mostra que o tipo de díade que formamos tende a ser responsável por um padrão de desempenho dos sujeitos e são as díades que considerámos como sendo de Tipo IV, heterogéneas quanto ao desenvolvimentos lógico e ao desempenho na tarefa de pré-teste, aquelas que parecem gerar mais progressos nos desempenhos estatísticos dos sujeitos. Contudo, quanto ao desenvolvimento lógico os dados obtidos não são tão claros. A presente investigação possibilitou ainda um outro resultado: os conteúdos de Estatística não são isentos de dificuldades para os alunos e, mesmo aqueles que os trabalham de uma outra forma, como os alunos do grupo experimental, quando realizam o pós-teste continuam a encontrar obstáculos na resolução de alguns itens. De igual modo, quando se analisam os desempenhos dos alunos de uma outra forma, nomeadamente através da análise de interacções, observa-se que o domínio do conhecimento estatístico, para muitos alunos, se resume a um conhecimento instrumental, que não vai além do uso de um procedimento ou do recurso a um algoritmo. Por fim, foi ainda possível identificar as diferentes estratégias de resolução usadas pelos alunos quando resolvem as tarefas não-habituais, como a estratégia de resolução por tentativa e erro, de resolução gráfica com e sem suporte estatístico; a estratégia de resolução aritmética e a estratégia de resolução algébrica.

As recomendações emergentes deste estudo apontam no sentido de se rever a forma como se tem trabalhado a Estatística nas aulas de Matemática. O trabalho em díade é uma das formas possíveis de alterar essas práticas mas, para isso, o modo como juntamos os alunos não pode continuar a ser fruto de um acaso sob pena de não se rentabilizar todas as suas potencialidades, facilitando o processo de apropriação de conhecimentos e a mobilização de competências.

Palavras-chave: Interacções entre Pares; Desenvolvimento Lógico; Apropriação de Conhecimentos e Mobilização de Competências em Estatística.

AGRADECIMENTOS

À Professora Margarida César que, fruto das suas qualidades científicas e humanas, me permitiu aprender o quanto o trabalho em díade nos pode levar a acreditar que somos capazes de ir mais além, de ultrapassar os muitos momentos de conflitos vários que enfrentamos e de, progressivamente, ir acreditando no que estamos a fazer. Mais do que orientar um trabalho, os muitos momentos de reflexão, de críticas construtivas ou de simples conversas revelaram-se essenciais no encontrar de um caminho complexo, mas também muito gratificante, de estar na Educação.

Aos meus companheiros da equipa do projecto *Interacção e Conhecimento* que, com a diversidade dos seus saberes, me ajudaram a enriquecer os meus olhares sobre o muito que se vive numa sala de aula de Matemática.

Aos alunos e professores, em particular aos de Matemática, nas duas escolas em que trabalhei durante os anos lectivos de 1996/1997 e 1997/1998, mas também nas escolas que ano lectivo anterior me permitiram ensaiar as tarefas e as condições que seriam adoptadas nos anos seguintes. O seu empenhamento e cooperação foram essenciais para que o trabalho empírico se concretizasse. Aos Conselhos Directivos das escolas agradeço a colaboração prestada para a realização deste trabalho.

À Professora Carmen Batanero, que me acolheu em Granada e me permitiu partilhar a sua longa experiência e conhecimento sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística que, aliada às suas grandes qualidades humanas, me

deixou a vontade de voltar. Mas também por ter sabido criar momentos inesquecíveis de reflexão entre os elementos da sua equipa de investigação e os Professores do Departamento de Didáctica da Matemática durante os quais tive a oportunidade rara de expor o meu trabalho e vê-lo construtivamente criticado. A Juan Godino pelas reflexões conjuntas em momentos cheios de experiência humana.

Ao Professor João Pedro da Ponte pela disponibilidade de ler partes deste texto, os seus comentários e criticas ajudaram-me a melhorar este trabalho. À Professora Maurícia Oliveira pelas sugestões incisivas que, aparentemente subtis, se transformaram em preciosas orientações.

À Celi Lopes que, embora longe, consegue estar tão perto e à Isolina Oliveira, pois o seu entusiasmo enquanto pessoas e professoras são sem dúvida um modelo que deveríamos ter por perto quando pensamos na sala de aula de Matemática. As suas observações em diferentes fases de realização deste trabalho permitiram enriquecê-lo.

À Esmeralda Sapinho pela disponibilidade de ler e corrigir este texto e à sua filha Graça, pelos muitos momentos de ajuda e sincera amizade. A todos os que comigo colaboraram na transcrição das imensas cassetes um obrigado, em especial à Fernanda Freire e à Sofia Cardoso.

À Ana Vieira e à Sérgia Cabral que não me deixaram sentir como um intruso nas suas escolas. A sua amizade e dedicação permitiram-me não desanimar nos momentos de maior desespero.

Esta investigação não teria sido possível sem o apoio de diversas instituições. A Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa, particularmente o Departamento de Educação, concedeu-me três anos de equiparação a bolseira que permitiram a realização desta investigação. O Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa que me financiou, em parte, na minha deslocação a Granada e nas despesas decorrentes do concretizar da investigação. O Instituto de Inovação Educacional por, num dos anos do trabalho empírico, me ter dado apoio financeiro ao abrigo da medida

S.I.Q.E. 2. A Fundação Calouste Gulbenkian, que me concedeu subsídios parciais para algumas das participações em eventos internacionais e ao Richard Skemp Memorial Support Fund, que financiou parcialmente a minha participção no P.M.E. 24.

A todos os que me enviaram livros e artigos, fico reconhecida pela possibilidade que me proporcionaram de ler o que de mais recente escreveram. Um agradecimento especial ao Alain Trognon, Anna Sfard, Jane Ainley, Jane Watson e Paul Cobb.

À minha família, muito em particular a meus Pais que, vezes sem conta, me facilitaram o quotidiano; às minhas irmãs Catarina e Cristina, que como ninguém, pacientemente me ajudaram na longa tarefa de introduzir dados no computador. Aos meus filhos Gonçalo e Mafalda por tudo o que me ensinaram e permitiram aprender e por terem sido o melhor estímulo para continuar num trabalho que me afastou demasiadas vezes da sua companhia. Ao meu marido Pedro que, mais uma vez abraçou um projecto meu e o considerou também seu, sendo em todos os momentos a pessoa que, depois de mim, mais intensamente o viveu, e quem primeiro acreditou que um dia ia terminar. Pelo muito que lhes devo, obrigada.

ÍNDICE

RESUMO ..... **i**

AGRADECIMENTOS ..... **iii**

ÍNDICE GERAL ..... **vii**

ÍNDICE DE QUADROS ..... **xiii**

ÍNDICE DE FIGURAS ..... **xvii**

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO **1**

CAPÍTULO 2 - O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA NO ENSINO BÁSICO **5**

1. A Estatística na Sociedade 6

   1.1. Alguns apontamentos históricos sobre o aparecimento da Estatística 6

   1.2. A Estatística na sociedade contemporânea 10

   1.3. O interesse dos estatísticos pelo ensino da sua área de conhecimento 14

2. A Estatística no Currículo 18

   2.1. As tendências actuais no ensino-aprendizagem da Estatística 18

   2.2. A Estatística no currículo português de Matemática do 3º ciclo 34

2.2.1 Características gerais do sistema educativo português 35
2.2.2. O ensino da Estatística no sistema educativo português 36
2.3. Ser professor de Matemática e ensinar Estatística 41
3. Os Alunos e a Aprendizagem dos Conteúdos de Estatística 46
3.1. Do conhecimento instrumental ao conhecimento relacional 46
3.2. A evolução da comprensão dos conceitos estatísticos de moda, mediana e média 49
3.3. Erros e dificuldades dos alunos na apropriação dos conceitos estatísticos de moda, mediana e média 61
3.4. A evolução da compreensão dos gráficos de barras e circulares 80
3.5. Erros e dificuldades dos alunos na apropriação dos gráficos de barras e circulares 89

CAPÍTULO 3 - AS INTERACÇÕES ENTRE PARES NA APROPRIAÇÃO DE CONHECIMENTOS E NA MOBILIZAÇÃO DE COMPETÊNCIAS 97

1. Um Revisitar da Obra de Piaget 98
1.1. Os quatro estádios de desenvolvimento cognitivo, segundo o modelo de Piaget 106
1.2. A possibilidade de um estádio intermédio no modelo piagetiano 114
1.3. A dimensão social na obra de Piaget 118
2. A Obra de Vygotsky: Um Abrir de Possibilidades 122
2.1. A noção de desenvolvimento 124
2.2. A noção de zona proximal de desenvolvimento e de par mais competente 127
2.3. A noção de apropriação 133
2.4. O método de análise genético e a reinterpretação do papel do adulto 135
3. A Teoria da Construção Social da Inteligência: Um Itinerário Possível para a Complementaridade de Piaget e Vygotsky 137
3.1. O final da década de 70 141
3.2. O conflito sócio-cognitivo 145
3.3. A noção de intersubjectividade 150

3.4. O contrato experimental e o contrato didáctico 153
3.5. A marcação social 162
3.6. As dinâmicas de interacção 166
3.7. Os estudos contextualizados 172

CAPÍTULO 4 - PROBLEMATIZAÇÃO E MÉTODO 181

1. Introdução 182
   1.1. O contexto da investigação 182
   1.2. Um percurso pessoal até ao tema da investigação 185
2. A Investigação Realizada 187
3. Opções Metodológicas 190
   3.1. Amostra 197
   3.2. Instrumentos 203
      3.2.1. A Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.) 203
      3.2.2. As tarefas habituais 209
      3.2.3. As tarefas não-habituais 213
   3.3. Procedimento 217

CAPÍTULO 5 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS 225

1. Referentes à Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.) 226
   1.1. Caracterização do percurso dos alunos na E.C.D.L. 226
   1.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental na E.C.D.L. 229
2. Referentes às Tarefas Habituais 231
   2.1. Caracterização do percurso dos alunos nas tarefas habituais 232
   2.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental nas tarefas habituais 240
3. As Estratégias de Resolução Utilizadas nas Tarefas Não-Habituais 243
   3.1. Estratégia por tentativa e erro 244
   3.2 Estratégia de representação gráfica 247

3.2.1 Sem suporte estatístico 248
3.2.2 Com suporte estatístico 249
3.3. Estratégia de produção escrita 256
3.3.1 Sem suporte estatístico 257
3.3.2 Com suporte estatístico 259
3.4. Estratégia aritmética 261
3.5. Estratégia algébrica 266
4. Os Erros e as Dificuldades mais Frequentes 268
4.1. Nas tarefas habituais 268
4.2. Nas tarefas não-habituais 278
5. O Contributo da Discussão Geral 283
6. Os Diferentes Tipos de Díade 289
6.1. Distribuição dos alunos do grupo experimental pelos quatro tipos de díade 290
6.2. A evolução dos desempenhos dos alunos na E.C.D.L. (primeira e segunda aplicação) em função do tipo de díade 295
6.3. A evolução dos desempenhos dos alunos nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste) em função do tipo de díade 298
6.4. Padrões de desempenho dos quatro tipos de díade 304

CAPÍTULO 6 - DISCUSSÃO DOS RESULTADOS 325

1. Referentes à Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.) 325
1.1. Caracterização do percurso dos alunos na E.C.D.L. 325
1.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental na E.C.D.L. 329
2. Referentes às Tarefas Habituais 334
2.1. Caracterização do percurso dos alunos nas tarefas habituais 334
2.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental nas tarefas habituais 340
3. Os Erros e as Dificuldades mais Frequentes 343
3.1. Nas tarefas habituais 343
3.2. Nas tarefas não-habituais 352

4. O Contributo da Discussão Geral 356
5. Os Diferentes Tipos de Díade 361
5.1. Distribuição dos alunos do grupo experimental pelos quatro tipos de díade 361
5.2. A evolução dos desempenhos dos alunos na E.C.D.L. (primeira e segunda aplicação) em função do tipo de díade 363
5.3. A evolução dos desempenhos dos alunos nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste) em função do tipo de díade 366
5.4. Padrões de desempenho dos quatro tipos de díade 368

CAPÍTULO 7 - ANÁLISE DE ALGUNS CASOS 379
1. O Caso da Cátia e do Aleixo 380
1.1. Caracterização da díade 380
1.2. Análise da interacção 383
1.3. Reflexões gerais 396
2. O Caso da Susana e do Tiago 397
2.1. Caracterização da díade 397
2.2. Análise da interacção 400
2.3. Reflexões gerais 415
3. O Caso da Sandra e do Hugo 416
3.1. Caracterização da díade 417
3.2. Análise da interacção 418
3.3. Reflexões gerais 430
4. O Caso da Rute e da Sónia 431
4.1. Caracterização da díade 431
4.2. Análise da interacção 434
4.3. Reflexões gerais 446
5. O Caso da Cláudia e do António 447
5.1. Caracterização da díade 447
5.2. Análise da interacção 450
5.3. Reflexões gerais 458
6. O Caso da Paula e da Vera 458

6.1. Caracterização da díade 458
6.2. Análise da interacção 460
6.3. Reflexões gerais 468

CAPÍTULO 8 - CONSIDERAÇÕES FINAIS 471
1. Balanço do Trabalho 471
2. Sugestões para Investigações Futuras 480
3. Recomendações 482

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 485

ANEXOS 533

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1: Estádios de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.) 209

Quadro 2: Resumo do Trabalho Empírico 224

Quadro 3: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos na primeira e na segunda aplicação da E.C.D.L. (1996/1997) 227

Quadro 4: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1997/1998) 228

Quadro 5: Evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1996/1997) 229

Quadro 6: Evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1997/1998) 230

Quadro 7: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pré-teste), no ano lectivo de 1996/1997 233

Quadro 8: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pós-teste), no ano lectivo de 1996/1997 233

Quadro 9: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pré-teste), no ano lectivo de 1997/1998 233

Quadro 10: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pós-teste), no ano lectivo de 1997/1998 233

Quadro 11: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos pelos diferentes níveis de classificação das tarefas habituais (pré-teste), no ano lectivo de 1996/1997 238

Quadro 12: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos pelos diferentes níveis de classificação das tarefas habituais (pré-teste), no ano lectivo de 1997/1998 240

Quadro 13: Evolução dos desempenhos dos sujeitos, do grupo de controlo e do grupo experimental, entre o pré-teste e o pós-teste, no ano lectivo de 1996/1997 242

Quadro 14: Evolução dos desempenhos dos sujeitos, do grupo de controlo e do grupo experimental, entre o pré-teste e o pós-teste, no ano lectivo de 1997/1998 242

Quadro 15: Erros e dificuldades mais frequentes nas tarefas habituais (pré-teste e o pós-teste) 270

Quadro 16: Erros e dificuldades mais frequentes nas tarefas não-habituais 279

Quadro 17: Distribuição dos sujeitos do grupo experimental pelos diferentes tipos de díades 291

Quadro18: Distribuição dos diferentes tipos de díades em relação ao desempenho na E.C.D.L. 292

Quadro 19: Distribuição dos diferentes tipos de díades em relação ao desempenho na tarefa habitual de pré-teste e pós-teste 293

Quadro 20: Evolução dos desempenhos dos sujeitos na E.C.D.L., para cada um dos diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1996/1997 295

Quadro 21: Evolução dos desempenhos dos sujeitos na E.C.D.L., para cada um dos diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1997/1998 296

Quadro 22: Evolução dos desempenhos dos sujeitos na E.C.D.L., para cada um dos diferentes tipos de díades, nos dois ano lectivos 298

Quadro 23: Evolução dos desempenhos dos sujeitos nas tarefas de pós-teste, de acordo com os diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1996/1997 301

Quadro 24: Evolução dos desempenhos dos sujeitos nas tarefas de pós-teste, de acordo com os diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1997/1998 301

Quadro 25: Distribuição dos diferentes tipos de díades pelas condições de regressão, sem progresso e progresso em relação ao pós-teste 303

Quadro 26: Distribuição dos diferentes padrões tipo, nos dois anos de trabalho empírico 313

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.: Plano do trabalho empírico 192

Figura 2.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 1 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL igual), no ano lectivo de 1996/1997 306

Figura 3.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 2 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL diferente), no ano lectivo de 1996/1997 307

Figura 4.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 3 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL igual), no ano lectivo de 1996/1997 308

Figura 5.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 4 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL diferente), no ano lectivo de 1996/1997 309

Figura 6.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 1 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL igual), no ano lectivo de 1997/1998 310

Figura 7.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 2 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL diferente), no ano lectivo de 1997/1998 311

Figura 8.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 3 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL igual), no ano lectivo de 1997/1998 312

Figura 9.: Padrões e subpadrões de desempenho das díades de Tipo 4 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL diferente), no ano lectivo de 1997/1998 313

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

A partir dos anos 80, em Portugal, a disciplina de Matemática tem sido um terreno fértil de estudos (Ponte, Matos e Abrantes, 1998), podendo pensar-se que o elemento comum é compreender e procurar soluções para os muitos desafios que esta área do conhecimento encerra. Simultaneamente, os últimos 20 anos têm originado um significativo número de investigações que têm realçado a importância das interacções sociais estabelecidas na sala de aula de Matemática e, em particular, o papel que as interacções sociais entre pares podem desempenhar na apropriação de conhecimentos e na mobilização de competências (César, 2000a, 2000b).

Assiste-se, então, ao surgimento de um número crescente de investigações onde se verifica que as interacções sociais têm um papel fundamental nos desempenhos matemáticos dos alunos (César, 2000a, 2000b; van der Linden et al. 2000). Paralelamente, compreende-se a construção do conhecimento e os mecanismos que lhe estão inerentes não são socialmente neutros ou simples, sofrendo a influência de múltiplos factores psico-sociais como: a natureza da tarefa proposta aos sujeitos, o estatuto de quem a propõe, as instruções de trabalho dadas com a tarefa, o modo como interpretam a situação em que se encontram e o pedido que o "outro" (um par, um investigador, um professor) lhe faz, o tipo de co-elaboração que desenvolvem e que os vai levar até uma resolução, o contrato (didáctico ou experimental) que regula aquela interacção. As investigações sobre

as interacções sociais entre pares têm também mostrado que os critérios para a formação das díades influenciam o seu desempenho (Bell, Grossen, Perret-Clermont, 1985; César, Perret-Clermont, Benavente, 2000). Compreendeu-se que, para fomentar interacções ricas, não basta sentar dois alunos lado-a-lado.

A orientação teórica do presente trabalho é inspirada nos trabalhos pioneiros de Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976) que estudavam o papel das interacções sociais no desenvolvimento cognitivos dos sujeitos e de Vygotsky (1962, 1978, 1985), onde o social ganha uma crescente importância, fruto da compreensão de que os desempenhos dos sujeitos não são independentes dos contextos e das situações onde ocorrem (Schneuwly e Bronckart, 1996; Wertsch, 1988). Assim sendo, as interacções sociais são cada vez mais referidas como processos complexos, que por isso mesmo necessitam de ser estudados detalhadamente, para que se possam compreender os mecanismos em jogo e, depois, aproveitar, de um ponto de vista pedagógico, todas as suas potencialidades.

Para muitos alunos, as dificuldades em Matemática começam cedo, logo que iniciam a aprendizagem das quatro operações básicas, e vão-se reforçando e reafirmando de uma forma cada vez mais profunda e acentuada ao longo de toda a escolaridade (César, 1994). A gravidade desta situação fica, até certa medida, escondida, uma vez que o sistema escolar português é tolerante, até ao 9º ano de escolaridade, com os alunos que apresentam insucesso repetido a uma mesma disciplina. Assim, para alguns alunos é possível concluir o 9º ano de escolaridade obrigatória sem nunca terem atingido nível 3 a Matemática. Este problema, associado a outros, como a existência duma população escolar cada vez mais heterogénea, currículos nem sempre adaptados aos níveis de desenvolvimento dos alunos, para além de extensos e pouco motivadores, fazem com que este seja um dos domínios onde se sente uma grande necessidade de trabalhos colaborativos entre professores e psicólogos, no sentido de encontrar soluções eficazes para a promoção do sucesso nesta disciplina.

O projecto *Interacção e Conhecimento* surge de um duplo compromisso: continuar a compreender a realidade complexa e dinâmica das interacções sociais; e de uma intervenção junto a professores, que trabalham em tempo real, ao longo de um ou mais anos lectivos com alunos, na sala de aula. O objectivo é, assim, compreender realidades complexas e contextualizadas, estudando fenómenos que ainda são pouco conhecidos e que se desenrolam num palco em constante mutação: a sala de aula (César, 2000b).

A presente tese faz parte do primeiro nível do projecto atrás referido, que se desenrola em dois níveis de realização: um nível de micro análise (nível 1) e um segundo nível de macro análise (nível 2). O nível 1 passou por dois momentos distintos. Numa primeira fase, até 1994, pretendia-se comparar a eficácia do trabalho em díade com o trabalho individual na promoção dos desempenho matemáticos dos alunos e estudar quais os tipos de díade, tarefas e instruções de trabalho que davam origem a interacções mais frutuosas, geradoras de maiores progressos nos alunos (César, 1994, 2000b). Os temas estudados nas aulas de Matemática foram as equações e os números relativos, do 7º ano de escolaridade. Na segunda fase, a presente tese, adoptou-se o tipo de díade que tinha sido mais frutuoso na investigação anterior (César, 1994), díades com interacção, estudando-se o efeito das interacções entre pares no desenvolvimento lógico dos sujeitos, nos seus desempenhos na unidade curricular de Estatística e verificando a importância de uma discussão geral, após as sessões de trabalho em díade, para a promoção da apropriação dos conhecimentos e mobilização de competências.

Ao decidirmos continuar a trabalhar com alunos do 7º ano de escolaridade, por ser o primeiro ano do último ciclo de escolaridade obrigatória, com tudo o que isso significa para o aluno em termos de investimentos, aspirações, oportunidades e preocupações e por ser ainda um ciclo crucial para a formação Matemática dos alunos onde, por ser longo, se vivem frequentemente momentos de crise, desinteresse, reprovações e abandonos, parecia oportuno eleger uma unidade curricular da disciplina de Matemática que tivesse sido introduzida com a Reforma do Sistema Educativo e, por essa razão, ainda pouco investigada. A

opção pela unidade curricular de Estatística mostrava-se duplamente interessante, pois ia ao encontro dos objectivos da nossa investigação e permitia a exploração dos conteúdos curriculares com situações próximas da vida real dos alunos.

Esta dissertação começa com um capítulo de introdução à problemática em estudo (Capítulo 1), seguido de um capítulo relativo ao tema do ensino e da aprendizagem da Estatística (Capítulo 2) e um outro acerca do papel das interacções sociais na apropriação de conhecimentos e mobilização de competências (Capítulo 3). Depois, segue-se a problematização e método, onde identificamos o problema em estudo e as opções metodológicas efectuadas (Capítulo 4). Posteriormente, apresentam-se os resultados (Capítulo 5) e discutem-se (Capítulo 6). Seguidamente, estudam-se seis casos de interacções ilustrativas de diferentes padrões de desempenhos das díades (Capítulo 7). Para terminar, sintetizam-se as principais considerações finais, apresentando-se algumas recomendações e sugestões de futuras investigações que emergem do estudo realizado (Capítulo 8).

CAPÍTULO 2

O ENSINO E A APRENDIZAGEM DA ESTATÍSTICA NO ENSINO BÁSICO[1]

Ao longo deste capítulo procurarei revisitar e analisar alguns dos aspectos mais pertinentes sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística no início de um novo milénio. A Estatística surge, neste trabalho, como a unidade curricular de Matemática que elegemos para dar o enquadramento ao problema que pretendíamos tratar e que era compreender como as interacções sociais geram progressos nos sujeitos, tanto a nível cognitivo como nos desempenhos matemáticos. A Estatística, ao estar vocacionada para descrever e modelar a realidade, não pode ser ensinada nem aprendida de uma forma convencional, questionando os cânones tradicionais de como se ensina e aprende Matemática. Os grandes temas que serão abordados ao longo do capítulo serão a Estatística na sociedade, a Estatística no currículo e, por fim, os alunos e a aprendizagem dos conteúdos da Estatística.

---

[1]Ao longo deste trabalho recorre-se ao termo Estatística para designar a chamada Estatística Descritiva, que tradicionalmente se tem dedicado ao estudo descritivo dos dados, recorrendo para isso às medidas de tendência central, à variabilidade e às correlações. Sempre que necessário abordar uma outra forma de Estatística esta surgirá, explicitamente, no texto.

1. A Estatística na Sociedade

1.1. Alguns apontamentos históricos sobre o aparecimento da Estatística

Se "a Estatística é uma disciplina relativamente nova" (Branco, 2000, p. 12) o mesmo não acontece com o interesse do Homem por possuir formas de registo dos mais variados tipos de dados. Os primeiros levantamentos de dados têm cerca de 3000 anos. Povos como os babilónicos, os egípcios ou os romanos, cedo se aperceberam da importância de possuir registos agrícolas, comerciais e mesmo medições de fenómenos naturais enquanto elementos fundamentais para a organização da sociedade (Batanero, 2000; Lavoie e Gattuso, 1998; Lopes, 1998). No entanto, foram os egípcios e os romanos os primeiros a terem a preocupação de realizar uma contagem oficial e periódica de todos os habitantes de uma determinada região com o propósito de adquirir conhecimentos acerca da sua população e dos elementos que a ajudavam a caracterizar. O enumerar destes elementos, ou censos, tinha como objectivo principal a obtenção de informações essenciais para assuntos governamentais, como a cobrança de impostos ou o número de homens disponíveis para o serviço militar (Martins et al., 1997).

Na Europa, por volta do ano de 1085, foi realizado em Inglaterra um dos primeiros e mais completos levantamentos estatísticos que se conhecem, no qual se procuraram coligir dados acerca da utilização que os proprietários faziam da terra, com vista ao cálculo do imposto a cobrar. Neste documento, intitulado *Doomsday Book*, é possível encontrar elementos sobre os proprietários, o uso agrícola que era feito das terras, o número de empregados por propriedade, ou mesmo o número de animais existentes, bem como a sua variedade. Quando, no século XIII, a igreja introduziu em Itália a inscrição obrigatória dos casamentos, dos nascimentos e dos óbitos, iniciou-se um novo tipo de registos, que permitiu um outro tipo de descrição da população daquela época (Lopes, 1998).

Em Portugal, o primeiro estudo da população aconteceu durante o reinado de D. João III, em 1527, e ficou conhecido por *numerando os vizinhos*, tendo permitido estabelecer uma estimativa da população portuguesa dessa época e algumas das suas características. "Este apuramento estatístico (...) foi um dos primeiros estudos deste género conhecido na Europa" (Martins et al., 1997, p. 12).

Um outro tipo de documento aparece em Inglaterra, no século XVII: as Tábuas de Mortalidade. Numa altura de epidemias e de peste, John Graunt (1620-1674), baseado nos registos sobre o número de nascimentos e o número de mortes, fez as primeiras inferências estatísticas, partindo de uma análise a estes dados (Lopes, 1998). Ainda hoje, as Tábuas de Mortalidade são utilizadas pelas seguradoras.

Embora seja possível encontrar as raízes do conhecimento estatístico com o começo da organização das sociedades, a palavra Estatística deve-se ao economista alemão Gottfried Achenwall, que entre 1748 e 1749, a utilizou, pela primeira vez, no seu livro *Introdução à Ciência Política*. Como refere Ottaviani (1991), a palavra alemã *Statistik* tem origem na palavra *status*, que em latim significa estado. Mas é ainda esta autora quem menciona poder encontrar-se a etimologia da palavra Estatística na forma italiana de *Statista*, que em 1633, tem um sentido de "ciência do estado", sendo na época utilizada para descrever, de uma forma sistemática, a organização dos estados. A escassez de dados numéricos impôs que, no seu início, a natureza da Estatística fosse fundamentalmente qualitativa (Bibby, 1986).

Começando a ser ensinada por volta de 1660, na Alemanha, em Universidades de Direito, Política e História, foi no final do século XVIII que o ensino da Estatística se expandiu aos países limítrofes. A Áustria e a Hungria, respectivamente em 1777 e 1784, introduziram, nos primeiros anos das suas faculdades de Direito e Política, cursos de Introdução à Estatística. Nesta época, a "função da Estatística era tornar conhecidos os aspectos mais notórios e significativos de um estado" (Ottaviani, 1991, p. 244).

Com o desenvolvimento económico que se seguiu à Revolução Francesa e o aumento pelo interesse das condições económicas e sociais dos países, a importância da Estatística acentua-se, passando cada vez mais a ser usada para descrever económica e politicamente os países. Segundo Bibby (1986), a era da industrialização, da expansão do capital e do colonialismo foi uma época de um grande desenvolvimento para a Estatística, estando, como o próprio afirma, bem presente numa ideia da altura: "a terra requer a Geometria, os contratos a Álgebra e o capital a Estatística" (p. 5).

Porém, só no início do século XIX é que vários países europeus e da América introduziram temas de Estatística nas suas universidades, assistindo-se nessa altura a "grandes desenvolvimentos da teoria estatística e na maneira de usar a Estatística" (Branco, 2000, p. 12). Países como a Holanda admitem-na em 1807 em algumas das suas faculdades de Direito e, em 1845, são diversas as universidades dos Estados Unidos da América que a consideram como um instrumento para estudos sobre aspectos morais e intelectuais, iniciando-se assim a ligação a outras ciências. Em 1849, a Estatística passou a integrar as faculdades belgas de Filosofia e Letras, como *Aritmética Social*. Em França, no ano de 1854, iniciou-se a primeira disciplina com o nome de Estatística, no curso de *Administração e Negócios Estatísticos*. No Reino Unido, no ano de 1842, surgiu o primeiro curso de Ciência Económica e Estatística, na Universidade de College (Londres).

Nos finais do século XIX, princípios do século XX, a Estatística deu os primeiros passos no sentido de ocupar um lugar de destaque no mundo académico, passando, simultaneamente, a ganhar um novo lugar junto das universidades de Economia e de Matemática, mas também de Psicologia e Antropologia (Ottaviani, 1991). Como afirma Branco (2000) "na sequência deste trabalho fundamental muitos métodos estatísticos, apreciados ou não pelo seu valor intelectual mas também pelo seu interesse na resolução de problemas das ciências aplicadas, foram postos à disposição da comunidade" (p. 12).

Como considera Bibby (1986), a Estatística começou por ser entendida como os dados requeridos pelos governos, com objectivos económicos e militares precisos, para se transformar nos dados que permitem caracterizar os governos e as populações, sendo cada vez maior a sua aplicação a outras ciências. Branco (2000), acrescenta que "assiste-se a uma generalização da emergência e reconhecimento de problemas de natureza estatística nos vários ramos científicos, na indústria e em actividades governamentais o que fez crescer o interesse pela actividade estatística" (p. 12). Com Galton, Pearson e Weldon enfatizaram-se as suas aplicações à Biologia; com Fisher, Spearman e Deming alargou-se a sua influência a domínios como a Agricultura, a Psicologia e a Indústria. Por fim, a Estatística passou a ser cada vez mais considerada como "os métodos de lidar com os dados numéricos" (Bibby, 1986, p. 9) ou ainda, como "o estudo dos modos de utilização dos dados de forma a permitir uma reflexão e, consequentemente, uma tomada de decisão numa situação concreta ou que envolva uma margem de incerteza" (Rade, 1986, p. 127).

Na passagem para o século XX, assistiu-se a um período de transição do que se entendia como sendo uma primeira visão da Estatística, caracterizada por uma dispersão de temas e escassos conteúdos metodológicos, para uma disciplina que recorre a técnicas matemáticas, à teoria das probabilidades e a métodos cada vez mais sofisticados para estudar os dados (Ottaviani, 1991). Nomeadamente, a Estatística Inferencial, com o uso sistemático da Probabilidade, permitiu novas formas de colectar, analisar e interpretar a informação, para além da sua descrição. Paralelamente, o ensino da Estatística, nas universidades, no final do século XIX, sofreu profundas reformulações metodológicas, resultantes do trabalho de Pearson, que aumentou a utilização da Matemática e a ligação da Estatística com as Probabilidades (Ottaviani, 1991).

1.2. A Estatística na sociedade contemporânea

À medida que as sociedades se complexificam aumenta a necessidade de quantificar muita da informação que geram. A Estatística, com os seus conceitos e métodos para recolher, organizar e analisar essa informação vasta, tem-se revelado um poderoso aliado neste desafio que é transformar a informação bruta em dados que permitem ler e compreender uma realidade. Talvez por isso, se tenha tornado cada vez mais numa presença constante no dia a dia de qualquer cidadão, fazendo com que haja um amplo consenso em torno da ideia segundo a qual a literacia estatística[2] deva ser uma prioridade da sociedade moderna, ou seja, de uma cidadania com responsabilidade social. Mas, para isso, há que entender e ser capaz de produzir argumentos quantitativos "recolher, representar e tratar a informação são actividades da maior importância no mundo actual" (National Council of Teachers of Mathematics, 1991, p. 201). De facto, actualmente, a importância que os conhecimentos estatísticos têm na vida de qualquer indivíduo é tão significativa que está sempre dividido entre dois pólos complementares: o de consumidor ou o de produtor de dados (Almeida, 2000).

Quando um qualquer cidadão utiliza os mais variados tipos de dados para o seu dia a dia, por exemplo quando lê um jornal ou ouve uma notícia sobre os indicadores de consumo, as taxas de desemprego, os índices de inflação ou os níveis de poluição num determinado local, torna-se um consumidor de dados. Mas, também de formas de os apresentar, organizar e analisar. Muitos dos projectos pessoais e profissionais de cada indivíduo obrigam-no a saber compreender e a interpretar esses mesmos dados e linguagens, sob pena de

---

[2]Entende-se Literacia Estatística como a capacidade para interpretar argumentos estatísticos em jornais, notícias e informações diversas. A Literacia Estatística é mais do que possuir competências computacionais, alargando-se pela literacia numérica necessária às populações que estão a ser constantemente bombardeadas com dados sobre os quais têm de tomar decisões (Lajoie, Jacobs e Lavigne, 1993).

cometer juízos incorrectos e, consequentemente, não tomar as melhores decisões num futuro mais ou menos próximo.

Ao mesmo tempo que cada cidadão utiliza os mais variados tipos de dados, também os produz, quando escolhe um produto, quando vota, quando decide uma profissão ou onde morar. Por isso, torna-se num produtor de dados, quando toma decisões e faz escolhas, mas também pela forma como recolhe e trata a informação ao procurar compreender e explorar o mundo que o rodeia.

> Incorrer no estatuto de consumidor e de produtor de informação estatística é também a situação a que se sujeita todo o indivíduo que procura assumir uma atitude crítica e responsável face à informação a que vai tendo acesso. Sobretudo, se se atender que nem todas as notícias e nem todos os dados são divulgados de forma simples e directa e que por detrás deles muitas vezes se esconde um vasto séquito de intenções que é preciso descodificar. (Almeida, 2000, p. 20)

Mas, para saber descodificar esta informação, é necessário possuir um pensamento estatístico, ou seja, "ser capaz de utilizar ideias estatísticas e atribuir um significado à informação estatística. Para isso há que ser capaz de fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou mesmo com um resumo dos dados" (Garfield e Gal, 1999, p. 207). De acordo com estes dois autores, muito deste pensamento estatístico combina ideias acerca de dados e da noção de incerteza, obrigando a que cada sujeito tenha de fazer inferências para conseguir interpretar esses mesmos dados, ao mesmo tempo que terá de ter conhecimentos acerca de conceitos e ideias estatísticas como distribuição, centro, dispersão, incerteza, acaso e amostra.

Saber pensar estatisticamente permite que, no seu quotidiano, cada sujeito consiga compreender os dois tipos de mensagens que, geralmente, estão presentes na variedade de informação a que vai tendo acesso: as mensagens simples e directas, mas também as que envolvem processos complexos de inferência. É com base neste tipo de pensamento que muitas decisões são tomadas, depois de ter sido feito um "diagnóstico e uma avaliação dos múltiplos factores de risco impostos

por uma conjectura científica, económica, social e política em permanente transformação, como é a época actual" (Almeida, 2000, p. 20).

Na sociedade contemporânea, muitas das decisões sobre as quais os cidadãos são chamados a pronunciar-se envolvem riscos e nem todos os dados estão completos ou são conhecidos (Jacobsen, 1991). Colectiva ou individualmente, todos são confrontados com a necessidade de assumirem riscos pelo facto de fazerem parte de uma sociedade, estando envolvidos activamente no processo de tomada de decisão, mesmo quando se demitem dele. O ensino tradicional, e uma perspectiva da ciência em termos de certezas, onde entre o certo e o errado não existe uma gradação, deram origem a que muitos dos cidadãos não tenham sido incentivados a lidar com a incerteza e o risco (Godino, Batanero e Cañizares, 1996). A importância de uma educação onde os indivíduos aprendam a avaliar o risco de situações tão variadas como as sociais, políticas, económicas, científicas, tecnológicas ou qualquer outra combinação e, simultaneamente, a encontrar o equilíbrio entre o que pode ser uma situação desse tipo e os benefícios que dela se podem retirar, está bem presente no Relatório Cockcroft (1982):

> a Estatística não é só um conjunto de técnicas, é um estado de espírito na aproximação aos dados, pois facilita conhecimentos, para lidar com a incerteza e a variabilidade dos dados, mesmo durante a sua recolha, permitindo assim que se possam tomar decisões e enfrentar situações de incerteza. (p. 234)

A Estatística, com os seus conceitos e métodos, configura-se com um duplo papel: permite compreender muitas das características da complexa sociedade actual, ao mesmo tempo que facilita a tomada de decisões num quotidiano onde a variabilidade e a incerteza estão sempre presentes. Como afirma Almeida (2000),

> a utilização cada vez mais intensiva que se tem vindo a fazer das noções estatísticas bem como das sínteses e das inferências que elas sugerem permite mesmo considerar que, a par das suas funções como um instrumento de decisão e de avaliação dos custos e dos benefícios das opções de cada um, esta área do conhecimento desempenha também um papel não menos relevante como

> ferramenta de exploração do mundo que nos rodeia, traduzindo-se o seu domínio numa mais valia geradora de possibilidades profissionais, académicas e científicas. (p. 21)

O papel da Estatística na tomada de decisões dos sujeitos é considerado, por alguns autores, como fazendo parte dos grandes objectivos que os currículos de Matemática devem possibilitar aos alunos. Brown (1981) refere que as comissões que se têm dedicado a estudar as novas orientações curriculares, numa época de recessão económica e de desemprego, têm concluído que

> os objectivos são agora mais relacionados com as necessidades da sociedade. Salientando a necessidade de formar uma mão-de-obra qualificada com cidadãos que dominam o cálculo [ou melhor, que sejam matematicamente letrados] e sejam capazes de tomar decisões fundamentadas tanto a nível pessoal, como familiar e da sociedade em geral. (p. 26)

O interesse das mais variadas áreas, desde as científicas às políticas, pela Estatística fez dela uma presença constante nas sociedades contemporâneas, tornando-a numa realidade dos cidadãos. Este facto levou "à necessidade de ensinar Estatística a um número de pessoas cada vez maior" (Branco, 2000, p. 12), originando que nos últimos 50 anos a maioria dos países introduzisse nos seus programas de Matemática conteúdos de Estatística, na forma de uma unidade curricular (Gal e Garfield, 1997).

A situação anterior opera-se numa fase de mudanças nos currículos de Matemática, discutindo-se, na maioria dos países, a introdução da Matemática Moderna resultante das condições sócio-económicas e tecnológicas do pós-guerra (Abrantes, 1994).

Um pouco por todos os países realizam-se congressos e formam-se grupos de trabalho com o objectivo de formular recomendações para o ensino da Matemática, onde se inclua a Estatística como um tema a ser abordado. Rade (1986) aponta a Conferência de Cambridge (Massachusetts), realizada em 1963, como uma das primeiras reuniões científicas onde se propõe que a Estatística passe a integrar os conteúdos de Matemática a leccionar no ensino básico, mas a

precocidade desta medida não teve ecos na maior parte dos programas escolares. Como o próprio autor refere,

> com tantos apoios a favor do ensino de Estatística e Probabilidades no ensino não universitário, era de esperar que fosse uma realidade nos programas e nas salas de aula da maioria dos países do mundo. Mas parece que este não é o caso. (p. 125)

Num inquérito realizado em 1986 pelo International Statistical Institute (I.S.I.), constata-se, nos relatórios enviados pelos diversos países, uma insatisfação pelo ensino da Estatística e, em particular, nas "escolas dos anos elementares onde o seu ensino está completamente ignorado (...) ou é o primeiro tema a não ser leccionado quando não há tempo" (Rade, 1986, p. 125). Contudo, esta situação não se verifica em países como a Hungria, onde a Estatística e as Probabilidades fazem parte dos programas escolares de diferentes níveis de escolaridade do ensino primário desde 1849, a Suécia, a Inglaterra ou o País de Gales, que surgem como excepções às conclusões do Relatório do I.S.I. sobre o ensino da Estatística e Probabilidades. Nestes dois últimos países, assiste-se a um trabalho inovador desenvolvido pela Universidade de Sheffield, onde se procurou produzir, avaliar e testar um grande número de materiais e formas de os desenvolver, junto dos alunos (Rade, 1986).

Embora o relatório do I.S.I. sobre o estado do ensino da Estatística date dos anos 80, o interesse deste Instituto por questões relacionadas com o ensino da Estatística e a formação dos próprios estatísticos é bastante anterior.

1.3. O interesse dos estatísticos pelo ensino da sua área de conhecimento

O desenvolvimento económico e social de muitos dos países ocidentais, nos anos que seguiram o período do pós guerra, e a necessidade de "aperfeiçoar os conhecimentos daqueles que tinham interesses na profissão de estatístico ou dos que se encontravam a apoiar actividades de investigação nos vários ramos da ciências" (Branco, 2000, p. 12), levaram a U.N.E.S.C.O., conjuntamente com

outros órgãos da O.N.U., a criar no ano de 1949, um Comité para a Educação dentro do Instituto Internacional de Estatística. Embora este Instituto se tenha interessado por aspectos relacionados com o ensino da Estatística desde 1885, quando da sua formação, só alguns anos mais tarde, com a criação do referido Comité, este organismo se envolve directamente no desenvolvimento de programas para uma educação Estatística (Batanero, 1998b; Ottaviani, 1999; Vere-Jones, 1995).

No início, e até aos finais dos anos 70, os grandes objectivos do Comité para a Educação foram: (a) um envolvimento directo no ensino da Estatística e nos projectos de formação; (b) a publicação de documentos; (c) o financiamento de conferências e de outras formas de divulgação da investigação realizada neste domínio, verificando-se ainda uma grande preocupação do Comité pela necessidade de formar técnicos, especialmente nos países em vias de desenvolvimento, que seriam mais tarde responsáveis por uma melhoria na recolha de dados e na sua posterior análise estatística. Tal situação veio a precipitar o desenvolvimento de programas de ensino de Estatística para as universidades, a implementação de centros educativos com objectivos a nível da formação do pessoal técnico nos países em vias de desenvolvimento que beneficiavam com a cooperação internacional, a produção e difusão de apoios educativos necessários e a publicação de revistas da especialidade, como é o caso da *International Statistical Review* (Batanero, 1998b).

Como refere Vere-Jones (1995), desde o aparecimento do Comité para a Educação até finais dos anos setenta, a sua grande preocupação consistiu na formação e na preparação de técnicos que ajudassem as diversas entidades ligadas às Nações Unidas a terem estatísticas cada vez mais precisas acerca dos países, tendo em vista posteriores ajudas, tanto financeiras como humanitárias. Findo este primeiro período, fortemente dominado pela formação de profissionais, as competências do Comité iniciaram uma actividade cada vez mais direccionada para a educação Estatística, reconhecendo-se que a introdução precoce do seu

ensino nas escolas poderia influenciar positivamente o seu desenvolvimento futuro (Ottaviani, 1999).

A necessidade de incentivar cada vez mais o ensino de Estatística em todos os níveis de escolaridade e nos mais diversos contextos obrigou que, em 1991, o I.S.I. criasse uma associação, a International Association for Statistical Education (I.A.S.E.) que viria a substituir o Comité para a Educação. Embora, nas palavras de Vere-Jones (1995), a I.A.S.E. não seja o veículo mais apropriado para lidar com os problemas do dia-a-dia dos professores que têm de ensinar Estatística, é sem dúvida uma organização que possibilita o contacto entre os vários membros, ao organizar encontros internacionais, por exemplo as International Conferences on Teaching Statistics (I.C.O.T.S.), que se realizam desde 1982, de quatro em quatro anos, e onde se reúnem especialistas de Estatística, mas também de outras disciplinas com interesses na área da educação Estatística. A I.A.S.E., no seguimento do que vinha sendo feito desde 1968 pelo comité de educação do I.S.I., continua a promover as conferências, no formato de mesas redondas, com temas específicos associados com o ensino desta disciplina, e que são como que satélites aos encontros da International Conference on Mathematical Education (I.C.M.E.). A periodicidade destas mesas redondas também tem sido de quatro em quatro anos. Para além destas conferências e mesas redondas, a I.A.S.E. tem apoiado vários encontros e cursos, com o objectivo de melhorar o ensino da Estatística, ao mesmo tempo que tem editado uma bibliografia vasta acerca do seu ensino e das problemáticas que lhe estão associadas. Em 1979 iniciou a publicação da revista *Teaching Statistics*, um periódico fundamental para quem tem de ensinar Estatística nas escolas e universidades. Três anos mais tarde surgiu o boletim *International Statistical Education Newsletter* que, trimensalmente, procura manter informados os membros acerca do trabalho que os diferentes Comités do I.S.I. desenvolvem no âmbito do ensino da Estatística nos mais diversos aspectos, como as novas tecnologias, e nos mais variados contextos, como a saúde ou a economia, não esquecendo o próprio desenvolvimento da teoria estatística e os resultados da sua aplicação.

Em paralelo ao trabalho desenvolvido internacionalmente pela I.A.S.E. assistimos a outros movimentos importantes, embora mais recentes, dentro da comunidade dos educadores matemáticos que se têm interessado pela investigação em torno de questões trazidas pelo ensino da Estatística e das Probabilidades. Concretamente, desde 1976, o Psychology of Mathematics Education (P.M.E.), que teve em Fischbein um dos seus fundadores, passou a ter um grupo de discussão sobre a Estocástica, que em 1997 se transformou num grupo de trabalho. Este grupo de discussão é, também, um indicador da importância que esta área de conhecimento tem vindo a ter no seio da comunidade dos educadores matemáticos. Mas este interesse é também partilhado por outras Associações de Educação, como é o caso por exemplo, da American Educational Research Association (A.E.R.A.), que começam a ter sessões específicas para a educação da Estatística e das Probabilidades.

A dinâmica gerada por todo este movimento fez com que os materiais didácticos, o *software* educativo, os projectos de investigação, as reuniões académicas e os congressos sobre o ensino da Estatística e das Probabilidades tenham tido um crescimento acentuado nos últimos anos. No entanto, seria demasiado simples considerar o interesse pelo ensino e aprendizagem da Estatística um exclusivo da comunidade dos educadores matemáticos ou dos educadores estatísticos (Batanero, 1998b). Segundo esta autora, o interesse de outros agentes educativos por esta problemática deve procurar-se: (a) nas dificuldades inerentes ao próprio tema e nas questões filosóficas, éticas, sociais e procedimentais que lhe podem estar associadas quando da sua aplicação; (b) nas contribuições que outras áreas de conhecimento podem trazer; (c) na dimensão política do uso, e possível abuso, da informação estatística. Associado a este interesse, o rápido desenvolvimento da Estatística enquanto ciência, a sua utilidade para a investigação e para os mais diversificados campos de aplicação, não esquecendo o recurso cada vez mais abrangente aos computadores (o aumento da sua rapidez e capacidade de cálculo e as novas potencialidades no domínio da comunicação da informação) facilitaram a utilização da Estatística por um número

cada vez maior de pessoas e mostraram a necessidade de ter cidadãos cada vez mais competentes nesta área do conhecimento.

Consequentemente, na maioria dos países, nos anos 70, assiste-se a mudanças no ensino da Matemática, passando a Estatística e as Probabilidades a terem lugar na maioria dos currículos das escolas que antecediam o ensino universitário (Ottaviani, 1999). Em 1982, com a publicação em Inglaterra do relatório *Mathematics Counts* (Cockcroft, 1982), é recomendado que a disciplina de Matemática inclua Estatística, podendo ler-se neste documento que "a Estatística é essencialmente um assunto prático e o seu estudo deve ser baseado na recolha de dados realizada pelos próprios alunos" (p. 16) devendo dar-se atenção ao tipo de dados a recolher e ao modo de como o fazer "mais do que aplicar técnicas importa discutir resultados à luz do contexto onde os dados foram recolhidos" (Cockcroft, 1982, p. 16). Esta parece ser a forma de evitar "um trabalho árido e que não mostra aos alunos o poder e a natureza da Estatística" (Cockcroft, 1982, p. 16).

2. A Estatística no Currículo

2.1. As tendências actuais no ensino-aprendizagem da Estatística

Nos anos 60 Bruner escrevia que qualquer currículo devia girar em torno dos grandes problemas, princípios e valores que a sociedade considera merecedores do interesse dos seus membros (Bruner, 1988). O facto das sociedades regularem cada vez mais a vida dos cidadãos por indicadores numéricos cria a necessidade que todos eles tenham algum conhecimento que os ajude a compreender o seu significado e, ainda, de como o processo é gerado. Ter conhecimentos de Estatística tornou-se uma inevitabilidade para exercer uma cidadania crítica, reflexiva e participativa, tanto em decisões individuais como colectivas, e esta necessidade não é exclusiva dos adultos, uma vez que tanto os

adultos como as crianças estão expostos a dados estatísticos (Lajoie, Jacobs e Lavigne, 1993). Como lembra Lopes (1998),

> na busca de uma pessoa que actue criticamente, é necessário lembrar que os nossos jovens já são cidadãos; precisamos auxiliar o desenvolvimento da sua capacidade de crítica e de autonomia a fim de que tenham melhores condições para elaborar reflexões, emitir opiniões e/ou tomar decisões. (p. 114)

Na opinião de Shaughnessy (1992, 1996), ser competente em Estatística é essencial aos cidadãos das sociedades actuais: para ser crítico em relação à informação disponível na sociedade, para entender e comunicar com base nessa informação mas, também, para tomar decisões, atendendo a que, uma grande parte da organização dessas mesmas sociedades, é feita com base nesses conhecimentos.

Quando se pensa em pessoas e cidadãos competentes em Estatística, Matemática ou outra qualquer disciplina, não se pode reduzir essa competência aos seus saberes característicos, devendo acrescentar-se outras duas dimensões fundamentais: as atitudes e valores; e as capacidades. Tornar todos os cidadãos estatisticamente competentes é um dos grandes objectivos da educação Estatística e a única forma de combate à iliteracia estatística (Gal e Garfield, 1997; 1999; Lajoie, Jacobs, Lavigne, 1993). Ser estatisticamente competente significa que se desenvolveram atitudes, capacidades e conhecimentos estatísticos que permitem ser crítico e reflexivo em relação à informação veiculada através de eventuais conteúdos estatísticos, mesmo numa utilização indevida ou abusiva.

De acordo com Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), o recurso à palavra literacia deve-se ao facto de se ter verificado que existiam sectores significativos da população que, apesar de escolarizados, não eram capazes de realizar tarefas da vida corrente que requeriam a mobilização de conhecimentos supostamente adquiridos durante essa mesma escolarização como, por exemplo, compreender um folheto explicativo de um medicamento ou as explicações contidas numa brochura bancária acerca das percentagens presentes no cálculo das taxas de juro de um empréstimo. Segundo estes autores, a ênfase deve ser colocada não numa

suposta aquisição de conhecimentos, mas na mobilização de competências, ou seja, no saber em acção.

Esta nova perspectiva está intimamente relacionada com as exigências que, a cada momento, as sociedades determinam para os seus cidadãos. Em Matemática, por exemplo, não basta ser competente em Cálculo para que se possa considerar que uma determinada pessoa é matematicamente letrada. Bem pelo contrário, "hoje há até menos exigências de cálculo na vida do dia-a-dia do que no passado [as máquinas fazem muito deste trabalho mas paralelamente assistimos] a um mundo cada vez mais matematizado [onde é cada vez] mais abundante, mais variada, e mais sofisticada a informação numérica com que lidamos nos mais diversos assuntos" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 20). Em Estatística há que saber o que está presente num estudo estatístico, como interpretá-lo, aprender a colocar perguntas críticas e reflectidas acerca do que é apresentado, nomeadamente, "qual a confiança que permitem as medidas utilizadas", ou qual "a representatividade da amostra" (Gal e Garfield, 1997, p. 4).

Porém, "ser-se matematicamente [ou estatisticamente] competente na realização de uma determinada tarefa implica ter não só os conhecimentos necessários como a capacidade de os identificar e mobilizar na situação concreta e ainda a disposição para fazê-lo" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 21).

A problemática da questão da competência estatística e, consequentemente, da literacia estatística, remete-nos para a educação estatística e o que os documentos referem como devendo ser o ensino desta área de conhecimento.

Sensivelmente até aos anos 50 e 60, o ensino da Estatística era dominado por fortes preocupações centradas nas ferramentas e nos métodos necessários para resolver os problemas presentes nos mais variados contextos e para os quais a Estatística era considerada um instrumento importante que permitia aos mais variados sectores da sociedade medir, descrever e classificar. O mérito da Estatística advinha-lhe pelos serviços que prestava às outras áreas do conhecimento. Consequentemente, nesta altura, o seu ensino tende a reflectir esta

visão instrumental, segundo a qual a Estatística é um conjunto de noções e técnicas matemáticas rigorosas, que se podem utilizar de forma objectiva, estando a actividade estatística circunscrita a uma utilização formal e mecanicista dessas noções e técnicas.

Entre os anos 60 e 70 o foco da Estatística concentrou-se nos seus aspectos matemáticos. Nesta época, assiste-se a uma forte preocupação de afirmação da Estatística como uma ciência independente das influências sociais, orientada pelo rigor e a objectividade, resultantes da influência matemática. Esta é igualmente uma época em que na própria Matemática,

> apesar da intenção de valorizar a compreensão dos conceitos e métodos (...) o formalismo e o simbolismo tornaram-se nos anos 60 os aspectos mais salientes dos novos programas, dando origem a um ensino que, aos olhos dos alunos, mostrava uma disciplina abstracta e desligada da realidade. (Abrantes, 1994, p. 17)

O ensino da Estatística acontece muito em torno de classes de problemas semelhantes entre si, cujo objectivo é que o aluno saiba reconhecer os vários modelos de problemas, reproduzir procedimentos e utilizar eficazmente os conceitos. Valorizam-se os aspectos numéricos, fruto das várias ferramentas estatísticas, na caracterização das situações. O ensino e aprendizagem ficam circunscritos às noções e aos métodos quantitativos disponíveis.

A partir dos anos 70 e 80 introduz-se a análise exploratória de dados no ensino e aprendizagem da Estatística. Nesta altura, como refere Biehler (1989), a Estatística começa a ser cada vez mais considerada como uma actividade essencialmente social, abandonando-se uma valoração pelo seu próprio conhecimento intrínseco. Para este autor, qualquer estudo estatístico envolve o seu ou os seus executores num processo de análise, descoberta, formulação, divulgação e discussão de hipóteses e resultados. Este processo obriga a que a comunicação e a cooperação entre os diversos intervenientes do estudo tenham um papel de destaque na procura da verdade e objectividade dos factos, atendendo a que uma interpretação do problema em estudo não é conseguida seguindo apenas as regras lógicas ou um tratamento associal dos mesmos.

> Seria importante observar que o ensino da Estatística não poderia vincular-se a uma definição de Estatística restrita e limitada, isto é, a uma simples colecta, organização e representação de dados, pois este tipo de trabalho não viabilizaria a formação de um aluno com pensamento e postura críticos. (Lopes, 1998, p. 115)

As potencialidades da análise exploratória de dados foram trazidas para a sala de aula nos anos 70 por Tukey (1977) e, no início do século XXI, já é considerada como a forma ideal de ensinar e aprender Estatística (Scheaffer, 2000). No entanto, continua a não ser uma presença em muitas das salas de aula (Fonseca e Ponte, 2000; Lopes, 1998). Por exemplo, em Portugal, nos actuais programas do ensino básico, não se encontram referências claras a esta forma de trabalho (Ministério da Educação, 1991a, 1991b, 1997).

Scheaffer (1990, 2000) refere as seguintes vantagens para a introdução da análise exploratória de dados, mesmo no que se refere à aprendizagem dos conceitos elementares, "não só porque é a forma mais fácil de o fazer, mais motivadora e a mais criativa para além de que é a forma como muitas investigações científicas começam" (Scheaffer, 1990, p. 93). Para este autor, só assim os alunos compreendem como a recolha, a organização e a interpretação acontecem ao mesmo tempo que descobrem capacidades de argumentar, reflectir, criticar, sem esquecer as competências ligadas aos próprios conceitos estatísticos. Cobb (1999) partilha da mesma opinião, referindo que quando os alunos não estão activamente envolvidos na criação dos dados, facilmente apresentam dificuldades em analisá-los, ou mesmo, em saber como devem fazê-lo.

Esta revolucionária forma de trabalhar a Estatística na sala de aula aproximava-se do que as reformas curriculares consideram ser a forma adequada de trabalhar a Matemática no ensino não superior (Cockcroft, 1982; National Council of Teachers of Mathematics, 1991), ou seja, um trabalho onde se privilegia uma investigação de temas.

> Tradicionalmente, a Estatística tem sido ensinada como um conjunto de técnicas em vez de uma forma de pensar sobre o mundo. Professores e alunos tendem a enfatizar aspectos particulares por oposição a princípios, e aprender procedimentos e

> fórmulas em vez de metodologias e formulações mais amplas. As técnicas continuam a ser úteis, e talvez sejam uma parte importante da instrução, podendo mesmo ser um ponto de partida, mas actualmente o ensino da Estatística tem de ir além do livro de texto ou dos procedimentos (...) a educação estatística moderna tem de ter a Análise Exploratória de Dados no seu seio. (Scheaffer, 2000, p. 158)

Se, nos anos 70, a análise exploratória de dados vivia de perto com a análise descritiva, onde tem raízes, recentemente enfatiza-se a organização, a descrição, a representação e a análise dando-se especial relevo aos aspectos visuais como diagramas, gráficos, tabelas e mapas. Como afirmam Shaughnessy, Garfield e Greer (1996) "trabalhar na Análise Exploratória de Dados é um estado de espírito, um ambiente onde se pode explorar dados e não só um determinado conteúdo estatístico" (p. 205). De um ponto de vista do trabalho na sala de aula, com os alunos, esta pode ser a oportunidade de estes trabalharem modelos, regularidades, padrões e variações dentro dos dados.

A todo este interesse das possibilidades da análise exploratória de dados temos de associar o avanço tecnológico trazido pelos computadores e pelo *softwear*. "Os computadores actuais, com as suas possibilidades interactivas, favorecem a introdução, desde os anos mais elementares, de uma nova filosofia no estudo da Estatística: a Análise Exploratória de Dados" (Godino, 1995). Os computadores permitem os dados serem trabalhados de uma forma exploratória e interactiva através do recurso à visualização e a simulações, tornando possível uma melhor compreensão dos conceitos e dos procedimentos estatísticos (Shaughnessy, Garfield e Greer, 1996).

A questão da análise exploratória de dados não é nova na Estatística. Numa perspectiva clássica, os dados tinham como objectivo principal confirmar hipóteses, que se estabeleciam antes de recolhê-los. Os aspectos gráficos eram pouco valorizados, pois aceitava-se que provinham de uma distribuição normal ou muito próxima da normal (Godino, 1995).

Como referem Batanero, Estepa e Godino (1991),

> para entender os princípios orientadores da Análise Exploratória de Dados há que atender que os dados estão constituídos de duas formas: regularidades e desvios. A primeira indica uma estrutura simplificada de um conjunto de observações. A segunda, traduz os resíduos dos dados que normalmente não têm uma estrutura determinada. (p. 26)

Tradicionalmente baseado em hipóteses previstas, procurava-se um modelo que encontrasse regularidades nas observações. Actualmente, são as observações que geram o modelo.

Shaughnessy, Garfield e Greer (1996) referem que, na última década, antecipando o crescimento e o desenvolvimento da importância da análise exploratória de dados, muitas organizações governativas recomendaram que a análise exploratória de dados fosse incluída como uma das componentes dos currículos escolares de Matemática. Estes autores, com base em vários documentos, apontam como sendo mais significativo: recolher, organizar e descrever os dados; construir, ler e interpretar várias formas de os apresentar; explorar os fenómenos aleatórios; formular e resolver problemas que envolvam a recolha e a análise exploratória de dados; descrever e interpretar dados; criar representações visuais e gráficas dos dados; desenvolver atitudes críticas em relação a eles. Assim, pretende-se que, mais tarde, os alunos tenham sucesso quando fazem inferência e elaboram argumentos, precisando trabalhar com as sugestões referidas.

A par destas sugestões para trabalhar a análise exploratória de dados na sala de aula teremos de considerar as novas tecnologias. O computador e o *software* há já algum tempo que eram utilizados em Estatística, mas a sua utilização na sala de aula de Matemática é recente. Para muitos alunos, até ainda está longe de ser uma realidade. Como consideram Shaughnessy, Garfield e Greer (1996), o computador e as calculadoras libertam os alunos e os professores dos cálculos e de desenhar gráficos manualmente, possibilitando que se utilize um maior número de dados, trabalhando-os muito mais rapidamente, sendo inclusivamente uma ferramenta para gerar novos dados.

Batanero, Estepa e Godino (1991) consideram como as principais vantagens para incluir a análise exploratória de dados nos conteúdos de Estatística: a possibilidade de gerar situações várias, próximas dos interesses dos alunos, com base num ficheiro de dados previamente escolhido ou como o resultado de recolhas de dados por eles feitas; forte apoio nos aspectos visuais com possibilidade de transformar em escassos segundos tabelas em gráficos e gráficos em tabelas, ou vários tipos de gráficos e de tabelas; forma ideal para trabalhar as medidas de tendência central, atendendo à sua sensibilidade aos valores atípicos; não obriga a uma teoria matemática complexa, pois considera que os dados se distribuem segundo a lei da probabilidade clássica; recurso a escalas diferentes, sendo que, alterar uma escala, pode permitir novas leituras da variável que se está a estudar.

Parecem-nos oportunas as palavras de Shaughnessy, Garfield e Greer (1996),

> apesar dos desenvolvimentos curriculares e as novas tecnologias mostrarem um futuro promissor para a Análise Exploratória de Dados (...) é essencial lembrar a importância de continuar a investigar formas de facilitar o raciocínio estatístico dos alunos, a compreender como o conhecimento estatístico é construído e a preparar os professores. (p. 231)

Antes de analisarmos as actuais orientações para o ensino da Estatística, presente nos documentos nacionais e internacionais que se têm dedicado a este tema, impõe-se discutir o que se entende como *raciocínio estatístico,* que Scheaffer (2000) considera como um dos três grandes desafios para a educação Estatística do século XXI, a par de um maior recurso aos dados e aos conceitos que os ajudam a compreender, mas com menos teoria e receitas e uma aprendizagem mais activa através de trabalhos de projecto que permitam aos alunos desenvolver trabalhos onde têm de viver desde os primeiros momentos com a situação geradora dos dados (Cobb, 1999).

> O raciocínio estatístico pode ser definido como sendo o modo como as pessoas raciocinam com as ideias estatísticas, conseguindo

> assim dar um significado à informação estatística. O que envolve fazer interpretações com base em conjuntos de dados, representações de dados ou resumos de dados. Muitos dos raciocínios estatísticos combinam dados e acaso o que leva a ter de ser capaz de fazer interpretações estatísticas e inferências. (Garfield e Gal, 1999, p. 207)

De acordo com estes autores, o facto da Estatística ser ensinada como um tópico da Matemática faz com que seja frequentemente leccionada enfatizando-se a computação, as fórmulas e os procedimentos, havendo quem julgue que o raciocínio matemático e o estatístico são semelhantes.

Gal e Garfield (1997) distinguem as duas disciplinas através de quatro pontos. Para a Estatística os dados são vistos como números num contexto, o contexto motiva os procedimentos e é a base para a interpretação dos resultados; a indeterminação ou a confusão dos dados distingue uma investigação estatística de uma exploração matemática mais precisa e com uma natureza mais finita; os conceitos e os procedimentos matemáticos são usados em parte para resolver os problemas estatísticos, mas estes não são limitados por eles; o fundamental nos problemas estatísticos, é que, pela sua natureza, não têm uma solução única e não podem ser avaliados como totalmente errados nem certos, devendo ser avaliados em termos da qualidade do raciocínio, da adequação dos métodos utilizados à natureza dos dados existentes.

Gal e Garfield (1997, 1999) apontam sete objectivos para os alunos atingirem o raciocínio estatístico. O primeiro objectivo proposto prende-se com a compreensão da lógica das investigações estatísticas, ou seja, como se conduzem e desenvolvem investigações estatísticas. Nomeadamente, a existência de variação e a necessidade de descrever as populações quando se colectam os dados e, posteriormente, como estes podem ser organizados. À medida que os alunos se vão familiarizando com as investigações importa que compreendam a necessidade da amostra em vez das populações, conseguindo então inferir da amostra para as populações. Consequentemente, a relação lógica entre erro, medida e inferências tem de ser analisada. Para estes autores, o grau de profundidade com que as

noções e as relações lógicas entre eles são trabalhadas com os alunos, deve estar de acordo com o nível de escolaridade, acrescentando, no entanto, que estes, que são desde logo iniciados em noções e procedimentos como a existência de variabilidade, a necessidade de descrever populações coleccionando dados, as vantagens de reduzir a quantidade dos dados recolhidos tendo em vista a sua futura comunicação, as razões para escolher amostras em vez de populações, tiram benefícios do mesmo tipo de objectivos, materiais e forma de os explorar, independentemente do seu ano de escolaridade.

O segundo objectivo refere-se à compreensão dos processos presentes numa investigação estatística. Os alunos devem desenvolver uma ideia clara da natureza e dos processos envolvidos numa investigação nesta disciplina. Por exemplo, a formulação do problema e da pergunta subjacente ao estudo; o planeamento, a recolha, organização, exploração e análise dos dados; e, por fim, a interpretação e discussão dos mesmos em função das perguntas feitas inicialmente.

No terceiro objectivo é contemplado o domínio de certos procedimentos estatísticos, nomeadamente a organização de dados e o cálculo de certos índices, como é o caso das medidas de tendência central e de dispersão e, por fim, como os apresentar de forma a poderem ser comunicados. O recurso às novas tecnologias e a progressiva competência dos alunos acerca das mesmas é ainda um aspecto considerado como crucial.

O quarto objectivo refere-se às ligações que se podem fazer com a Matemática e quais as ideias matemáticas presentes nos procedimentos estatísticos, por exemplo, explicar porque o valor da média pode ser afectado pela presença de valores extremos de um conjunto de dados ou o que acontece à média ou à mediana quando os valores sofrem alterações.

Um quinto objectivo prende-se com a noção de probabilidade e de incerteza. Para estes autores é extremamente importante desenvolver junto dos alunos actividades onde estas duas noções possam ser simuladas e depois discutidas, para que os alunos consigam construir ideias claras acerca de muitos

dos fenómenos imprevisíveis que ocorrem em diversas situações do dia-a-dia, sobre os quais podemos formar intuições incorrectas e, consequentemente, retirar conclusões erradas ou tomar decisões menos adequadas.

No objectivo seguinte enfatiza-se a importância de desenvolver capacidades de comunicar estatisticamente. A necessidade de escrever e falar é essencial, com vista a que os alunos consigam ter atitudes críticas e reflexivas acerca de conteúdos estatísticos presentes nos mais variados meios de comunicação. Para isso, deve-se incentivar a utilização de terminologia estatística de uma forma crítica, com base na construção de argumentos e da análise exploratória de dados. Só assim é possível chegar ao último objectivo, o desenvolvimento de atitudes estatísticas positivas conseguidas quando se trabalha com os alunos seguindo uma metodologia de investigação.

> Investigar corresponde a realizar descobertas, recorrendo a processos metodologicamente válidos (...) [as investigações] partilham muitas das características dos problemas, das tarefas de modelação e dos projectos. Todos se referem a processos matemáticos complexos e requerem a criatividade do aluno. De um modo geral, as investigações partem de enunciados pouco precisos e estruturados e exigem que sejam os próprios alunos a definir os objectivos, a conduzir experiências, a formular e testar conjecturas (...) [as investigações] têm um carácter necessariamente problemático, mas permitem a formulação de diversos tipos de questões, estimulando a realização de explorações em direcções, por vezes, muito diversas (...) o seu interesse reside sobretudo nas ideias matemáticas [ou estatísticas] e nas suas relações, cabendo ao aluno um papel essencial na definição das questões a investigar. (Abrantes et al., 1999, p. 5)

Neste tipo de actividade, os alunos estão envolvidos, desde os primeiros momentos da investigação, na discussão das questões a levantar, na construção dos instrumentos a utilizar, na escolha da amostra e na recolha dos dados, passando pela forma de os tratar e apresentar com vista à sua análise e consequentes conclusões (National Council of Teachers of Mathematics, 1991).

As reacções que se fizeram sentir, um pouco por todo o lado, à Matemática Moderna, surgida durante os anos 60, onde se enfatizou a axiomatização, as

estruturas algébricas, a lógica e os conjuntos, associada a uma época de grande expansão da escolaridade obrigatória e, consequentemente, da Matemática para Todos, tiveram várias consequências no seu ensino (Abrantes, 1994), levando ao aparecimento de vários documentos programáticos, sendo um dos mais influentes e críticos o *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 1991) onde é referido que, na maioria dos casos, as práticas dominantes no ensino da Matemática, produto da era industrial, estão desfasadas das actuais necessidades colectivas e industriais da actual sociedade da era da informação (Abrantes, 1994).

Vejamos, então, quais são as actuais recomendações para o ensino e a aprendizagem da Estatística para o ensino básico, recorrendo para isso a dois documentos internacionais que têm uma forte influência na educação Matemática da generalidade dos países: *Principles and standards for school mathematics: working draft* (National Council of Teachers of Mathematics, 1998) e o *Curriculum and evaluation standards for school mathematics* (National Council of Teachers of Mathematics, 1989, traduzido em 1991 pela Associação de Professores de Matemática). O documento nacional que iremos analisar é *A Matemática na Educação Básica* (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999).

Para o ensino da Estatística nos anos de escolaridade correspondentes a alunos entre os 5-6 anos até aos 7-8 anos, podemos ler no documento do National Council of Teachers of Mathematics (1991) que se devem contemplar experiências onde os alunos possam realizar análises de dados e de probabilidades. A Estatística e as Probabilidades aparecem associadas, iniciando os alunos numa aprendizagem com tabelas, gráficos, medidas de posição, mas também em noções de aleatoriedade e acaso. A Estocástica é incentivada ao considerar-se que o ensino da Estatística está vinculado ao da Probabilidade. Numa sociedade onde a informação faz cada vez mais parte do dia-a-dia da maioria das crianças, onde grandes quantidades de dados fazem parte da realidade quotidiana das sociedades ocidentais, importa que as crianças, desde logo, consigam coligir, organizar, descrever dados de forma a saberem interpretá-los e,

com base neles, tomarem decisões. A forma mais adequada para concretizar esta tarefa é, de acordo com o referido documento, através de um espírito de investigação e exploração. No documento de 1998, a National Council of Teachers of Mathematics mantém a proposta de que os alunos destas idades continuem a aprender Estatística através de um processo investigativo, ou seja, com base na colocação de questões, recolha, organização e representação dos dados, não esquecendo interpretação do seu significado. A noção de Probabilidade aparece na sequência de ideias como as de certo, impossível ou mais frequente.

Para o ciclo seguinte, que compreende os alunos até aos 11-12, os dois documentos de National Council of Teachers of Mathematics acentuam as recomendações para os anos anteriores. Todo o processo investigativo (recolha, organização e representação de dados e, depois, a sua análise, interpretação e conclusões) é recomendado como a forma de fazer Estatística. Noções como amplitude, mediana, moda e média surgem na sequência do estudo de dois ou mais conjuntos de dados. A distinção entre noções de amostra e população também é recomendada para ser discutida na sequência do trabalho investigativo. Ao longo destes anos espera-se que os alunos ampliem os seus conhecimentos das noções de acaso e de probabilidade, realizando para isso actividades associadas à probabilidade com um grau de ocorrência de valor entre zero e um.

Para os alunos com idades entre os 11/12 anos e os 14/15 anos, o equivalente ao 3º ciclo do sistema educativo português, o National Council of Teachers of Mathematics (1991, 1998) aponta como grande meta para este nível de ensino o aprofundar das ideias básicas dos anos anteriores. No primeiro ciclo, espera-se que os alunos comecem a explorar as ideias básicas da Estatística através da recolha e análise exploratória de dados, obtida com base em objectos concretos, de forma a conseguir questionar, conjecturar e procurar relações presentes quando se têm de resolver problemas do mundo real. Paralelamente, é necessário que os alunos também se confrontem com a questão das várias formas de comunicar os dados recolhidos. A exploração da noção de Probabilidade é outra das sugestões que é feita para os alunos deste nível de escolaridade, onde a

discussão em torno dos "*acontecimentos certos, possíveis, impossíveis, mais prováveis, menos prováveis, equiprováveis e a concepção vulgar de sorte*" (National Council of Teachers of Mathematics, 1991, p. 68), favorece o desenvolvimento de muitos aspectos ligados a esta noção e à recolha e análise de dados numa atmosfera de resolução de problemas.

Durante o 3º ciclo, continua-se a sugerir a análise exploratória de dados, a forma de os apresentar (tabelas, diagramas e gráficos) e como fazer inferências. Paralelamente, a análise exploratória de dados é ainda considerada como uma das formas possíveis de desenvolver nos alunos capacidades de argumentação e fomentar o espírito crítico, procurando-se ainda promover atitudes positivas pelos métodos estatísticos como meios poderosos para a tomada de decisões. Se, nos anos anteriores, os interesses dos alunos residiam mais em situações concretas, agora são as tendências da música, do cinema, da moda e dos desportos que permitem envolver os alunos em actividades de Estatística (National Council of Teachers of Mathematics, 1991). Relativamente às probabilidades, estes documentos consideram que os alunos devem compreender algumas noções probabilísticas, como, acontecimentos dependentes e independentes, mutuamente exclusivos e equiprováveis. Durante estes anos de escolaridade procura-se continuar a aprofundar as potencialidades presentes na Análise Exploratória de Dados (Batanero, 1999b), com todas as vantagens trazidas pelas novas tecnologias, como é o caso dos computadores e das calculadoras, do *software* educativo no âmbito da Estatística (Godino, 1995; Shaugnessy, Garfield e Greer, 1996) ou da internet (Batanero, 1998b).

Contudo, como chamam a atenção Shaugnessy, Garfield e Greer (1996), apesar dos avanços das novas tecnologias, a forma como o tratamento de dados é feita na maioria dos currículos, e mais precisamente no trabalho junto dos alunos, ainda está longe do que seria desejável, atendendo aos apoios tecnológicos já existentes.

Alguns anos antes, esta ideia estava já presente numa reflexão de um autor extremamente significativo na educação Matemática em Portugal, Bento de Jesus

Caraça. Em 1942, este autor, ao confrontar-se com o abandono das tábuas de logaritmos pela máquina de calcular, nalguns ramos de aplicação, faz a seguinte afirmação, que agora foi revisitada por Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999),

> cada época cria e usa os seus instrumentos de cálculo conforme o que a técnica lhe permite (...) o ensino do liceu que é, ou deve ser para todos, deve ser orientado no sentido de proporcionar a todos o manejo do instrumento que a técnica nova permite. (p. 39)

Para os autores atrás citados, hoje, todos os alunos devem ter oportunidade de aprender a utilizar as novas tecnologias ao frequentarem a disciplina de Matemática, nomeadamente a calculadora elementar e, à medida que vão avançando na escolaridade básica, as modernas calculadoras, como o computador. Aliás, Ponte (1998) também afirma que um dos vectores das orientações curriculares no panorama internacional para a disciplina de Matemática passa pelo recurso às novas tecnologias. Concretamente, a unidade curricular de Estatística, durante o ensino básico, parece ser um dos momentos privilegiados para o fazer, atendendo aos pressupostos em que assenta: organização e comunicação de dados.

Se as orientações da National Council of Teachers of Mathematics salientam a importância com que deve ser tratada a questão da informação na forma de dados, consideram igualmente pertinente a exploração dos conceitos de tendência central e de dispersão, e a forma como estes conceitos de relacionam com os dados numéricos e não numéricos. Por último, a questão da amostragem merece uma referência especial, já que muitos dos abusos cometidos em torno deste domínio do conhecimento são o resultado de amostras viciosas. O estudo do que são amostras aleatórias, enquanto uma forma de avaliar a variabilidade de uma característica dentro de uma determinada população, fazem ainda parte das orientações presentes neste importante documento de trabalho.

Num momento em que, em Portugal, se pensam e discutem os currículos de forma a que cada vez mais a Matemática no ensino básico seja uma realidade para todos os alunos, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999), analisando o que podem ser hoje consideradas as competências matemáticas que todos os cidadãos

devem desenvolver no seu percurso ao longo dos três ciclos do ensino básico — e aceitando que ser matematicamente competente não é só ter conhecimentos e competências relativas à Matemática, mas é também desenvolver atitudes positivas acerca desta disciplina e da capacidade de cada um a aprender e utilizar nas mais diversas situações de vida do dia a dia — sugerem como sendo essencial que, nos ciclos da educação básica, todos os alunos desenvolvam as seguintes competências no domínio da Estatística e das Probabilidades:

- a predisposição para organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para representá-los de modos adequados, nomeadamente, recorrendo a tabelas e gráficos;
- a aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas;
- a tendência para dar resposta a problemas com base na análise exploratória de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito;
- a aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples;
- a sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção,
- desenvolvimento do sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada. (p. 105)

Em relação ao 2º ciclo os autores propõem as seguintes competências:

- a compreensão das noções de frequência absoluta e relativa, assim como a aptidão para calcular estas frequências em situações simples;
- a compreensão da noção de moda, média aritmética e mediana bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas. (p. 108)

No caso concreto do 3º ciclo, de que estamos a estudar o 7º ano de escolaridade, os autores citados juntam outras competências específicas para este nível de escolaridade:

- a compreensão da noção de moda, média aritmética e mediana bem como a aptidão para determiná-las e para interpretar o que significam em situações concretas;

- a sensibilidade para decidir qual das medidas de tendência central é mais adequada para caracterizar uma situação;
- a aptidão para comparar distribuições com base nas medidas de tendência central e numa análise informal da dispersão dos dados;
- sentido crítico face à apresentação tendenciosa de informação sob a forma de gráficos enganadores ou afirmações baseadas em amostras não representativas;
- aptidão para entender e usar de modo adequado a linguagem das probabilidades em casos simples;
- a compreensão da noção de probabilidade e a aptidão para calcular a probabilidade de um acontecimento em casos simples. (p. 106)

A comparação entre os três documentos revisitados permite verificar que as tendências actuais para o ensino e aprendizagem da Estatística tendem a aproximá-la das Probabilidades, mesmo nos anos mais elementares, fazendo com que cada vez mais se tenha que pensar não só em aprender a compreender o significados dos dados mas, também, a associá-los a noções como provável, improvável, e a usar a noção de frequência relativa como uma estimativa de probabilidade.

Após termos discutido alguns fundamentos para o ensino da Estatística importa-nos ver o que dizem os currículos portugueses acerca desta unidade curricular no ensino básico.

2.2. A Estatística no currículo português de Matemática do 3º ciclo

No ponto anterior apresentaram-se as recomendações e as tendências actuais presentes em documentos nacionais e internacionais, acerca do que deve constar num programa de Estatística para os primeiros anos de escolaridade, ou seja, as propostas de competências básicas nesta área do conhecimento. Vejamos então, agora, o caso do currículo português de Matemática, onde se inclui o tema da Estatística, para o ensino básico.

2.2.1. Características gerais do sistema educativo português

Em Portugal, segundo a Lei de Bases do Sistema Educativo de 1986, o Sistema Educativo compreende a educação pré-escolar, a educação escolar e a educação extra-escolar. A educação pré-escolar destina-se às crianças com idades compreendidas entre os 3 anos e a idade de ingresso no ensino básico. A frequência da educação pré-escolar é facultativa. A educação escolar compreende o ensino básico, secundário e superior e integra modalidades especiais. O ensino básico, com uma duração de nove anos, é universal, obrigatório e gratuito, estando previsto para alunos entre os 6-7 anos até aos 14-15 anos. Ao ensino básico cumpre-lhe "assegurar uma formação geral e comum a todos os portugueses" (artigo 7º).

O ensino básico compreende três ciclos sequenciais. O 1º ciclo, de quatro anos, funciona em regime de professor único com a responsabilidade de leccionar as várias áreas curriculares. Neste ciclo, a idade esperada dos alunos é dos 6-7 anos aos 9-10 anos. No ciclo seguinte, o 2º, de dois anos, é frequentado por alunos com uma idade compreendida entre os 10-11 anos e os 11-12. Este ciclo organiza-se por áreas interdisciplinares, em regime de professor por disciplina/área. O 3º ciclo, de três anos, organiza-se segundo um plano curricular unificado, integrando áreas vocacionais diversificadas, em regime de professor por disciplina ou grupo de disciplinas. A idade esperada para os alunos que frequentam este ciclo situa-se entre os 12-13 anos e os 14-15 anos. A obrigatoriedade de frequência do ensino básico termina aos 15 anos de idade. A conclusão, com aproveitamento, do ensino básico confere o direito à atribuição de um diploma, sendo certificado o aproveitamento de qualquer ano ou ciclo.

O ensino secundário é opcional, tendo acesso a qualquer curso do ensino secundário os alunos que completarem, com aproveitamento, o ensino básico. Os cursos do ensino secundário têm a duração de três anos, sendo esperado que os alunos que os frequentam tenham uma idade compreendida entre os 15-16 anos e os 17-18 anos. Estes cursos são orientados para o prosseguimento de estudos

(cursos de carácter geral) ou orientados para a vida activa (cursos tecnológicos). Se o desejarem, os alunos podem transferir-se de curso. No ensino secundário, cada professor lecciona, em princípio, uma única disciplina. Ao terminar o ensino secundário, cada aluno tem o direito da atribuição de um diploma e, nos casos dos cursos tecnológicos, uma qualificação para efeitos do exercício de actividades profissionais.

2.2.2. O ensino da Estatística no sistema educativo português

Com a reforma curricular resultante das alterações introduzidas no sistema educativo pela Lei de Bases do Sistema Educativo de 1986, fixaram-se as opções educacionais para a formação das gerações futuras, passando o ensino da Matemática a ter uma dupla função: o desenvolvimento de capacidades e atitudes e a apropriação de conhecimentos e de técnicas para a sua mobilização. Pela primeira vez, no ano lectivo de 1991/1992, surge explicitamente nos currículos de Matemática a unidade de Estatística, nos três ciclos do ensino básico.

Uma vez que, nesta investigação, trabalhámos com alunos do 7º ano de escolaridade (3º ciclo do ensino básico), é o programa de Matemática, deste ciclo, que nos irá merecer mais atenção. No entanto, atendendo à sequência dos próprios programas para o ensino básico, os dois ciclos anteriores também serão analisados.

O programa português do 1º ciclo (Ministério da Educação, 1990) considera como grandes objectivos para o tópico da Estatística que os alunos aprendam a construir e a utilizar tabelas e gráficos de barras e, ainda, a ler e a interpretar a informação assim apresentada. As actividades de classificação surgem como um outro objectivo deste tópico. Como referem Fonseca e Ponte (2000),

> todos estes aspectos têm um estatuto estranho (...) os gráficos e tabelas surgem numa secção introdutória denominada "linguagem e representação" e os segundos (classificação) aparecem noutra

> secção, também introdutória, denominada "actividades recorrentes" – não constituem portanto um bloco temático nem estão incluídos em qualquer dos três blocos temáticos existentes (Números e Operações, Grandezas e Medidas). (p. 183)

No actual programa do 1º ciclo, a Estatística aparece mascarada. Ao não ter um estatuto definido e claro no programa, tende-se a trabalhá-la e a considerá-la como uma técnica ao serviço das outras disciplinas, como uma outra maneira de tratar e compreender a informação que nos rodeia. Ao contrário do que parecem ser as orientações nacionais e internacionais para estes anos de escolaridade, no actual programa do 1º ciclo, os alunos portugueses chegam aos dados sem que tenham partido de uma questão prévia próxima da sua experiência de vida ou dos seus interesses, que depois foram investigar. Essa questão deveria ser responsável pelos dados que terão de organizar e, posteriormente, interpretar e analisar. No actual programa, a visão da Estatística, enquanto uma técnica ou uma ferramenta, domina em detrimento de uma outra que a considera como "essencialmente prática e que deve ser estudada com base na recolha de dados, sempre que possível feita pelos próprios alunos" (Cockcroft Report, 1982, p. 16).

Fonseca e Ponte (2000) lembram, ainda, que este tema percorre os quatro anos do 1º ciclo, não havendo portanto fortes motivos para ser abordado ao longo das aulas de uma outra forma mais desejável, como "a colocação de questões, recolha, organização e representação de dados, bem como a sua interpretação (incluindo a descrição dos dados e identificação de algumas das suas características) e a iniciação às ideias das probabilidades" (p. 183).

No 2º ciclo, o programa de Matemática (Ministério da Educação, 1991) faz referência clara à Estatística como um tema a ser abordado nas aulas, ao lado da Geometria, dos Números e Cálculo e da Proporcionalidade. O tempo dedicado a este tema é de 9 aulas, no 5º ano e de 11, no 6º. Os objectivos principais para este ciclo são: (a) a recolha, a organização e a interpretação dos dados pelos alunos como uma necessidade para estudar situações da vida real; (b) a construção de tabelas de frequência e gráficos de barras; (c) a leitura e interpretação da informação contida nas tabelas e nos gráficos. No 6º ano de escolaridade, além de

se continuarem a trabalhar os processos e técnicas de tratamento da informação, os alunos são iniciados nos conceitos de moda e de média aritmética. Sem grandes orientações, encontram-se referências para os alunos fazerem conjecturas a partir da informação recolhida. Também o conceito de Probabilidade aparece pela primeira vez explicitamente no programa, devendo os alunos tirar conclusões de experiências simples na forma de jogos de dados, roletas, moedas, onde a possibilidade de ganhar seja, ou não, a mesma para os diversos participantes e a discussão gerada com base nos resultados obtidos, permita aos alunos confrontarem-se com os termos de "certo, possível, impossível, provável" (p. 36).

Como afirmam Fonseca e Ponte (2000), "o programa português apresenta uma visão truncada do processo investigativo que a análise estatística serve (como se começasse na recolha de dados e terminasse na sua interpretação (...), centrando-se exclusivamente nas medidas de tendência central" (p. 186).

Para o 3º ciclo, o programa português (Ministério da Educação, 1991) tem como objectivo principal os alunos recolherem, organizarem e interpretarem a informação. Baseados na análise da informação os alunos devem formular conjecturas, tirar conclusões e conseguirem fundamentá-las. À construção de tabelas de frequência e aos gráficos de barras, trabalhados nos ciclos anteriores, acrescenta os gráficos circulares, os polígonos de frequência e os pictogramas. A mediana surge como a medida de tendência central que aparece neste ciclo e, conjuntamente, com a média e a moda devem constituir os instrumentos para sintetizar e analisar a informação. Encontram-se, ainda, referências no programa para a importância dos alunos compararem duas distribuições, como forma de discutir as várias medidas. O conceito de probabilidade é retomado nos moldes anteriores, ou seja, com base em situações de jogo, os alunos devem familiarizar-se com resultados possíveis numa situação aleatória.

No que respeita ao 3º ciclo, Fonseca e Ponte (2000) apontam que o programa português,

> pretende envolver os alunos em actividades de recolha, análise e interpretação de dados, mas nunca propõe explicitamente que os

> alunos definam as questões que pretendem estudar, não insiste na formulação de inferências nem equaciona esta actividade em termos de um processo global de investigação. (p. 189)

Concretamente, no 7º ano de escolaridade, o primeiro ano deste novo ciclo, e durante os dois anos lectivos (1996/1997 e 1997/1998) em que decorreu a parte empírica da presente investigação, o programa oficial de Matemática contemplava quatro grandes unidades temáticas: o Cálculo, a Geometria, as Funções e a Estatística. Para cada um dos temas é sugerido um número de horas que pretende ser um indicador, para o professor, da profundidade com que o mesmo deve ser tratado e do seu peso relativo, ao longo do ano lectivo.

No caso do tópico de Estatística, o número de aulas sugerido é de oito, durante as quais o professor tem dois grandes temas que deve trabalhar: a recolha e organização de dados do dia a dia, recorrendo-se para isso à construção de tabelas de frequência, gráficos de barras e circulares (Ministério da Educação, 1991). Paralelamente, a leitura e a interpretação da informação assim apresentada deve permitir a exploração dos conceitos de tendência central, o segundo grande tema abordado nas aulas de Estatística. No decorrer do estudo, os alunos devem ser alertados para questões que lhe estão subjacentes, nomeadamente, o cuidado a ter na influência que o contexto tem na escolha da medida mais adequada.

As sugestões metodológicas do programa do 7º ano de escolaridade são no sentido de aproveitar os interesses reais dos alunos para recolher e organizar os conjuntos de dados que servirão de base ao trabalho que se irá realizar ao longo da unidade (Ministério da Educação, 1991).

Esta forma de trabalhar nas aulas de Estatística, ligeiramente aflorada no actual programa, é apontada como uma oportunidade de promover actividades interdisciplinares (quando um tema do programa é atravessado por diferentes disciplinas) e intradisciplinares (ao possibilitar ligações da Estatística com outros domínios da Matemática: as fracções ou a proporcionalidade, a propósito das frequências relativas; os números e o seu significado, quando se referem os

processos de contagem; a geometria, quando se recorre aos ângulos para construir os gráficos circulares; ou as medidas, quando se fala de escalas).

As novas tecnologias, simplisticamente enunciadas, apresentam-se como uma fonte inesgotável para trabalhar os conteúdos de Estatística, facilitando ainda a interface desta área do conhecimento com outros domínios da Matemática, ao possibilitarem que o aluno explore, a partir de uma situação estatística, a aplicabilidade dos conceitos, formule inferências, encontre regularidades, descubra padrões, ou seja, adquira *poder estatístico*.

Em relação às sugestões metodológicas para o estudo das medidas de tendência central, a média, a mediana e a moda, enquanto elementos que caracterizam uma distribuição, aconselha-se que não se limite aos cálculos de uma fórmula ou à aplicação de um procedimento (Ministério da Educação, 1991). A calculadora e o computador são apontados, subtilmente, como um auxiliar para o seu estudo, uma vez possibilitarem aos alunos registarem, estruturarem e investigarem a informação obtida de uma forma mais dinâmica. O actual programa, ao apelar para a utilização das novas tecnologias nas aulas onde se estão a trabalhar os conteúdos de Estatística, fá-lo tenuamente, comprometendo, assim, o objectivo que lhe está subjacente: libertar os alunos do cálculo.

O programa sugere os trabalhos de grupo como a forma privilegiada de trabalho nesta unidade (Ministério da Educação, 1991), não ficando contudo claro se este deve ou não estar diluído ao longo do tempo, ou seja, atravessar outras unidades, ou se se limita a um pequeno trabalho a realizar num número limitado de aulas.

Como sugerem vários autores (Abrantes et al. 1997; Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; Batanero, 1999b; Lajoie, Jacobs e Lavigne, 1993; Morita, 1999; Shaughnessy, 1992; Silva, 1989) os trabalhos em pequenos grupos revelam ser a forma ideal para fazer Estatística nas aulas de Matemática, por permitirem explorar questões de natureza mais científica, como os meteorológicos (Batanero, 1999a), mais ligadas a aspectos sociais do quotidiano dos alunos, como a SIDA (Cobb, 1999) ou ainda, de intervenção na realidade de social, como o

funcionamento da cantina da escola (Abrantes et al., 1997). Os alunos devem estar envolvidos nestes trabalhos desde os primeiros momentos da investigação, ou seja, desde que se identifica o problema que se pretende estudar, na discussão das questões a levantar, passando pela construção dos instrumentos a utilizar, pela escolha da amostra e, só depois, se implicarem na recolha dos dados, na forma de os tratar e apresentar para terminarem na sua análise e, consequentes, conclusões ou recomendações (National Council of Teachers of Mathematics,1991).

2.3. Ser professor de Matemática e ensinar Estatística

Em Portugal, o movimento que irá ser responsável pela introdução da Estatística nas escolas surge nos anos 60, com Sebastião e Silva. Como refere Branco (2000), no ano lectivo de 1963/64 três turmas piloto ensaiam pela primeira vez um programa experimental, onde o cálculo das Probabilidades e a Estatística surgem explicitamente como fazendo parte dos conteúdos a leccionar nas turmas dos últimos anos do ensino liceal. Mas, "apesar da sua inclusão no currículo estas matérias, muitas vezes colocadas no final dos programas, nem sempre eram apresentadas aos alunos, por falta de tempo ou por falta de convicção do seu real interesse" (p. 16).

Cerca de 30 anos mais tarde, a situação parece ser pouco diferente. "Apesar da sua importância, reconhecida, por exemplo, no documento programático — a renovação do currículo de Matemática, da Associação de Professores de Matemática (1995) — a verdade é que, em Portugal, a Estatística parece ser ainda marginal ao currículo, facilmente relegável para segundo plano" (Fonseca e Ponte, 2000, p. 179).

Para alguns professores de Matemática, a Estatística tem um estatuto de parente pobre da Matemática, como podemos inferir quando analisamos certos documentos presentes na literatura. Em Portugal, a falta de apetência dos professores para a leccionação deste tópico do programa surge num relatório realizado pela Associação de Professores de Matemática entre 1996 e 1998 "com

o propósito de elaborar um diagnóstico e um conjunto de recomendações sobre o ensino e a aprendizagem da Matemática no nosso país" (Abrantes et al., 1998, p. 1). De acordo com este documento, a Estatística é referida como um dos tópicos que deveria ser simplificado ou mesmo excluído dos actuais programas de Matemática, em qualquer um dos ciclos de escolaridade, e aquele que é apontado como sendo um dos que não necessita de ser mais desenvolvido. Para os 443 professores que responderam ao questionário, que serviu de base a este diagnóstico sobre o estado do ensino e aprendizagem da Matemática, a Estatística, tal como existe nos actuais programas, não precisa de novos desenvolvimentos.

Mas esta panorâmica não é exclusiva de Portugal. Nos Estados Unidos da América, Shaughnessy e Bergman (1993) encontraram uma situação semelhante. Segundo estes autores, a Estatística e as Probabilidades (pelo menos na data do documento) não eram considerados essenciais para muitos professores de Matemática. Tal como em Portugal, também era no ensino secundário que aparecia um maior número de vozes no sentido do tópico ser retirado das recomendações curriculares. Shaughnessy e Bergman (1993) atribuem esta situação ao facto da Estatística fazer parte dos conteúdos das aulas de Matemática, "se a Estatística e as Probabilidades são oferecidas como uma pequena unidade dentro de um outro programa, muitos alunos não vão ter a oportunidade de as estudar, pois alguns professores são tentados a saltarem a sua leccionação" (p. 178). Segundo estes autores, esta situação é lamentável, pois "são poucos os ramos da Matemática com tanta importância para o futuro dos alunos" (p. 178) quer este futuro passe, ou não, por um ensino universitário.

Em França, Girard (1996) encontrou uma situação semelhante. De acordo com este autor, o tempo atribuído ao ensino da Estatística é sentido por muitos professores de Matemática como um desperdício, pois para muitos deles este tópico "é inútil, demasiado fácil e, comparativamente ao resto do programa, é pouco relevante" (p. 1). A explicação encontrada pelo autor para esta situação pode ser procurada no facto da Estatística, para muitos professores de Matemática,

se limitar a um conjunto de técnicas e procedimentos que nem sempre se podem justificar e sem uma aplicação a curto prazo (Girard, 1996).

Seria injusto não procurar explicações para esta falta de aderência, presente nos professores de Matemática, para o ensino da Estatística. A formação inicial de professores de Matemática é frequentemente apontada como uma das grandes responsáveis por esta situação. Debrucemo-nos no caso português, por ser aquele que nos está mais próximo.

Ramalhoto (1986) refere que os currículos dos cursos universitários das licenciaturas em ensino contemplam a Estatística. Porém, esta limita-se, na generalidade das vezes, a uma ou duas disciplinas, sendo o seu estudo conjunto com o do cálculo de Probabilidades. Uma opinião semelhante parece ter Lopes (2000) ao afirmar "é indispensável uma formação básica em Teoria das Probabilidades para entender claramente os procedimentos estatísticos" (p. 78). Consequentemente, a Estatística é "apresentada de uma forma convencional, como um mero conjunto de técnicas, concebidas como simples aplicação do cálculo de Probabilidades" (Almeida, 2000), ficando muitas vezes confinada a um trabalho científico realizado ao longo do estágio pedagógico das licenciaturas (Lopes, 2000).

Podemos então concluir que um grande número de professores que estão a ensinar esta unidade curricular, nos primeiros ciclos de escolaridade, têm pouca ou nenhuma formação em Estatística, e menos ainda em Didáctica da Estatística. Este facto é apontado por certos autores como mais uma limitação relacionada com o ensino desta área do conhecimento (Batanero, 2000; Shaughnessy, 1992; Shaughnessy e Bergman, 1993).

Encontramo-nos, então, face a uma situação paradoxal: por um lado, pedimos aos professores que abordem a unidade de Estatística através da exploração de situações e actividades que assentem na realização de pequenos projectos de investigação, onde a discussão e a reflexão acerca dos dados e do contexto onde surgem é essencial para a construção de um adequado significado dos conceitos estatísticos (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; National Council

of Teachers of Mathematics, 1991), não esquecendo a exploração intensa das ferramentas trazidas com as novas tecnologias e as potencialidades de um vasto *software* que começa a estar disponível (Batanero, 2000). Por outro lado, a formação inicial dedica-se pouco a procurar promover as condições para que, mais tarde, quando o professor está na sala de aula com os alunos, consiga desenvolver actividades e práticas pedagógicas que vão ao encontro das recomendações para o ensino da Estatística.

> Assim, no que se refere à Didáctica da Estatística, seria necessário passar daquilo que Ponte (1996) designa por uma concepção de formação para uma concepção de desenvolvimento profissional, que na nossa opinião deveria ser concebido, até, como desenvolvimento pessoal e profissional, porque não conseguimos conceber o exercício da profissão docente sem uma profunda implicação do sujeito, enquanto pessoa que possui não só concepções, mas um "estado de ser" que lhe é próprio e único (Santos, 1991). (Carvalho e César, in press c)

Verifica-se então que a formação tem sido descuidada pelas entidades responsáveis pela formação inicial dos professores de Matemática e mesmo mais tarde, os professores encontram poucas oportunidades para aprofundar os seus conhecimentos neste domínio. No relatório, anteriormente referido, realizado pela Associação de Professores de Matemática (Abrantes et al., 1998) recomenda-se que "na formação de professores, devem ser reforçadas componentes que evidenciem a importância de temas como a Geometria e a Estatística na aprendizagem dos alunos, destacando o seu papel formativo como instrumento na interpretação e intervenção sobre a realidade" (p. 31). Na maioria das vezes parece esquecer-se que "o professor é o elemento chave na criação do ambiente que se vive na sala de aula. Cabe-lhe a responsabilidade de propor e organizar tarefas a realizar e de coordenar o desenvolvimento da actividade do aluno" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 28).

Mas o professor também tem de ser um elemento fundamental nas equipas de investigação, o seu saber e o seu saber fazer são demasiado preciosos para não serem tidos em conta quando se pensa na criação de novas orientações

curriculares ou metodológicas, ou quando se pensa em explicações para as dificuldades dos alunos acerca de um determinado tópico do programa e num determinado ano de escolaridade. Ter professores envolvidos em projectos de investigação pode ser uma das formas de alterar o mal-estar que se vive nalgumas salas de aula de Matemática, em relação à Estatística. Shaughnessy e Bergman (1993) afirmam, "é crucial que os investigadores estimulem os professores a participar nos projectos de investigação porque eles são o elo fundamental na cadeia da literacia Estatística dos nossos alunos" (p. 190).

De acordo com Batanero (2000), assiste-se a um momento de grande expansão da ciência estatística, que contudo não tem sido acompanhado por um necessário desenvolvimento da sua didáctica, "o número de investigações acerca do ensino da Estatística é escasso e só agora se começa a ter algum conhecimento das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos mais importantes" (p. 32). Uma opinião semelhante é partilhada por Shaughnessy (1992), segundo o qual, se recuássemos vinte anos, constatávamos que a investigação realizada por educadores matemáticos ou estatísticos, acerca do ensino da Estatística, era praticamente inexistente. Em relação a Portugal, Ponte, Matos e Abrantes (1998) afirmam que "no que se refere à Estatística e às Probabilidades, e apesar de se tratar de uma área bastante importante, a identificação dos conhecimentos, capacidades, dificuldades e estratégias de raciocínio dos alunos está essencialmente por fazer" (p. 171). Face à panorâmica descrita torna-se pertinente a afirmação de Batanero (2000), "é preciso experimentar e avaliar métodos de ensino adaptados à natureza específica da Estatística, dado que nem sempre é possível transferir princípios gerais do ensino das matemáticas" (p. 32).

3. Os Alunos e a Aprendizagem dos Conteúdos de Estatística

3.1. Do conhecimento instrumental ao conhecimento relacional

Para Skemp (1978) um sujeito possui um *conhecimento instrumental* de um conceito se domina uma colecção isolada de regras e algoritmos aprendidos, na maioria das vezes, através da repetição e da rotina. Quando um aluno apresenta um conhecimento deste tipo, só consegue resolver um conjunto limitado de tarefas e em contextos semelhantes. Por oposição, o autor refere o *conhecimento relacional* como sendo aquele onde o aluno construiu um esquema do conceito que pode ir actualizando sempre que novas situações assim lho exijam, ou seja, quando consegue mobilizar um conhecimento face a novas situações. No ensino da Estatística, ou de outros temas do programa de Matemática, espera-se que os alunos atinjam um *conhecimento relacional* e não, apenas, um *conhecimento instrumental* dos conceitos. Como afirmam Sfard e Linchevski (1994a),

> os professores e investigadores queixam-se frequentemente de que a compreensão que os alunos têm da álgebra é meramente instrumental: as crianças são capazes de "avançar nos passos necessários" mas não são capazes de explicar aquilo que estão a fazer. (p. 257)

Numa outra distinção, Sfard e Linchevski (1994), quando diferenciam a noção *de processo computacional* e de *objecto abstracto*, afirmam que "o que é concebido como processo num determinado nível torna-se objecto num nível mais elevado" (p. 194), o que equivale a considerar que as competências computacionais precedem as formalizações mais elaboradas. Assim, para estas autoras, "as mesmas representações, os mesmos conceitos matemáticos, podem às vezes ser interpretados como processos e outras como objectos; [ou seja] podem ser concebidos operacional ou estruturalmente" (p. 193), estando a concepção operacional associada à realização de procedimentos computacionais e a estrutural à atribuição de significado aos símbolos.

Douady (1985), baseando-se nos trabalhos de Vygotsky, afirma que um conceito matemático pode ser encarado como uma *ferramenta*, "quando o nosso interesse se foca na sua utilização para resolver problemas" (p. 35) ou como um *objecto*, quando o encaramos como "um objecto cultural que faz parte de um corpo científico de conhecimentos" (p. 35), ou seja, tem de ser socialmente reconhecido. Neste caso, um objecto pode ser qualquer definição matemática. Quando examinamos um objecto matemático, por exemplo conceito de média, mediana ou moda, em termos de sala de aula, ele é uma *ferramenta* se permite ao aluno resolver problemas. Estas *ferramentas* podem apresentar-se de duas formas: *implícitas* ou *explícitas*. Quando um aluno consegue justificar os procedimentos que utiliza, está a recorrer a *ferramentas explícitas*, por exemplo, quando consegue argumentar acerca do porquê da escolha de uma das três medidas de tendência central. Assim, o objectivo educacional deveria ser que os alunos conseguissem mobilizar *ferramentas explícitas*, aquelas que podem favorecer a compreensão dos conceitos, permitindo-lhes passar do processo computacional para uma utilização mais flexível dessas mesmas ferramentas em determinadas situações que exigem uma utilização (Sfard e Linchevski, 1994b).

Em relação ao conceito de média, Pollatsek, Lima e Well (1981) subdividem o conhecimento instrumental em: funcional, computacional e analógico. O primeiro, funcional, é o conhecimento do conceito de média como sendo um conceito do mundo real,

> Uma parte da compreensão do conceito de média é, em termos da própria computação, calculada mesmo com números abstractos, mas a esta compreensão tem de ser acrescentada uma outra informação quando a média tem um referente do mundo real e que condiciona as observações que são usadas na fórmula para a calcular. (p. 199)

Este tipo de conhecimento é extremamente pertinente quando pensamos em termos da aprendizagem deste conceito, pois permite que o aluno compreenda o que *aqueles números* da distribuição representam. Se a média é a quantidade que melhor representa um conjunto de dados e se a regra de computação diz que a

média é a soma de todos os resultados divido pelo seu número então, cada um deles, tem um estatuto lógico equivalente resultante do próprio contexto do problema. Para os alunos, isto nem sempre é pacífico. Por exemplo, quando numa distribuição surge o número zero é, frequentemente, não incluído como um dado a ter de ser considerado. Porém, se para a soma ele é um elemento neutro, o mesmo já não acontece quando tem de se contar o número de observações para fazer a divisão (Porfírio e Gordo, in press). Nos casos em que os alunos compreendem a média em termos exclusivamente de uma computação, os resultados são sempre tidos como válidos. O conhecimento funcional permite ao aluno compreender que os resultados nem sempre podem ser elementos logicamente equivalentes. No caso da soma dos tempos de dois atletas, por exemplo, um deles ter resultados de 3,2 minutos e o outro de 3,8 minutos não pode ser o mesmo, porque os dois números representam desempenhos diferentes dos dois atletas (Carvalho e César, 1996a). Pollatsek, Lima e Well (1981) referem ainda que este conhecimento funcional apresenta diferentes níveis, sendo nos contextos concretos que os alunos, mesmo os estudantes do ensino superior, têm mais facilidade em compreender o que representa aquela soma de elementos.

O segundo subtipo do conhecimento instrumental que os autores consideram é o computacional. Este conhecimento refere-se ao entendimento que o sujeito tem de ter para saber o que deve somar "combina tanto a fórmula computacional como ter informações sobre os elementos apropriados para a calcular" (Pollatsek, Lima e Well, 1981, p. 200). Para estes autores, as capacidades aritméticas dos alunos influenciam a sua capacidade de determinar a razoabilidade de um resultado.

O último subtipo apontado é o analógico, que pode envolver as imagens visuais ou quinestésicas que o sujeito pode ter do conceito de média. A imagem da balança, frequente nos livros de texto dos anos mais elementares, gera este tipo de conhecimentos nos sujeitos:

> O diagrama da balança de dois pratos com diferentes pesos, identificados como a distribuição de frequências (...) ajuda a

> prevenir os alunos contra determinados tipos de erros, por exemplo, quando calcula a média ponderada (...) [ou] quando o aluno tem dois pesos próximos do valor 2,3 e três pesos próximos de 2,8 este tipo de representação não ajuda o aluno a saber qual a solução numérica do problema, mas permite-lhe saber que ela estará mais próxima do valor 3,8 do que do valor 3,2. (Pollatsek, Lima e Well, 1981, p. 201)

Para estes autores, a balança de pratos com diferentes pesos, enquanto uma representação pictórica para o conceito de média, pode facilitar o aparecimento de uma primeira intuição para o conceito de média mais adequada do que, por exemplo, uma mera descrição verbal e levar, assim, os alunos mais facilmente até um conceito relacional de média.

3.2. A evolução da compreensão dos conceitos estatísticos de moda, mediana e média

A origem do conceito de média pode encontrar-se na antiguidade e na necessidade sentida, pelos astrónomos babilónicos, de eliminar erros sistemáticos resultantes de medições sucessivas à altura dos astros (Lavoie e Gattuso, 1998, p. 1051). A forma para resolver o problema de saber qual o valor verdadeiro após várias medições foi a de calcular a soma de todas as observações realizadas e, depois, dividi-la pelo número de dados (Batanero, 2000). Esta prática permitiu resolver um problema real, mantendo-se ainda hoje quando se pretende calcular uma média aritmética.

Para o cidadão comum, só nos últimos 50 anos é que o conceito de média começou a ser necessário ao seu quotidiano, fazendo com que tenha adquirido uma "significância sociológica nas sociedades industriais onde a standartização é considerada um bem essencial" (Lavoie e Gattuso, 1998, p. 1054). Contudo, de acordo com Watson e Moritz (2000), desde os últimos 100 anos que é possível encontrar, nos livros de texto, principalmente das escolas comerciais, problemas com médias aritméticas. No caso das restantes duas medidas de tendência central, mediana e moda, o mesmo já não acontece, sendo recente (finais dos anos 60) a

sua inclusão formal nos livros de texto. Somente nessa altura, coincidindo na maioria dos países com a introdução do ensino da Estatística nos anos de escolaridade básica é que são introduzidas nos currículos dos anos de escolaridade elementares (Lavoie e Gattuso 1998). Desde então, passa a ser possível aos alunos fazer comparações entre os conceitos de média, mediana e moda, enriquecendo-se a sua aprendizagem.

Na maioria dos casos, as primeiras referências a problemas com médias, limitavam-se a pedir aos alunos uma mera aplicação do algoritmo. Embora, ocasionalmente, seja possível encontrar referências interessantes sobre como introduzir este conceito para além do simples algoritmo como acontece, por exemplo, no livro *Algebra for Problem Solving,* onde se sugere começar por estimar um valor (Freilich, Berman e Johnson, 1957, citado em Lavoie e Gattuso, 1998).

O conceito de média, por ser um dos conceitos com mais desenvolvimento na teoria estatística e referenciado socialmente, tornou-se num dos mais documentados na literatura quando se investiga acerca do modo como os alunos, principalmente estudantes do ensino universitário, o aprendem e compreendem (Gattuso e Mary, 1996).

O interesse dos investigadores pelos conceitos de tendência central, com alunos do ensino não universitário, é recente e ainda o é mais no que se refere à problemática de como estes conceitos surgem e se desenvolvem. Se "a didáctica da Matemática mostrou como a aprendizagem dos sujeitos é um processo lento e progressivo que com frequência se assemelha à construção dos objectos da ciência" (Batanero, 2000, p. 38), então importa procurar saber como as medidas de tendência central evoluem enquanto objectos matemáticos. "Para o caso das medidas de tendência central não há um estudo compreensivo de como se desenvolvem em diferentes idades. [Assim] O trabalho de Watson e Moritz (1999, 2000) é um primeiro passo nesse sentido" (Batanero, 2000).

De facto, Watson e Moritz (1999, 2000) foram os primeiros autores a realizarem um estudo extenso sobre o tema, marcando uma posição diferente em

relação ao habitual, nas investigações. A tradição era partir das dificuldades manifestas pelos alunos em relação a um dos parâmetros de tendência central para chegar à compreensão que os sujeitos, na maior parte das vezes alunos dos cursos universitários, tinham dos mesmos (Batanero, 2000; Pollatsek, Lima e Well, 1981; Well, Pollatsek e Boyce, 1990). Porém, o enquadramento teórico utilizado por Watson e Moritz (1999, 2000), de inspiração neo-piagetiana, permitiu-lhes um novo olhar sobre o modo como estes conceitos vão evoluindo, assente nos pressupostos de que: (a) o conhecimento ou a compreensão de um determinado conceito passa por diversos estádios de desenvolvimento, responsáveis por um determinado tipo de raciocínio e de respostas dos sujeitos; (b) num determinado momento, a complexidade do raciocínio ou da estrutura da resposta do sujeito está de acordo com esse estádio onde se encontra. Baseados nos dois pressupostos anteriores os autores procuraram construir um modelo que permitisse descrever a evolução dos conceitos de média, mediana e moda.

Com o objectivo de construir este modelo, Watson e Moritz (1999) realizaram um trabalho junto de 2250 alunos australianos, que frequentavam desde o 3º ano de escolaridade até ao 11º. Os instrumentos utilizados foram um questionário individual de escolha múltipla e um trabalho para ser realizado em grupo. Em ambos os instrumentos os alunos tinham que recorrer à moda, mediana e média, procurando-se que houvesse problemas abertos, próximos das vivências dos alunos, onde os conceitos eram utilizados naturalmente e problemas conotados com exercícios, onde o recurso ao algoritmo ou a um determinado procedimento estava claro. Na construção dos instrumentos, atendeu-se às diferenças de anos de escolaridade presente na amostra, ou seja, os instrumentos estavam adaptados aos diferentes níveis de escolaridade dos sujeitos. O estudo foi de tipo longitudinal, sendo os alunos reavaliados passados dois anos.

A observação, a análise e a comparação das estruturas de respostas dadas pelos sujeitos nos dois momentos da investigação permitiram aos autores verificar como as respostas dos sujeitos para os conceitos de média aritmética, mediana e

moda se tornavam progressivamente mais complexos apresentando uma estrutura com a seguinte sequência (Watson e Moritz, 1999, p. 19):

> P — respostas pré-estruturais neste nível não é possível encontrar elementos do contexto da pergunta na resposta do sujeito, sendo comuns histórias egocêntricas, sem relação com o pedido formulado. O emprego da palavra moda, mediana ou média não é mais do que um uso tautológico dos mesmos, ou um indicador de que o sujeito ouviu essas palavras.
>
> U — respostas uni-estruturais o sujeito já usa um aspecto relevante do contexto da tarefa nas suas respostas. No entanto, a sua consistência ainda não é sentida como uma necessidade, mesmo face a um conflito cognitivo. Os conceitos de moda, mediana e média são descritivos, podendo estar presente uma ideia ou uma operação aritmética. Mas não como uma medida. O sujeito não dá atenção ao tipo de dados.
>
> M — respostas multi-estruturais em que o sujeito já apresenta aspectos relevantes do contexto nas respostas, mas de uma forma desarticulada. As inconsistências que podem ocorrer, não são, contudo, resolvidas. A sequência da resposta, na obtenção de um destes três parâmetros, pode estar relacionada com o tipo de dados, com um algoritmo ou um procedimento.
>
> R — respostas relacionais exibem, de uma forma integrada, uma compreensão entre os vários aspectos do contexto da tarefa. O sujeito consegue relacionar cada uma das diferentes medidas de tendência central como uma forma de justificar o seu emprego, não se verificando inconsistências nas respostas. Os aspectos básicos destes parâmetros, enquanto medidas de representatividade, estão construídos para um determinado contexto.

A sequência atrás descrita para as respostas dos sujeitos aproxima-se dos modelos desenvolvimentistas, de acordo com os quais os conceitos começam por ser concretos, resultantes das experiências reais vividas para se transformarem em conceitos mais estruturados e complexos, fruto da sua consolidação e aplicação. Os resultados obtidos mostraram que os conceitos de moda, mediana e média começam por ter uma utilização coloquial. Mas, noções mais complexas associadas a estes conceitos, como a de representatividade, que não se manifestam nos contextos quotidianos só se encontram em alunos mais desenvolvidos, ou

seja, que se confrontam com situações que apelam para a sua necessidade. Para estes autores, a apropriação do conceito de representatividade, simultaneamente uma medida e um fim, é a base para apropriar as medidas de tendência central uma vez que permite compreender o significado de cada uma delas e, ao mesmo tempo, determinar as características de um conjunto de dados (Watson e Moritz, 1999). Os autores verificaram ainda que os alunos dos níveis de escolaridade mais elevados apresentaram uma evolução menos acentuada comparativamente aos restantes sujeitos, uma vez que o nível da primeira avaliação foi superior ao dos sujeitos dos restantes níveis. Como afirmaram,

> embora de um ponto de vista educacional seja desejável que num período de dois anos não haja regressões e a maior parte dos alunos progrida, o potencial de variação entre o nono ano e o décimo primeiro tende a ser menos significativo comparativamente com os outros grupos devido ao desempenho inicial dos sujeitos. (p. 32)

A conclusão anterior parece sugerir que um pleno domínio dos conceitos de tendência central pode estar relacionado com o próprio desenvolvimento operatório dos sujeitos, sendo portanto as suas respostas também o resultado da evolução das suas competências cognitivas, nomeadamente o conceito de representatividade. Compreendê-lo significa perceber a diferença entre número e dados e que os dados adquirem um significado particular num determinado contexto que importa analisar, por vezes, com outras variáveis que não estão presentes na situação.

Contudo, um nível de escolaridade mais elevado não deve ser considerado como sinónimo para melhores desempenhos dos alunos, pois "a frequência das respostas multi-estruturais observadas na presente investigação pode ser um indicador de que os alunos não estão a ser suficientemente desafiados pelos professores para darem respostas mais estruturadas" (Watson e Moritz, 1999, p. 34). Esta será, sem dúvida, uma das implicações mais pertinentes da investigação e uma sugestão à forma de *fazer Estatística* nos anos de escolaridade não universitária, mas é também um repto aos professores no sentido de mudarem as suas práticas de sala de aula. Como afirmam "se os professores estão satisfeitos

com respostas de alunos que encontram um resultado algorítmico correcto, mas não compreendem o que ele significa, então estes resultados podem tornar a acontecer" (p. 34).

Os resultados desta investigação, ao permitirem encontrar uma sequência de complexidade crescente para as respostas dos sujeitos em relação aos conceitos de moda, mediana e média, ilustram que os alunos atingem naturalmente os níveis intermédios (no caso concreto da investigação, o nível multi-estrutural), à medida que progridem nos anos básicos da escolaridade. Mas isso não pode significar que não seja necessário um trabalho na Zona Proximal de Desenvolvimento (Z.P.D.) (Vygotsky, 1978) sem o qual pode ficar comprometido o atingir de um nível de desenvolvimento mais complexo pelo sujeito. "Saber que os alunos constroem o seu conhecimento de um conceito é igualmente aceitar que é necessário ajudá-los a estruturar os conceitos no sentido de conseguirem progressivamente melhores desempenhos" (Watson e Moritz, 1999, p. 34). Para estes autores existir um modelo estrutural para o desenvolvimento das respostas dos alunos acerca dos conceitos de tendência central pode ser uma ferramenta que os professores têm para preparar as suas actividades. Partindo dos conceitos intuitivos que os alunos possuem quando chegam à sala de aula, o professor pode melhorá-los e alargá-los, ao discuti-los com os alunos, através de actividades e situações próximas das suas experiências de vida, libertando-se de explicações unívocas ou com uma só causa que levam os alunos a interpretações deterministas dos fenómenos que os rodeiam (Fischbein, 1975).

Watson e Moritz (1999) consideram a mediana, comparativamente com a média e a moda, como a medida de tendência central que necessita de ser mais investigada, atendendo que, a primeira intuição dos alunos acerca destas medidas é de *meio*, mais tarde associada ao conceito de mediana. Outra razão para aprofundar a compreensão que os alunos têm deste conceito é a aparente contradição entre a razão anterior e a dificuldade para muitos de utilizarem correctamente o conceito de mediana. Embora, para os alunos, seja pacífico aceitar a mediana como o *meio de algo* têm dificuldades em compreender o que

significa esse *algo*, ou seja, ter um raciocínio estatístico no sentido de abandonar uma perspectiva em que os números que aparecem numa distribuição são entidades abstractas e passar a aceitá-los como sendo os diferentes valores que a variável, que se está a estudar, pode assumir naquele contexto.

Para estes autores, o facto dos alunos estarem muito menos expostos socialmente ao conceito de mediana, comparativamente ao de média ou de moda, dificulta que se familiarizem com ele. Carvalho e César (2000a, 2000b) apresentam uma explicação semelhante ao afirmarem,

> tanto no contexto macro social como micro social, o conceito de média [e de moda] é o mais frequentemente usado. Na vida quotidiana fala-se de média [e de moda] em situações diversas, o mesmo acontecendo na escola, onde está implícito ao contrato didáctico saber o que é uma média, até para conseguir calcular a nota que se espera numa determinada disciplina e num dado período. Assim podemos afirmar que a noção de média [e de moda] têm uma forte marcação social o que não acontece com a mediana que é um conceito pouco utilizado pelos media, pelos alunos e professores na prática pedagógica quotidiana. (Carvalho e César (2000a, p. 222)

Paralelamente, o conceito de moda é o mais referido e utilizado pelos alunos, mesmo os mais velhos, quando têm de escolher um destes três conceitos para descrever uma distribuição, logo seguido pelo conceito de média, o mais trabalhado na sala de aula (Watson e Moritz, 1999). Mas, como chamam a atenção os autores, o que os resultados obtidos sugerem é que os alunos estão mais expostos ao procedimento para o cálculo aritmético da média e menos ao que ele representa, aspecto essencial para a construção do seu significado estatístico.

Ao terminar, os autores reflectem acerca da ordem com que os conceitos de moda, mediana e média devem aparecer nos currículos. De acordo com Watson e Moritz (1999), o primeiro conceito a ser introduzido deveria ser a moda, seguido pela mediana e, só depois, o da média aritmética. Contudo, também o conceito de mediana apresenta as suas dificuldades, uma vez que está relacionado com o raciocínio proporcional e conceitos de distribuição e ordem, nem sempre fácies para os alunos (Batanero, 2000; Cobo e Batanero, in press).

É frequente, na maioria dos países, os três conceitos aparecerem juntos. Em Portugal, a moda e a média surgem durante o 6º ano e a mediana é introduzida logo no início do 3º ciclo, durante o 7º ano de escolaridade. Os três parâmetros, ao serem introduzidos praticamente em simultâneo, tornam mais difícil ao professor acentuar as particularidades de cada um (Watson e Moritz,1999). Para ultrapassar algumas das consequências que possam advir pelo facto de serem trabalhadas, praticamente, em simultâneo, estes autores australianos, sugerem que os professores explorem activamente três ideias nas tarefas que propõem aos alunos na sala de aula: (a) a utilização de gráficos de barras para dados agrupados por categorias e onde os alunos facilmente compreendem o significado para o valor modal e nos quais é possível verificar rapidamente a adequação de um parâmetro para sumariar um conjunto de dados; (b) apresentar tarefas com contextos diferentes, onde a utilização da moda ou da mediana é mais adequada; (c) utilizar o algoritmo de média em contextos inadequados e evidenciar as suas fraquezas. Para estes autores, o objectivo das ideias anteriores seria o de ajudar os alunos a construírem, quanto antes, os conceitos de moda, mediana e média de uma forma multifacetada, com base em dados empíricos, seguidos de uma discussão acerca das diferenças na utilização mais adequada de cada um em função do contexto do problema.

As situações de trabalho escolhidas devem, preferencialmente, ser na forma de trabalho de projecto e privilegiar os contextos sociais, atendendo à riqueza de discussão que proporcionam na sala de aula. São nos problemas reais, próximos das experiências de vida dos alunos e que eles têm de resolver, que os conceitos adquirem um significado estatístico (Abrantes et al. 1997; Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; Cobb, 1999; Godino, Batanero e Cañizares, 1996). Como afirmam (Watson e Moritz, 1999),

> é esta compreensão estruturalmente complexa que dará aos alunos uma base sólida para o estudo de outros conceitos estatísticos mais elaborados e que, futuramente, os ajudarão nas exigências de uma cidadania que se quer cada vez mais estatisticamente literada, pois, só assim, se caminha para uma sociedade informada. (p. 37)

Com o objectivo de ampliar a compreensão dos resultados do estudo anterior, nos quais se procurou encontrar a estrutura associada ao desenvolvimento das respostas dos sujeitos acerca dos conceitos de moda, mediana e média, Watson e Moritz (2000) realizaram um novo estudo onde as tarefas podiam ser divididas entre situações simples e situações complexas. A diferença entre ambas resultava do facto de ser um conjunto de dados, situação simples, ou dois conjuntos de dados, situação complexa, que os sujeitos deveriam comparar. Os dois tipos de situações encontravam-se em tarefas de um questionário, realizado individualmente, e em tarefas concretizadas em grupo. A metodologia seguida pelos autores foi de natureza longitudinal, decorrendo durante quatro anos, com o seguinte plano experimental: no primeiro ano os alunos eram entrevistados durante a realização da tarefa e, novamente, dois anos depois. No último ano do estudo realizavam uma entrevista de *follow-up*. Estas entrevistas individuais foram gravadas em vídeo, atendendo a um posterior tratamento qualitativo. Os sujeitos que participaram na investigação, num total de 137, frequentavam entre o 3º e o 9º ano de escolaridade (Watson e Moritz, 2000).

Os resultados obtidos pelos autores permitiram-lhe encontrar a seguinte hierarquia para a estrutura evolutiva para os conceitos de tendência central:

Pré-conceitos de moda, mediana e média:
- não utilizam os termos de tendência central, mesmo de forma coloquial;
- contam histórias imaginativas baseadas nas tarefas;
- não respondem a perguntas complexas;

Uso coloquial de moda, mediana e média:
- usam os conceitos de forma coloquial, sendo frequentes palavras como normal ou está bem;
- empregam ideias imaginativas, baseadas no contexto da tarefa, para apoiarem as suas respostas;
- referem, por vezes, somar coloquialmente, sem compreender o seu significado,
- registam-se poucos progressos nas questões mais complexas.

Estruturas múltiplas para os conceitos de moda, mediana e média:

- utilizam facilmente ideias como mais, meio, somar e dividir para descreverem os conceitos de tendência central;
- em questões complexas raramente usam mais do que um destes conceitos, revelando poucos progressos no encontrar de soluções;
- existem, por vezes, conflitos cognitivos entre os cálculos incorrectos da média e do conceito de moda.

Representação dos conceitos de moda, mediana e média:
- recorrem ao algoritmo somar e dividir da média para descrever as medidas de tendência central nas situações mais simples, por vezes associado aos conceitos de mais e meio;
- fazem associações frequentes entre as formas decimais e o algoritmo da média;
- apresentam algumas ideias relacionadas com a natureza da representatividade dos conceitos de tendência central, como a previsão ou a estimação de um conjunto de dados;
- referem mais para descrever a compatibilidade entre a média e a distribuição dos dados;
- a moda, mais pode surgir como uma alternativa aos outros conceitos de tendência central na caracterização de uma distribuição;
- conhecem a média, mas não a aplicam eficazmente em contextos mais complexos, e só ajudados conseguem progressos parciais em situações complexas;
- nos gráficos recorrem a indicadores visuais em detrimento da média quando têm de comparar dados, apesar de conseguirem utilizá-la quando ajudados.

Aplicar os conceitos de moda, mediana e média num contexto complexo
- recorrem preferencialmente ao algoritmo da média, somar e dividir, para descrever as medidas de tendência central. Por vezes, ideias de mais ou meio podem surgir;
- valores decimais estão associados ao resultado do algoritmo de média.
- manifestam ideias associadas à representatividade da média;
- conseguem aplicar eficazmente o algoritmo de média aritmética ou de média ponderada para encontrar um resultado, mas não ambos;
- raramente indicam mais para descrever um conjunto de dados quando usam uma média;

Aplicar os conceitos de moda, mediana e média em dois contextos complexos

- resolvem os problemas com médias ponderadas utilizando o algoritmo quando o resultado obtido é estranho, recorrem a um raciocínio proporcional para resolver o problema;
- é comum a palavra mais para descrever dados da distribuição compatíveis com a média ou que, o conceito de moda seja uma alternativa aos conceitos de tendência central;
- a média é frequentemente utilizada para comparar dados apresentados em gráficos. (p. 20)

Os resultados obtidos por Watson e Moritz (2000) "fornecem uma sequência de desenvolvimento" (p. 42) que traduz o que Lourenço (1994) denominou *sequência de transformação*, ou seja, as diversas etapas por que uma determinada noção passa, até chegar a um momento final. Ao professor pode interessar saber qual é essa sequência, enquanto uma das formas de que dispõe, para orientar a criação das condições necessárias para que os alunos atinjam níveis de desenvolvimento mais complexos. Na origem de uma *sequência de transformação* está um pressuposto da teoria piagetiana de que todo o conhecimento deve ser sempre tomado como relativo a um estado de menor conhecimento e capaz de dar lugar a um outro, mais completo e adaptado ou, numa perspectiva vygotskiana, à possibilidade de trabalhar na zona proximal de desenvolvimento do aluno, fazendo com que a instrução formal contribua para o desenvolvimento do sujeito.

Em função do que o aluno sabe, traduzido na forma das suas intuições associadas a noções de moda e mediana, o professor pode, ao cooperar com ele, promover a complexidade destas noções até que construa o conceito de representatividade das medidas de tendência central. "Um conceito intuitivo de mediana, meio, ou de moda, o que tem mais, é adquirido pelas crianças muito antes de serem introduzidas no conceito de média aritmética" (Watson e Moritz, 1999, p. 35). Estes conceitos intuitivos podem ser potencializados se aplicados a contextos próximos aos alunos e, portanto, significativos, servindo de catalizadores na aprendizagem do conceito de média aritmética. "Os conceitos intuitivos — moda e mediana — podem ajudar os alunos a serem introduzidos no conceito de média" (Watson e Moritz, 1999, p. 35).

Para estes autores, quando os alunos compreendem qual das três medidas é a mais adequada para um determinado contexto, isto é apreenderam a noção de representatividade, parece já não o esquecerem, mas como advertem "isto não resolve o problema de como começar" (Watson e Moritz, 2000, p. 42). Talvez por isso, no final da sua investigação sejam feitas cinco recomendações que, apesar de "não trazerem nada que ainda não tenha já sido dito, nunca é demais relembrar" (Watson e Moritz, 2000, p. 46). Uma vez que, ainda é uma ideia comum em muitas salas de aula de Matemática, algumas veiculadas pelos próprios professores, que a Estatística se resume a médias, esta ideia precisa de ser modificada, atendendo aos novos desenvolvimentos da Estatística, resultantes das potencialidades trazidas pela análise exploratória de dados: "convém reconhecer que ainda prevalecem ideias tradicionais acerca das medidas de tendência central nas salas de aula de Matemática. Para alguns professores de Matemática, estas medidas limitam-se à média aritmética e ao estudo das suas propriedades" (Watson e Moritz,1999, p. 35).

De acordo com estes autores, os alunos devem ter a oportunidade de serem presenteados com experiências de aprendizagem onde lhes seja dada a oportunidade de: (a) verificar a necessidade de uma das três medidas para representar um conjunto de dados; (b) aprender os algoritmos representativos para um conjunto de dados, em particular o de mediana e o de média; (c) explorar a relação entre um conjunto de dados e um determinado parâmetro gerado por esses mesmos dados; (d) considerar os contextos que determinam os dados e a representatividade da média numa determinada amostra; (e) explorar os problemas abertos e a possibilidade da média aritmética ser trabalhada também a partir de um total (Watson e Moritz, 2000).

Em Portugal, num documento recente, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) revelam a importância do mesmo tipo de abordagem para o ensino destes conceitos no ensino básico. Segundo estes autores,

> a exploração das medidas de tendência central (média, moda e mediana) deve iniciar-se cedo e continuar ao longo da escolaridade

> básica (...) deve dar-se atenção especial a actividades que ultrapassem o simples cálculo e em que a ênfase esteja na interpretação. Nos primeiros anos de escolaridade, os alunos devem trabalhar com modelos concretos que possam manipular, visualizando as operações realizadas e compreendendo como a média se relaciona com os dados. Mais tarde, é importante que os alunos se envolvam em actividades implicando a argumentação sobre se um dado valor pode ou não ser a média (mediana ou moda) de uma distribuição cuja média seja um determinado número ou a escolha da mediana de tendência central mais adequada para caracterizar uma situação. (p. 100)

As semelhanças nas recomendações feitas pelos autores são demonstrativas de que é bem claro para os investigadores como devem ser as práticas de ensino nas aulas de Matemática, para que os alunos aprendam Estatística significativamente e sejam capazes de relacionar os conhecimentos entre si. Contudo, algo deve estar a acontecer para que a escola não só não consiga tirar partido do reportório de conhecimentos que os alunos adquiriram de modo espontâneo ao longo da sua experiência de vida, como ainda desencadeie um sentimento de "desvalorização do seu conhecimento próprio, pessoal e intuitivo" (Ponte, Matos e Abrantes, 1998, p. 321).

3.3. Erros e dificuldades dos alunos na apropriação dos conceitos estatísticos de moda, mediana e média

Uma análise cuidada da literatura sobre a aprendizagem da Estatística permite concluir que não é um tema tão isento de dificuldades como uma visão mais superficial poderia sugerir. Frequentemente, alunos dos diferentes graus de ensino revelam conhecimentos que não vão além dos computacionais e pouco sucesso quando lhes é pedido para interpretarem os resultados obtidos após aplicarem um algoritmo. Mesmo quando lhes é solicitado para interpretar gráficos estatísticos, os resultados que apresentam evidenciam que esta também não é uma tarefa trivial para muitos deles.

As razões apontadas para estes desempenhos dos sujeitos têm um consenso entre os investigadores: os fracos desempenhos são o resultado de uma deficiente e superficial compreensão dos conceitos abordados. Os desempenhos dos alunos são fruto de um ensino que, na maioria das vezes, está mais preocupado em dar a conhecer a panóplia de métodos e instrumentos existentes do que pôr os alunos a desenvolver actividades onde eles surjam naturalmente. A aparente simplicidade computacional, associada a uma desvalorização sistemática do contexto da situação problema que se está a trabalhar, origina a ilusão, tanto para professores como para alunos, de um conjunto de saberes que foram apropriados. Na realidade, somente permitiu que um conjunto de destrezas técnicas fosse adquirido, em vez de um conhecimento significativo dos mesmos.

A complexidade dos parágrafos anteriores obriga a uma análise atenta dos mesmos, dando particular relevo à questão das dificuldades e dos erros manifestados pelos alunos quando apropriam noções estatísticas. Como veremos ao longo deste ponto, a análise dos erros e as dificuldades dos alunos tem tido uma presença constante na literatura sobre o ensino e a aprendizagem dos conceitos estatísticos, principalmente com alunos universitários. Actualmente, este tipo de análise é visto pelos investigadores como um meio que permite fazer inferências sobre a natureza dos processos mentais que estão na base do pensamento, passando o erro a ser concebido como uma concepção alternativa e cada vez menos como uma insuficiência. "Quando se pensa em termos de aprendizagem, cometer erros ou dizer as coisas de modo imperfeito ou incompleto não é um mal a evitar, é algo inerente ao próprio processo de aprendizagem" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 27).

Os erros, enquanto concepções alternativas de um determinado conhecimento, podem ter diferentes origens e serem responsáveis por diferentes tipos de dificuldades. Brousseau (1989) ao introduzir a noção de obstáculo, possibilita que a noção de erro ganhe uma nova perspectiva sobre a construção dos saberes muito mais rica. Mas este termo, obstáculo, tem de ser clarificado dado a sua complexidade. Para Vergnaud (1989b), existe um obstáculo quando as

novas concepções (por exemplo, entre conceitos espontâneos e científicos, no sentido de Vygotsky, ou entre intuições primárias e secundárias, para Fischbein) entram em conflito com as anteriores, fortemente interiorizadas pelo sujeito. Ultrapassar este obstáculo significa mudar a concepção existente, compreendendo a relação entre a concepção antiga e a nova. Concretizar esta mudança nem sempre é imediato, atendendo ao seu forte enraizamento. É através das actividades que se propõem ao aluno, onde um questionamento orientado pelo professor é crucial, que se operam as mudanças que levam a que se ultrapasse esse obstáculo.

Brousseau (1989) identifica diversos obstáculos com origem no próprio aprendente, os ontológicos, relacionados com as limitações do sujeito num dado momento do seu desenvolvimento (e é por isso que os estudos levados a cabo por Watson e Moritz, em 1999 e 2000, são fundamentais para a compreensão da construção do conhecimento estatístico). Um outro tipo de obstáculos é o epistemológico resultante de um conflito que Piaget designou por conflito cognitivo, entre um conhecimento antigo e um conhecimento novo. O terceiro tipo de obstáculos é o didáctico e que é o resultado de decisões didácticas tomadas pelos professores e que foram mal escolhidas. Este tipo de obstáculos é responsável por muitos dos erros que os alunos cometem, dependendo do funcionamento e da descodificação que fazem do que está implícito na relação que estabelecem na sala de aula com o professor (Schubauer-Leoni, 1989).

Os erros que os alunos cometem com origem em obstáculos didácticos devem merecer uma atenção particular dos educadores, podendo e devendo estar na origem de modificações nas práticas dos professores na sala de aula. Perante uma resposta errada, ou de uma estratégia de resolução diferente da que esperava em função daquela tarefa e naquele contexto, o professor pode ter duas atitudes: atribuir esse erro ao aluno, fruto da falta de atenção, de estudo ou a dificuldades, aceitando que, no caso da Matemática, ela nunca será para todos os alunos, assumindo uma posição de que existem alunos que não têm capacidades para a aprender; ou aceitar os erros como uma oportunidade para rever as suas práticas, o que implica uma maior maturidade profissional.

Borasi (1987), tentando fundamentar a ideia de que os erros podem ser motivadores numa situação de aprendizagem, refere as seguintes razões: os erros são um estímulo natural para a acção ao mostrarem que os resultados não foram alcançados e que algo tem de ser feito; podem apontar pistas para causas de insucesso nos alunos e sugerir alternativas; permitem identificar insuficiências nas estratégias escolhidas para atingir um determinado objectivo ao mesmo tempo que também mostram as fragilidades e as limitações das que foram escolhidas; chamam ainda a atenção para a variabilidade do contexto.

Mas, o enquadramento atrás descrito ficaria incompleto se os aspectos afectivos fossem esquecidos. "As emoções e os sentimentos podem não ser de todo uns intrusos no bastião da razão, podendo encontrar-se, pelo contrário, enredados nas suas teias, para o melhor e para o pior" (Damásio, 1995, p. 14), aceitando-se cada vez mais que a aprendizagem não é uma questão exclusivamente cognitiva. Os aspectos afectivos estão muitas vezes envolvidos, sendo mesmo muitas vezes determinantes, por exemplo, em questões de motivação. Se um aluno quer terminar uma tarefa para obter uma determinada nota pode adoptar por assumir uma postura defensiva, procurando só o resultado certo, desconfiando de desafios que o possam levar a cometer erros. Pelo contrário, se estiver intrinsecamente motivado, pode aceitar mais facilmente um desafio, envolvendo-se na exploração de uma actividade, mesmo sabendo que os erros podem acontecer.

Antes de nos debruçarmos sobre os erros e as dificuldades presentes na literatura sobre os conceitos estatísticos importa salientar que a ideia que os orientou foi a de procurar fundamentar que existem erros e dificuldades que poderiam ser evitáveis se fossem seguidas as indicações didácticas adequadas. Porém, há outros que não podem ser evitados porque o processo como são ultrapassados implica que vão sendo integrados em conhecimentos posteriores.

Num número significativo de trabalhos, a população estudada é formada por alunos universitários, procurando-se descrever as suas dificuldades na aprendizagem da noção de média, só aparentemente simples (Pollatsek, Lima e

Well, 1981). Esta simplicidade ilusória deve-se, segundo Strauss e Bichler (1988), ao próprio procedimento da computação da média, que leva os alunos a compreenderem-na como um conceito puramente formal e passível de ser calculada com números abstractos e não como números num contexto que os valida.

O trabalho de Pollatsek, Lima e Well (1981) revela-se pioneiro no domínio do ensino da Estatística pelo tema que procura discutir: a compreensão de um conceito estatístico para além da aprendizagem de uma fórmula. Também é inovador quanto à metodologia empregue: a entrevista, desenvolvida em paralelo com a resolução que o sujeito vai elaborando. "As metodologias clínicas revelam-se como as mais apropriadas para os educadores matemáticos interessados em explorar os aspectos cognitivos e afectivos presentes nas tarefas estocásticas" (Shaughnessy, 1992, p. 476).

A investigação de Pollatsek, Lima e Well (1981) permitiu concluir que, mesmo para um conceito como a média, simples, básico e ubíquo, as dificuldades sentidas por alunos universitários com idades compreendidas entre os 18 e os 22 anos, e sem uma formação curricular em Matemática, não podem ser explicadas pela falta de atenção ou de motivação. Por isso, Pollatsek, Lima e Well (1981) afirmam, "a média é um bom ponto de partida para explorar as estruturas cognitivas necessárias para os alunos trabalharem conceitos estatísticos" (p. 193).

Esta investigação permitiu ainda evidenciar as potencialidades de uma abordagem que não se limita ao que Shaughnessy (1992) refere como sendo os interesses dos investigadores matemáticos ou estatísticos, ou seja, uma forte preocupação em modificar os conhecimentos dos alunos acerca de um determinado conceito. Pelo contrário, a grande preocupação dos autores centrava-se numa tentativa de descrever quais as principais dificuldades sentidas pelos alunos para, depois, compreender o porquê dessas mesmas dificuldades. Como afirma Shaughnessy (1992), "a perspectiva do observador e do interveniente providencia uma excelente base de cooperação e releva-se um

campo rico quanto aos modelos teóricos e metodológicos" (p. 469) que contribuem para a compreensão dos fenómenos que acontecem na sala de aula.

Percebe-se, assim, que a complexidade encontrada na compreensão do conceito de média por alunos universitários tivesse despertado o interesse dos investigadores em estudar sujeitos mais novos, analisando como compreendem este conceito e as suas propriedades. Apesar de os trabalhos acerca deste tema serem, ainda hoje, pouco numerosos, podemos mesmo assim encontrar na literatura, principalmente anglo-saxónica, algumas investigações a partir dos anos 80. Na sua maioria, estas investigações partem das dificuldades dos alunos em relação aos conceitos de tendência central, para chegar à compreensão que eles têm dos mesmos. Por exemplo, o estudo realizado por Goodchild (1988) com uma amostra de 17 alunos ingleses, com idades entre os 13 e os 14 anos, permitiu-lhe concluir que os alunos estavam familiarizados com estes conceitos, mas a sua compreensão resumia-se aos aspectos computacionais. A metodologia seguida pelo autor, pedir aos alunos para responderem a questões acerca de um problema aberto onde tinham de utilizar estes conceitos, ao mesmo tempo que o resolviam, permitiu-lhe ainda concluir que as actividades realizadas na sala de aula não lhes possibilitaram desenvolver outros tipos de compreensão para os conceitos de tendência central. Segundo este autor, os alunos manifestavam dificuldades em ir para além do meramente computacional. Como vimos, este tipo de resultados trazem sérias implicações para o ensino da Estatística nos anos de escolaridade elementares.

Num trabalho realizado em Israel, por Strauss e Bichler (1988), procurou-se analisar o desenvolvimento que 80 alunos, distribuídos por quatro grupos (8, 10, 12, 14 anos), de vinte sujeitos cada. As tarefas exploravam sete propriedades da média aritmética (a) a média é um valor compreendido entre os extremos da distribuição; (b) a soma dos desvios é zero; (c) o valor médio é influenciado pelos valores extremos da distribuição; (d) a média pode não ser um valor da distribuição; (e) o valor obtido na média pode ser decimal; (f) no cálculo da média o valor zero tem de ser tido em conta; (g) a média representa os dados a

partir dos quais foi calculada. A partir destas propriedades, procurou-se determinar como este conhecimento se desenvolve. Simultaneamente, pretendia-se avaliar o efeito que tipos diferentes de situações problemáticas, bem como as formas de as apresentar, tinham na compreensão dos sujeitos em relação a este conceito.

A metodologia seguida por estes autores consistiu em pedir que cada sujeito, individualmente, resolvesse duas actividades para as propriedades diferentes do conceito de média. A inovação das tarefas propostas estava presente no facto de a palavra média não fazer parte das instruções dadas pelo experimentador e por ter existido uma preocupação prévia em apresentar tarefas que simulavam situações da vida real. Os resultados encontrados permitiram concluir que existiam diferenças significativas entre os vários grupos: a compreensão dos alunos em relação às diferentes propriedades da média estudadas varia em função da idade. As propriedades onde os alunos revelavam um domínio mais precoce prendiam-se com os aspectos que os autores referiram como as propriedades mais elementares, ou as que estão fortemente conectadas com os aspectos computacionais (a, c, d). As restantes propriedades, consideradas mais abstractas, só são reconhecidas pelos grupos de sujeitos mais velhos.

Assim, segundo Strauss e Bichler (1988) parecem existir fortes indícios para aceitar a presença de níveis de desenvolvimento para as diferentes sete propriedades do conceito de média. Este resultado leva os autores a apontar a necessidade de realizar outras investigações a fim de analisar o "aspecto normativo do desenvolvimento destas propriedades" (p. 78) para informar as instituições responsáveis pelos desenvolvimentos curriculares de quando introduzir estas propriedades nos programas escolares. Mas, para isso, é fundamental que a investigação consiga saber melhor as dificuldades das crianças em entenderem uma determinada propriedade e o desenvolvimento das capacidades cognitivas subjacentes à compreensão das propriedades deste conceito.

O estudo anterior foi parcialmente replicado nos Estados Unidos, por Leon e Zawojewski (1991). Estas autoras estudaram 204 sujeitos agrupados em três grupos: 4º ano de escolaridade (n=74); 8º ano de escolaridade (n=69) e ensino secundário (n=61). A metodologia seguida assemelhava-se à utilizada por Strauss e Bichler (1988), adaptando as situações criadas para uma versão americana. Os resultados mostraram uma evolução nítida dos sujeitos à medida que vão progredindo na sua escolaridade.

Nos Estados Unidos, o conceito de média é introduzido durante o 4º ano de escolaridade e, mais tarde, é retomado no 8º ano. Para as autoras, o facto dos alunos serem confrontados com a utilização deste conceito noutras disciplinas, bem como uma familiaridade resultante da sua utilização em diversos meios de comunicação, levam os alunos a ter de os utilizar e compreender nos mais variados contextos, fazendo com que os mais velhos revelem mais facilidade em os empregar adequadamente.

Os resultados encontrados com esta investigação vão no sentido de que a compreensão das diferentes propriedades não é semelhante para todos os sujeitos. As que se relacionam com o valor zero e com a representatividade da média são duas vezes mais difíceis para os alunos, comparativamente às propriedades de localização.

Uma situação semelhante foi encontrada por Goodchild (1988), ou seja, os sujeitos revelam mais facilidade em compreender as propriedades que permitem à média ser interpretada como uma medida de localização, por oposição às propriedades que traduzem a sua representatividade.

Leon e Zawojewski (1991) elaboram uma segunda explicação para a diferença na compreensão das propriedades da média. As propriedades que estão relacionadas com a localização apresentam uma base fortemente computacional, que os sujeitos podem resolver com uma simples aplicação de conhecimentos sobre números e operações, mas o mesmo já não acontece para as que estão relacionadas com a representatividade da distribuição, onde o sujeito tem de recorrer a outros conhecimentos para além da computação.

Uma questão interessante é levantada por Leon e Zawojewski (1991), ao afirmarem que a "estrutura dos problemas propostos aos sujeitos tem responsabilidades nas suas resoluções" (p. 10). O facto das tarefas apresentadas aos sujeitos serem de um formato numérico ou estarem inseridos num contexto permitiu-lhes verificar que é nas segundas que os sujeitos apresentam melhores desempenhos. Para as autoras, o facto das tarefas serem contextualizadas possibilita aos alunos construírem a sua resposta com base numa situação concreta, o que facilita a mobilização de outras competências e capacidades que uma tarefa mais numérica não consegue gerar por ser demasiado abstracta.

Esta problemática há muito que interessa aos psicólogos para quem as instruções de trabalho, as relações sociais entre o experimentador e o sujeito, a natureza das tarefas propostas ou o contexto social onde decorre a situação não são neutras para os desempenhos dos sujeitos (César, 1994, 1997, 2000a; Grossen, 1988, 1997; Perret-Clermont e Nicolet, 1988; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1980, 1985). No caso referido por Leon e Zawojewski (1991), o facto de as tarefas estarem contextualizadas facilitaria um dos passos fundamentais para a resolução de uma tarefa: a atribuição de significado. Assim, as sugestões contidas na maioria dos documentos de política educativa resultam de uma dupla fundamentação: estatística e psicológica.

Mais recentemente, Cai (1995) desenvolveu uma investigação junto de 250 alunos do 6º ano de escolaridade, nos Estados Unidos, com o objectivo de analisar a compreensão dos aspectos computacionais e conceptuais do algoritmo de média aritmética, com base numa análise de protocolos escritos.

Como refere Shaughnessy (1992), para muitos alunos a compreensão do conceito de média limita-se a somar todos os números e depois dividir pelo número das parcelas. Mas este autor vai mais longe, já que justifica esta prática como a única maneira de muitos alunos trabalharem este conceito na sala de aula. De facto, as conclusões a que Cai (1995) chega mostram que, enquanto 88% dos sujeitos reconhecem qual o algoritmo correcto para calcular uma média aritmética,

somente 50% consegue aplicar o conceito de forma a resolver, com sucesso, um problema aberto.

Uma análise mais detalhada das respostas dos alunos revelou que, para um número significativo, a estratégia escolhida para resolver o problema aberto era a aplicação directa do algoritmo. Para esta autora, a não aplicação flexível do conceito de média ao problema significa uma compreensão pobre do mesmo e deve, na sua opinião, ser interpretado como um alerta para a forma como está a ser trabalhado na sala de aula. A preocupação de o "ensinar não poderá ter como base a aprendizagem de um algoritmo" (Cai, 1995, p. 150).

Nos trabalhos atrás citados, é visível uma forte predominância do computacional, do procedimento algorítmico no cálculo média e, mesmo os alunos mais velhos, revelam uma tendência para colocar os números numa fórmula ou seguir mecanicamente um procedimento. Gattuso e Mary (1995), ao revisitarem estes estudos, chamam a atenção para a possibilidade de novas interpretações acerca dos resultados dos mesmos. Nomeadamente, nos estudos de Strauss e Bichler (1988) e de Leon e Zawojewski (1990), as dificuldades sentidas pelos sujeitos em considerar a possibilidade do valor zero fazer parte de uma distribuição pode dever-se ao significado matemático que lhe atribuem, resultante das suas experiências matemáticas anteriores (Gattuso e Mary, 1995).

O trabalho de Cai (1995) merece também algumas considerações por parte destas duas autoras: o problema aberto utilizado, para ser resolvido com sucesso, obrigava ao recurso de uma resolução algébrica e esta só foi utilizada por um reduzido número de sujeitos (2%). Para Gattuso e Mary (1995), são poucas as crianças que, no 6º ano de escolaridade, escolhem e aplicam com sucesso este tipo de resolução mais abstracto face a uma estratégia mais concreta, como é o caso da algorítmica. As crianças que estavam entre as pertencentes aos 2% estariam num nível de desenvolvimento cognitivo mais avançado, face aos restantes sujeitos da amostra estudada. Parece-nos, pois, que a qualidade do desempenho dos sujeitos terá de ser compreendido também à luz da Psicologia do Desenvolvimento,

segundo a qual, os conhecimentos e as estruturas operatórias dos sujeitos se desenvolvem gradualmente.

Gattuso e Mary (1996), numa investigação posterior sobre o conceito de média, com 241 sujeitos com idades compreendidas entre os 14 e os 20 anos, procuraram verificar como os alunos de diferentes níveis de ensino (do elementar ao universitário) resolviam alguns problemas com médias e se as estratégias usadas variavam em função do ano de escolaridade.

As seis tarefas procuraram recriar situações familiares aos sujeitos, utilizando números que facilitassem as computações mas que, simultaneamente, possibilitassem o aparecimento de resoluções incorrectas. No final, as autoras verificaram que, de um modo geral, nas situações mais simples os sujeitos não apresentaram dificuldades e, à medida que progrediam na sua escolaridade, os seus desempenhos melhoravam. Mas, quando a tarefa tinha uma média ponderada, mesmo os sujeitos mais velhos manifestavam dificuldades, acontecendo o mesmo quando a distribuição apresentava um zero ou fracções. As diferenças principais nas estratégias entre os alunos universitários e os restantes alunos resultaram do facto dos primeiros recorrem mais a estratégias algébricas e a argumentos mais abstractos e gerais, enquanto os segundos se limitavam essencialmente a explicações concretas e próximas da tarefa e da situação apresentada. Ao terminar, estas autoras recomendam ser importante que, na sala de aula, os alunos explorem situações com vários tipos de média e de distribuições.

Na opinião de Mevarech (1983), é possível encontrar investigações sobre as dificuldades de alunos universitários em relação a conceitos como as Probabilidades ou a Estatística Inferencial. Mas, existe muito pouca informação acerca da Estatística Descritiva e, principalmente, com alunos não universitários.

Quase vinte anos depois, Batanero (2000) tem a mesma opinião: "apesar da Estatística enquanto ciência estar numa fase de franco desenvolvimento, o número de investigações acerca do seu ensino, continua escasso e só agora se começam a conhecer as dificuldades principais dos alunos nos conceitos mais

importantes" (Batanero, 2000, p. 2). Se pensarmos que o ensino da Estatística nos anos de escolaridade básica, só começou, na maioria dos países, nos anos 80, podemos compreender a falta de investigações sobre o tema e a grande necessidade das mesmas, assim como o facto da maioria dos estudos utilizar amostras de alunos universitários, o que é relativamente raro noutros domínios.

Hawkins, Jolliffe e Glickman (1991), ao realizarem uma revisão da literatura acerca das dificuldades mais frequentes que os professores iriam encontrar quando tivessem de ensinar Estatística, reuniram a seguinte lista: (a) qualquer diferença de médias entre dois grupos é significativa; (b) não existe variabilidade no mundo real; (c) falta de confiança em amostras pequenas; (d) pouca atenção por pequenas diferenças em grandes amostras; (e) o tamanho da amostra deve estar directamente relacionado com o da população. Ao confrontarmo-nos com a lista anterior, verificamos que a primeira grande preocupação nas investigações acerca das dificuldades em relação a conteúdos estatísticos começou por ser descritiva e em populações de alunos universitários. Foi nas salas de aula do ensino superior que este conteúdo começou a ser leccionado, junto de alunos com os mais variados percursos pela Matemática e, consequentemente, onde as suas dificuldades se fizeram a sentir mais cedo.

Porém, nos anos 80 assistimos, até pela novidade do tema no ensino não superior, a uma necessidade de identificar quais as principais dificuldades dos alunos. Actualmente, os investigadores parecem estar mais preocupados em compreender e explicar os desempenhos dos sujeitos. De acordo com Garfield e Ahlgren (1986), "muita da investigação sobre as dificuldades na compreensão dos conceitos estocásticos foram realizadas por psicólogos, que inicialmente estavam interessados em identificar os erros mais comuns dos sujeitos. Mais recentemente o seu interesse está em compreender a sua natureza" (p. 270).

É este caminho que nos propomos percorrer: começar por descrever algumas das dificuldades mais frequentes dos alunos nos anos de escolaridade básica, uma vez que é sobre estes que desenvolvemos a nossa investigação e,

depois, tentar encontrar na literatura o enquadramento que nos ajude a compreender os desempenhos dos sujeitos.

Garfield e Ahlgren (1986), numa revisão realizada acerca das dificuldades estocásticas dos alunos, consideram ser importante distinguir aquelas que os alunos sentem porque os conceitos são diferentes de todos os que eles conhecem (por exemplo, o que é uma média) e os que interferem com intuições que já possuem (por exemplo, as amostras pequenas), os que resultam das competências matemáticas para fazer um cálculo (por exemplo, as fracções) e os conhecimentos matemáticos que são necessários para compreender um conceito estatístico (por exemplo, o que é uma distribuição). De acordo com estes autores, são múltiplas as razões para os alunos cometerem um determinado tipo de erro e este facto dificulta a tarefa do professor. Mas antes de formar uma ideia, que pode não ser a mais adequada, "os professores devem ouvir as explicações dos alunos para as suas respostas e os alunos devem ser encorajados a expressar as suas ideias quer com o professor quer com os pares" (p. 273).

As propostas destes autores para investigações futuras apontam a necessidade de serem realizados estudos longitudinais para compreender como o pensamento estatístico dos alunos evolui e, ainda, que as equipas de trabalho sejam interdisciplinares. Só assim é possível os planos de investigação focarem várias perspectivas e os resultados obtidos serem interpretados de diferentes ângulos. Consequentemente, essas análises, mais abrangentes, traduziriam mais fielmente a realidade estudada.

Uma investigação realizada em Israel, por Mevarech (1983), foi efectuada junto de 103 alunos do ensino superior, sem uma formação específica em Matemática, com o objectivo de compreender o tipo de dificuldades dos alunos quando tinham de se confrontar com problemas da Estatística Descritiva. A metodologia foi bastante curiosa: os sujeitos, em vez de terem uma tarefa para responder, eram confrontados com quinze situações onde eram apresentadas hipotéticas respostas, erradas ou não, e sobre as quais tinham de identificar o erro, descrever o que estava mal e resolver o problema correctamente. Os resultados

mais curiosos prendem-se com o facto das dificuldades dos alunos não contemplarem erros computacionais. Alguns alunos (cerca de 10%) perceberam que havia situações incorrectas, mas não conseguiam resolvê-las. Para os autores, os resultados revelaram que os alunos aprenderam uma fórmula e que, face a um problema, a aplicavam, independentemente da semântica do mesmo. Uma outra dificuldade sentida pelos alunos relacionava-se com as notações utilizadas nas tarefas, mesmo para as mais simples, como é o caso da média: 60% dos alunos não eram capazes de a identificar.

Russell e Mokros (1990) realizaram uma investigação junto de 21 alunos americanos, do 7º ano, onde se procurava explorar as ideias informais dos sujeitos acerca do que é um valor típico, representativo e médio, ao mesmo tempo que comparavam essas ideias com definições formais e algoritmos aprendidos na escola. Neste estudo, quer alunos quer professores tinham de resolver problemas abertos, ao mesmo tempo que respondiam a uma entrevista de tipo clínico. Curioso foi o facto do procedimento, quer para os alunos quer para os professores, ser o mesmo. Ambos tinham de interpretar e construir problemas. Os primeiros apelavam à descrição, redução, comparação e reflexão sobre um conjunto de dados. Os segundos, pediam para arranjar uma situação com um conjunto de dados que desse origem a uma determinada média ou a outra medida de tendência central. Estes últimos eram particularmente reveladores da compreensão dos sujeitos acerca da relação entre um conjunto de dados e uma(s) medida(s) de tendência central.

As considerações principais apontadas pelos autores deste estudo são implicações pedagógicas. Um dos resultados sugere que, mesmo as crianças mais novas, desenvolvem uma ideia de média para significar um *indicador razoável do centro*. Esta é uma ideia chave para as crianças compreenderem uma outra, mais complexa, que é a de representatividade. As crianças parecem começar a desenvolver esta noção examinando os dados e pensando numa relação entre eles e o que é típico. Este resultado revela-se contraditório com os obtidos por Strauss e Bichler (1988) e os de Leon e Zawojewski (1991), segundo os quais o conceito

de representatividade só surge quando o sujeito domina as noções de tendência central. Russell e Mokros (1990) afirmam mesmo que "a noção de representatividade tem um significado próximo a muitas situações da vida real do sujeito, que constrói ideias intuitivas acerca dela, estabelecendo assim relações entre a representatividade das situações da vida quotidiana e a noção de representatividade estatística" (p. 313). Esta questão deverá ser respondida com futuras investigações onde o tipo de tarefa a propor aos sujeitos, bem como o *design* do trabalho empírico, deva ser examinado atentamente. Um outro aspecto que nos parece merecer também uma atenção prende-se com uma avaliação dos pré-conceitos dos sujeitos, inclusivamente com um controlo das suas aprendizagens escolares anteriores.

Os resultados mostraram que a introdução do algoritmo, enquanto um procedimento desligado dos conhecimentos informais dos alunos, causa como que "um curto-circuito para muitas crianças, abandonando algumas delas as suas intuições de representatividade para abraçar um algoritmo que é fácil de aplicar mas que tem muito pouco significado" (Russell e Mokros, 1990, p. 313). Para estes autores, mais do que sacrificar as intuições dos alunos importa desenvolvê-las e enriquecê-las. A mesma opinião é partilhada por Ferrer (1995),

> construir a ideia de representatividade é fundamental para compreender o conceito de média e para isso é importante utilizar exemplos de situações da vida real do sujeito. A nossa tarefa não deve consistir em ensinar unicamente o algoritmo, bem pelo contrário, deve passar pelo desenvolvimento das noções intuitivas dos alunos acerca da média. (p. 35)

A maioria das investigações acerca das dificuldades dos alunos sobre as medianas de tendência central refere-se fundamentalmente ao conceito de média. Barr (1980), com o objectivo de estudar como os alunos compreendem os conceitos de mediana e de moda, desenvolveu um estudo piloto junto de 94 alunos, com idades entre os 17 e os 21 anos. Estes sujeitos tinham tido uma formação em Matemática e estavam a iniciar uma formação técnica em engenharia ou ciências. As tarefas que os alunos deveriam realizar, e que iriam

permitir avaliar os seus conhecimentos acerca destes dois conceitos, eram de escolha múltipla e, na sua maioria, semelhantes aos tradicionais exercícios de Estatística.

Ao analisar os resultados, este autor verificou que para estes alunos a mediana representa o meio, mas não sabiam que meio. A dificuldade sentida por estes alunos parecia estar numa dificuldade em interpretar a tabela de frequências. Para cerca de 40% não era claro que uma tabela de frequências não fosse mais do que um resumo dos dados, havendo mesmo alunos com dificuldades em passar da tabela para uma forma alternativa de representação. Um outro resultado mostrava que, para cerca de metade dos sujeitos, face a um conjunto de dados desordenados, não era evidente a necessidade de os ordenar para encontrar a mediana. Ou seja, para eles era pouco evidente que a mediana se referisse a um conjunto ordenado de dados. No caso da moda, os alunos não revelaram dificuldades em encontrar este parâmetro, sendo a estratégia mais utilizada a de encontrar a frequência com o maior valor.

Para Barr (1980), estes resultados mostram que, para os alunos, "a mediana é o valor central e moda o valor mais comum" (p. 41). Na sua opinião, na maioria das vezes, quando os alunos aprendem estes conceitos, é como medidas de localização. Num primeiro momento, este pode ser um bom catalizador para a sua compreensão mas, sem um trabalho posterior de discussão, para possibilitar que os alunos se tornem progressivamente mais flexíveis acerca destes conceitos, é pouco provável que a mediana deixe de ser o valor central e a moda o mais comum.

Numa outra investigação, realizada por Cobo e Batanero (in press), procurou-se diagnosticar quais as dificuldades de alunos do Ensino Secundário em relação à mediana. Segundo estas autoras, os alunos parecem perceber que a mediana é o centro de algo, mas têm dificuldade em saber de quê. Esta dificuldade parece resultar da não compreensão de que a mediana se refere a um conjunto de dados e não a nenhum em particular, ou seja, o aluno tem de passar a ter uma perspectiva estatística, ligar à distribuição, em vez de aos dados isolados. No

cálculo do algoritmo da mediana, as autoras verificaram que os alunos podem ter diferentes tipos de dificuldades e que estas dependem do tipo de dados, da forma como estão apresentados e, inclusivamente, do seu número. Ao terminar, as autoras referem que

> a análise efectuada revela a complexidade do tema (...) as diferentes definições e métodos de cálculo, as numerosas propriedades algébricas, numéricas e estatísticas, assim com as relações com outros conceitos estatísticos fazem com que o seu estudo seja mais complexo do que poderia parecer à primeira vista. (p. 6)

Em Portugal, Carvalho (1996, 1998), numa investigação realizada junto de alunos do 7º ano de escolaridade, procurou identificar algumas das dificuldades mais comuns a este nível de escolaridade. Com base na análise das respostas de 182 alunos (49 alunos em 1995 e 133 alunos em 1998) a tarefas habituais (os tradicionais exercícios) foi possível verificar que a moda era considerada como sendo a frequência absoluta com o valor mais elevado. Para a mediana, os alunos não ordenavam os dados, calculavam o valor central das frequências absolutas de forma crescente, sem atender ao valor das frequências absolutas. No caso da média, somavam as frequências absolutas e dividiam o total assim obtido pelo número de parcelas, ou somavam os valores que a variável toma e dividiam pelo total de parcelas. Nestas investigações, a autora verificou que uma pergunta feita com base num conjunto de dados organizados na forma de uma tabela ou de um gráfico de barras não era o mesmo para os alunos. É no segundo caso, na tarefa com os gráficos, onde se encontra o número mais elevado de respostas incorrectas. Os alunos pareciam manifestar dificuldades em conseguir realizar uma leitura e interpretação eficaz do gráfico, uma vez que os valores necessários para resolver a tarefa são retirados de forma imediata, sem atender aos valores da frequência absoluta. Ao terminar, a autora considera ser interessante, em investigações futuras, interpretar os resultados dos alunos tendo em atenção o tipo de prática de sala de aula seguido pelo professor quando leccionou a unidade de

Estatística, pois só assim é possível compreender "a máscara do cálculo na compreensão do conceito" (Carvalho, 1998, p. 133).

Quando analisamos a literatura acerca das dificuldades dos alunos ficamos com a ideia que a maioria dos investigadores procurou identificar uma realidade — como os alunos resolvem situações estatísticas particulares, muitas delas traduzindo preocupações curriculares — mais do que reflectir sobre como esse conhecimento é construído. Batanero (2000) propõe-nos, com base numa análise das dificuldades dos alunos acerca das medidas de tendência central, percorrer o caminho da construção do seu significado. Para esta autora, compreender uma dificuldade manifestada pelos alunos durante a aprendizagem de um determinado conceito, liga-se à construção do próprio conhecimento e, consequentemente, analisar as dificuldades dos alunos não se deve limitar a uma descrição das mesmas, sendo necessário compreender o que poderá estar por detrás do seu aparecimento.

Um objecto matemático, como por exemplo a média, mediana ou moda, surge de uma situação problema, tem um significado matemático e uma génese pessoal e institucional (Batanero, 2000). Como corrobora Vergnaud (1990), "um conceito não pode ser reduzido à sua definição, pelo menos se nos interessamos pela sua aprendizagem e pelo seu ensino. É através das situações e dos problemas que o sujeito tem de resolver que o conceito adquire significado" (p. 135).

Face a um problema, que pode ser um exemplo de uma determinada classe de problemas, o sujeito necessita de representações simbólicas de objectos matemáticos abstractos (números e operações) que o ajudem a resolvê-lo, mas que ao mesmo tempo lhe possibilitem alargar as suas soluções a problemas diferentes dos da situação inicial. Esta preocupação por comunicar uma solução, avaliar a sua veracidade, generalizá-la a outros contextos, é a prática matemática mais comum e é o embrião de um conceito matemático. Primeiro, surge como uma ferramenta para resolver um problema prático; depois, como um objecto de estudo em si mesmo. À medida que um conceito evolui e é aplicado a novas situações, outras propriedades começam a emergir. O conceito torna-se, então, mais

complexo, podendo mesmo dar origem a outros. De um ponto de vista histórico, podemos encontrar no conceito de média — que está na génese dos conceitos de mediana e de moda — um exemplo de como um conceito emerge para solucionar um problema e se transforma num objecto de estudo.

A complexidade da evolução de um objecto matemático e, consequentemente, do seu significado, pode encontrar-se nos seguintes elementos constituintes do seu significado: (a) extensivos: problemas responsáveis pelo aparecimento do objecto matemático; (b) actuários: algoritmos e procedimentos necessários para solucionar o problema; (c) ostentativos: representações abstractas do objecto; (d) intensivos: definições, propriedades características do objecto e suas relações com outros conceitos; (e) validativos: demonstrações para provar as propriedades do conceito (Batanero, 2000).

Cada objecto matemático é partilhado dentro de uma determinada instituição, mas as soluções dependem das práticas sociais disponíveis num dado momento sócio-histórico, para cada uma delas. Como explica Batanero (2000) "os matemáticos e os estatísticos profissionais são uma instituição interessada em resolver problemas com medidas de tendência central, mas a instituição escola também partilha do mesmo interesse, embora com um significado mais restrito" (p. 6). A esta dimensão institucional de um objecto matemático há que acrescentar uma dimensão pessoal, o que cada sujeito conhece e compreende acerca desse objecto matemático. Qualquer uma destas dimensões tem de estar de acordo com a outra, ou seja, o significado pessoal da dimensão do sujeito não pode estar em contradição com a dimensão institucional, sob pena de se criarem dificuldades.

A situação anterior acontece quando um professor avalia se um aluno conhece e compreende o que é uma média, uma mediana ou uma moda. Para esta autora, um professor considera que um aluno conhece e compreende as medidas de tendência central quando, o significado pessoal do aluno e o significado institucional estão de acordo um com o outro. Caso contrário, o professor considera que o aluno revela dificuldades acerca do conceito em causa. Contudo, a estas dificuldades sentidas pelo aluno não deve ser estranha a forma como se

organizam as práticas educativas na sala de aula (Abrantes, 1994; Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; César, 2000b, 2000c; César et al., 2000), já que muitas delas terão aí algumas das suas causas.

3.4. A evolução da compreensão dos gráficos de barras e circulares

No século XVII, Descartes foi um dos primeiros matemáticos a compreender a importância dos gráficos como uma "ajuda preciosa na solução de problemas aritméticos e algébricos, na solução de fórmulas matemáticas e na representação de relações" (Arkin e Colton, 1940, p. 4, citado por Curcio, 1989, p. 1). Para a maioria dos leigos, os gráficos clarificam, organizam e reduzem a informação quantitativa, sendo por isso bastante utilizados nos meios de comunicação social e em muitas outras situações onde a opinião pública é essencial para a tomada de decisões dos políticos ou dos publicitários. Curcio (1989) afirma "os gráficos providenciam um meio para comunicar e classificar dados. Permitem a sua comparação e facilitam demonstrações matemáticas que dificilmente seriam compreendidas se só se recorresse à sua forma numérica" (p. 1). Na Estatística Descritiva, gráficos, tabelas e diagramas são frequentemente usados para apresentar dados, surgindo em numerosas situações quotidianas dos alunos, quer elas sejam escolares ou não. Por isso, "as crianças precisam de aprender a ler, interpretar e saber como se constroem para se tornarem consumidores críticos e reflexivos" (Sheffield e Cruikshank, 1996, p. 271).

As formas gráficas mais comuns e as mais tradicionais, quando se procura informar o grande público, são os pictogramas, os gráficos de barras, os gráficos com linhas e os circulares. Estes são ainda os mais frequentes nos contextos escolares dos anos de escolaridade elementar, inclusivamente em Portugal, tanto na disciplina de Matemática como em outras disciplinas, por exemplo nas Ciências. Contudo, começa a assistir-se a algum movimento para a introdução de outras formas de representação gráfica, como os diagramas de frequências separadas, extremos, quartis e de dispersão nos currículos escolares da maioria

dos países (Batanero, 1999b; Curcio, 1987, 1989; Martins et al. 1997; National Council of Teachers of Mathematics, 1991), fruto da análise exploratória de dados.

Contudo, as formas mais tradicionais de gráficos são aquelas que continuam a predominar na maioria das salas de aulas de muitos alunos do ensino básico e são sobre essas que nos iremos deter, até porque são as habituais para os alunos portugueses que frequentam as aulas de Estatística do 7º ano de escolaridade. Assim, os pictogramas surgem como uma forma de representar variáveis contínuas e onde cada figura deve traduzir a mesma frequência absoluta ou percentagem num eixo legendado. Estes gráficos, apesar de não serem uma forma fiel de representação se pensarmos na dificuldade em manter a relação entre o tamanho da figura e a frequência absoluta (Grupo Azarquiel, 1993) e nas suas consequências para o leitor mais desatento, são extremamente motivantes e acessíveis para os alunos mais novos, pois permitem-lhes construir objectos reais ou arranjar símbolos para os substituir. Assim, mesmo sem uma legenda, são facilmente compreendidos pelas crianças mais pequenas, porque o ideograma escolhido e o item que ele representa estão na correspondência de um para um (Curcio, 1989).

Uma outra forma de gráfico habitual são os gráficos de barras. Neste tipo de gráfico, as barras podem assumir duas formas horizontais ou verticais sendo, no entanto, as últimas as mais comuns nos livros de texto nos anos de escolaridade básica. Estes gráficos permitem que o leitor compare quantidades discretas expressas por barras rectangulares uniformes quanto à sua largura, mas com a altura proporcional à quantidade representada. Para construir este tipo de gráfico é frequente recorrer a um sistema perpendicular de eixos que se interceptam num ponto, a origem. Os eixos devem ser sempre legendados. Por vezes, pode usar-se este tipo de gráfico com barras múltiplas quando se pretende comparar mais do que um tipo de dados.

Os gráficos circulares ou de sectores são um outro exemplo de gráfico utilizado nas aulas de Estatística. Esta representação, usada essencialmente para

dados qualitativos, é constituída por um círculo, em que o número dos diferentes sectores circulares varia de acordo com as classes consideradas na tabela de frequências da amostra em estudo. Os ângulos dos sectores são proporcionais às frequências das classes (Martins et al., 1997). Recorre-se aos gráficos circulares quando se pretende comparar dados entre o todo e as partes.

Ser capaz de ler os dados presentes num gráfico é uma capacidade importante, mas o sujeito só tira o máximo de potencial de um gráfico quando consegue interpretar os dados e generalizar a informação nele presente (Curcio, 1989). Numa sociedade cada vez mais dependente de gráficos para comunicar os mais variados tipos de informação, compreende-se que seja necessário que os alunos desenvolvam competências que os ajudem a compreendê-la. Os resultados da *Third National Assessment of Educational Progress* indicaram que as crianças americanas, dos 9 aos 13 anos, revelam dificuldades em interpretar gráficos e retirar deles conclusões (Curcio, 1987). Apesar das limitações deste tipo de avaliações, seria uma atitude pouco prudente também não procurar compreender o que poderá explicar os resultados obtidos pelos sujeitos.

Nesse sentido, Curcio (1987) apresentou algumas explicações para os resultados citados. Na sua opinião, o conhecimento de um sujeito acerca de um determinado tipo de gráfico depende de ter sido exposto a uma experiência anterior significativa com uma destas formas de representação. Esta experiência anterior contribui para o sujeito identificar informações relevantes e necessárias para a compreensão do gráfico, por exemplo: o tipo de gráfico; a relação matemática entre os números e as ideias que traduzem; as operações matemáticas que encerra e possibilita. Na opinião deste autor, estes três factores surgem como dos mais consequentes para a compreensão dos sujeitos acerca dos gráficos.

Tentar analisar qual a influência da experiência anterior na capacidade de compreender as relações matemáticas expressas em diferentes tipos de gráficos foi o que motivou o autor a realizar uma investigação junto de 389 alunos, do estado de Nova Iorque, que frequentavam o 4º e o 7º ano do ensino elementar. O instrumento passado aos alunos foi uma prova de resposta múltipla composta por

doze gráficos de quatro tipos diferentes: barras, circulares, pictogramas e de linhas. A escolha dos dois anos de escolaridade resultou do facto de, no 4º ano, o trabalho elementar com gráficos estar concluído e os alunos já terem um domínio da leitura e das operações aritméticas básicas. Estes dois últimos aspectos são apontados por Curcio (1987) como fundamentais para que os alunos consigam ler os gráficos. A preferência pelo 7º ano de escolaridade manifesta a expectativa do autor de que, por esta altura, os alunos já têm um domínio na leitura dos gráficos e que, se houver diferenças entre rapazes e raparigas, é por volta desta idade que elas começam a surgir.

Os resultados do estudo apontam para a inexistência de diferenças entre rapazes e raparigas quanto à compreensão dos vários tipos de gráficos. Esta constatação vem ao encontro de anteriores investigações (Peterson e Schramm, 1954; Strickland, 1938, 1972, citados em Curcio, 1987), podendo-se atribuir à ausência de estereótipos marcadamente sexuais na construção dos itens do instrumento.

Tal como era de esperar, o conhecimento anterior dos sujeitos, quanto ao tipo de gráfico, à relação matemática entre os números e as ideias que traduzem e às operações matemáticas que encerram e possibilitam, origina diferenças entre os sujeitos em função do ano de escolaridade e da idade. Os alunos do 7º ano revelam mais conhecimentos acerca dos diferentes tipos de gráficos e, consequentemente, tinham melhores desempenhos. Para o autor, estes resultados podem também sugerir a necessidade que as crianças mais novas têm de conhecimentos relacionados com os aspectos concretos, visuais e explícitos dos gráficos, em detrimento de conhecimentos com conteúdos mais matemáticos. A forma de trabalhar os gráficos com as crianças mais novas, na sala de aula, deve basear-se num envolvimento activo das crianças na recolha de dados das suas experiências de vida e, posteriormente, encorajá-las a verbalizar as relações e os padrões observados, por exemplo, é mais largo que, é duas vezes, contínua a aumentar. Esta parece ser uma das formas com mais potencialidades para

melhorar o conhecimento dos alunos acerca das relações matemáticas presentes nos gráficos (Curcio, 1987).

Em Portugal, Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem a mesma ideia: mais do que insistir na construção o professor deve procurar ir além da informação imediata resultante de uma simples leitura dos dados. Para estes autores, "os gráficos não devem surgir como um fim em si mesmo, mas como um meio de comunicar um pensamento ou para investigar dados através de diferentes representações" (p. 99).

Ainley (1994, 2000) partilha a mesma opinião e acrescenta que o facto das crianças entre os 8 e os 10 anos poderem estar envolvidas em projectos com uma duração de algumas semanas e onde os gráficos aparecem num contexto real revelam ideias intuitivas, por exemplo acerca do conceito de escala, com grandes potencialidades para a compreensão futura de aspectos mais complexos.

Os dois trabalhos citados (Ainley, 1994; Curcio, 1987) ilustram uma das perspectivas de investigação que se tem dedicado ao estudo dos gráficos. De acordo com Roth (in press), assistimos a dois focos de interesse nas investigações acerca deste tema. Um, aborda-o seguindo o caminho das dificuldades dos alunos ao lerem ou interpretarem gráficos e onde os seus conhecimentos prévios surgem como uma das causas principais para as suas dificuldades (Bright e Friel, 1998a; Bright e Friel, 1998b; Curcio, 1987; Curcio, 1989; Mevarech e Kramarsky, 1997; Pereira-Mendoza 1995; Pereira-Mendoza e Mellor, 1990). O outro, tem sugerido uma abordagem sócio-cultural para analisar os desempenhos dos sujeitos (Gerber, Boulton-Lewis e Bruce, 1995; Nemirovsky, Tierney e Wright, 1998; Roth, in press; Roth e Mcginn, 1997; Schliemann, 1995).

Curcio (1989) refere que existem níveis diferentes para a compreensão dos gráficos, independentemente do seu tipo: ler os dados, ler entre os dados e ler além dos dados. Ao considerar que existe uma evolução para a compreensão dos sujeitos acerca das diferentes formas de representação, este autor, mais do que acentuar dicotomias entre a construção e a interpretação, concebe-a num contínuo. Mais do que valorizar uma, por oposição a outra, considera-as como um processo

natural de construção e deixa, assim, um espaço essencial para o trabalho a desenvolver com os alunos na sala de aula.

No primeiro nível de compreensão, ler os dados, o sujeito limita-se a ler literalmente o gráfico, ou seja, a retirar os factos explícitos, como ler directamente a informação que encontra na legenda ou nos eixos. Nesta altura, não é feita qualquer interpretação, limitando-se o sujeito a responder a questões imediatas. Na sala de aula, as tarefas que se limitam a este tipo de actividade apresentam um baixo nível cognitivo. No nível seguinte, ler entre os dados, começa a desenhar-se alguma interpretação do sujeito quanto aos dados e à forma como são integrados no gráfico mas, para isso, tem de ser capaz de comparar quantidades ao mesmo tempo que recorre a outros conceitos e capacidades, que lhe permitem identificar as relações matemáticas presentes no gráfico. Ao conseguir fazer isto, o sujeito começa a ser capaz de fazer inferências simples. No último nível, ler além dos dados, o sujeito infere ou prediz um determinado resultado ou acontecimento em função de vários conhecimentos e não só baseado em alguma informação presente no gráfico. Nesta altura, o sujeito consegue responder a perguntas implícitas com base em extrapolações, previsões ou inferências com base numa interpretação.

Pensar que a evolução na compreensão de um qualquer gráfico acontece num contínuo entre uma primeira fase onde o sujeito lê o que está presente, ou seja, fica num nível concreto e limitado pelo que está visualmente presente num gráfico, até uma forma mais evoluída onde retira informações abstractas com base numa análise da informação e dos seus conhecimentos anteriores, mostra-nos como "nunca é cedo demais para envolver as crianças na recolha de dados e na construção dos seus próprios gráficos" (Curcio, 1989, p. 6). Mas, para isso, o professor tem de estar atento aos interesses reais das crianças e ao facto de que, ao mesmo tempo que coloca questões simples aos alunos, deve encorajá-los com outras que não se limitem a uma simples leitura da informação presente num gráfico. Até que o aluno dê uma resposta, o professor não pode determinar qual o seu nível de compreensão. Depois, vygotskianamente falando, pode promover a sua progressão no sentido dos aspectos mais abstractos, como acontece com a

inferência. Podemos, então, afirmar que, de um modo geral, as tarefas com gráficos desafiam os sujeitos a integrar, aplicar e a transformar aquilo que sabem (Curcio, 1987).

Desde os anos 70, com os trabalhos pioneiros de Tukey (1977), que a análise exploratória de dados tem influenciado a forma como se deve ensinar Estatística. Os gráficos, bem como outros materiais com suporte representativo, parecem ser uma excelente ajuda para investigar acerca da informação e para começar a introduzir alguns conceitos estatísticos (Hawkins, Jolliffe e Glickman, 1991). Além disso, com as potencialidades gráficas trazidas pelas novas tecnologias os alunos e os professores passam a ter uma ferramenta de investigação poderosa que lhes permite fazer simulações facilmente, para estudar padrões gerais ou variabilidades individuais.

Contudo, como referem Padilla, Mckenzie e Shaw Jr. (1986), a prática comum nos anos de escolaridade básica ainda continua a ser dedicar mais tempo a trabalhar a construção dos gráficos, por oposição à interpretação. Isto acontece tanto nas aulas de Matemática como nas disciplinas de Ciências, onde frequentemente se recorre aos gráficos enquanto forma de simplificar uma quantidade de dados ou para demonstrar uma determinada relação entre variáveis contínuas.

O segundo foco de interesse dos educadores matemáticos acerca da compreensão dos gráficos procura uma orientação diferente, onde se considera que compreender os gráficos é "uma actividade fortemente sócio-cultural" (Gerber, Boulton-Lewis e Bruce, 1995, p. 78). Pelo facto de se terem observado investigadores experientes com dificuldades em ir além dos aspectos coloquiais presentes num gráfico e que, atendendo à sua formação altamente especializada, não podem dever-se a uma falta de conhecimentos ou a incapacidades generalizadas, foi necessário pensar em explicações alternativas para os desempenhos destes sujeitos (Roth, in press). Simultaneamente, esta nova abertura possibilitou interpretar os resultados das crianças em idade escolar de uma outra forma.

Assim, os dois conceitos desta teoria que nos podem ajudar a compreender o comportamento de um sujeito face a um gráfico são: o de comunidade de prática e o de transparência. O conceito de comunidade de prática (Lave e Wenger, 1991), aplicado ao domínio dos gráficos, procura traduzir a ideia de que, pelo facto dos sujeitos viverem num mundo social, onde a informação gráfica está presente, vão-se aproximando dela naturalmente, observando e experimentando. O significado surge à medida que o sujeito se vai apropriando de uma determinada prática, sem motivações externas para além do próprio desempenho, controlando desta forma o seu próprio progresso. Como afirmam Boaler, William e Zevenbergen (2000) "é só através de um processo social de partilha de experiências que os sujeitos ganham um sentido e um significado para o self" (p. 193). É por isso que Nemirovsky, Tierney e Wright (1998) consideram que compreender o significado de um gráfico depende do enriquecimento de um vasto campo de experiências nos mais variados domínios, visual, quinestésico e narrativo, bem como da adopção de um conjunto de convenções matemáticas. Simultaneamente, não existem dois processos na construção idênticos e, dois sujeitos, não trazem para uma situação os mesmos recursos.

O segundo conceito adaptado da teoria sócio-cultural é a metáfora de transparência, ou ver através de. O exemplo trazido por Nemirovsky, Tierney e Wright (1998) é o de um aluno que, ao traçar uma linha numa folha para construir um gráfico, diz: "isto é uma linha recta" (p. 167). A ideia que o aluno espera partilhar ao fazer esta afirmação é de que o traço pode não estar a ser visto por alguém como uma linha recta e, por outro lado, esse traço vai ser o objecto da atenção do sujeito e os gestos que venha a executar relacionam-se com ele.

Para estes autores, a novidade destes dois conceitos na ajuda da compreensão que os sujeitos vão desenvolvendo acerca dos gráficos é que a sua aprendizagem faz parte de um vasto campo de outras aprendizagens onde agir, falar e fazer gestos são essenciais para os alunos inventarem os seus próprios sistemas de representação. Estes sistemas de representação são importantes não porque se espera que venham a dar origem a ideias matematicamente correctas, de

uma forma espontânea e automática, mas porque estas actividades "podem gerar o contexto significativo que lhes é necessário" (Nemirovsky, Tierney e Wright, 1998, p. 168).

De acordo com esta perspectiva, para os sujeitos se tornarem competentes em relação aos gráficos precisam de participar activamente no desenvolvimento e na manutenção dessa prática. Se aceitamos que "a competência linguística de um aluno beneficia com a sua participação em práticas linguísticas, então temos de fazer associações semelhantes de práticas matemáticas e científicas" (Roth e McGinn, 1997, p. 101). Mais do que uma capacidade abstracta partilhada por alguns sujeitos iluminados, passa a ser uma actividade social partilhada, tal como muitas outras. Quando, na sala de aula, os gráficos são produzidos por um esforço colectivo, facilitam a comunicação entre os alunos e a partilha de significados. Ao tornarem-se ferramentas quotidianas dos sujeitos, os gráficos tornam-se objectos reais e deixam de ser experiências distantes, abstractas e sem sentido. Como refere Roth e McGinn (1997) "nas salas de aula, tal como nos laboratórios dos cientistas, os gráficos podem ser ferramentas para construir factos e mediadores, numa relação reflexiva, das interacções durante as quais os factos são produzidos" (p. 100).

Estes autores, ao finalizarem o artigo, deixam uma pergunta em aberto: a valorização social de uma determinada prática na sala de aula. Como é que uma comunidade escolar apoia e aceita o espalhar de uma *nova* prática no seu seio. Sem dúvida que esta "será uma questão que a investigação não pode fugir" (Roth e McGinn, 1997, p. 104) e para a qual ainda não encontrou uma resposta definitiva, mas que começa a ter algumas sugestões.

Schliemann (1995) considera necessário converter as actividades que se realizam na sala de aula em situações socialmente valorizadas, pois só assim se consegue que os conceitos matemáticos sejam de facto ferramentas. "As ferramentas têm de ser compreendidas nos contextos onde são úteis. Compreendemos uma ferramenta essencialmente por aquilo que nos permite fazer com ela" (Disessa et al., 1991, p. 158). A escola, ao fornecer o acesso a uma

variedade de situações e ferramentas — podendo ser aqui incluídas as representações gráficas — possibilita ao sujeito estabelecer uma série de relações entre elas, o que de outra maneira dificilmente conseguiria. É na escola que o sujeito compreende que os conceitos matemáticos fazem parte, nos termos de Vergnaud (1990), de um campo conceptual.

3.5. Erros e dificuldades dos alunos na apropriação dos gráficos de barras e circulares

Nas sociedades modernas importa, cada vez mais, aos cidadãos, fazer previsões e tomar decisões com base numa quantidade vasta de dados. Consequentemente, a forma como estes se organizam e apresentam no sentido de facilitar as suas escolhas, originam a necessidade de os sujeitos terem de desenvolver "uma capacidade extremamente importante: o sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 99). A eleição de uma ou outra forma de representação confere aos gráficos, e de um modo geral às representações gráficas, um poder imenso pois facilmente induz em erro um leitor mais desprevenido e, é por isso que importa, simultaneamente, desenvolver competências que ajudem os sujeitos a compreender e a interpretar a informação representada graficamente, mas também a estarem atentos a eventuais enganos que os mesmos possam conter, ou seja, a desenvolverem capacidades de observação e de espírito crítico.

Apesar do interesse dos investigadores em educação Matemática pelo tema dos gráficos, Pereira-Mendoza e Mellor (1990) consideram serem ainda necessários estudos que "ajudem a determinar os factores que contribuem para as dificuldades dos alunos em relação aos gráficos" (p. 151). Numa revisão da literatura acerca deste tema, concluem que a capacidade dos alunos em lidar com gráficos aumenta à medida que progridem na sua escolaridade e que, apesar de não manifestarem grandes dificuldades na sua leitura, o mesmo não acontece

quando têm de responder a questões relacionadas com a interpretação, a construção ou fazer previsões baseadas na informação presente nos gráficos.

Em Portugal, Ponte (1984) chega a resultados semelhantes. Na sua opinião, um aluno pode responder a questões acerca de um gráfico baseando-se apenas numa simples leitura sem que contudo seja capaz de o interpretar ou inferir, com base na informação presente nele, um determinado resultado. Um outro aspecto citado por este autor, como gerador de dificuldades dos alunos, são as suas experiências prévias, principalmente quando se trata de gráficos com características mais abstractas. A relação matemática descrita nos gráficos, que traduzem uma dependência entre as variáveis independentes e dependentes é, frequentemente, mal compreendida pelos alunos e, para muitos, estes são interpretados pictoricamente.

Contudo, algumas investigações começam a encontrar outros resultados, quando os alunos são expostos a metodologias de trabalho diferentes. Por exemplo, Ainley (1994) relata uma experiência que envolveu alunos durante algumas semanas, num contexto onde os gráficos surgiam naturalmente, à medida que o próprio trabalho evoluía. No final, quando era pedido aos alunos, com idades entre os 8 e os 10 anos, para os interpretarem, verificou que eles não revelaram as dificuldades encontradas por outros autores (Padilla, McKenzie e Shaw, 1986). No estudo de Ainley (1994) os alunos foram capazes de interpolar e extrapolar informações com base nos gráficos construídos e não apresentaram dificuldades em utilizar as escalas dos eixos convenientemente.

Num trabalho mais recente, Ponte (1991) considera que o computador possibilita libertar os gráficos do peso da sua construção, ficando por isso em aberto o espaço para a sua interpretação. As potencialidades trazidas por esta ferramenta, ao dispor do conhecimento, geram um novo espaço de diálogo entre os alunos, entre os alunos e o professor e entre os alunos e o próprio saber matemático. Como refere o autor, o papel do professor deixa de ser como *se constrói um gráfico* para passar a ser *o que nos diz o gráfico* e o papel do aluno passa a ser o de explicar o que está a acontecer.

Li e Shen (1992), com base nos resultados de um concurso anual realizado em Hong-Kong, desde 1986, e no qual alunos não universitários têm de desenvolver um projecto de Estatística, analisaram as realizações dos diferentes alunos. Neste trabalho não são apresentados elementos que nos ajudem a identificar qual a idade precisa dos alunos ou os seus anos de escolaridade. Alguma informação acerca do papel do professor no decurso dos projectos ou de como os projectos eram escolhidos pelos alunos e como estes os trabalhavam, por exemplo, em grupo, durante uma aula de Matemática também não é revelada pelos autores. No estudo são analisados somente alguns problemas trabalhados pelos alunos e o tipo de desempenhos que manifestaram nos mesmos. Os problemas analisados pelos autores apresentam todos algum tipo de gráfico.

Os resultados encontrados pelos autores apontam para indicadores acerca de como os alunos compreendem os gráficos, quando têm de os utilizar em situações reais para apresentar determinados dados. Uma primeira constatação feita foi de que, nos anos 80, quando das primeiras competições, os alunos apresentavam nos seus projectos os gráficos feitos maioritariamente à mão. Presentemente, na maioria dos projectos os alunos recorrem ao computador e a um *software* que lhes permite realizar gráficos cada vez mais sofisticados. Mas, "há uma tendência para os alunos confiarem demasiado nos computadores e pensarem menos noutras formas alternativas de apresentação" (Li e Shen, 1992, p. 3). Para estes autores, esta confiança pode ser o resultado dos alunos terem um pobre domínio do *software* ou de partilharem a crença de que os computadores nunca se enganam.

A análise realizada por estes autores possibilitou-lhes ainda verificar outros pontos fracos nos projectos analisados, nomeadamente, no que se refere à construção dos gráficos de barras "1) omissão de escalas num ou em ambos os eixos, 2) esquecimento do zero, sem o indicar no eixo vertical, 3) insuficientes divisões nas escalas, 4) não legendar os eixos" (Li e Shen, 1992, p. 4). Neste tipo de gráficos, as questões que parecem trazer maiores insucessos aos alunos prendem-se com as escalas. De acordo com os autores, os problemas manifestos

pelos alunos podem traduzir algumas dificuldades conceptuais, como por exemplo que a área das barras tem de ser proporcional às frequências. Este tipo de dificuldades encontra-se muitas vezes, mascarado por preocupações artísticas presentes nas realizações dos alunos, onde o aspecto visual é muito valorizado (Li e Shen, 1992).

Em França, Girard (1996) chama a atenção para as hesitações que os alunos do ensino não superior manifestam quando constroem um gráfico de barras e têm de decidir em qual dos eixos têm de colocar as frequências e, ainda, qual o valor relativo de cada uma na totalidade dos dados.

Em Portugal, Porfírio e Gordo (in press) observaram que os alunos apresentam dificuldades em resumir a informação apresentada por meio de gráficos ou tabelas, limitando-se mesmo, na maioria dos casos, a enumerar os dados presentes nestas duas formas de representação. Numa outra investigação realizada junto de 49 alunos portugueses, do 7º ano, Carvalho (1996b) verificou que são nas tarefas com gráficos de barras, comparativamente a tarefas com tabelas, aquelas onde os alunos cometem mais erros quando lhes é pedido para calcularem as três medidas de tendência central, apesar de também serem aquelas onde os alunos manifestam um maior grau de adesão. Como afirma a autora "a presença de gráficos na tarefa torna-a mais familiar e só aparentemente mais fácil, pois o aluno tem que compreender o seu significado matemático" (p. 171) que não se limitam aos seus aspectos visuais e concretos de comparação.

As dificuldades sentidas pelos alunos quanto a uma outra forma de representação gráfica, os pictogramas, é-nos trazida por Curcio (1989). Para o autor, quando uma legenda é imposta, deixa de existir uma relação de um para um entre o ideograma e o item que ele simboliza. Assim, a razão entre cada ideograma e a frequência absoluta que ele representa, passa a ter de ser levada em conta para o interpretar. Este facto pode causar dificuldades aos alunos, uma vez que os ideogramas são muitas vezes fracções (Curcio, 1989). Mas, por vezes no contexto do problema, um simples pictograma pode ter envolvidas outras competências matemáticas, como a noção de área, a compreensão do que significa

ampliar ou reduzir proporcionalmente uma figura. Um simples pictograma revela-se, assim, numa situação complexa para o aluno pois arrasta consigo todo um campo conceptual vasto.

De entre os gráficos estudados pelos alunos durante as aulas de Estatística, os gráficos circulares revelam-se como dos mais complicados. Curcio (1989) chama a atenção que este tipo de gráfico só deve ser introduzido após terem sido dadas as fracções. Como refere, "o sucesso na construção deste tipo de representações depende da compreensão que a criança tem do raciocínio proporcional e da sua capacidade para utilizar um compasso e especialmente o transferidor" (p. 4). Estes dois factos, e apesar da sua popularidade junto dos *media*, fazem com que os gráficos circulares sejam, entre os gráficos tradicionais, os mais difíceis de os alunos compreenderem e construírem (Curcio, 1989). Em relação a este tipo de gráficos, segundo este autor, assiste-se a uma situação paradoxal: por um lado, verifica-se alguma pressão da comunidade dos educadores matemáticos e estatísticos para que a sua aprendizagem deixe de ser tão enfatizada nas salas de aula; mas, por outro lado, a sua proliferação junto da comunicação social faz com que devam permanecer no currículo.

A noção de ângulo e a sua medição são igualmente apontados por Girard (1996) como sendo duas noções que os alunos no ensino básico podem ainda não ter adquirido completamente e este facto dificulta a sua compreensão dos gráficos circulares. A passagem de frequências a ângulos e de ângulos a percentagens e a relação entre estas e a totalidade da amostra é igualmente sentida como problemática para o autor.

Li e Shen (1992), no estudo já referido, verificaram ser frequente os alunos construírem os sectores de um gráfico circular sem atender à proporção entre a sua área e a percentagem que ela representa, aparecendo ainda alguns sectores com duas percentagens diferentes. No mesmo estudo, estes dois autores constataram que, na maioria dos projectos, os alunos se limitavam a apresentar graficamente a informação, as explicações acerca da mesma era escassa ou não estava presente. Como referem, "os alunos pareciam não se lembrar que uma simples estatística

como as medidas de tendência central são uma forma eficaz para revelar factos e inferir informações que estão além dos dados mais imediatos" (p. 5). Nos seus projectos as interpretações e análises que faziam sobre os mesmos eram, na maioria dos casos, uma simples descrição e eram poucos, de acordo com os autores, os que conseguiam ir além do sugerido pelas representações gráficas. Para os autores, podem ser apontadas algumas explicações para este facto, como o fraco domínio linguístico dos sujeitos mas, principalmente, as explicações devem ser procuradas na compreensão que os alunos têm dos conceitos estatísticos e, quando estão presentes representações gráficas, na sua leitura, construção e interpretação.

Um tipo diferente de estudo foi realizado por Reading e Pegg (1996), onde os autores estavam interessados em compreender como alunos entre os 7 e os 12 anos resumiam um conjunto de dados para a forma de uma tabela ou de um gráfico. No final da sua investigação, os autores verificaram que os alunos iam evoluindo à medida que progrediam na sua escolaridade no que se refere a conseguir resumir os dados presentes numa tabela com base numa medida de tendência central, mas o mesmo não pode ser dito quando os dados são apresentados na forma de gráfico. Para os autores, esta dificuldade está mais associada a uma dificuldade em compreender o gráfico do que em compreender os parâmetros estatísticos.

Inclusivamente, quando os autores pediram aos alunos para justificarem as suas respostas acerca das razões tidas para escolherem o parâmetro que resumia melhor aqueles dados, estes mostraram ter mais dificuldades na presença de gráficos.

Ao reflectirmos acerca das dificuldades encontradas pelos alunos quando se confrontam com uma representação gráfica verificamos que tal como afirma Girard (1996),

> existe uma hipótese implícita de que os gráficos, circulares ou de barras, não levantem outros problemas além dos da proporcionalidade e que por isso, este momento [de trabalhar os gráficos estatísticos nas aulas de Matemática] é mais uma

> oportunidade para a trabalhar nas percentagens, nas escalas e na regra de três simples. (p. 6)

Contudo, na opinião do autor, se bem que este momento seja uma boa oportunidade para trabalhar a proporcionalidade também o deve ser para trabalhar conteúdos de Estatística, como a definição das variáveis ou a recolha de dados, não esquecendo os conteúdos relacionados com os próprios gráficos, como a vantagem de escolher um ou outro tipo, a opção por uma tabela ou um gráfico, a percepção da realidade permitida em cada um dos tipos de gráfico (Girard, 1996).

Nas sociedades actuais, as representações gráficas tornaram-se de tal forma naturais que, como afirma Vergnaud (1987), "não nos é fácil imaginar as dificuldades sentidas pelas crianças quando na presença de uma situação com um sistema simbólico tão presente" (p. 836). Como vimos, quando um sujeito está face a uma tarefa que deve resolver e na qual está uma representação gráfica e tem de mobilizar vários conceitos e competências de natureza diferente, é, pois, natural que cometa erros e tenha dificuldades. Como afirmam Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) "quando se pensa em termos de aprendizagem, cometer erros ou dizer as coisas de modo imperfeito não é um mal a evitar, é algo inerente ao próprio processo de aprendizagem" (p. 27). Talvez por isso deva ser valorizado, não no sentido de um elo perdido na vasta cadeia do processo de apreensão de um significado, mas como um elo, que por um qualquer motivo, que convém saber, sofreu uma mutação.

CAPÍTULO 3

AS INTERACÇÕES ENTRE PARES NA APROPRIAÇÃO DE CONHECIMENTOS E NA MOBILIZAÇÃO DE COMPETÊNCIAS

A história da Psicologia tem seguido um percurso que demonstra o esforço de descrever e compreender a mente humana. Nas palavras de Bruner (1997a), esta tarefa tem sido difícil, pois está enredada no dilema de ser, simultaneamente, objecto e agente do seu próprio estudo. Mas, talvez tenha sido esse mesmo dilema um dos grandes causadores das riquíssimas formas de compreensão da mente humana actualmente existentes.

Face à diversidade de quadros de referência teóricos possíveis, impunha-se uma escolha baseada nos princípios epistemológicos que seguimos: o interaccionismo e o construtivismo. A Psicologia Social Genética proporciona-nos um referencial teórico que, à partida, nos permite compreender o papel das interacções sociais na promoção do nível operatório dos sujeitos e nos seus desempenhos. Por outro lado, oferece-nos um método de investigação inspirado no método clínico piagetiano, mas que não é limitado por ele, uma vez que, fruto da crescente relevância da teoria de Vygotsky (1962, 1978), passou a dar uma maior importância ao papel do contexto, das instruções e ao sujeito que apresenta a tarefa. Do método clínico piagetiano manteve-se a abordagem qualitativa onde se procuram compreender as estratégias de resolução e os processos de raciocínio do sujeito, mas conjugaram-se estas características com o rigor do método

experimental, como meio de estudar com maior detalhe os elementos em jogo e de provocar certas dinâmicas que permitissem comparar os desempenhos dos diferentes sujeitos.

Presentemente, são cada vez mais os autores que chamam a atenção para a importância dos contextos naturais (César 2000a, 2000b; Carraher, Carraher e Schliemann, 1989; Säljö e Wyndham, 1987; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1980, 1997); para os trabalhos empíricos efectuados em contextos naturais, como por exemplo a sala de aula (César, 2000b), a família ou em ambos (Abreu, 2000a, 2000b). Estes estudos recorrem a uma forma alternativa aos métodos clássicos de investigação, ao mesmo tempo que constituem uma forma privilegiada para a elaboração teórica.

Ao longo deste capítulo procura-se analisar o papel das interacções sociais no desenvolvimento cognitivo do sujeito, na apropriação de saberes e na mobilização de competências.

1. Um Revisitar da Obra de Piaget

Quando Piaget (1924) começou a elaborar a sua teoria acerca do desenvolvimento da inteligência, a posição dominante era a psicométrica. Estávamos no início do século XX e Simon, juntamente com Binet, tinha construído, em França, a primeira escala de inteligência que permitia avaliar as crianças que entravam para a escola primária. Para estes autores franceses, a inteligência era considerada como inata, estática, interna e abstracta. É neste contexto que Piaget realiza os seus primeiros trabalhos acerca do estudo da inteligência, no laboratório de psicologia experimental dirigido por Simon, em Paris. Desde logo se interessou mais pelos raciocínios apresentados pelas crianças, pelas dificuldades que sentiam, pelos erros que cometiam, pelas explicações que encontravam para o que tinham feito, pelo que inventavam para chegar às soluções, do que por avaliá-las e classificá-las em função das respostas

consideradas correctas ou incorrectas. Como o próprio Piaget (1977) afirma, "comecei a fazer aquilo que nunca mais abandonei, analisar qualitativamente as respostas das crianças" (Bringuier, 1977, p. 24).

A partir desse momento, a história do desenvolvimento cognitivo passou a estar intimamente relacionada com os trabalhos de Piaget.

A influência de uma formação em Biologia e as posições epistemológicas de Piaget possibilitaram-lhe romper com as perspectivas existentes na altura sobre a inteligência, passando a considerá-la como algo dinâmico, plástico, que se desenvolve, que não está definida à partida e, por isso mesmo, depende da estimulação e das vivências inerentes ao meio social onde o sujeito está inserido. Assim, é o meio social que permitirá, ou não, actualizar as potencialidades com que o sujeito nasce (César, 2000a). Nas conversas com Bringuier, Piaget afirma: "Penso que todas as estruturas se constroem e que o facto fundamental é como se desenrola essa construção. Nada é dado à partida salvo alguns pontos limitados sobre os quais se apoia o resto" (Bringuier, 1977, p. 63).

As palavras anteriores de Piaget mostram como, para este autor, o conhecimento se constrói a par e passo, ao longo do tempo, com excepção dos reflexos básicos, que são inatos. Estes reflexos dão origem aos esquemas de acção que, por sua vez, se organizam em estruturas cada vez mais complexas, constituindo-se assim em formas cada vez mais adaptadas de relação com o meio. A esta elaboração progressiva das estruturas de conhecimento está implícita a noção de equilibração majorante, como o mecanismo responsável pela sequência invariante do desenvolvimento, ou seja, dos estádios.

Ao iniciar uma apresentação dos estádios de desenvolvimento de Piaget parece-nos oportuno relembrar algumas considerações pertinentes que Lourenço (1994, 1998) faz acerca dos mesmos. Assim, começaremos não com uma descrição clássica, mas com um "ir além de uma interpretação padrão de Piaget" (Lourenço, 1998, p. 522) que nos parece crucial para não ficarmos prisioneiros de uma visão desta teoria "de uma igreja a ser reverenciada ou destruída a todo o

custo, mas como um fórum onde é possível trocar ideias e pontos de vista" (Lourenço, 1998, p. 522).

Em Piaget, são os desempenhos dos sujeitos que se inserem em estádios, não as pessoas. A mensagem contida na frase anterior está longe de poder ser considerada um pormenor de linguagem. De facto, o que está em causa não é um sujeito individual, mas um tipo de comportamento ou pensamento que apresenta determinadas características distribuídas, em maior ou menor escala, por toda uma população de sujeitos estudados. São as acções e as operações em tarefas piagetianas, não as pessoas em si mesmas, que podem ser classificadas em certo nível ou estádio descritivo de desenvolvimento cognitivo em função de certos critérios formais, tais como diferenciação, integração, coordenação, reversibilidade e equilíbrio (Lourenço, 1998, p. 523).

Lourenço (1998) encontrou mais duas razões na obra de Piaget que confirmam a sua ideia anterior. Primeiro, se Piaget acreditasse que são as pessoas, e não as suas acções e operações, que estão em estádios, não teria conseguido enquadrar na sua teoria a questão dos desfasamentos horizontais e verticais. Os primeiros podem ser entendidos como os progressos de índole quantitativa que os desempenhos dos sujeitos vão sofrendo dentro de cada estádio, ou seja, as diferenças em que cada estrutura ou competência emerge em relação a diferentes conteúdos: a situação mais citada é o desfasamento entre o acesso à conservação da substância, do peso e do volume. O desfasamento vertical "corresponde a uma modificação qualitativa das estruturas cognitivas do sujeito" (César, 1994, p. 151), o que significa que existe uma ordem relativamente fixa no aparecimento das operações que caracterizam cada estádio.

Mas são os desfasamentos horizontais que despertaram mais críticas. Como lembra von Glaserfeld (1995), Piaget atribuiu uma grande importância aos estádios na sua teoria, principalmente na sua fase estruturalista, durante a qual intensificou a descrição estrutural dos estádios de pensamento da criança (César, 1994, 2000a; Lourenço, 1998).

No início da fase considerada como sendo a mais estruturalista da sua obra, durante os anos 40-60 (Lourenço, 1994), Piaget começou por pensar que, quando uma criança manifesta uma determinada operação característica do estádio seguinte no seu comportamento, esta operação estaria à sua disposição em todos os contextos onde fosse relevante. Porém, na opinião de von Glaserfeld (1995), mais do que fazer ruir a teoria, os desfasamentos horizontais abriram uma porta à necessidade de compreender melhor o papel do contexto no alargar de uma determinada operação mental a outros domínios.

Em 1955, Piaget, questionando-se acerca das razões para os estádios terem despertado tanto interesse, conclui que estes são um instrumento indispensável para a análise dos processos formativos (Gruber e Vonèche, 1995). Alguns anos mais tarde Lourenço (1998), afirma "os estádios são (...) instrumentos de classificação do nível de complexidade estrutural de certas acções e operações do sujeito (...) por isso não são um mal a evitar, mas um bem a preservar e a estender" (p. 526). É ainda este autor quem afirma,

> estando a Psicologia do Desenvolvimento interessada em identificar como é que certas competências emergem, aparecem e atingem a sua maturidade, então só há que ganhar em dispor de instrumentos conceptuais que nos ajudam a distinguir formas qualitativamente distintas nessas diversas competências. (p. 526)

A noção de estádio tem sido, frequentemente, associada a uma idade cronológica. De facto, Piaget deixou aparecer em muitos dos seus protocolos presentes nas suas obras níveis de desenvolvimento cognitivos associados a determinados limites de idade, mas isto não significa que estivesse interessado em saber o que as crianças fazem nesta ou naquela idade. Bem pelo contrário, a sua preocupação centrava-se em compreender como se constroem e desenvolvem novas formas de pensamento ou de inteligência, ao longo da sua ontogénese. Assim, para Piaget, a idade era um indicador e não um critério de desenvolvimento (César, 1994; Lourenço, 1998).

Na obra de Piaget encontramos quatro estádios de desenvolvimento cognitivo: o sensório-motor, o pré-operatório concreto, o operatório concreto e o

operatório formal. Este desenvolvimento segue "uma tal construção progressiva que cada inovação só se torna possível em função da precedente" (Piaget e Inhelder 1979, p. 170), o que traduz: (a) uma ordem constante na sua sucessão, ressalvando-se a possibilidade de ritmos diferentes; (b) de uma estrutura de conjunto, em função da qual é possível explicar os comportamentos principais do sujeito; (c) que as estruturas de conjunto são integrativas, não se substituindo umas às outras, mas onde cada uma resulta da anterior, integrando-a e preparando a seguinte; (d) uma fase de preparação e uma fase de acabamento por exemplo Formal A e Formal B. Mas,

> o grande problema que suscita a existência de tal desenvolvimento e a direcção integrativa que nele se pode reconhecer a posteriori é, então, o de compreender-lhe o mecanismo (...) pois ainda nos encontramos nas soluções provisórias (...) entretanto, temos de nos contentar com a discussão de quatro factores gerais estabelecidos até agora para a evolução mental. (Piaget e Inhelder, 1979, p. 166)

Estes quatro factores são: 1) o crescimento orgânico, mais precisamente, a maturação do sistema endócrino e do sistema nervoso central que possibilita novas potencialidades ao sujeito; 2) a experiência adquirida, ou o exercício funcional do sujeito; 3) as interacções e as transmissões sociais; 4) a equilibração.

Desenvolvendo um pouco as que são mais relevantes para o nosso trabalho, podemos começar por analisar o papel da experiência funcional do sujeito. Este factor é complexo devido aos dois tipos de experiência possíveis (física e lógico-matemática) e pelas suas consequências no tipo de abstracção (empírica e reflexiva, respectivamente): "quanto à experiência física, nada tem de simples registo de dados, mas constitui uma estruturação activa, porque é sempre assimilação a quadros lógico-matemáticos" (Piaget e Inhelder 1979, p. 166). A complexidade da relação entre a experiência e a abstracção está bem presente na retrospectiva que Gruber e Vonèche (1995) fazem acerca do essencial na obra de Piaget,

> de um ponto de vista de desenvolvimento, a abstracção empírica requer a abstracção reflexiva porque começam ambas por uma

> assimilação de conteúdos físicos para formas ou estruturas já construídas através da abstracção reflexiva e, reciprocamente, acomodados aos respectivos conteúdos. (p. 873)

As interacções e as transmissões sociais, tal como o factor anterior, também não podem ter uma leitura simples. Como o próprio Piaget e Inhelder (1979) sublinham,

> por um lado, o sujeito contribui e recebe da sua socialização (...) por outro lado, nas transmissões nas quais o sujeito parece mais receptivo, como na transmissão escolar, a acção social é ineficaz sem uma assimilação activa da criança, o que supõe instrumentos operatórios adequados. (p. 169)

Como veremos, este factor, ou um aprofundamento das suas potencialidades, foi um dos grandes impulsionadores da Psicologia Social Genética.

Por último, a equilibração é o processo de auto-regulação desencadeado pelo sujeito "em resposta às perturbações exteriores e de regulação ao mesmo tempo retroactiva (sistemas de *feedback*) e antecipadora, que constitui um sistema permanente de tais compensações" (Piaget e Inhelder, 1979, p. 171). A equilibração tem por função a eliminação de perturbações, podendo considerar-se que o desenvolvimento cognitivo se processa no sentido do aumento de perturbações que o sujeito vai sendo capaz de eliminar, ou seja, a equilibração é majorante. Assim, a equilibração torna-se o pólo explicativo, por excelência da compreensão do desenvolvimento (César, 1994) do mesmo tempo que permite ver "que a unidade dos processos psicológicos e sociais é dada pelo princípio da equilibração, como princípio universal, originário dos processos orgânicos" (Duarte, 2000, p. 289).

Explicar a noção de equilibração pressupõe dois conceitos inovadores da teoria piagetiana: o de assimilação e o de acomodação. Estes três conceitos, equilibração, assimilação e acomodação, são fortemente inspirados na formação biológica de Piaget e deram origem a uma inovadora teoria do desenvolvimento. Quando um acontecimento gera uma perturbação no sujeito, dá-se um

desequilíbrio, que se designa por conflito cognitivo, e que tem a sua origem numa assimilação. Posteriormente dá-se uma acomodação, que restabelece o equilíbrio inicial ou cria uma nova forma de equilíbrio (von Glaserfeld, 1995).

Assim, a assimilação acontece quando o sujeito ajusta uma experiência numa estrutura conceptual que já possui.

> A assimilação [afirma Piaget] é a prova que as estruturas existem. É pelo facto dos estímulos do meio exterior, algo que provoque a atenção do sujeito, só modificarem uma conduta quando se integram na estrutura existente que podemos falar de assimilação (...) um coelho que coma uma couve não se torna numa couve. A couve é que se torna num coelho. É isso a assimilação. (Bringuier, 1977, p. 69)

Mas, a assimilação só pode ser entendida na presença da acomodação, como refere Piaget (1977), "o ajustamento de um esquema a uma situação particular" (Bringuier, 1977, p. 70). O exemplo dado por Piaget é o de um bebé que explora de uma forma desordenada um objecto, através dos esquemas que assimilou, como o de chupar ou o de preensão. Quando lhe é dado um novo objecto maior, o bebé tem de acomodar os esquemas existentes: se não agarrar o objecto com as duas mãos não vai ser possível continuar a descobri-lo. O bebé terá, então, de adaptar o gesto que tem de fazer ao objecto. Assim, para Piaget, "acomodação é determinada pelo objecto e a assimilação pelo sujeito" (Bringuier, 1977, p. 70).

Os estudos contextualizados realizados César (2000a) permitiram conceber o conceito de acomodação como tendo um duplo movimento. Num primeiro momento, o sujeito assimila ou apreende conhecimentos que integra nas suas estruturas cognitivas. Porém, pelo facto das estruturas não serem estáticas nem os conhecimentos sobrepostos uns sobre os outros, terão de ser acomodados às estruturas existentes, ou seja,

> o sujeito tem de criar pontes entre o que já sabia e o que acabou de assimilar, sendo este rearranjo cognitivo aquilo que constitui um primeiro movimento de acomodação. Mas a acomodação só será completa quando, mais tarde, o sujeito for confrontado com um

> problema que o faça ter de acomodar o que possui na sua estrutura cognitiva às questões que aquele problema lhe põe. (César, 2000a, p. 16)

Sem este segundo movimento de acomodação, cada novo problema que um sujeito teria de resolver implicaria uma nova apreensão de conhecimentos. O sujeito seria incapaz de reorganizar-se em função da procura de uma solução para o problema concreto que tinha de resolver (César, 2000a), ou seja, sem conceber a acomodação como possuindo um duplo movimento, entre uma primeira reorganização das estruturas em função de uma assimilação e uma segunda reorganização fruto de um problema que o sujeito tem de resolver, seria difícil ao sujeito mobilizar conhecimentos e competências de um problema para outro.

Compreender o processo dinâmico existente entre a assimilação e o duplo movimento da acomodação torna-se pertinente em práticas de sala de aula, nomeadamente nas que são essencialmente expositivas. Nestas, o professor começa por apresentar os conteúdos aos alunos que, só depois, os têm de utilizar durante uma tarefa que devem realizar. É ao ter de "fazer por si próprios que, na maioria dos casos, [os alunos] se deparam com o que não perceberam, ou com pormenores que lhes escaparam numa primeira abordagem" (César, 2000a, p. 16). É nesta fase de utilização de um conhecimento, supostamente assimilado, que o duplo movimento da acomodação se manifesta. Como o aluno não está a utilizar o conhecimento de uma forma idêntica àquela em que o assimilou quando o professor o apresentou, deve, primeiro, acomodá-lo em função do que já sabia e, depois, quando o vai utilizar, realizar o segundo movimento de acomodação.

Von Glaserfeld (1995) observa que "embora não afirmado explicitamente, está implícito em repetidas observações de Piaget, que as ocasiões mais frequentes para a acomodação são fornecidas pelas interacções com os outros" (p. 123). Este autor explica esta sua ideia referindo que "na medida em que as acomodações eliminam perturbações, geram uma equilibração, não só entre as estruturas conceptuais do indivíduo como também no domínio da interacção social" (p. 123), acrescentado ainda "se Piaget tivesse realçado um pouco mais este seu

corolário implícito, ter-se-iam evitado as críticas superficiais de que o seu modelo não tem em consideração o elemento social" (p. 123).

Piaget e Inhelder (1979) concluem que os quatro factores de desenvolvimento (maturação biológica, experiência adquirida e acção sobre os objectos, interacções e transmissões sociais e equilibração) explicam essencialmente o desenvolvimento cognitivo da criança. Contudo, na opinião destes dois autores, compreender como o desenvolvimento acontece obriga a considerar também o desenvolvimento da afectividade e da motivação.

> Os factores dinâmicos fornecem a chave de todo o desenvolvimento mental (...) as necessidades de crescer, afirmar-se, amar e ser valorizado constituem os motores da própria inteligência, tanto dos comportamentos na sua totalidade como na sua crescente complexidade (...) a afectividade constitui a energética dos comportamentos, cujo aspecto cognitivo se refere às estruturas (...) o comportamento é, portanto, uno (...) os dois aspectos, afectivo e cognitivo, são ao mesmo tempo inseparáveis e irredutíveis. (p. 171)

A afectividade e a motivação permitem, assim, compreender que um sujeito realize uma tarefa para agradar aos outros, mas também pelo prazer que a própria actividade cognitiva lhe traz (César, 2000a).

1.1. Os quatro estádios de desenvolvimento cognitivo, segundo o modelo de Piaget

O paradigma experimental mais frequente, quando se procura avaliar a influência das interacções sociais entre pares nos desempenhos dos sujeitos, compreende três momentos: o pré-teste, com o objectivo de avaliar as suas competências iniciais; as sessões de trabalho, onde se ensaiam os aspectos que se pretendem estudar; o pós-teste, que avalia os eventuais progressos conseguidos e a sua estabilidade no tempo.

As investigações que iniciaram o ciclo do estudo da construção social da inteligência partiram de provas inspiradas em tarefas piagetianas utilizadas como

pré-teste e que serviram para avaliar o nível operatório inicial dos sujeitos (Abreu 1998; Doise e Mugny, 1981; Doise, Mugny e Perret-Clermont, 1975, 1976; Mugny e Doise, 1978; Perret-Clermont, 1976/1978; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997).

Na maioria destes estudos, a população analisada encontrava-se no estádio pré-operatório concreto ou no operatório concreto. Mais tarde, Gilly e Roux (1984) e Gilly, Fraisse e Roux (1988), estudam sujeitos mais velhos, mais precisamente entre o estádio operatório concreto e o operatório formal, recorrendo a um outro tipo de provas de aplicação colectiva nos pré-testes: uma prova de inteligência geral (L. 61) e um teste verbal (N.V. 58), que "permitem situar os sujeitos no final do estádio operatório concreto ou num estádio pré-formal" (Gilly e Roux, 1984, p. 179).

Conhecer as competências dos sujeitos com quem pretende trabalhar, surge, então, como uma condição necessária para garantir ao investigador que estes possuem competências operatórias e conhecimentos acerca das tarefas que lhes vai apresentar. Desta forma, o investigador assegura-se que os sujeitos interagem entre si e, ao mesmo tempo, beneficiam com a interacção.

Assim, revisitar algumas características operatórias dos sujeitos surge como um momento para reflectir acerca do modelo proposto por Piaget para o desenvolvimento cognitivo, procurando-se, no entanto, ir além da mera descrição dos estádios. Atendendo ao nível operatório esperado para os desempenhos dos sujeitos considerados no presente trabalho empírico, o estádio sensório-motor e o pré-operatório concreto serão apresentados de forma sucinta, optando-se por dar mais atenção aos restantes estádios.

É durante o estádio sensório-motor que o sujeito constrói os seus primeiros esquemas de acção, fruto de sucessivas generalizações, diferenciações e coordenações. Como afirma von Glasersfeld (1995),

> a actividade durante os dois primeiros anos de vida lança as fundações daquilo que virá a ser o mundo experiencial da criança: forma o alicerce essencial para todas as outras construções. À medida que a experiência de vida da criança aumenta, camadas

> sucessivas de construções conceptuais são edificadas sobre as fundações. (p. 108)

Contrariamente ao que por vezes se pensa, é durante esta etapa fundamental do desenvolvimento e na simplicidade das acções motoras da criança, onde a capacidade de as representar está ausente, que reside o início de um longo caminho até às operações ulteriores do pensamento.

No estádio pré-operatório concreto, com o aparecimento da função semiótica, o sujeito passa a conseguir interiorizar os esquemas que desenvolveu durante o estádio sensório-motor. A partir deste momento, é possível a internalização de acções na forma de pensamentos. Às acções presentes, realizadas num espaço envolvente, é possível juntar as passadas. Contudo, continua a ser mais fácil para a criança realizar uma acção do que reproduzi-la em pensamento. A linguagem, o jogo simbólico, a imitação diferida e o desenho são o resultado observável do aparecimento desta função. Com o progressivo domínio da função semiótica, a criança inicia o embrião da construção das operações. Mais uma vez, esta nova etapa do desenvolvimento está longe de ser simples. A criança está a começar a aprender a pensar sobre aquilo que executa com as suas acções, mas agora no plano das representações. Estas acções não são interiorizadas de uma forma desorganizada ou imediata: a criança tem de reaprender, no plano do pensamento, o que já sabia no das acções. Porém, para que isto ocorra, tem de reestruturar e organizar muitas das coisas que já sabia executar num outro plano, precisando de tempo.

A ausência da reversibilidade leva a criança a ter um tipo de raciocínio que Piaget (1924) denominou como transdutivo. Este tipo de raciocínio não é mais do que a insensibilidade da criança face às contradições do seu próprio raciocínio. Assim, num raciocínio transdutivo, as crianças assimilam um particular a outro particular, sem considerar as acções que transformam um estado inicial num outro final (Rangel, 1992). Nesta altura, para a criança é difícil relacionar o todo com as partes, considerando, simultaneamente, as consequências das transformações causadas pela sua acção.

Contudo, a ausência de reversibilidade não significa insucesso já que a criança consegue chegar a conclusões verdadeiras quando se "centra em esquemas práticos que podem ser generalizados a partir das acções executadas sobre objectos individuais" (Rangel, 1992, p. 44). Porém, o mesmo já não acontece quando tem de emitir um julgamento ligando dois factos isolados e particulares, relacionando um como sendo a causa do outro. Neste caso, a criança generaliza por transdução, isto é, "transduz e não deduz" (Rangel, 1992, p. 44). Como chama a atenção esta autora, este tipo de raciocínio não é só característico do pensamento infantil, já que são várias as situações onde o podemos encontrar em julgamentos de sujeitos adultos, se bem que em menor número. Por exemplo, quando se emitem julgamentos ou explicações sem uma análise necessária das variáveis com o efeito que pretendemos explicar.

> A criança, no estádio sensório-motor, precisa de um contacto imediato com os objectos para os apreender através dos esquemas de que dispõe. No estádio seguinte, o pré-operatório, entra em contacto com os objectos via linguagem e representação, o que é o mesmo que dizer, pela mediação dos conceitos. (Gruber e Vonèche, 1995, p. 485)

Consequentemente, podemos pensar que grande parte do desenvolvimento ulterior do sujeito estará seriamente relacionado com as interacções físicas e sociais que irá estabelecer com o meio envolvente. Assim, o objecto, para Piaget, só pode ser conhecido através de aproximações sucessivas, ou seja, pela actividade estruturante do sujeito. Mas este objecto resiste a ser conhecido pelo sujeito, pelo que nunca será totalmente conhecido (César, 1994). O processo de conhecimento é, então, dinâmico, dada a presença de uma dialéctica constante entre sujeito e objecto. Uma vez que, se o sujeito actua sobre o meio transformando-o, o meio também o influência modificando-o à medida que interage com ele (César, 1994).

No estádio das operações concretas, o sujeito começa a ter acesso à noção de reversibilidade, o que lhe possibilita realizar operações, ou seja, "acções internalizadas, reversíveis e coordenadas em sistemas de conjunto" (Gruber e

Vonèche, 1995, p. 456). Porém, estas só são possíveis ao nível do real, do concreto, do manipulável. Com o início deste novo estádio, e o aparecimento das primeiras operações, assinala-se a chegada a um estado de equilíbrio que se começou a desenhar nos estádios anteriores, seguindo uma equilibração majorante.

O equilíbrio conquistado com este estádio resulta da reversibilidade (conseguir regressar ao estado inicial, ou ponto de partida) trazida com as operações lógicas resultantes das acções de fazer combinações, dissociações, ordenações e estabelecer correspondências. Contudo, neste estádio estamos ainda a lidar com operações sobre os objectos reais e com um sistema de operações concretas (por exemplo, a classificação ou a seriação) onde a totalidade das transformações e das relações possíveis não é realizada pelo sujeito, isto é, as diferentes possibilidades combinatórias (Gruber e Vonèche, 1995, p. 458).

Apesar das limitações que este facto pode fazer supor, o significado da aquisição destas operações traduz-se pela importância que têm na apropriação da noção de número, tempo, movimento e de diferentes noções geométricas (topológicas, euclidianas).

Um aspecto interessante acerca do aparecimento das operações durante o estádio das operações concretas, prende-se com a questão das noções de conservação (Gruber e Vonèche, 1995). De acordo com estes dois autores, é possível um sujeito internalizar uma acção ou imaginar o seu resultado sem que isso signifique automaticamente que é capaz de realizar essa mesma acção de forma inversa e, assim, poder anular o resultado obtido. Ou seja, "uma acção não é transformada imediatamente numa operação reversível" (p. 354), necessitando de tempo para ser construída e de tempo até que uma operação particular se estenda a outros contextos (desfasamentos horizontais).

Só é possível averiguar se uma criança recorreu ou não a uma acção de reversibilidade através dos seus desempenhos ao realizar uma tarefa. São os argumentos utilizados e as acções executadas que possibilitam a um observador externo formar uma opinião.

No estádio das operações concretas, face a um problema que lhe é proposto, a criança age, começando por procurar coordenar com a sua acção as leituras sucessivas dos resultados que vai obtendo. Esta coordenação significa estruturar a realidade em que actua. Como afirmam Inhelder e Piaget (1976),

> se admitirmos que [a criança] cria hipóteses é preciso esclarecer que estas são apenas projectos de acções possíveis, e não como no adolescente, formas de imaginar o que deveria ser o real se tal ou qual condição hipotética fosse satisfeita. (p. 188)

Ao longo do estádio das operações concretas, a criança limita-se, para qualquer explicação, a descrever o que vê, isto é, a simples leituras ou enumerações. "Os seus juízos e raciocínios organizam-se em conexão mais ou menos indissociável com os seus conteúdos, o que quer dizer que as operações funcionam somente em relação a verificações ou representações julgadas verdadeiras, e não a simples hipóteses" (Piaget e Inhelder, 1979, p. 145). A forma lógica dos seus raciocínios e argumentos apoia-se directamente nos objectos reais e nas suas relações com eles. "Aos olhos dos sujeitos a configuração assume o lugar da explicação" (Inhelder e Piaget, 1976, p. 186). Quando surge uma contradição entre argumentos ou raciocínios, a criança, neste estádio, tende a eliminá-la, negligenciando o aspecto que causa essa perturbação: modifica aquilo que vê para estabelecer um acordo com o que conhece, ou seja, com as suas estruturas actuais (Rangel, 1992). Como afirma esta autora, esta negligência acontece pois esta é a única forma que o sujeito tem de "entender a realidade" (p. 48). Para a criança ser capaz de se dar conta desta contradição precisa de estar "suficientemente desadaptada para se lançar na procura de uma reequilibração" (Rangel, 1992, p. 48).

Esta nova reequilibração surge com o pensamento formal, quando o sujeito inicia um domínio progressivo do possível e da capacidade de raciocinar por hipóteses. A capacidade mais visível desta nova forma de pensamento é o abandonar do presente e do real imediato no sentido do abstracto e do não imediato. Durante o operatório concreto, o sujeito limita-se a coordenar factos

acerca do mundo actual em que vive; as novas possibilidades conseguidas com o raciocínio hipotético-dedutivo abrem-lhe as portas do possível e permitem-lhe realizar uma síntese entre o necessário e o possível.

O pensamento hipotético-dedutivo, caracterizado pela possibilidade de aceitar a presença de qualquer tipo de dados como sendo puramente hipotéticos e raciocinar correctamente acerca deles, apesar de ser mais notório no plano verbal, não se limita a ele. Esta nova forma de raciocínio abre novas potencialidades ao sujeito em diferentes planos do seu comportamento, nomeadamente, o social. Agora, o sujeito vai poder constituir um sistema de valores morais próprio, o que lhe vai permitir reflectir de um modo mais aprofundado sobre as suas posições pessoais e sobre as dos outros, que o rodeiam (César, 1994). Como referem Gruber e Vonèche (1995), é nesta fase que os sujeitos constroem as suas teorias e utilizam as ideologias que lhes são próximas, fruto das suas transformações intelectuais e do adoptar de papéis de adulto. Esta novidade é o resultado do sujeito conseguir "lidar criticamente com o seu próprio pensamento" (Gruber e Vonèche, 1995, p. 437), conseguindo ultrapassar o presente concreto através do abstracto e do possível.

Para Piaget e seus colaboradores, antes do pensamento formal, o sujeito não pensa acerca do seu próprio pensamento. Consequentemente, muitas das suas respostas traduzem tentativas desordenadas de busca de uma solução, na maioria das vezes por tentativa e erro, como acontece, por exemplo, na tarefa do pêndulo (Gruber e Vonèche, 1995), onde os sujeitos recorrem a classificações, seriações e correspondências para resolver a tarefa. Os sujeitos cujos desempenhos estão situados no estádio das operações formais, perante esta mesma tarefa, começam por fazer algumas tentativas desordenadamente, mas só até conseguirem formular todas as hipóteses possíveis. Só depois continuam, assistindo-se, então, ao elaborar de uma estratégia sistemática e exaustiva, só possível graças à presença de uma estrutura combinatória, que não é mais do que a reflexão das próprias proposições ou o reflectir sobre o próprio pensamento. As proposições, enunciados verdadeiros ou falsos e afirmativos ou negativos, são agora

combinadas entre si de todas as formas possíveis, dando origem a que o real seja mais um caso entre os casos possíveis.

Para o sujeito conseguir operar sobre a noção de possível, além da combinatória, necessita da estrutura das quatro transformações: a idêntica (I), a negativa (N), a recíproca (R) e a correlativa (C). Estas transformações encontram-se ligadas entre si, sendo o grupo comutativo (N=RC; R=NC; C=NR e I=NRC). Este grupo, de quatro transformações, ou grupo INRC, também é conhecido como o grupo Klein-Piaget.

O acesso ao grupo INRC possibilita ao sujeito relacionar duas formas de reversibilidade: por inversão e por reciprocidade. Durante as operações concretas, o primeiro tipo de transformação aplicava-se ao domínio das classes e o segundo, ao das relações. Agora, o sujeito consegue voltar ao ponto de partida aplicando os dois tipos de reversibilidade, ligando-as em seguida pela transformação correlativa.

Um exemplo frequentemente citado para ilustrar o modo de funcionamento do grupo INRC é dado pelas provas operatórias da balança matemática (Inhelder e Piaget, 1976). Nesta prova, o sujeito tem de descobrir a relação entre os pesos e os braços da balança, onde o esquema operatório do equilíbrio entre acção e reacção está presente, bem como o de proporcionalidade. Para estes dois autores, ambos os esquemas estão relacionados uma vez que o esquema de equilíbrio está dependente do esquema de proporcionalidade.

Quando resolvemos a prova da balança matemática podemos equilibrar um peso com outro igual, à mesma distância do fiel, ou usar um peso mais pequeno a uma distância, proporcionalmente, maior. O sujeito começa por compreender a proporcionalidade em termos qualitativos mas, depois, terá de fazer quantificações para estabelecer relações métricas, devendo para isso conseguir recorrer ao grupo INRC, o que lhe possibilitará a realização da prova com sucesso: diminuir o peso aumentando a distância equivale a aumentar o peso diminuindo a distância. Descobrir esta solução não é possível pela mera observação directa, é necessário um raciocínio hipotético-dedutivo do sujeito.

Ao ler algumas das obras de Piaget, facilmente se concorda com Gouveia Pereira, Correia Jesuíno e Joyce-Moniz (1979) para quem, muitas delas poderiam constituir modelos psico-pedagógicos através dos quais a criança descobriria por si própria muitas das leis elementares das ciências, cabendo então ao professor o papel do orientador que propõe problemas, lança desafios, mostra contradições. Mas o professor tem também de ser alguém que compreende a criança e o que ela está a fazer. Como referem Gruber e Vonèche (1995):

> o que Piaget fez só pode ser compreendido como uma ajuda ao professor na medida que lhe possibilita inventar e reinventar a sua prática na sala de aula (...) o professor se quer compreender o que está a fazer, tem de inventar diariamente a sua prática de acordo com cada situação e, para isso, precisa de compreender a criança. (p. 694)

Piaget, ao optar por uma descrição ou identificação de formas gerais e profundas de pensar, dotou a Psicologia do Desenvolvimento de um referencial teórico bastante rico, quando comparado com outros anteriormente existentes (Lourenço, 1994). Este facto desencadeou vários alertas acerca de formas e métodos de ensino, com consequências profundas para as práticas de muitos alunos e professores, na sala de aula. Nomeadamente, que a construção de conhecimento não é uma tarefa solitária, mas uma tarefa que envolve não só uma componente operativa [interacção sujeito-objecto], mas também uma componente comunicativa [interacção sujeito-outros sujeitos]. Quando raciocinam, as pessoas não seguem regras lógicas de inferência, mas operam e actuam sobre o material e as questões em causa. As estruturas de conjunto [entenda-se os estádios] devem ser então vistas, não como entidades funcionais para explicar o desenvolvimento, mas como critérios formais para o descrever (Lourenço, 1998).

1.2. A possibilidade de um estádio intermédio no modelo piagetiano

De acordo com César (2000a), Piaget forneceu-nos uma descrição detalhada dos estádios de desenvolvimento cognitivo, possível de observar

quando analisamos estratégias de resoluções adoptadas pelos alunos numa actividade de carácter mais académico, ou quando observamos as crianças a resolver determinada tarefa com características mais piagetianas, num contexto que pode ser ou não o escolar.

Desde o início da obra de Piaget que é possível encontrar indicadores do seu interesse por questões da epistemologia. Como ele próprio diz, "esta transformação fundamental do conhecimento-estado em conhecimento-processo leva a ter de colocar em termos bastante novos a questão das relações entre a epistemologia e o desenvolvimento ou mesmo, a formação psicológica das noções e das operações" (Piaget, 1977, p. 15).

Este interesse em procurar compreender como o conhecimento vai sendo gradualmente construído pelo sujeito, ao longo do seu desenvolvimento, levou-o a elaborar o conceito de sujeito epistémico. Este sujeito, é o que de universal existe em todos os sujeitos, é um modelo teórico. É o núcleo cognitivo comum a todos os sujeitos num determinado momento do seu desenvolvimento (Gruber e Vonèche, 1995).

A preocupação de Piaget em compreender o desenvolvimento em si mesmo, numa tentativa de se demarcar de certas correntes da Psicologia do seu tempo, como a behaviorista, levou-o até ao sujeito epistémico, ou seja, até um sujeito que funciona como um referencial teórico para todos os outros sujeitos, que evidencia o que de comum existe em todos eles e que, por isso mesmo, é universal.

O sujeito epistémico de Piaget tem sido alvo de algumas críticas resultantes da imposição da lógica por oposição ao simbólico, ao social ou ao relacional (Gonzalez, 1998), ou seja, tudo aquilo que torna cada sujeito epistémico num sujeito único e individual: o sujeito real. Contudo, Piaget (1971) afirmou o seu desinteresse por este sujeito real "não tenho qualquer interesse pelo individual, estando antes interessado no estudo dos mecanismos gerais da inteligência e das funções cognitivas. O que torna um indivíduo diferente de outro parece-me (...) menos instrutivo" (p. 211). Da frase anterior fica claro que o

sujeito que interessava a Piaget não era o sujeito real, mas antes construir, com base na observação de vários desses sujeitos individuais, um outro, o sujeito epistémico. A questão não parece ser tanto de um desinteresse por um sujeito real, mas antes a valorização de um tipo de sujeito que lhe permitisse descobrir e compreender os mecanismos responsáveis pela construção do conhecimento de todos os sujeitos, em geral.

Quando nos confrontamos com sujeitos reais, em contextos naturais, acontece que o sujeito epistémico, tal como Piaget o definiu, pode sofrer algumas flutuações, pois ele não existe, é apenas um modelo. "Não o podemos esperar encontrar exactamente daquela forma quando contactamos com sujeitos reais" (César, 2000a, p. 15). No entanto, para esta autora, o sujeito epistémico "permite-nos compreender muito do que nos dizem e fazem os sujeitos reais, desde que sejamos capazes de efectuar o salto de interpretação que temos de conseguir dar sempre que se passa de um modelo [como é o caso do modelo piagetiano] para a realidade" (César, 2000a, p. 16).

Numa tentativa de clarificar o conceito de sujeito epistémico, Bang (1988) considera que se podem definir três tipos de sujeitos: o sujeito epistémico, o sujeito psicológico e o sujeito real. Para este autor, os dois primeiros tipos de sujeitos são referenciais teóricos. O primeiro, o sujeito epistémico, como vimos, é o que de comum se pode encontrar em todos os sujeitos de um ponto de vista de desenvolvimento cognitivo. O segundo, o sujeito psicológico, é o sujeito construído segundo uma norma de desenvolvimento, que serve para comparar sujeitos uns com outros. O terceiro tipo de sujeito é o sujeito real, o sujeito que tem um nome, uma história, uma experiência de vida que será sempre diferente de outro sujeito, por muito semelhante que possa ser.

É no resultado da triangulação destes três sujeitos que pode existir a possibilidade de um estádio intermédio no modelo piagetiano. Quando se trabalha com sujeitos reais, em contextos naturais, como a sala de aula, ou se observa uma criança numa situação mais ou menos estruturada, verifica-se que os três sujeitos nem sempre coincidem (César, 2000a). Todos eles seguem a ordem das

transformações dos dois referenciais teóricos, o psicológico e o epistémico, no sentido de que não é possível chegar a um momento de desenvolvimento mais complexo e adaptado sem antes ter passado por um outro, de menor desenvolvimento. Apesar das diferentes transformações que os sujeitos reais vão sofrendo terem a mesma sequência para todos eles, o sujeito real sofre flutuações não nessa ordem, mas no momento em que uma transformação surge.

Nas obras de Piaget (1924, 1974, 1975) encontram-se referências frequentes às crianças com desempenhos intermédios, que começam muitas vezes por emitir juízos verdadeiros sobre a tarefa que estão a realizar, mas que mudam de opinião quando são confrontadas com pontos de vista diferentes dos seus. Esta mudança de opinião não acontece quando a criança atinge um novo equilíbrio. Na opinião de Lourenço (1994), a criança com um desempenho intermédio parece ter um conjunto de conhecimentos verdadeiros, mas contingentes ou limitados a um determinado nível onde se encontra. O que não poderá ser entendido como um menor conhecimento, mas como o conhecimento possível numa determinada etapa de desenvolvimento do sujeito. Até porque "o conhecimento em Piaget é um processo contínuo cujo o começo e o fim nunca são alcançados" (Lourenço, 1994, p. 143).

A complexidade das aquisições estruturais que acontecem durante a adolescência e a relação entre o aparecimento dessas aquisições e o contexto de vida do sujeito permite aceitar que, antes do pensamento formal, seja possível encontrar um estádio de desenvolvimento intermédio. De acordo com Nassefat (1963), a presença de um estádio intermédio, situado entre as operações concretas e as operações formais, é o resultado da complexidade deste último e constituiria o "patamar para o equilíbrio do estádio das operações formais" (Nassefat, 1963, p. 20). Durante o estádio intermédio, as respostas dos sujeitos balançam entre soluções características de um estádio de desenvolvimento mais avançado (operatório formal) e soluções contraditórias com este desempenho (características do operatório concreto).

O estádio intermédio traduziria, assim, um momento de preparação durante o qual o adolescente estaria exposto a um conjunto de novas possibilidades, por um período mais ou menos longo, em função das potencialidades do contexto onde se desenrola a situação e onde se inserem as suas vivências.

A ideia anterior, na opinião de Lourenço (1994), não é completamente inexistente na obra de Piaget. De acordo este autor, Piaget "distinguiu vários níveis no pensamento formal, como o pensamento formal emergente e o pensamento formal elaborado" (p. 143). Na fase final da sua obra, Piaget revela-se, assim, mais sensível à influência dos factores do contexto na variabilidade dos sujeitos, não devendo esta variabilidade ser entendida como uma alteração na ordem de construção das competências operatórias do sujeito, que é constante, mas na velocidade de apropriação e capacidade de mobilização dessas mesmas competências. É neste sentido que parece oportuno considerar um outro estádio, o intermédio, aos inicialmente estudados por Piaget.

1.3. A dimensão social na obra de Piaget

Se os estádios de desenvolvimento cognitivo são o lado mais divulgado da obra de Piaget, a dimensão social tem sido, incorrectamente, considerada inexistente na sua obra, assistindo-se nos últimos anos a um número significativo de autores que têm procurado mostrar como a dimensão social não foi ignorada pelo autor (César, 1994, 2000a; Doise, 1985; Duarte, 2000; Gonzalez, 1998; Gruber e Vonèche, 1995; Mugny, 1985; Lourenço, 1994, 1998; Triphon e Vonèche, 1996; Zittoun, Perret-Clermont, Barrelet, 1996).

Para compreender a dimensão social em Piaget é fundamental que se compreenda, tal como afirma César (2000a), que a sua obra se estende ao longo de seis décadas (1920-1980). Consequentemente, seria impensável que ao longo de um período tão amplo as suas ideias não sofressem uma evolução.

Como refere Perret-Clermont (1996), compreender a obra de Piaget obriga a

> observar as situações históricas e sociais (...) [pois] os contextos culturais estruturam, em parte, os modos de agir e de pensar, e a procura da abstracção – fora da acção, fora das relações e fora do tempo – não é necessariamente a norma mais adequada em todas as circunstâncias (...) as investigações contemporâneas evidenciaram outras dimensões da problemática, diferentes das que Piaget abordava (...) a actividade cognitiva nasce em espaços relacionais que a tornam possível e, ao mesmo tempo, participa na estruturação destes (...) o pensamento não se desdobra num vazio de relações e de acções sociais. (p. 377)

Como considera Perret-Clermont (1996), para compreender um autor tem de se ter em atenção que o contexto histórico e social em que ele viveu e que nos pode ajudar a compreender muitas das suas ideias mas, ao mesmo tempo, são também "filtros deformadores" devido às suas escolhas sócio-historicamente situadas cujo alcance negligenciamos" (p. 377, entre aspas no original).

É tendo em conta a chamada de atenção anterior que é possível encontrar três momentos na sua vasta obra de Piaget (César, 2000a; Lourenço, 1994). De acordo com estes dois autores, entre os anos 20-40 temos o momento mais funcionalista de Piaget. O interesse principal do autor suíço residia na compreensão da influência dos factores que podiam acelerar, retardar ou mesmo bloquear as funções cognitivas. É durante este período que Piaget deu bastante importância ao social e às interacções sociais, procurando no social a origem da sequência de estádios do pensamento da criança. Num segundo momento, anos 40-60, é possível encontrar um Piaget estruturalista, com grandes preocupações em descrever a sequência estrutural dos estádios do pensamento da criança através de coordenações e interiorizações de acções intra-individuais baseadas nas noções de inspiração biológica, como a assimilação, a acomodação e o processo de equilibração. No terceiro e último momento, a partir dos anos 70, assiste-se a um retomar das questões que caracterizaram o período funcionalista, voltando Piaget a interessar-se pelo estudo dos mecanismos responsáveis pelo aparecimento e

evolução das estruturas cognitivas, onde o social torna a ganhar um novo alento (Lourenço, 1994).

Contudo, como lembra César (2000a), mesmo durante o momento mais estruturalista da obra de Piaget, é possível encontrar referências que demonstram que as interacções e as transmissões sociais não foram esquecidas uma vez que, "os sujeitos nascem com potencialidades que vão actualizando, cabendo ao meio social um papel crucial no seu desenvolvimento" (p. 15).

A ideia anterior de César está bem patente na obra de Piaget, onde encontramos afirmações claras de que a discussão social estava presente na sua concepção de desenvolvimento e que o "outro" tinha um papel determinante neste desenvolvimento. É a "permuta constante de pensamentos com os outros que nos permite descentrar e assegura a possibilidade de coordenar interiormente as relações que emanam de pontos de vista distintos" (Piaget, 1947, p. 147). Nesta frase de Piaget encontramos uma viva alusão às interacções sociais e ao seu modo de funcionamento, nomeadamente, à descentração enquanto uma condição fundamental para o sujeito conseguir coordenar pontos de vista diferentes dos seus e, conjuntamente com um parceiro, co-elaborar na construção de uma resposta (César, 2000a).

De acordo com Lourenço (1994), uma possível razão para Piaget evitar uma explicação social para a construção do conhecimento reside no facto das teses sociais caírem, muitas vezes, em formas de empirismo social, isto é, reduzirem a interacção entre os indivíduos a simples exposições sociais, ou a aquisição de conhecimentos a meras transmissões.

Nos *Estudos Sociológicos* (1965), Piaget evidencia que o sujeito não conseguiria organizar as suas operações de uma forma coerente se não tivesse oportunidade de trocar pontos de vista com outros sujeitos. Porém, como afirma Perret-Clermont (1996), "Piaget reconhece a importância da socialização do pensamento individual pelas interacções com os pares. Mas é sempre o pensamento inicial próprio do sujeito que evolui e não se trata de resolver conflitos sócio-cognitivos" (p. 376).

O que parece, então, ter faltado a Piaget, foi integrar a componente comunicativa da interacção, que não esqueceu nos seus trabalhos iniciais, e a componente operativa, que estudou na sua fase mais estruturalista. Por outras palavras, compreender que quando os sujeitos comunicam e interagem entre si estão envolvidos numa estrutura triádica (sujeito-objecto-outro) mesmo quando esta aparenta características de uma estrutura diádica do tipo sujeito-objecto, pois sempre que os sujeitos comunicam e interagem partilham significados relativos ao mundo social onde vivem (Lourenço, 1994).

Assim, podemos dizer que o social não foi esquecido por Piaget, embora também não tenha sido o seu ângulo de abordagem preferencial. Como refere César (2000a),

> Piaget escolheu como unidade de análise fundamental a acção do sujeito sobre os objectos. Esta foi uma escolha metodológica que o levou a aprofundar mais alguns aspectos da teoria do que outros. Mas, não se pode afirmar que o social, para ele, fosse irrelevante. (p. 17)

O que parece ter sido subestimado por Piaget foi "a questão da causalidade entre as dinâmicas cognitivas individuais e as dinâmicas sócio-cognitivas" (Mugny, 1985, p. 17). O sujeito piagetiano é um sujeito epistémico, idealizado e hipotético, que, quando se confronta com um mundo que o rodeia e que lhe cria situações de resistência aos seus esquemas próprios, em cada um dos seus níveis de desenvolvimento, o obriga a desenvolver operações lógicas fruto de uma equilibração e regulação interna. Esta concepção de sujeito oculta outras dimensões, como as relacionais, que se revelam essenciais para poder interpretar aquilo que surge de diferente numa interacção com outro sujeito. Só mais tarde, com as ideias de Vygotsky (1962, 1978), foi possível compreender que o desenvolvimento das estruturas cognitivas intra-psicológicas se processa através de uma coordenação cognitiva inter-psicológica (Mugny, Perret-Clermont e Doise, 1981). Porém, como lembra César (2000a), "aceitar a teoria piagetiana como inspiradora não significa não encarar os constructos de que nos apropriamos

como dinâmicos e, alguns deles, como necessitando de alargamentos em função dos conhecimentos que entretanto fomos apreendendo" (p. 2).

2. A Obra de Vygotsky: Um Abrir de Possibilidades

Vygotsky (1962, 1978, 1985) foi um dos psicólogos que mais contribuiu para uma alteração profunda da Psicologia, no século XX. A partir dos anos 60, começa e ser estudado por psicólogos e investigadores ligados à educação, tanto da Europa Ocidental como na América.

Desde logo as suas ideias permitiram compreender muitos dos fenómenos que se começavam a viver nos anos 60, na educação. Alguns deles eram o resultado de um período de expansão da escolarização a um número cada vez maior de crianças, um sinal social de bem-estar das populações do pós-guerra. Com o aumento do número de crianças que chegavam ao sistema escolar, a sua composição social é, progressivamente, mais heterogénea. O desafio resultante da diversidade da população escolar fez surgir novas questões até então desconhecidas e para as quais havia necessidade de encontrar respostas.

A par desta situação é, ainda, durante os anos 60 que se realizam vários estudos transculturais, cujo objectivo principal é o de avaliar a universalidade do modelo de desenvolvimento cognitivo de Piaget. Principalmente, averiguar se a sequencialidade dos estádios encontrada no ocidente estava presente noutras culturas.

Na maioria dos casos, a passagem entre o estádio pré-operatório e o das operações concretas parecia confirmar o modelo de Piaget. Contudo, a transição do operatório para o formal parecia revelar-se mais problemática, sendo encontrada uma variação significativa em função dos contextos culturais dos sujeitos quanto à idade e tendo sido até detectados sujeitos sem qualquer evidência de operações formais (Abreu, 1993; Rogoff, 1993).

Uma primeira reacção a estes resultados foi pensar que as sociedades não ocidentais não desenvolviam formas de pensamento para além das operações concretas. Mas, uma conclusão como a anterior reveste-se de um etnocentrismo tão claro que não foi convincente para muitos dos autores do Laboratory of Comparative Human Cognition (L.C.H.C.), entre eles Cole (Abreu, 1993). Aliás, também não o foi para o próprio Piaget, como podemos concluir das suas conversas livres com Bringuier (1977) a propósito da cultura chinesa "o nosso problema é saber se existe uma via única viável de evolução ou se é possível que haja caminhos diferentes" (p. 149).

Este mal-estar vivido por Cole (1990, 1991), nos anos 60, quando estudaram os Kpelle, na Libéria, precipitou a procura de formas alternativas às explicações de Piaget. Tanto mais que, embora os sujeitos estudados não atingissem o estádio das operações formais, não manifestavam qualquer dificuldade nas suas tarefas quotidianas, sendo mesmo considerados adultos competentes na sua cultura.

Vygotsky (1962, 1978) é descoberto no ocidente quando se discutem questões relacionadas com a educação e se assiste a algum desencanto com as teorias mais significativas dessa época (Moll, 1990). Desde então, este autor russo tem sido um dos mais relevantes na Psicologia e um dos que mais tem entusiasmado a maioria dos educadores, especialmente os professores, pois é explícito ao longo da sua obra a importância do seu trabalho para o desenvolvimento dos alunos.

Para Vygotsky (1962, 1978), a educação tem um papel duplo: é crucial para o desenvolvimento humano e, simultaneamente, o essencial da actividade cultural humana. O que significa dizer que a capacidade para ensinar e para beneficiar com uma instrução são atributos fundamentais dos seres humanos (Moll, 1990).

Como observou Wertsch (1988), é difícil compreender este interesse de Vygotsky pela educação sem pensar que todo o seu trabalho foi marcado pela revolução russa e pela procura de soluções concretas para muitos dos problemas

educacionais existentes neste país durante este período. A época sócio-histórica em que Vygotsky viveu criou-lhe as condições necessárias para se interessar pela questão do desenvolvimento numa perspectiva nova em relação às existentes na altura: as origens sociais e as bases culturais do desenvolvimento.

2.1. A noção de desenvolvimento

Antes do trabalho de Vygotsky (1962, 1978), as noções dominantes de desenvolvimento concebiam-no como estando separado da aprendizagem, ou como sendo anterior a esta. Nomeadamente, na visão piagetiana, a aprendizagem, em sentido estrito, é função do desenvolvimento. Apenas a aprendizagem em sentido lato, se confunde com o próprio desenvolvimento. Vygotsky (1962, 1978) apresenta uma nova orientação: o desenvolvimento segue a aprendizagem, podendo mesmo a aprendizagem ser considerada o motor do desenvolvimento.

A ideia de que o desenvolvimento segue a aprendizagem é de tal forma inovadora face às teorias existentes na época de Vygotsky que compreendê-la só é possível em função de outras noções essenciais da sua obra (Schneuwly, 1987; van der Veer, 1994; Wertsch, 1988).

De acordo com Schneuwly (1987), a Psicologia tende a conceber a actividade dos sujeitos seguindo dois pólos. Num, temos o sujeito com todas as suas capacidades para registar e tratar a informação, o que lhe permite agir na realidade. No outro, encontramos a realidade, física e social, fonte de informação e de objectos de acção. De um modo geral, o desenvolvimento das capacidades dos sujeitos resulta de uma interacção entre estes dois pólos. Tonalidades diferentes deste esquema de funcionamento do desenvolvimento podem ser encontradas quando acentuarmos mais um ou outro pólo. A realidade exterior influencia o sujeito ou o sujeito age sobre o meio exterior para obter informações em função de esquemas que possui. Em ambos os casos, o desenvolvimento pode ser visto como um processo de adaptação a uma realidade, aspecto que também já tinha sido focado por Piaget, ao longo da sua obra (Gruber e Vonèche, 1995).

Contudo, para Vygotsky (1962) parece ser difícil compreender o desenvolvimento humano como um simples processo de adaptação, sendo necessário buscar nesse desenvolvimento as características ou especificidade da espécie humana. Para este autor, o que é característico do comportamento do homem é o facto de que, ao cooperar com os outros, produz as ferramentas [entendidas como artefactos mentais e físicos] que lhe permitem agir sobre o meio. A acção do homem sobre o meio é, então, mediatizada por ferramentas, socialmente elaboradas, fruto da experiência das gerações anteriores e através das quais se transmite e se melhoram as experiências que se legam às gerações futuras.

A introdução da noção de mediação foi, de acordo com Wertsch (1988), um dos contributos mais originais e importantes de Vygotsky (1962) por permitir compreender a dinâmica entre a interacção social e os processos mentais. Assim, o desenvolvimento pode ser definido em função do aparecimento e da transformação das diferentes formas de mediação que resultam da interacção social e da sua relação com os processos psicológicos superiores.

De acordo com a lei geral de desenvolvimento de Vygotsky (1962), todas as funções psicológicas superiores, como o pensamento e a linguagem, aparecem duas vezes durante o desenvolvimento dos sujeitos: primeiro, como actividade colectiva, social e, portanto, como uma função inter-psicológica. Depois, como actividade individual, na forma de uma propriedade interna do pensamento do sujeito, enquanto função intra-psicológica. A passagem de uma função inter-psicológica a intra-psicológica é o resultado de um processo de internalização. Consequentemente, a origem dos processos mentais individuais encontra-se no social (Wertsch, 1988, 1996a), devendo a construção das capacidades humanas ser concebida como um movimento do exterior para o interior, ou seja, do inter-psicológico para o intra-psicológico.

Assim, o processo de internalização, ou seja, a transformação do cultural em psicológico, decorre ao longo do desenvolvimento do sujeito de forma gradual. Como refere Wertsch (1988), em Vygotsky "todas as funções mentais

superiores são relações sociais interiorizadas (...) a sua organização, estrutura genética e meios de acção são sociais (...) mesmo na sua própria esfera privada os seres humanos conservam as funções da interacção social" (p. 82).

Porém, para que o processo de internalização possa acontecer é necessária a presença de mediadores, como as ferramentas e os signos (Wertsch, 1988), ou seja, os sujeitos para interagirem entre si recorrem aos mediadores, sem os quais as funções mentais superiores estão limitadas ao aqui e agora (Martí, 1996). Assim sendo, quando se recorre a um sistema de signos, por exemplo numa situação de aprendizagem, influencia-se o tipo de interacção que se vai criar e o tipo de conceitos que vão surgir dessa interacção (Nunes, 1995).

Brossard (1992) considera que Vygotsky, baseado nas análises que realizou à obra de Marx, estabeleceu uma analogia entre as ferramentas e os signos ou os instrumentos psicológicos. Entre uma ferramenta e um signo existem diferenças e semelhanças.

> Em ambos os casos são elaborações artificiais uma vez que são produções sociais do homem e não realidades orgânicas individuais e os dois são intermediários. As ferramentas são intermediários entre o homem e a natureza, os signos são intermediários entre um homem e outro homem ou entre o próprio homem. Nos dois casos, ferramentas e signos, modificam a actividade do sujeito na medida que lhe permitem controlar a actividade: as primeiras controlam a actividade dirigida para a natureza, os segundos entre os outros sujeitos ou si próprio. Mas existe uma diferença fundamental entre as ferramentas e os signos: as primeiras provocam mudanças nos objectos e os segundos, tendem a exercer a sua influência no próprio psiquismo ou no dos outros sujeitos assim como no próprio comportamento ou no de terceiros. (p. 192)

De acordo com Schneuwly (1987), os signos são os mediadores privilegiados uma vez que, como refere Vygotsky (1978), são elaborações sociais e, por isso mesmo, não são individuais ou orgânicos, o que facilita o seu papel de estruturar e modificar a actividade humana. Alguns dos exemplos de signos, considerados por Vygotsky (1978), são a linguagem, as diversas formas de contagem e de cálculo, os símbolos algébricos, a escrita e os diagramas.

Assim, o social ganha uma importância central para a compreensão do desenvolvimento. Cada sujeito só pode ser compreendido em função do *onde* e do *quando* se desenvolve. Ao educador, na óptica de Vygotsky (1962, 1978) o pai ou o professor, cabe gerar uma dinâmica que permita a cada criança a apropriação de ferramentas e signos de acordo com a sua lei geral do desenvolvimento, ou seja, as interacções sociais são um elemento crucial do desenvolvimento cognitivo mas, mais ainda, a qualidade dessas interacções.

2.2. A noção de zona proximal de desenvolvimento e de par mais competente

Vygotsky (1978) definiu a Zona Proximal de Desenvolvimento (Z.P.D.) como a distância entre o nível de desenvolvimento real da criança, tal como pode ser determinado a partir da resolução independente de problemas, e o nível mais elevado de desenvolvimento potencial, tal como é determinado pela resolução de problemas realizados com a ajuda de um adulto ou em colaboração com pares mais competentes. Para este autor russo "o traço fundamental da aprendizagem consiste na formação de uma zona proximal de desenvolvimento" (Vygotsky, 1978, p. 112). Sem dúvida que este é um dos conceitos mais explorados actualmente em educação: "Trabalhar na zona proximal de desenvolvimento de cada aluno é um dos maiores desafios que são actualmente lançados aos professores, nomeadamente se tivermos em conta a dimensão e heterogeneidade das turmas que lhe são atribuídas" (César, 2000b, p. 36).

Porém, para Wertsch (1988), "Vygotsky introduziu a noção de zona proximal de desenvolvimento na tentativa de resolver os problemas práticos da Psicologia e da educação: a avaliação das capacidades intelectuais da criança e a avaliação das práticas de instrução" (p. 83). Assim, em qualquer momento ao longo do seu percurso de desenvolvimento, todos os sujeitos possuem um conjunto de capacidades ou funções que já amadureceram e que constituem o seu desenvolvimento real. Todas estas aptidões podem ser utilizadas quando o sujeito

resolve uma actividade individualmente. Mas, da mesma maneira que o sujeito tem um desenvolvimento real, também possui um desenvolvimento potencial, constituído pelas aptidões que estão ainda numa fase de amadurecimento, mas que só consegue utilizar com o auxílio de pares mais competentes, como acontece quando trabalha em interacção (César, 2000a). A zona proximal de desenvolvimento seria então,

> a distância que mediava entre o desenvolvimento real e o desenvolvimento potencial e era precisamente nesta zona que seria aconselhável que os professores trabalhassem com os seus alunos. O professor exerceria o papel de par mais competente, levando o aluno a aprender mais do que ele conseguiria aprender se resolvesse as tarefas individualmente, e uma vez que para este autor o desenvolvimento é função da aprendizagem, os professores estariam deste modo a contribuir para o desenvolvimento dos seus alunos. (César, 2000a, p. 18)

As potencialidades, para a educação, do conceito de zona proximal de desenvolvimento fazem dele um conceito conectivo, no sentido que dá coesão a uma ampla sucessão de ideias contidas no pensamento de Vygotsky, evidenciando ainda uma interdependência entre, por um lado, o desenvolvimento da criança e, por outro lado, os recursos que socialmente lhe são dados para que esse desenvolvimento aconteça (Moll, 1990).

Contudo, para que o desenvolvimento ocorra, a criança necessita de interagir com outros sujeitos que lhe estão próximos, principalmente com os adultos, enquanto pares mais competentes, variando as formas de interacção em função do contexto social onde vive e essa actividade acontece (Cole, 1990; Moll e Greenberg, 1996; Saxe et al., 1996). Deste modo, "o funcionamento inter-psicológico encontrado na zona proximal de desenvolvimento pode variar enormemente em função dos contextos sociais e institucionais onde esse funcionamento tem lugar" (Wertsch, 1988, p. 91). Mas também o parceiro com quem o sujeito interage tem um papel determinante no funcionamento inter-psicológico. Tudge (1990), considera que Vygotsky (1978), quando declarou que os parceiros mais competentes ajudam o desenvolvimento das crianças, deixa

em aberto a possibilidade de o par mais competente poder ser outra criança mais competente. Como afirma, "em muitas situações, nomeadamente, de sala de aula, as crianças ajudam os colegas menos competentes a aprender" (p. 151).

Em Portugal, César e os seus colaboradores (Carvalho e César, 2000d; César, 1994, 1997, 1998a, 1998b, 1999, 2000b; César e Torres, 1998) observaram nas suas investigações que não é apenas o par menos competente que progride em situações de interacção em díade. Estes autores verificaram que, mesmo o par mais competente, consegue progredir quando interage com outro menos competente, sendo porém necessário que se verifiquem processos de raciocínio diferentes, confronto entre diversas formas de resolução manifestas pelos dois parceiros, mas sem que isso signifique uma impossibilidade de encontrar uma intersubjectividade comum necessária ao funcionamento da díade. Mas, César (2000b) vai mais longe ao considerar que, de um ponto de vista pedagógico, não seria eticamente correcto pensar em estabelecer interacções entre pares, com uma duração prolongada, numa sala de aula, se acreditássemos que apenas os alunos menos competentes iam ser beneficiados por esse processo interactivo.

Porém, um número significativo de autores tem interpretado a noção de Vygotsky (1978) de par mais competente apenas como sendo o adulto (Moll, 1990; Rogoff, 1993; Wertsch 1988). Nas pesquisas realizadas por estes autores tem sido salientado o papel dos adultos no incentivo ao desenvolvimento das crianças. Por exemplo, Rogoff (1993) refere que a noção de zona proximal de desenvolvimento possibilita uma compreensão da evolução do desenvolvimento das crianças através de uma participação em actividades ligeiramente distantes da sua competência, com a ajuda de membros mais competentes. Para esta autora, a noção de zona proximal de desenvolvimento tem de ser entendida como uma "região dinâmica sensível à aprendizagem das capacidades próprias de uma determinada cultura na qual a criança se desenvolve, através da participação na resolução de problemas junto de outros membros do seu grupo cultural mais experientes" (Rogoff, 1993, p. 38). Esta região dinâmica permite a transição entre um funcionamento interpessoal para um funcionamento intrapessoal: o que uma

criança interioriza é somente o que realizou previamente num contexto social. O desenvolvimento individual está, assim, mediatizado pela interacção com outros sujeitos mais competentes e pelo uso de ferramentas culturais.

De acordo com Vergnaud (1992), a ideia de uma criança realizar uma actividade com ajuda de outrem revela-se uma ideia generosa em educação. Assim como aceitar que uma criança realiza certas actividades com a ajuda de outro sujeito, sem o qual, seria incapaz de a realizar, é um desafio para a investigação. Porém, este autor coloca algumas reservas a uma noção de zona proximal de desenvolvimento de "pequenos passos" (Vergnaud, 1992, p. 115). Com esta leitura de uma noção de zona proximal de desenvolvimento de pequenos passos "a criança não poderia enriquecer as suas competências e as suas concepções sem ser numa vizinhança relativamente estreita do seu reportório actual de competências e conhecimentos" (Vergnaud, 1992, p. 115). Uma tentativa implícita de pequenos passos pode "ser um obstáculo didáctico quando se confrontam alunos com situações muito distantes das que são capazes de compreender [e acrescenta que] por vezes é preciso destabilizar profundamente as concepções dos alunos para que compreendam os fenómenos e os conceitos e, assim, adquirirem novas competências" (Vergnaud, 1992, p. 115). Uma interpretação incorrecta de proximal pode estar, segundo este autor, na origem desta confusão entre proximal e uma teoria de pequenos passos.

Na literatura encontramos autores para os quais a noção de zona proximal de desenvolvimento possibilita que se estudem as relações entre o desenvolvimento e as intervenções educativas (Allal e Ducrey 2000; Berthoud-Papandropoulon e Kilcher, 1996; Musatti, 1993; Newman, Griffin e Cole, 1989; Shayer, 1996).

A possibilidade de recorrer à noção de zona proximal de desenvolvimento como forma de avaliação tem-se revelado, segundo Allal e Ducrey (1996, 2000), com grandes potencialidades para a educação, quando utilizada de uma forma complementar. Por um lado, permite optimizar as capacidades de aprendizagem e de desenvolvimento dos alunos. Por outro lado, possibilita determinar os efeitos

que diferentes formas de instrução têm com vista a futuras decisões acerca das práticas de ensino adoptar na sala de aula.

Em Psicologia, a forma mais utilizada para avaliar as capacidades intelectuais dos sujeitos têm sido os testes psicométricos e as provas piagetianas. Contudo, nos anos 70, e como uma reacção às tradicionais formas existentes, assiste-se a um interesse de alguns autores por um outro tipo de avaliação, surgindo a noção de avaliação dinâmica, inspirada na noção de zona proximal de desenvolvimento,

> uma avaliação dinâmica pode apresentar formas diversas, por exemplo uma sequência de ensino, um treino tutorial, uma avaliação de uma intervenção, mas de comum a todas elas encontramos uma sequência de avaliação como um meio de obter medidas mais completas das capacidades cognitivas dos sujeitos e conseguir fazer previsões mais precisas sobre as capacidades de aprendizagem do sujeito. (Allal e Ducrey, 1996, p. 2)

Quando se pretende avaliar o potencial de aprendizagem de um aluno recorrendo a uma avaliação dinâmica segue-se uma metodologia do tipo pré-teste, trabalho empírico e pós-teste. Ao comparar a evolução entre o pré-teste e o pós-teste de um sujeito, sendo que estes foram realizados mantendo constantes as condições de aplicação dos dois momentos, tem-se o seu potencial de aprendizagem.

> Os instrumentos utilizados no pré-teste e no pós-teste têm de estar aferidos para a população que está a ser estudada, tanto em termos de conteúdos como para as condições de aplicação. Só assim é possível garantir comparações inter e intra-pessoais válidas. (Allal e Ducrey, 1996, p. 5)

Porém, como chamam atenção estes dois autores, é necessário realizar cuidadosamente replicações (*cross-validations studies*) das investigações onde se procuram tirar relações acerca da zona proximal de desenvolvimento, uma vez que o processo de desenvolvimento só ocorrer quando o sujeito interage com outros sujeitos e esta interacção acontece num determinado contexto, com um determinado experimentador e na presença de uma determinada tarefa, ou seja,

não é "linear que se obtenha o mesmo potencial de aprendizagem se as condições de aprendizagem forem outras" (Allal e Ducrey, 1996, p. 7).

Na situação de avaliação de práticas de sala de aula através de uma avaliação dinâmica esta está imbuída na própria situação de instrução e, por isso mesmo, requer o mínimo de instrumentalização. Isto é, com base em observações do comportamento dos alunos feitas pelos professores, transcrições de diálogos professor-aluno de situações diversas de sala de aula, trabalhos realizados pelos alunos e auto-avaliações dos próprios alunos, organiza-se o tipo de instrução que se pretende no sentido de promover uma determinada aprendizagem. Por fim, com base na mesma forma de registos, avalia-se o sucesso do tipo de instrução ministrado aos alunos (Allal e Ducrey, 1996, 2000).

Apesar do contraste que as duas perspectivas da avaliação dinâmica (do potencial de aprendizagem de um aluno e das práticas de sala de aula) podem assumir, Allal e Ducrey (1996; 2000), consideram ser fundamental fazerem parte da formação dos professores, tanto inicial como contínua, por permitirem "reflectir sobre as exigências que devem ser respondidas nas salas de aula a fim dos alunos progredirem na sua zona proximal de desenvolvimento e assim beneficiar as suas aprendizagens futuras" (Allal e Ducrey, 1996, p. 12).

A noção de zona proximal de desenvolvimento envolve transformações entre o inter-psicológico e intra-psicológico, sendo a negociação entre os dois parceiros uma condição necessária. Quando dois sujeitos interagem os objectos geradores dessa interacção não têm uma só análise. Um poema, um gráfico ou um conceito podem ser compreendidos de uma forma diferente por um professor, por um aluno, ou por diversos alunos. Mas, não é forçoso que este facto perturbe a interacção, já que os diversos sujeitos podem agir como se compreendessem o objecto de conhecimento em causa.

> No início, esta vaga ideia acerca de um objecto de conhecimento parecia impossibilitar qualquer análise mais cognitiva por parte dos sujeitos. Mais tarde, compreendemos que este navegar sobre os conceitos é necessário para que a troca entre os sujeitos possa acontecer, ou seja, para que sujeitos com diferentes análises

> consigam interagir. Este navegar é ainda o elemento chave do processo que chamamos apropriação. (Newman, Griffin e Cole, 1989, p. 62)

2.3. A noção de apropriação

Leont'ev (1981) aceita, tal como Piaget (1932), que os sujeitos constroem activamente o seu conhecimento através das interacções que estabelecem com o meio. Mas, enquanto o autor suíço fala de assimilação e acomodação, como o processo responsável pelas mudanças cognitivas, Leont'ev denomina este processo como apropriação. Com esta alteração abandona-se uma perspectiva de índole biológica para explicar o desenvolvimento dos sujeitos, a favor de uma perspectiva sócio-histórica.

Os objectos apresentam-se como possuidores de uma função social e histórica que só são descobertas pela criança quando é ajudada nas suas múltiplas explorações do objecto. Não é pelo facto de uma criança agarrar num martelo que descobre as suas verdadeiras funções, quanto muito descobre algumas das suas propriedades como por exemplo o peso. "A apropriação das diferentes ferramentas culturais resulta do seu envolvimento em actividades culturalmente organizadas e onde essa ferramenta desempenha um determinado papel" (Newman, Griffin e Cole, 1989, p. 63).

Tal como Piaget (1932), Leont'ev (1981) considera que as crianças têm as suas próprias estruturas que lhes permitem desenvolver as suas actividades mas, ao contrário deste autor, Leont'ev (1981) enfatiza o facto da criança não precisar de inventar todas as ferramentas que levaram milénios a desenvolver para se apropriarem delas. Para o autor russo, a criança só necessita de compreender a sua utilização adequada num determinado contexto onde vive, tornando pessoal algo que pertenceu, e ainda pertence, a outras pessoas. Neste segundo caso, o papel da comunicação e da cultura relevam-se essenciais à apropriação, uma vez que os

conhecimentos são exteriores e pré-existentes aos sujeitos. O que cada um faz "é apropriar-se deles, dando-lhe um significado pessoal" (César, 2000a, p. 18).

Os sujeitos, quando agem ou comunicam, estão implicados num processo onde as fronteiras entre o interno e o externo são difusas: é difícil identificar de onde surge uma ideia criada em colaboração (Rogoff, 1993). Segundo esta autora,

> quando um sujeito participa numa resolução conjunta de um problema ou numa comunicação com outras pessoas está implicado num processo que está além das suas capacidades individuais (...) ao participar neste tipo de actividade tem uma compreensão partilhada, mais tarde ao voltar a utilizá-la não o vai fazer de uma forma idêntica à inicial quando partilhou uma resolução. O uso posterior que faz dessa compreensão partilhada não coincide com o que construiu de uma maneira conjunta, já que se supõe ter existido uma apropriação da actividade partilhada pelos vários intervenientes na interacção. Mas reflecte a sua compreensão pessoal. (p. 248)

É ao colaborar e ao discutir com outros sujeitos que se consideram novas alternativas e reelaboram ideias pessoais, criando-se assim a possibilidade de apropriação dos conhecimentos. Mas, compreender o funcionamento da noção de apropriação obriga à presença do processo de internalização. O sujeito só consegue, então, construir um significado pessoal acerca de um determinado conhecimento e, assim, apropriar-se dele, quando antes teve a oportunidade de o discutir a nível inter-psicológico. Se, como considera Wertsch (1988, 1996a), a construção das capacidades humanas deve ser concebida como um movimento do exterior para o interior, ou seja, do inter-psicológico para o intra-psicológico, então a apropriação de conhecimentos, que tem origem nas interacções sociais, deverá ter um percurso semelhante.

Contudo, como lembra Leont'ev (1981), quando um sujeito se apropria de algo pode transformá-lo de acordo com a cultura a que pertence e em função do momento sócio-histórico em que viver.

2.4. O método de análise genético e a reinterpretação do papel do adulto

De acordo com Gonzalez (1998), a influência da obra de Vygotsky (1962, 1978) faz-se sentir em dois níveis na Psicologia: teórico e metodológico. No nível teórico, o modelo de desenvolvimento de Vygotsky pode ser considerado um modelo ternário, por oposição ao de Piaget, binário, que considera o motor central do desenvolvimento a relação dinâmica sujeito-objecto. O novo modelo permite acrescentar um novo elemento na relação anterior, o outro. Este novo elemento reequaciona a dimensão social atribuindo-lhe um valor, não de factor e, por isso mesmo, externo ao sujeito, mas de elemento, também ele gerador de desenvolvimento a par do sujeito e do objecto (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997). Com a obra de Vygotsky (1962, 1978) ficou claro que qualquer Objecto é sempre mediatizado pelo contexto social. Os elementos interactivos, sociais e educacionais passaram a estar presentes, de uma forma cada vez mais assumida, quando se pensa na evolução das capacidades cognitivas dos sujeitos.

No nível metodológico, e apesar de poderem ser apontadas imprecisões à sua teoria devido a alguma falta de clarificação acerca da relação entre alguns conceitos, como por exemplo entre o desenvolvimento e a instrução (Wertsch, 1988), Vygotsky (1962, 1978), através do seu método de análise genético, compreendeu que um determinado fenómeno psicológico não deve ser somente descrito e explicado à luz do desenvolvimento genético. Deve também sê-lo, tendo em atenção que esse mesmo fenómeno reflecte igualmente as transformações que foi sofrendo e os diferentes elementos que intervieram no seu desenvolvimento. Isto significa que a manifestação de um determinado fenómeno psicológico só acontece daquela maneira porque, a par de uma evolução biológica e cultural universal que partilhamos enquanto espécie, e que é comum a todos os sujeitos (como ter duas pernas ou dois braços, mas também porque comunicamos através de uma linguagem oral e articulada, passamos por uma infância indefesa, estamos organizados em grupos sociais e inventamos as ferramentas de que

necessitamos), também encontramos diferenças. Assim, o mesmo percurso da espécie varia em função de características físicas e interpessoais que são únicas para cada sujeito e para cada momento (Rogoff, 1993).

Porém, a novidade de análise mais significativa introduzida por Vygotsky (1962, 1978), no estudo do desenvolvimento, de acordo com Wertsch (1988), vai mais longe: ele foi o primeiro autor a aperceber-se da importância que o experimentador tem no processo evolutivo de um sujeito durante uma observação. O papel que o experimentador desempenha em situação de observação era, até então, negligenciado ou, pelo menos mal compreendido, considerando-se como sendo um elemento neutro no desempenho dos sujeitos.

O reescrever do papel do experimentador foi possível graças a Vygotsky (1978) e à sua noção de zona proximal de desenvolvimento e ainda ao sócio-linguista norueguês Rommetveit (1976) e à sua noção de intersubjectividade.

Quando uma criança interage com um adulto partilha uma intersubjectividade que lhe irá permitir resolver uma tarefa e apropriar-se de novos conceitos, ou seja, face a este papel do adulto e as consequências para o desenvolvimento da criança de um trabalho com o experimentador este passou a ser um elemento que assume que o seu comportamento influencia os desempenhos da criança.

Grossen (1988, 1997) e Grossen e Py (1997), baseados na teoria de Vygotsky (1962, 1978, 1985), realizaram diversas investigações no sentido de aprofundar as consequências dos vários papéis que um adulto pode assumir durante uma situação de interacção com uma criança, concretamente, os diferentes estatutos que ele pode ter. Os resultados obtidos durante as diversas investigações realizadas por estes autores permitem-lhes concluir que, durante uma interacção social, ambos os parceiros fazem múltiplas interpretações que influenciam os seus comportamentos e as suas respostas. "Sempre que há uma interacção social é necessário estabelecer uma intersubjectividade comum para que seja possível negociar significados" (César, 2000a, p. 8). É, então, com base numa

intersubjectividade que se cria que é possível a ambos os parceiros de uma interacção social partilharem conhecimentos e competências no sentido da resolução da tarefa.

Para Vygotsky (1962, 1978), o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores acontecem porque a criança está imersa em práticas culturais das sociedades, utiliza signos e ferramentas dessa sociedade e tem uma educação em todas as suas formas (Moll, 1990). As implicações que resultaram deste olhar para o social é bem claro nas palavras de César (2000a) "o relevo que Vygotsky dá ao social fez com que muitos dos conceitos até então aceites fossem abandonados ou revistos" (p. 17).

3. A Teoria da Construção Social da Inteligência: Um Itinerário Possível para a Complementaridade de Piaget e Vygotsky

Uma das implicações para o seio da Psicologia que o modelo de Vygotsky teve é bem clara numa nova linha de investigação que surge durante os anos 70: a construção social da inteligência (César, 2000a).

De acordo com Gilly (1985), a teoria da construção social da inteligência procura compreender o papel que jogam as variáveis sociais no desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, isto é, como "o social é gerador de progressos no desenvolvimento cognitivo individual ou, para ser ainda mais preciso, como o social participa, enquanto elemento constituinte, na construção de competências cognitivas individuais" (p. 10). Antes do aparecimento da teoria da construção social da inteligência, as teorias existentes sobre a inteligência concebiam as variáveis sociais enquanto factores, sendo portanto uma fonte de variabilidade exterior aos próprios sujeitos e na qual não tinham nenhuma influência, uma vez que era o social que criava as condições para o aparecimento de um ou de outro aspecto.

De acordo com Mugny (1985), até então "variáveis sociais eram vistas como exercendo uma influência, pelas condições que elas criam permitindo ou

influenciando este ou aquele aspecto, mas não intervindo consubstancialmente na construção cognitiva individual" (p. 12). Com a Psicologia Social Genética assiste-se a uma ruptura com esta visão da dimensão social, procurando-se compreender qual o papel que a experiência social joga nos mecanismos cognitivos individuais. O social, entendido num nível operacional como as interacções sociais, para evitar a necessidades de abordagens teóricas mais abrangentes e próximas da Sociologia, deixa de ser visto com um determinismo unidireccional para ganhar um novo estatuto. De acordo com Doise (Lacasa, 1993), a interacção social joga um papel causal no desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, sem que contudo isso signifique aderir a concepções em que o indivíduo é moldado passivamente por regulações impostas pelo exterior. Na concepção interaccionista e construtivista, o sujeito quando actua sobre o real não actua sozinho: é ao coordenar as suas acções com as dos outros que elabora sistemas de organização sobre o real e, só assim, é que, progressivamente, as consegue realizar sozinho.

O social passa então a ser concebido como tendo um papel activo na construção da inteligência do sujeito, no sentido de que existe uma interacção entre as dinâmicas individuais e as dinâmicas sociais, ou seja, "os instrumentos cognitivos que a criança elabora não são reacções mais ou menos diferenciadas e integradas em sistemas de conjunto (ou operações) face a um meio não social são, bem pelo contrário, estruturações elaboradas com base nas interacções sociais" (Mugny, 1985).

Na génese da abordagem sócio-cognitiva do desenvolvimento encontra-se a passagem de um modelo bipolar para a construção do conhecimento (sujeito-objecto), que seguiu de perto o modelo piagetiano, para uma modelo tripolar (sujeito-objecto-outro). Neste movimento assiste-se a um abandonar de uma perspectiva onde a tónica é colocada no sujeito e nas relações que estabelece com o objecto para passar a ser na interacção que o sujeito estabelece com a tarefa, ou o objecto do seu conhecimento, através da mediação de um par, que tanto pode ser um adulto como uma outra criança, com quem terá de negociar um

significado (Liverta-Sempio e Marchetti, 1997; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997).

As consequências de passar de um modelo bipolar acerca da construção do conhecimento para um outro tripolar reflectiram-se também nas questões metodológicas. Nomeadamente, o experimentador abandona um papel neutro e externo para ser um elemento constituinte da própria observação que realiza. Além disso, os contextos onde se realiza a tarefa (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997) e as instruções fornecidas aos sujeitos (César, 1994) deixaram de igual forma de ser considerados como inconsequentes no desempenho dos sujeitos, fazendo com que as suas respostas passassem a ter de ser analisadas numa dimensão temporal (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997) e em função de um contexto situacional (Gilly e Deblieux, 1999).

Como refere César (1994),

> esta passagem de uma perspectiva individualizante do conhecimento, para uma perspectiva socializante, é fundamental, em termos de compreensão dos diversos processos em jogo, quando a criança elabora o seu conhecimento, nomeadamente, quando pensamos nas aprendizagens que os sujeitos realizam em contexto escolar. (p. 162)

Para Perret-Clermont (1992) foram três as influências teóricas responsáveis pelo aparecimento desta nova forma de conceber o desenvolvimento cognitivo: os trabalhos de Piaget, os trabalhos de Vygotsky e o interaccionismo simbólico de Mead. A necessidade de recolher referências em diferentes quadros teóricos mostra a complexidade deste processo (Perret-Clermont e Brossard, 1985; Perret-Clermont e Nicolet, 1988).

Na opinião de Perret-Clermont (1992), a grande herança de Piaget foi demonstrar que a criança tem de ter uma participação activa no jogo da transmissão de conhecimentos, como refere, "não há aprendizagem se a criança não for autor ou melhor co-autor do seu desenvolvimento" (p. 23). Mas, a amplitude da ideia de Piaget alcança-se com o legado fundamental de Vygotsky, que para Perret-Clermont (1992) foi: (a) evidenciar o papel determinante das

interacções sociais entre adulto e criança; (b) mostrar como as crianças podem aprender quando lhes são dados instrumentos simbólicos que lhes permitam progredir; (c) apontar para a cultura um lugar privilegiado na interacção social criança/adulto (d) notar como os três pontos anteriores, reunidos na pessoa do professor quando "se juntam na zona de desenvolvimento proximal de uma criança podem aspirar a uma melhoria nos seus saberes e competências" (p. 25). A importância da teoria do interaccionismo simbólico de Mead para a teoria da construção social da inteligência foi chamar a atenção para o facto de um comportamento verbal não ser somente um acto linguístico, mas também um espaço onde "é possível medir forças sem passar a actos. É a suspensão da passagem a acto, o lugar onde se cria o espaço de pensamento" (Perret-Clermont, 1992, p. 27).

César (2000a) considera que a teoria da construção social da inteligência, ao longo do seu desenvolvimento, tem sido influenciada por diversos acontecimentos que se diluem no seu próprio percurso: (a) a renovação de determinados conceitos piagetianos através da dimensão social; (b) o abandonar de contextos e tarefas mais laboratoriais com uma nítida aproximação do contexto de sala de aula; (c) a necessidade de aprofundar certas dimensões das situações que durante muito tempo de pensou serem neutras, por exemplo o experimentador, a natureza da tarefa ou as instruções de trabalho; (d) os desafios resultantes do transpor para situações reais de sala de aula os conhecimentos obtidos em contextos *quasi experimentais*, embora naturais.

Cada um destes acontecimentos tem permitido à própria teoria enriquecer o seu referencial teórico, quer através do aprofundamento de conceitos já existentes nas teorias piagetiana ou vygotskiana quer pela construção de novos conceitos fruto do aprofundar das problemáticas emergentes.

3.1. O final da década de 70

Nos anos 70, com os trabalhos pioneiros de Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976), assiste-se a uma renovação da teoria piagetiana com a introdução explícita da dimensão social. Esta dimensão, incorrectamente considerada inexistente na obra de Piaget, tem vindo a ser evidenciada nos últimos anos por um número significativo de autores, como já referimos. Como afirmam Gruber e Vonèche (1995), "Muitos psicólogos do desenvolvimento criticaram Piaget por negligenciar os factores sociais no desenvolvimento da criança (...) aparentemente muitas delas podem ter origem na não leitura dos seus Ensaios Sociológicos publicados entre 1928 e 1963" (p. 875)

A preocupação principal na década 70 era compreender a influência dos mecanismos sociais no desenvolvimento cognitivo dos sujeitos (César, 2000a), sendo por isso necessário uma aproximação empírica inovadora para compreender uma realidade complexa. A escolha metodológica privilegiava uma combinação entre o método clínico piagetiano, como instrumento de observação da significação das condutas individuais, e o método experimental, enquanto um meio de controlar variáveis e, simultaneamente, provocar certas dinâmicas que permitissem análises quantitativas facilitadoras de comparações entre populações diferentes, quer sociologicamente quer experimentalmente.

A replicação dos estudos em contextos culturais diferentes permitiu compreender melhor a tarefa e as relações no seio das quais estes são resolvidos. Nos anos 70, a maioria das tarefas utilizadas estavam muito próximas das usadas por Piaget e pelos seus colaboradores. De um modo geral, eram tarefas operatórias, destinadas a populações situadas entre o estádio pré-operatório e o das operações formais.

A questão principal da investigação acerca da construção social da inteligência, nos anos 70, era compreender os avanços registados nos pós-testes, ou seja, como as interacções sociais podiam promover o desempenho operatório dos sujeitos depois de um número reduzido de sessões de trabalho, na maioria dos

casos, uma ou duas sessões. Mais surpreendente, ainda, era o facto destes progressos se manterem no tempo, como se verificava quando se replicavam os estudos (Bell, Grossen e Perret-Clermont, 1985; Mugny, Perret-Clermont e Doise, 1981; Perret-Clermont, 1976/1978).

O parágrafo anterior pode ser ilustrado com algumas citações retiradas do trabalho pioneiro de Perret-Clermont (1976/1978),

> a fim de estudar o efeito subsequente de uma interacção sobre o desenvolvimento operatório, escolhemos adaptar a prova clássica de Piaget sobre o transvasamento dos líquidos. (p. 74)

> (...) os resultados revelaram um progresso num grande número de sujeitos. Este progresso seria acaso devido a uma certa maturação? Estaremos na presença do efeito teste-reteste? (...) Estas hipóteses parecem-nos poder ser postas de lado, pela comparação dos resultados dos nossos grupos experimentais com os do grupo de controlo (...) Um problema permanece em aberto: o da função específica do sujeito sobre o material, independentemente da toda a interacção (...) será possível imputar os progressos dos sujeitos a uma simples imitação das condutas dos parceiros? (p. 106)

> (...) mas se assim fosse, como seria possível fornecer explicações que são diferentes das que ouviram? (...) Esta nova aptidão de argumentar não advém da assimilação de condutas de outrem, o que aliás seria impossível, dada a ausência das estruturas necessárias, como se viu pelo pré-teste, mas sim da criação dessas novas estruturas operatórias (...) Respostas que tivessem sido adquiridas por imitação seriam susceptíveis de ser esquecidas durante as semanas que separam os dois pós-testes, e em todo o caso seria difícil de explicar que pudessem vir a melhorar com o tempo. (p. 107)

Perret-Clermont (1976/1978), baseando-se numa abordagem construtivista de desenvolvimento, explica os progressos registados nos sujeitos que trabalham em interacção através de processos de estruturação resultantes da sua actividade. Assim, é a dimensão conflitual da interacção social que, segundo esta autora, está na origem do seu impacto. Numa situação de interacção social pode-se imitar o outro e, por isso mesmo, entra-se em conflito cognitivo com ele porque realizou a tarefa de um modo diferente da nossa, como também se pode elaborar

conjuntamente uma resolução, coordenando centrações (que tanto podem ter a forma de acções, como de argumentos) inicialmente diferentes.

É pelo facto do sujeito realizar uma tarefa com outro parceiro que tem ocasião para poder entrar em conflito. Mas, perante um conflito instalado, o sujeito só o consegue resolver se atender simultaneamente à sua acção e à do seu companheiro, tendo para isso ambos de integrar o ponto de vista do outro a fim de elaborar conjuntamente uma resolução. Assim, como afirma esta autora, "O conflito cognitivo criado pela interacção social seria o local privilegiado onde o desenvolvimento intelectual vem buscar a sua dinâmica" (p. 275).

Nos anos 70, os trabalhos de Perret-Clermont foram levados a cabo com crianças com idades compreendidas entre os 4 e os 8 anos. A autora recorreu a provas de inspiração piagetiana (em particular provas de conservação), seguindo um *design* empírico com três tempos: pré-teste — fase de interacção — pós-teste, para o grupo experimental e de dois tempos — pré-teste — pós-teste, para o grupo de controlo. Foi possível verificar três aspectos fundamentais. Em primeiro lugar, as crianças que passavam por uma fase de interacção social com pares de nível operatório superior, igual ou inferior progrediam mais entre o pré-teste e o pós-teste do que os que não tinham esta fase de trabalho.

Em segundo lugar, a fase de interacção mais significativa para o desenvolvimento dos sujeitos era quando se registavam situações de conflito sócio-cognitivo entre os dois parceiros mas, para que isso acontecesse, era necessário existir um domínio mínimo de cada um dos sujeitos acerca do problema que deveriam resolver. Só assim é possível que se envolvam activamente numa discussão e confrontem o seu ponto de vista com o de um companheiro. "Se a criança não compreende a tarefa ou é incapaz de perceber a incompatibilidade das diferentes centrações nenhum conflito ocorrerá" (Bell, Grossen e Perret-Clermont, 1985, p. 45).

É por isso que os pré-testes são tão pertinentes, pois permitem identificar o nível inicial, além de tornarem possível avaliar se houve ou não progressos dos sujeitos.

Por último, a observação das condutas dos sujeitos nos pós-testes demonstra como as suas competências cognitivas mais avançadas, comparativamente ao pré-teste, não são o resultado de uma simples imitação do seu companheiro (Iannaccone e Perret-Clermont, 1993) uma vez que só se assiste a progressos cognitivos quando os dois parceiros têm pontos de vista opostos que têm de coordenar no sentido de resolver a tarefa proposta. Para se verificar progressos não basta repetir argumentos, é necessário elaborar novos argumentos e justificações originais.

Se, nos anos 70, a grande questão andava em torno de uma tentativa para compreender como as interacções sociais podiam promover o desempenho operatório dos sujeitos, os anos 80 procuraram

> repensar a relação entre a criança e o saber. Realçaram, de forma inequívoca, o papel do contexto interpessoal nos desempenhos matemáticos dos sujeitos. Deixou de se acreditar que os desempenhos dependiam apenas das capacidades operatórias, que funcionavam como pré-requisitos ao nível das capacidades; ou de conhecimentos matemáticos, que seriam pré-requisitos ao nível dos conhecimentos. (César, 2000a, p. 26)

Pelas palavras de César (2000a) assiste-se progressivamente a um abandono de uma dimensão individual onde o sujeito isoladamente é o actor principal na apropriação do seu saber para uma dimensão mais rica, mas também mais complexa, que aceita esta dimensão e lhe acrescenta uma dimensão social.

> A questão de ter ou não sucesso na resolução de uma determinada tarefa passou a ser vista como muito mais complexa, não se podendo ignorar o estatuto de quem a propunha, a situação em que era resolvida, as instruções de trabalho que eram dadas (César, 2000a, p. 26).

Os anos 70 e 80 foram extremamente ricos em termos de conceitos explicativos da arquitectura de um espaço relacional que vai ou não permitir a um sujeito pensar, transmitir conhecimento, apropriar-se de saber e mobilizar competências. Este espaço é complexo e de fronteiras difíceis, ou mesmo impossíveis, de delimitar, uma vez que nele têm de co-habitar, de uma forma

dinâmica, dimensões diversas como: as mentais, as sociais e as culturais. São alguns desses conceitos que permitem relacionar estas dimensões que seguidamente iremos rever.

3.2. O conflito sócio-cognitivo

De um modo geral, a noção de conflito aparece na literatura como uma fonte potencial de progresso cognitivo ou como uma fonte de perturbação, resultante de diversos aspectos, nomeadamente, das diversas propriedades de um estímulo, da incompatibilidade simbólica entre as respostas, da oposição entre as hipóteses levantadas por um sujeito quando inicia uma tarefa e as constatações de observações contraditórias que as infirmam e que lhe causam uma insatisfação intelectual, de uma curiosidade epistémica do sujeito, de uma activação emocional e, ainda, como resultado de uma actividade de exploração (Carugati e Mugny, 1985).

A noção de conflito de ideias é referida pela primeira vez por Cattaneo em 1864, (citado em César, 2000a; Doise e Hanselmann, 1991). Para este autor italiano dos finais do século XIX, é possível falar em conflito quando diferentes mentes não estão de acordo entre si. Quando os sujeitos envolvidos neste conflito são capazes de o ultrapassar, assiste-se a uma inovação no âmbito das ideias que lhe deram origem e a avanços nos conhecimentos. O conflito surge, então, como o mecanismo responsável pelo desenvolvimento das ideias que estiveram na sua origem. Com Cattaneo (1864) iniciou-se, assim, um longo percurso na compreensão dos conflitos de ideias. No entanto, foi necessário passar mais um século de investigação para se compreenderem as potencialidades deste conceito.

Até aos trabalhos de Piaget, a noção de conflito cognitivo esteve adormecida no seio da Psicologia, sendo retomada com os trabalhos da escola de Genève e mais tarde, com os autores neo-piagetianos. Para Piaget, o desenvolvimento das estruturas cognitivas resulta de desequilíbrios internos provocados pela actividade cognitiva dos sujeitos.

A noção de equilibração deste autor propõe-nos uma explicação para o comportamento da criança perante uma perturbação entre as suas respostas e as contra-sugestões que lhe são lançadas pelo experimentador que a questiona, enquanto resolve uma tarefa que lhe foi proposta. A perturbação que resulta de uma resposta do sujeito e de uma contra-sugestão lançada pelo experimentador parece ter um papel consequente na equilibração e, portanto, nos progressos cognitivos dos sujeitos. Piaget e os seus colaboradores estudaram apenas o lado cognitivo: o sujeito face a um conflito resolve-o através de uma reestruturação operatória (Piaget, 1977).

Como observam Carugati e Mugny (1985), quando analisamos muitos dos protocolos apresentados por Piaget ao longo da sua vasta obra, encontramos indícios de que o não evidenciar de uma dimensão social foi o resultado de uma conceptualização teórica. Com os autores neo-piagetianos, a noção de conflito operatório de Piaget vai ganhar uma nova dimensão social.

De acordo com Doise e Mugny (1981) um conflito sócio-cognitivo é um conflito de centrações, de acordo com a teoria de Piaget. A diferença em relação ao conceito piagetiano de conflito cognitivo reside no facto da origem dessas centrações ser social. Uma centração pode ser entendida como "um esquema cognitivo produzido por um sujeito mas que se revela insuficiente para resolver a tarefa" (Doise e Hanselmann, 1991, p. 119).

Uma situação típica de centração acontece nas provas piagetianas de conservação, quando é pedido a dois sujeitos para resolverem conjuntamente a tarefa e cada um manifesta pontos de vista opostos. Estes resultados iniciais obtidos pela equipe de Piaget foram posteriormente confirmados com novas investigações (Doise e Mugny, 1981; Gilly e Roux, 1984; Mugny, 1985; Perret-Clermont e Nicolet, 1988; Perret-Clermont e Schubauer-Leoni, 1981; Perret-Clermont, Perret e Bell, 1988) mas, foram ainda mais longe.

Assim, um conflito é sócio-cognitivo quando, numa situação de interacção social, o sujeito tem de se confrontar com uma perspectiva de resolução da tarefa diferente da sua. Isto constitui o traço cognitivo do conflito. Mas, além deste lado

cognitivo, o sujeito tem igualmente de conseguir gerir o aspecto social da interacção, expresso no comportamento do outro, que interage consigo. O gerir da relação social presente quando se trabalha em interacção social tem significações diversas em função do seu estatuto, do seu vínculo ao sujeito com quem está a trabalhar, do seu comportamento. Assim, gerir o social com o cognitivo dá um significado à interacção social que ultrapassa a simples interacção do sujeito com o meio físico (Mugny e Doise, 1978).

Com os trabalhos pioneiros de Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976), na década de 70, ficou claro o interesse das interacções sociais entre pares para a construção de novas competências cognitivas individuais e compreendeu-se o porquê das interacções se revelarem benéficas para os sujeitos. A explicação proposta apoiava-se na ideia de que as regulações cognitivas características do desenvolvimento cognitivo se elaboram de forma privilegiada quando existe uma interacção social com diferentes "outros", que possuem instrumentos cognitivos do mesmo nível ou de nível diferente, superior ou inferior (Doise, Mugny e Perret-Clermont, 1976). De acordo com esta perspectiva, "um conflito sócio-cognitivo resulta da confrontação de sistemas de respostas antagónicas e evidencia o lugar central das interacções sociais, um lugar privilegiado no progresso cognitivo dos sujeitos" (Mugny e Doise, 1978, p. 24).

Nos anos 80, começou a perceber-se que o desenvolvimento não podia continuar a ser considerado como um simples eclodir de estruturas lógicas fruto de interacções sociais ou, ainda, uma relação de causa-efeito automática, independentemente do tipo de interacção social, que originava necessariamente reestruturações operatórias dos sujeitos.

Aprofundar o porquê do progresso dos sujeitos após algumas sessões de trabalho interactivo, na sua maioria, poucas, passou a ser o grande desafio dos anos 80. Neste sentido, Doise e Mugny (1981) definem três problemas centrais para esta linha de investigação: 1) a diferença, em níveis de transição do desenvolvimento cognitivo, entre o desempenho cognitivo individual e o desempenho colectivo, isto é, entre alunos que trabalham individualmente ou

entre sujeitos que trabalham em grupo; 2) a influência das interacções sociais sobre os níveis de desempenho individual; 3) o estudo das condições da interacção social que favorecem o desenvolvimento cognitivo (Mugny e Doise, 1978).

Nas pesquisas iniciais, realizadas ao longo dos anos 70, verificou-se que, variando experimentalmente as condições de interacção social, era possível constatar que os sujeitos, na sua maioria sujeitos que se encontravam num nível de desenvolvimento pré-operatório, progrediam. As variáveis sociais deixaram, então, de ser compreendidas como factores externos do desenvolvimento para passarem a ter um valor central nos mecanismos de construção da inteligência.

Mas, este confronto só se revela benéfico se ambos os sujeitos se implicarem activamente na discussão. Só assim é possível que a situação social onde o sujeito participa seja reveladora de diferenças entre ambos, ao mesmo tempo que possibilita que novas informações possam ser acrescentadas às respostas iniciais e cada um verificar que a resposta do outro é diferente da sua, nascendo assim um duplo desequilíbrio: entre as respostas dos sujeitos, ou seja, inter-individual mas, simultaneamente, intra-individual, pois o sujeito debate-se com uma resposta diferente da sua, o que o obriga a questionar a sua própria resposta. Resolver um conflito sócio-cognitivo obriga o sujeito a ultrapassar uma situação de conflito cognitivo, ao mesmo tempo que continua a ter de gerir uma relação social com um parceiro com que está a resolver a tarefa e com o qual terá de coordenar pontos de vista para chegar a um consenso e, assim, resolver a tarefa (Gilly, Fraisse e Roux, 1988; Gilly e Roux, 1984). É na tentativa de ultrapassar um desequilíbrio cognitivo inter-individual que a criança consegue resolver o seu próprio desequilíbrio cognitivo intra-individual. Como referem Mugny e Doise (1983), "é pela interiorização das coordenações sociais que se podem desenvolver novas coordenações intra-individuais" (p. 96).

Contudo, a fecundidade do conceito de conflito sócio-cognitivo enquanto promotor das aprendizagens dos alunos, por vezes, ofusca a dificuldade de criar situações que sejam susceptíveis de o gerar. Como afirmam Gilly, Fraisse e Roux (1988),

> a dinâmica do conflito sócio-cognitivo supõe que os sujeitos se envolvam activamente numa confrontação cognitiva e que essa confrontação seja uma ocasião de divergências e oposições manifestas entre as suas respostas (...) é necessário que aceitem cooperar activamente na procura de uma solução e ultrapassar as suas oposições para conseguir uma resposta comum. (p. 81)

Então, a questão não parece ser tanto a eficácia do conflito sócio-cognitivo, mas antes na dificuldade em encontrar uma situação suficientemente rica que crie as condições que levam ao seu aparecimento.

Como lembra César (1994), nem sempre os sujeitos cooperam activamente entre si, nem todas as situações pensadas pelo investigador resultam quando se vão desenvolver em contexto de sala de aula. O que significa que é difícil, e nem sempre imediato, ter as tarefas adequadas para que os alunos se envolvam activamente nelas, dar as instruções de forma clara para que os sujeitos se centrem no objecto do saber que está em jogo naquele momento, apresentar um investigador com um estatuto que não seja associado pelo sujeito como alguém ameaçador e, ainda, que consiga criar com ele uma intersubjectividade facilitadora da interacção. Como tal, as condições que se implementam quando se desenha uma investigação determinam os resultados que se obtêm e "de forma análoga, será possível pensarmos que se transpusermos estes conhecimentos para o contexto de sala de aula, manipulando algumas destas variáveis podemos obter resultados diferentes dos habituais, no nosso sistema de ensino" (César, 1994, p. 182). No entanto, como veremos, esta tarefa tem trazido algumas dificuldades atendendo às peculiaridades do contexto de sala de aula.

Se, nos anos 70, a grande questão se podia resumir a um esforço de reescrever o papel do social no desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, os anos 80 procuraram ampliar as explicações anteriormente encontradas, no sentido de avaliar se os efeitos benéficos observados para as noções operatórias aconteciam para outras situações e com sujeitos em estádios operatórios mais avançados. O desafio da sala de aula e dos contextos não laboratoriais surge, então, como o passo seguinte. Porém, o objectivo principal mantinha-se: "conhecer de forma

cada vez mais detalhada como funcionam as interacções sociais e o que as leva a serem um instrumento tão poderoso na promoção do desenvolvimento cognitivo dos sujeitos e na implementação de melhores desempenhos" (César, 2000a, p. 22).

3.3. A noção de intersubjectividade

Quando dois interlocutores, como um adulto e uma criança, ou duas crianças, ou dois adultos, se encontram numa situação de interacção, é difícil averiguar o que acontece efectivamente, tendo em atenção que ambos os parceiros possuem representações diversas acerca dessa mesma situação. Estamos perante um sujeito que se confronta com outro, cada um com uma vivência diferente, mas ambos com uma história que lhes permite elaborarem expectativas acerca do parceiro com quem têm de interagir, o que irá influenciar as suas respostas. Como refere Gonzalez (1998), "temos assim uma situação em que o comportamento de alguém é modificado, repetidamente, em função da ideia «o que eu acho que o outro acha do que eu fiz anteriormente», e também de «o que o outro espera de mim»" (p. 585).

A noção de intersubjectividade surge como uma forma de resolução deste problema (Wertsch, 1988): "A intersubjectividade acontece quando dois interlocutores partilham alguns aspectos da situação" (p. 170), sem a qual o sucesso de uma interacção estaria comprometido. Assim, a porção de representações partilhadas pelos dois interlocutores definirá o grau de intersubjectividade presente naquela situação concreta.

Um dos primeiros autores a questionar-se acerca da questão da intersubjectividade foi o sócio-linguista Rommetveit (1976, 1986). Esta noção é desenvolvida ao longo da sua teoria da comunicação humana, contrastando com as correntes que aceitavam o pressuposto de que dois sujeitos, quando iniciam uma situação de conversação, partilham um conhecimento base que lhes permite comunicar. Como ele próprio refere, a comunicação transcende o mundo privado dos participantes. Assim, qualquer situação, acontecimento ou objecto tem

diversas interpretações possíveis, servindo a linguagem para impor uma determinada interpretação e para criar uma realidade social temporariamente partilhada (Wertsch, 1988).

Porém, como chama a atenção Bruner (1997b), não são só as palavras que tornam a intersubjectividade possível mas, "a nossa capacidade apreender o papel dos contextos em que as palavras, os actos e os gestos ocorrem" (p. 39). E é esta capacidade que, na opinião deste autor, nos torna a espécie intersubjectiva por natureza, a única que tem capacidades para entender as mentes dos outros parceiros quer o faça através da linguagem, do gesto ou qualquer outro meio. Só assim conseguimos "negociar um significado quando as palavras se perdem no mundo" (Bruner, 1997b, p. 39). Além de que, usar outros recursos para lá da linguagem verbal, permite uma maior persistência na interacção, um alargar das possibilidades interactivas, centrando a interacção mais nas pessoas (Rogoff, 1993).

De acordo com Rommetveit (1976), a questão determinante para compreender o problema da intersubjectividade humana é saber qual o sentido e em que condições as pessoas que iniciam uma interacção podem exceder os seus mundos privados, sabendo que o significado subjacente a essa mesma interacção não é fixo mas, antes um esboço de um contrato muito geral e parcialmente negociado.

Quando duas pessoas se lançam num processo de comunicação podem ter diferentes perspectivas ou interpretar de diversas formas aquilo que é suposto fazer ou dizer. As unidades e as estruturas linguísticas possibilitam, de acordo com Wertsch (1988), um *potencial de significado* que funciona como um esboço de um contrato que só existe em função de um contexto comunicativo, havendo então de necessidade de *uma negociação semioticamente mediada*, ou seja, de criar um mundo social e temporariamente partilhado. Por outras palavras, um estado de intersubjectividade (Wertsch, 1988).

Esta intersubjectividade permite estruturar o implícito numa situação de comunicação (Perret-Clermont, 1992a, 1992b). Ao iniciar um processo

interactivo, as trocas entre os parceiros são guiadas por um conjunto de expectativas, de regras sociais e pressupostos próprios daquele contexto concreto, estando o significado que os sujeitos vão atribuir àquela situação dependente dos indicadores que dela retira e que são o resultado das suas vivências anteriores em situações semelhantes (Grossen, 1988; Schubauer-Leoni, 1986, 1997). Esta experiência social anterior é considerada por Gilly, Roux e Trognon (1999) como uma criadora de *habitus*, sendo a grande responsável pela orientação do conteúdo e pela forma das trocas interactivas entre os parceiros.

A intersubjectividade é, então, prisioneira do contexto que a cria, uma vez que depende do quadro social e cultural que fixa as relações onde ela ocorre. Por exemplo, acontecer numa sala de aula ou num outro local predetermina as possíveis trocas entre os sujeitos (Martins e Neto, 1990); se é um professor que elabora uma pergunta para a criança responder ou um investigador que se identifica à criança como alguém que pretender jogar com ela um jogo ou como um professor que lhe vai fazer umas perguntas (Grossen, 1988; Schubauer-Leoni, 1986, 1997).

Para Gilly, Roux e Trognon (1999),

> a comunicação (o que ela pode produzir e as formas que pode assumir) dependem dos saberes e das representações iniciais que os sujeitos têm dos objectivos e das finalidades da situação bem como das representações e dos saberes iniciais que têm e que consideram apropriados. (p. 16)

Para o adulto, o desafio será então encontrar o modo de comunicar com a criança de maneira que entre ambos se consiga estabelecer uma intersubjectividade que permita à criança saber o que "aquele" adulto pretende dela naquele momento. Porém, paralelamente, na sala de aula, o maior desafio para os professores é criarem condições que permitam a cada díade (a distribuição espacial, nas salas de aula portuguesas, já é dois a dois) estabelecer uma intersubjectividade que facilite a apropriação de conhecimentos, a mobilização de competências e promova o sucesso escolar.

3.4. O contrato experimental e o contrato didáctico

No nosso dia a dia, são várias as situações onde surge a noção de contrato. Quando há que estabelecer um acordo entre diferentes partes, onde cada uma se obriga, perante a outra, a cumprir determinados deveres, esperando, simultaneamente, que esta última respeite igualmente aquilo que se define, estabelecemos um contrato.

Num contrato formal existe um documento onde, explicitamente, é escrito os termos desse contrato e no qual não deve existir margem para diversas interpretações. Mas também existem os contratos em que, na maioria das vezes, as regras são cumpridas mas sem que as partes envolvidas as tenham alguma vez formulado claramente.

É dentro deste segundo tipo de contrato que encontramos o contrato didáctico. No contexto da sala de aula, como na maioria dos contextos, existe um conjunto de regras implícitas e explícitas que os sujeitos devem conhecer e que os leva a adoptar um determinado comportamento face a uma tarefa que têm de resolver e a decidir qual estratégia que naquele momento vão escolher face à panóplia que têm à sua disposição. Porém, também são estas regras que permitem aos diversos actores saber o que esperar do comportamento dos outros. Assim, o contrato didáctico permite-nos compreender o funcionamento da relação didáctica. Como refere Schubauer-Leoni (1986) o termo contrato didáctico não é uma nova versão para o de relação pedagógica. É antes, uma forma de analisar conjuntamente os três elementos presentes numa situação de ensino na sala de aula: o professor, o aluno e o saber, entendendo-se este último, como o objecto de ensino que deve ser leccionado ao aluno.

Compreender a dinâmica subjacente a estes três elementos é compreender como acontece o acto de ensinar e de aprender na sala de aula e, ao mesmo tempo, entender como as tomadas de decisão, relevantes para as práticas lectivas de partilha do saber, ocorrem. Mas para isso há que aceitar que, como afirma Schubauer-Leoni (1986), baseando-se nos trabalhos de Perret-Clermont

(1976/1978) e de Doise e Mugny (1981), "todo o saber se constrói nas e pelas relações interpessoais, formular o que se passa e joga entre o professor e o(s) aluno(s) nos termos anteriores é aceitar que, na relação didáctica o objecto saber mediatiza esta relação" (p. 140). Os saberes escolares, incluindo os saberes matemáticos, não fogem a esta regra. Qualquer relação didáctica será sempre mediatizada pelo saber que a sustenta, tendo como objectivo final a aprendizagem, ou seja,

> que o aluno possa fazer funcionar esse saber em situações onde o professor não esteja presente (...) os conhecimentos ensinados e os saberes comunicados devem permitir ao aluno entrar em todas as situações e práticas sociais não didácticas enquanto um sujeito autónomo e não como um aluno. (Brousseau, 1988, p. 322)

Os três elementos da relação didáctica aparecem frequentemente na literatura com a forma de um triângulo (Brousseau, 1988; César, 1994; Gonzalez, 1998; Schubauer-Leoni, 1986; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997), situando-se em cada um dos seus vértices um dos elementos. Deste esquema clássico pode-se depreender que a representação que cada actor tem do saber é diferente bem como diferentes são as suas expectativas sobre a relação que o outro (professor ou aluno) tem com esses saberes (Gonzalez, 1998). Sendo assim, o saber que se designa por Matemática assume significados diferentes, de acordo, com o sujeito que evocamos para o enunciar, isto é, o professor ou o aluno (Schubauer-Leoni, 1986).

Brousseau (1980) define o contrato didáctico como sendo "os hábitos específicos do professor esperados pelo aluno e os comportamentos do aluno esperados pelo professor" (p. 181). Assim, cada sala de aula tem o seu contrato didáctico próprio, sendo o modo como o professor e os alunos interagem único. Porém, apesar desta especificidade que caracteriza cada sala de aula, Schubauer-Leoni (1986) considera que, cada contrato didáctico repousa numa "premissa situacional determinada pelo contexto institucional em sentido mais alargado" (p. 140). Isto significa assumir que, embora o contrato que rege as relações no seio de cada sala de aula seja único, existem características comuns a

todos eles e que legitimam todos os outros contratos didácticos. Para esta autora "o facto de nomear os parceiros da relação "professor" e "aluno" constitui um meta-contrato, isto é, um contrato sobre o contrato, representado por um conjunto de potencialidades a partir das quais se formam contratos específicos" (p. 140), entenda-se o contrato didáctico presente em cada sala de aula, de todas as escolas.

O contrato didáctico pode, então, ser entendido como um jogo de expectativas mútuas, onde os intervenientes, denominados professor e aluno(s), se reconhecem e onde cada um espera determinados comportamentos do outro em função dos seus direitos e deveres legitimados pelo meta-contrato que os reuniu. Mas, neste jogo, além dos papéis específicos de cada um dos parceiros também têm uma influência determinante as "expectativas recíprocas (...) relativas ao saber em causa" (Perret-Clermont, 1988, p. 56). Como refere César (1994), "o professor e o aluno estudam-se nas suas respectivas posições, mas em função dos saberes que estão em jogo" (p. 190), saberes estes que não estão naquele momento a surgir pela primeira vez, atendendo à própria natureza da aprendizagem.

> Esta concepção do saber tem implícito que aprender, significa sempre aprender alguma coisa, ou seja, que as aprendizagens não se fazem no abstracto, no vazio [social]. Isto leva-nos directamente ao problema dos conteúdos (...) a aprendizagem não é apenas uma questão (...) cognitiva, é também uma questão de conteúdos abordados e de como eles se abordam. É precisamente devido a este facto que tarefas semelhantes do ponto de vista das operações cognitivas a que fazem apelo, mas relativas a conteúdos diversos, não apresentam o mesmo grau de dificuldade para os sujeitos a quem são propostas. (César, 1994, p. 190)

Devemos considerar que este saber vai ser vivido de modo diferente pelos diversos parceiros da relação didáctica. Os saberes que são transmitidos na escola não têm um estatuto idêntico entre si, uns adquiriam um estatuto de mais simples e outros de maior complexidade. Como lembra César (1994) "este estatuto do objecto do saber é determinante em relação à primeira abordagem que o aluno faz desse mesmo saber, mas é susceptível de ser modificado por acção do professor" (p. 191).

No início de cada ano escolar existe o contexto ideal para que professores e alunos estabeleçam mais um contrato didáctico. Este contrato pode ser abordado de um modo diferente conforme se tome a posição do aluno ou do professor. Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1997) estudaram o contrato didáctico retomando algumas das investigações já realizadas anteriormente (Schubauer-Leoni, 1986, 1988), partindo de um ponto de vista do professor e das suas expectativas acerca do comportamento dos alunos em relação a determinadas tarefas. De acordo com o plano empírico, a investigação compreendia duas fases: uma onde o professor tinha uma prática habitual e uma outra em que rompia com este contrato. Embora no caso concreto esta ruptura tenha sido induzida pelos investigadores é possível encontrar situações onde o contrato didáctico necessite de sofrer modificações, por exemplo, quando é necessário recontextualizar um saber ou uma norma. Esta ruptura é um processo natural de regulação da própria dinâmica triádica do contrato didáctico, podendo acontecer devido a qualquer um dos seus elementos e ser observada em situações,

> de "desconstrução" da prática do professor onde é possível reconstituir o modo como o professor pensa a actividade-problema em função da representação que ele tem dos seus alunos e, inversamente, podemos saber a representação que cada professor tem dos seus alunos através do que antecipa acerca do seu comportamento e funcionamento face a uma actividade matemática específica. (Schubauer-Leoni, 1986, p. 141)

Com ligeiras modificações, outros autores tinham já focado alterações aos contratos existentes afirmando que ao longo do desenrolar da interacção o contrato de comunicação (Rommetveit, 1976) pode ser negociado e traduzir-se na forma de um contrato explícito (Gilly, Roux e Trognon, 1999).

Retomando a investigação referida por Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1997), estas autoras concluíram que os professores repetidamente consideravam a tarefa em função dos três elementos do contrato didáctico, sendo-lhes difícil separar a tarefa do conhecimento matemático que lhe está associado, do modo como os alunos iriam reagir, das instruções que consideravam necessárias dar-lhes

e das soluções que esperavam que cada aluno apresentaria. Mas, fundamentalmente, estas autoras observaram que os professores diferenciavam os níveis cognitivos de resposta à tarefa em função da representação que tinham de cada aluno, surgindo o contrato didáctico como "o resultado das diferentes expectativas que o professor, sem se aperceber disso, criava para a Matemática de acordo com as características sociológicas dos alunos que tinha na sala de aula" (p. 274). Interessante foi o facto de se verificar que este efeito era mais acentuado em tarefas características do contrato didáctico tradicional. Mas também o modo como os professores se dirigiam a um aluno ou a um grupo de alunos deixava transparecer traços de um contrato didáctico diferenciado por um efeito clássico de categorização social. Este mesmo efeito faz-se igualmente sentir nas pistas que os alunos procuravam para encontrar um significado às perguntas que o professor lhes fazia em função do seu estatuto de aluno. Como realçam as autoras, quando se observam as transcrições entre a criança e o adulto, notam-se mal entendidos que parecem ser o resultado de referências implícitas não partilhadas (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997)

Uma das formas para estudar o contrato didáctico do ponto de vista do aluno é através de uma situação de *role-playing*, onde o aluno é convidado a desempenhar o papel do professor (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997). Com este tipo de abordagem as autoras procuravam encontrar os sinais que os alunos começam por identificar no professor de Matemática e que lhes dão indicações acerca do que ele espera em relação ao seu comportamento. Os resultados observados permitiram evidenciar que os alunos associam as tarefas escolares ao cálculo, sendo as suas representações em relação à Matemática sinónimo de operações aritméticas que tinham de ser realizadas (pelo menos na faixa etária representada na amostra escolhida, os 7-8 anos e os 11-12). Na maioria das vezes, as tarefas que eram propostas pelos alunos estavam na forma de fichas, raramente se presenciaram situações onde os alunos formulavam perguntas oralmente. Quando o faziam, estas sugeriam uma resposta que eles próprios davam e muitas vezes respondiam na vez do seu interlocutor. Esta

estratégia era utilizada para assinalar uma ausência de conhecimento acerca de um tópico. Curiosa foi a constatação de que, quando um aluno era convidado a sugerir o nome de um colega para resolver a tarefa que tinha elaborado, este fosse, na maioria das vezes, um colega mais fraco. Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1997), interpretaram esta situação como uma forma de garantir uma distância entre professor e aluno, legitimando, assim, o seu papel. Os resultados encontrados permitiram evidenciar "os jogos de poder presentes na maioria das relações interpessoais (...) mas também como o saber ensinado é mediatizado pela relação social (...) que pressupõe (ou assenta) num sistema de posições sociais não alteráveis (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997, p. 276).

Como refere Schubauer-Leoni (1986, 1988) os contratos subjacentes a uma relação didáctica também se encontram numa situação experimental. No caso concreto da Psicologia, este é particularmente pertinente numa situação de investigação, principalmente no caso dos estudos contextualizados onde o psicólogo desempenha um papel de investigador e entra numa sala de aula.

Nos finais dos anos 80, Grossen (1988) procurou compreender como numa situação experimental se constrói uma intersubjectividade de modo a que o sujeito, neste caso crianças, com diferentes desempenhos na prova piagetiana da conservação dos líquidos, se comportavam de acordo com o esperado por um adulto. Concretamente, um investigador, que era um psicólogo piagetiano. A grande questão para esta autora era saber como é que este psicólogo se deveria comportar, não só verbalmente, para que as crianças encontrassem as resoluções adequadas em função de um pensamento piagetiano.

Como vimos, um sujeito trata uma situação com a qual é confrontado a partir dos significados que lhe atribui, criando a sua própria representação da situação em função da sua posição social e da sua experiência anterior.

Quando um investigador, exterior à sala de aula e, portanto, ao contrato didáctico que a gere, entra para trabalhar com os alunos, vai gerar-se entre ambos uma relação particular que, embora seja também social, é diferente da existente (Schubauer-Leoni, 1986). De acordo com esta autora,

> quando um experimentador, que pode ser ou não um psicólogo, pretende estudar os mecanismos sócio-cognitivos presentes na apropriação dos saberes escolares, o seu primeiro objectivo é estudar o funcionamento da articulação "sujeito-conhecimentos". Esta situação pode ser contaminada pelo facto dos alunos estarem habituados a funcionar como alunos e só potencialmente como "sujeito experimental" (...) sendo assim, não está nesta nova situação, sem activar, inconscientemente, hábitos antigos. (p. 142)

Assim, face a uma situação experimental, o aluno pode mobilizar hábitos a que recorre na sala de aula e que o irão ajudar a estruturar o seu modo de funcionamento nesta nova situação. "Também aqui [na situação experimental] as expectativas são mútuas, cada um [o aluno e o investigador] procurando prever as do outro" (Gonzalez, 1998, p. 592), verificando-se igualmente a presença de regras explícitas e implícitas. Nomeadamente, as instruções explícitas que o investigador claramente refere aos sujeitos, mas também as implícitas, que cada sujeito elabora de acordo com a interpretação que faz dos objectivos que o investigador enuncia ao apresenta-se a si e ao seu trabalho, bem como o que pretende que os alunos façam durante aquela situação.

Concretamente, uma outra semelhança entre os dois tipos de contrato é apontada por Gonzalez (1998). Tradicionalmente,

> o experimentador parte do pressuposto que o contrato experimental está à partida definido, pelo facto de ele não se apresentar como professor. Esta opinião, um tanto ingénua, terá dado origem a incorrectas interpretações das respostas infantis. As crianças terão tendência para ler a situação em função do contexto que lhe é familiar: aquele em que funciona o contrato didáctico, assim mobilizando as significações e regras a ele ligadas. (p. 592)

Consequentemente, o papel do investigador, dentro da sala de aula, ganhou uma nova dimensão, obrigando a repensar a problemática da metodologia em função da relação que se estabelece entre o sujeito e o investigador. Esta relação, que se pensava neutra, deixou de o ser a partir do momento em que o aluno (ou o sujeito de um estudo) é concebido como alguém com expectativas acerca do adulto (ou investigador desconhecido, que se move numa esfera pouco familiar), que o interroga sobre os seus conhecimentos num contexto que, ao ser

institucional, legitima essa mesma relação. Mas, também este adulto tem expectativas acerca do sujeito que deve questionar. Nesta nova situação o aluno, ao ser interrogado por este adulto acerca de um conhecimento que identifica como familiar e escolar, consequentemente, com uma conotação ao contrato didáctico, tenderá a comportar-se de forma semelhante àquela que tem na sala de aula, mobilizando as significações e as regras que lhes estão associadas. Assim,

> o trabalho de construção da intersubjectividade [existente na situação experimental] não parte de um vazio. Quando acontece na escola, a relação experimental é – ela também – submetida a um meta-contrato institucional. Como para o contrato didáctico, a relação experimental aparece legitimada aos olhos dos alunos por uma "autoridade de função" que o investigador declara exercer. (Schubauer-Leoni, 1986, p. 143)

Tal como acontece no contrato didáctico, também no contrato experimental existe uma relação dinâmica entre o experimentador, o sujeito e o saber, como objecto de estudo. O experimentador assume muitas vezes um papel duplo: é ele quem desenha e concretiza a investigação, ao mesmo tempo que possui um determinado saber que é objecto de estudo, ajudando-o a compreender como funciona o sujeito. Este papel duplo, na opinião de Schubauer-Leoni (1986) acarreta-lhe a necessidade de se apropriar de "diferentes técnicas de objectivação [como a transcrição minuciosa das interacções] que apelem a meios de descentração de uma situação por vezes demasiado familiar" (p. 144).

O sujeito, na maioria das vezes aluno, quando parte para uma situação experimental já tem uma história pessoal acerca de uma situação semelhante, a situação didáctica. Porém, agora é menos claro para si identificar qual o saber que está em jogo e qual é o que o investigador pretende que ele mostre. Se numa situação didáctica o saber, enquanto o terceiro vértice do triângulo didáctico, pertence à área didáctica de conhecimento, na situação experimental este saber é ditado pela tarefa e pelos significados que o aluno lhe associa, fruto das expectativas que elabora acerca do que pensa que o investigador pretende, do que ele lhe pede com a tarefa e o que é esperado colocar na folha de resposta.

Quando um adulto questiona uma criança, quer se trate de uma situação didáctica ou experimental, tem um estatuto superior que legitima o facto de colocar questões à criança que possui um estatuto social inferior (Perret-Clermont, 1992a, 1992b; Perret-Clermont, Brun e Conne, 1981; Schubauer-Leoni, 1986; Schubauer-Leoni, Perret-Clermont e Grossen, 1992). No primeiro caso, o da situação didáctica, o aluno tem consciência do conhecimento que deve aprender e sobre o qual tem de dar provas. Na situação experimental isto é menos óbvio, obrigando a que haja sucessivos ajustamentos entre o adulto, investigador e o aluno, sujeito de uma investigação, de forma a encontrar

> uma intersubjectividade sobre o objecto em estudo. Se isto não acontecer, o diálogo sofre uma ruptura (...) o manter da interacção depende do desejo do adulto ou da criança em defender o seu ponto de vista, de conservar o seu estatuto, de estabelecer um acordo acerca de um argumento divergente e da própria capacidade de operar com as estratégias cognitivas e sociais adequadas. (Schubauer-Leoni, Perret-Clermont e Grossen, 1992, p. 73)

O estatuto de quem apresenta a tarefa ao sujeito, por exemplo, se apresenta como sendo um professor que pretende avaliar o que ele sabe ou uma pessoa que gostava de jogar com ele um jogo (Schubauer-Leoni, Perret-Clermont e Grossen, 1992); o contexto onde se realiza a tarefa, se é na sala de aula, num outro espaço escolar como o recreio ou fora da escola (Light, Gorsuch, e Newmann, 1987); e o tipo de tarefa serem ou não familiares às crianças (Martins e Neto, 1990; Säljö 1991a, 1991b; Säljö e Windham, 1987) mostraram que os desempenhos dos sujeitos são influenciados pela manipulação que se possa fazer destes e de outros elementos.

Porém, estes trabalhos também nos obrigam a repensar a questão que tem vindo a preocupar os vários agentes educativos (professores, pais, psicólogos): quando uma criança fracassa numa situação de teste não pode ser só porque é incompetente (Perret-Clermont, 1999). Para esta autora, é urgente reformular a questão anterior, ou seja, "quando uma criança falha numa situação em que está a ser avaliada, não quer dizer que seja necessariamente incompetente. Mas, que ela

não compreendeu qual era o objecto da actividade intelectual solicitado pela situação" (p. 27).

Se o problema anterior começou por ser formulado em termos de competências individuais, tem vindo a ser reformulado numa base de comunicação. De acordo com esta autora,

> para que a situação de aprendizagem tenha hipótese de ser eficaz é preciso que a comunicação entre os parceiros esteja centrada em torno de um mesmo objecto de discurso e de reflexão. Esta condição é necessária para que o sujeito consiga construir um conhecimento esperado e que, paralelamente, saiba bem de qual tem de mostrar ser competente. (p. 28)

Abandonar uma perspectiva onde as dificuldades dos alunos deixam de ser vistas como individuais para passarem a ser compreendidas como um problema de comunicação ou da "instrumentação" dessa comunicação revela-se como um passo essencial para a sua compreensão pois,

> se a comunicação é um fenómeno colectivo (...) a tarefa do professor e do experimentador é a de activar as ferramentas semióticas individuais e colectivas que permitam repor a comunicação, num mesmo objecto de estudo e de reflexão. Só depois é que é possível a transmissão de conhecimentos. (Perret-Clermont, 1999, p. 30)

Assim, o papel do professor e do investigador, ganhou uma maior complexidade, fruto da compreensão do carácter multifacetado inerente à avaliação de qualquer desempenho.

3.5. A marcação social

De acordo com Paolis e Mugny (1985), "uma interacção social não gera progressos cognitivos de forma automática" (p. 93), sendo necessário que os dois intervenientes apresentem respostas divergentes através de centrações diferentes (Doise, Mugny e Perret-Clermont, 1976). Na opinião de Doise (1988),

> as acções individuais e as interacções sociais são regidas por princípios orientadores, podendo, pois, esperar-se um conflito relativo entre ambos. A organização social pode induzir os indivíduos a uma aproximação cognitiva que está em conflito com a sua aproximação cognitiva habitual a um determinado material. Estes conflitos sócio-cognitivos necessitam de reorganizações cognitivas que têm em conta as regulações sociais pertinentes. (p. 104)

Para resolver este conflito, o sujeito recorre a regulações sociais ou "modalidades de resolução do conflito" (Paolis e Mugny, 1985, p. 94), que podem ser relacionais ou sócio-cognitivas. No primeiro caso, um dos sujeitos modifica a sua resposta, aproximando-a da versão existente até ao momento em que o conflito emergiu. Esta modificação é, fundamentalmente, pública, pois tem como objectivo repor os aspectos relacionais na interacção. No segundo caso, elaboram-se, colectiva ou individualmente, novos instrumentos cognitivos que evidenciam características de um progresso cognitivo, assistindo-se a uma reorganização cognitiva de um ou dos dois parceiros de interacção. Assim "Esta transformação supõe uma actividade cognitiva centrada na comparação e na integração dos sistemas de respostas, de definições de um objecto [que pode ser um objecto matemático] ou de interpretações da tarefa que começam por ser contraditórias (Paolis e Mugny, 1985, p. 95) mas que, fruto da coordenação dos diferentes pontos de vista ou centrações iniciais, tendem a modificar-se.

De acordo com Paolis e Mugny (1985), uma regulação social de tipo relacional opõe-se a uma outra de tipo sócio-cognitivo verificando-se que, quando as regulações sociais se aproximam de uma forma relacional, os progressos cognitivos dos sujeitos são menos nítidos. Ao procurar repor novamente a situação relacional o sujeito erradica o conflito, sem que contudo o tenha resolvido. Nas díades assimétricas, por exemplo nos casos em que um adulto interage com uma criança (Doise, Mugny e Perret-Clermont, 1976), este tipo de regulação é o mais frequente, verificando-se que, face a um conflito entre a resposta de uma criança e a do experimentador, a criança repõe o equilíbrio da interacção conformando-se com a resposta do adulto (Paolis e Mugny, 1985).

Porém, este tipo de regulação relacional não acontece só entre um adulto e uma criança,

> mesmo nos casos onde os intervenientes são aparentemente iguais, os pares podem fazer prevalecer esta modalidade de resolução do conflito, quer porque ignoram o parceiro, quer pela mera justaposição de respostas sem que haja propriamente um conflito ou ainda porque fazem entrar em linha de conta uma diferenciação hierárquica. (Paolis e Mugny, 1985, p. 99)

Os parágrafos anteriores mostraram as imbricações complexas existentes entre as relações sociais interpessoais e a elaboração social de novos instrumentos cognitivos do sujeito. A noção de marcação social (*marquage social*) ajuda a compreender as condições em que as diversas dinâmicas sociais modelam a elaboração cognitiva do sujeito, ou seja, o mecanismo psicosociológico que faz a interface entre o social e o psicológico (Doise, 1988). Assim, para este autor "em Psicologia (...) este termo indica a intervenção de regulações sociais nas coordenações de natureza cognitiva" (Doise, 1988, p. 105).

Esta noção foi inspirada nos trabalhos franceses realizados nos anos 60 sobre a resolução de problemas em grupo, onde a concretização da tarefa oscila entre estruturas de comunicação e estruturas de decisão, e em trabalhos que mostraram a importância das representações sociais que os adultos fazem da tarefa e o seu grau de adequação à própria tarefa (Paolis e Mugny, 1985). Sofrem também influência da sociolinguística, onde os princípios de organização das dinâmicas linguísticas modelam as propriedades sintáxicas e lexicais de uma língua (Doise, 1988).

Como afirma César (1994), "a marcação social permite estabelecer uma correspondência psicológica entre os diferentes registos do conhecimento: os esquemas cognitivos, que ela [a criança] possui, e os conhecimentos sociais que a tarefa implica" (p. 184). Consequentemente, a tarefa que é proposta ao sujeito e as instruções que lhe estão associadas ganham uma dimensão crucial no desencadear da interacção social que se irá estabelecer durante a própria resolução da tarefa.

Mas, o contexto social e cultural onde a tarefa é realizada, bem como o estatuto de quem a propõe ao sujeito, reflectem-se nos seus desempenhos uma vez que,

> em qualquer situação onde uma resposta cognitiva tem de ser produzida, seja numa prova operatória ou na resolução de um problema, o sujeito é colocado perante a necessidade de construir uma representação da tarefa, do seu objecto e da sua finalidade. (Nicolet e Iannaccone, 1988, p. 142)

Para Roux e Gilly (1988) importa compreender como o conflito sócio-cognitivo pode ajudar a explicar o benefício da marcação social. Para estes dois autores, num trabalho de resolução de uma tarefa, o sujeito tanto pode recorrer a esquemas cognitivos de que dispõe para tratar a informação como pode responder em função dos seus conhecimentos acerca das normas que regem a situação social onde a tarefa lhe foi apresentada e na qual a tem de resolver. Quando os dois tipos de respostas possíveis permitem ao sujeito confrontar as respostas com naturezas diferentes, então uma outra resposta, pode ocorrer. "O mecanismo através do qual a marcação social se manifesta é um conflito intra-individual mas, este conflito é sócio-cognitivo porque resulta do significado social da tarefa" (Roux e Gilly, 1988, p. 154). A "marcação social não exige ser suportada por uma relação social directa entre dois parceiros (...) ela torna possível o aparecimento de um conflito sócio-cognitivo mesmo na situação de um indivíduo estar a trabalhar sozinho (Paolis e Mugny, 1985, p. 105).

Ao contrário do que acontece com um conflito sócio-cognitivo que envolve a presença física de dois sujeitos com pontos de vista diferentes, a marcação social não obriga à presença física dos sujeitos. A diferença essencial entre ambos os mecanismos reside então no facto de um

> conflito sócio-cognitivo ser um mecanismo que reflecte a importância do outro social como uma alternativa a uma perspectiva individual. Por contraste, a marcação social é um mecanismo que não requer a presença do outro, mas é social num sentido mais alargado, e talvez mais fundamental, que é como a criança elege os significados simbólicos, por exemplo como elege uma norma, que a ajudam a compreender a tarefa. (Light e Perret-Clermont, 1989, p.108)

Assim, a marcação social pode ser um elemento com grandes potencialidades para ser utilizado a nível da sala de aula ao permitir explorar as relações entre os contextos micro sociais e os macro sociais (Abreu, 1998), concretamente, em termos das tarefas que os professores trabalham nas suas práticas de sala de aula. Se para uma disciplina a marcação social parece ter uma aplicação mais óbvia para outras, sem dúvida, que é um desafio, mas talvez nessas a sua necessidade seja mais premente.

3.6. As dinâmicas de interacção

Quando um sujeito tem de formular uma resposta cognitiva para uma tarefa começa por construir uma representação da própria tarefa, do seu objecto de conhecimento e da sua finalidade (Perret-Clermont, 1992). Assim, antes de se debruçar sobre a tarefa que deve realizar, o sujeito começa primeiro por interpretá-la em função das suas experiências passadas e da sua posição social. Se estiver a trabalhar na mesma tarefa com outro, pode acontecer que a situação esteja a ser vivida pelo seu parceiro de um modo diferente, o que os obriga a construir uma intersubjectividade. A partir de agora "as novas cognições sociais vão construir-se num jogo social complexo no qual, a negociação do significado vai ter um lugar determinante" (Gilly, Roux e Trognon, 1999, p. 22).

Neste processo de negociação, o contexto onde a interacção ocorre tem um papel determinante ao fornecer a base para que a comunicação entre os intervenientes possa ocorrer, sob pena de se poderem originar interpretações extremas como as que refere Duarte (2000),

> tudo se pode reduzir a um confronto de discursos, sendo que não nos podemos situar acima desses discursos, pois o nosso sempre será mais um (...) todos os discursos constroem a realidade (...) então, o significado é sempre construído, produzido, de forma contextual no interior de práticas e não, necessariamente, como distorção de uma realidade. (p. 86)

A noção de contexto surge como determinante neste jogo dinâmico que é a construção de significados e, por esta mesma razão, por vezes, é necessário operacionalizá-lo, sendo uma das formas de o fazer subdividi-lo nos seus diversos componentes. Em situações didácticas ou experimentais, vimos como a interpretação da tarefa, as representações que são associadas ao adulto que a propõe e ao parceiro com quem a temos de realizar, bem como as instruções fornecidas, orientam o tipo de trocas que se vão gerar. Como referem Roux e Gilly (1993),

> uma criança resolve uma tarefa em função da representação que constrói acerca dela, mas essa representação nem sempre corresponde ao que o investigador ou o professor esperava que fosse. A criança obviamente que tem em conta a proposta do adulto, mas vai utilizá-la de acordo com a sua experiência enquanto sujeito social. Consequentemente, o significado construído pode ser diferente daquele que era esperado pelo promotor da actividade que, através da linguagem, procura que a criança compreenda o que pretende dela, ou seja, que ela adopte a sua representação. Mas para isso tem de partilhar um significado com o experimentador. (p. 358)

Ao longo desta negociação desenvolvem-se diferentes tipos de competências que beneficiam com a co-resolução e com as condições em que se realizam, podendo-se explicar os progressos observados através de uma transformação que acontece durante as interacções sociais, no funcionamento inter-individual e inter-individual (Gilly e Deblieux, 1999). Porém, são ainda estes autores que afirmam,

> dizer só isto é muito pouco, é mesmo insuficiente. É preciso ir mais longe e tentar compreender como em cada tipo de tarefa e em cada tipo de contexto situacional [entendido como sendo, "o quadro cultural que fixa a posição dos parceiros, predetermina a trocas possíveis e impõe as especificidades" (Gilly, Roux e Trognon, 1999, p. 16)] uma interacção efectiva de co-resolução pode, ou não, ser benéfica para os indivíduos que nela participam. (p. 95)

Para Gilly e Deblieux (1999) é urgente desenvolver micro análises das interacções sociais a fim de compreender melhor como acontece este processo de

negociação e de gestão entre os aspectos cognitivos e relacionais quando se trabalha a dois. Estes autores conceberam uma investigação junto de crianças com idades compreendidas entre os 8 e os 9 anos, que estavam a frequentar o 2º ano do ensino básico. A metodologia escolhida por Gilly e Deblieux (1999) tinha três tempos: pré-teste, trabalho individual ou em díade seguidos por uma entrevista, terminando com um pós-teste. A tarefa consistia em identificar num texto quais as frases que traduziam melhor as ideias principais. Face aos resultados encontrados os autores puderam constatar que os *habitus* cognitivos (intra-psicológicos) de confrontação (de escolhas, de alternativas, de ideias) constroem-se na interacção e quando é necessário negociar. O facto de existirem instruções que claramente pediam às crianças para explicar ao adulto o que estavam a fazer não os levava, forçosamente, a uma exteriorização das suas verbalizações de confronto, o que, de acordo com os autores, os privava da possibilidade de um trabalho de consciencialização das suas realizações. Foi ainda possível verificar que o trabalho em díade "favorece a manutenção das boas escolhas iniciais e as evoluções positivas. Na situação oposta, o trabalho individual, beneficia o abandono das primeiras escolhas correctas" (p. 101). Estes autores verificaram ainda que, quando os sujeitos foram entrevistados, os que tinham trabalhado em díade pareciam melhor armados para fazer face às exigências (por vezes estimulantes, outras, inquietantes) de melhorar o seu trabalho. O terem realizado tarefas em díade forneceu aos alunos a possibilidade de se apoiarem mutuamente e manterem as suas respostas quando elas lhes pareciam adequadas, mas também de retomarem as discussões sempre que duvidavam se a resolução que tinham encontrado era a melhor. Consequentemente, a sua relação com o adulto ganhou novos contornos devido a uma melhoria das capacidades argumentativas dos sujeitos e na confiança dessas mesmas capacidades. Estes autores verificaram ainda que, o desenrolar de uma negociação, pode ficar comprometido com o sucesso e a satisfação que os dois intervenientes estão a retirar do próprio processo. Por exemplo, quando um elemento faz uma pergunta ou sugestão e o seu par a responde ou aceita, isto permite-lhe obter um certo grau de satisfação.

Porém, a situação inversa não é forçosamente negativa, apenas "para o desenrolar de uma negociação ser frutuoso os dois intervenientes devem comprometer-se (...) a fazer os ajustamentos necessários, exprimindo os seus diferentes pontos de vista (Gilly e Deblieux, 1999, p. 104)

Na literatura, é frequente encontrar referências (Carvalho e César, 2000d; Doise e Mugny, 1981; Gilly, 1988; Gilly, Fraisse e Roux, 1988; Mugny, 1985; Perret-Clermont e Nicolet, 1988; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1980, 1985, 1997), sobre o papel facilitador das interacções sociais no desenvolvimento cognitivo dos sujeitos. Como vimos, é pertinente compreender como as interacções sociais podem ser benéficas. Mas, para isso, há que compreender a

> dinâmica interactiva, o que se passa durante as interacções e os mecanismos que lhe estão subjacentes, e que favorecem os progressos individuais ou, as articulações entre o sócio-cognitivo e o cognitivo (...) estas articulações e os seus eventuais efeitos dependem do tipo de funcionamento cognitivo introduzido pelas tarefas que os sujeitos têm de realizar, das representações que fazem da tarefa e do que lhe é associado. (Gilly, Fraisse e Roux, 1988, p. 74)

A dinâmica do conflito sócio-cognitivo supõe que os sujeitos se comprometem activamente numa confrontação cognitiva e que esta confrontação é a ocasião para que diferenças e oposições de respostas se possam manifestar. Ultrapassar esta oposição não pode ser meramente relacional, sob pena de não ser eficaz, ou seja, os sujeitos têm que aceitar cooperar para encontrar uma resposta comum. O mecanismo pelo qual esta dinâmica é eficaz pode ser traduzido da seguinte forma: a situação social em que o sujeito participa é reveladora de diferenças, mas é também a ocasião para tomar consciência que podem existir respostas alternativas às suas. Da constatação de que a mesma situação pode originar respostas diferentes surge um duplo desequilíbrio no sujeito: entre as respostas dos sujeitos, inter-individual mas, simultaneamente, intra-individual quando cada um dos sujeitos é convidado a questionar a sua própria resolução pelo facto do seu parceiro apresentar uma resolução diferente da sua (Gilly, Fraisse e Roux, 1988). Mas esta dinâmica, segundo os autores citados, não é

meramente relacional, pois, os sujeitos têm de gerir uma relação social, ou seja, têm de conseguir coordenar os diferentes pontos de vista para chegar a um acordo.

Foi a partir do pressuposto anterior e da observação de diferentes díades a trabalhar que Gilly, Fraisse e Roux (1988) verificaram que, de um modo geral, durante uma interacção social assistimos a sequências de trabalho cognitivo tanto individual como social. Frequentemente, os dois parceiros começam por procurar encontrar individualmente uma solução. Depois, um deles inicia uma sequência interactiva desencadeada pela sua proposta de resolução, que irá originar uma reacção do outro. Esta sequência, que tanto pode durar alguns minutos como breves segundos, termina quando se chega a um impasse, a uma solução já proposta por um dos elementos ou a uma nova solução co-elaborada em conjunto. Neste último caso, pode acontecer que, antes de os sujeitos chegarem a esse consenso tenham de, individualmente, mergulhar na procura de uma outra resolução, que mais tarde dará origem a uma nova sequência interactiva. É durante este tipo de sequência de negociação de uma resolução que Gilly, Fraisse e Roux (1988) falam de quatro tipos de co-elaboração presentes quando dois sujeitos trabalham em conjunto na procura de uma solução para uma tarefa proposta. Embora todos eles possam desencadear situações interactivas, segundo estes autores, são os dois primeiros os que se revelam mais consequentes nos progressos dos sujeitos.

Os quatro tipos de co-elaboração considerados por Gilly, Fraisse e Roux (1988, p. 84) são os seguintes:

1. Co-elaboração por consentimento

> Um aluno A elabora ou esboça uma solução e propõem-na a um aluno B com quem está a trabalhar em díade. Este, sem oposição nem desacordo, escuta e dá *feedbacks* positivos, que tanto podem ser verbais como gestuais. O aluno B, que não tem uma atitude passiva, uma vez que vai seguindo tudo aquilo que o colega vai dizendo e fazendo, parece construir em paralelo uma resposta semelhante ao aluno A. A adesão à resposta do colega não é falsa, sendo pelo contrário, um acordo cognitivo na forma de uma co-elaboração por consentimento onde o aceitar dos argumentos do

colega funciona como um reforço positivo que controla a resposta proposta por um, mas aceite pelos dois.

É difícil saber se o aluno B age assim porque não tem nada melhor a propor ou se, apesar de ter alguma estratégia de resolução diferente, deixa que seja o A a tomar a iniciativa de expressão tanto mais que, ao longo de toda a interacção os papéis podem ir sendo invertidos.

2. Co-elaboração por co-construção

Neste tipo de co-elaboração assistimos a uma verdadeira co-construção de uma solução, sem que haja uma manifestação observável de desacordos ou contradições entre os dois alunos que estão a trabalhar em díade com o objectivo de resolver uma tarefa.

O aluno A começa uma frase ou ideia, B continua-a. O aluno A retoma novamente a sua ideia inicial quando B termina, e assim sucessivamente, co-elaborando uma solução a dois. Não é fácil saber se cada um dos alunos chegaria à mesma solução se estivesse a trabalhar isoladamente. O que se verifica é que cada um aproveita a ideia do colega e introduzia no seu raciocínio. Cada um dos alunos reforça o que o colega vai dizendo quando utiliza a sua ideia.

Contudo, a aparente harmonia não exclui a possibilidade das intervenções de um aluno perturbarem o outro, ou desencadearem uma ideia impossível sem esta dinâmica. Este tipo de co-elaboração tem um efeito duplo para cada um dos sujeitos: abre um campo de possibilidades de resoluções ao mesmo tempo que desencadeia perturbações nas resoluções inicialmente encontradas pelo sujeito.

3. Co-elaboração por confrontação com desacordo

O aluno A propõe uma ideia que não é aceite por B, que por sua vez exprime o seu desacordo mas sem argumentar ou propor algo novo. Então, o aluno A pode retirar-se para um trabalho individual ou procurar justificar o seu ponto de vista repetindo a sua ideia inicial ou exprimindo-a de uma outra maneira.

4. Co-elaboração por confrontações contraditórias

O aluno A emite uma ideia e o aluno B reage discordando e argumentando com outra ideia. Verifica-se uma oposição de respostas e não somente um desacordo. Seguidamente, assiste-se a um confronto que pode ter dois desfechos: uma situação de impasse, cada sujeito fica com a sua posição inicial, entrando numa fase de trabalho individual; ou os dois sujeitos procuram chegar a

> um acordo com base na ideia inicial de um ou de outro, provando experimentalmente cada uma das hipóteses de resolução ou, então, elaborando uma nova ideia.

De acordo com estes autores, o segundo tipo de co-elaboração é o mais frequente, verificando-se, por vezes, ao longo de uma interacção mais do que um tipo. Estes quatro tipos de co-elaboração permitem compreender que o tipo de tarefa, o tipo de contrato (experimental ou didáctico) que se estabelece entre os sujeitos naquele contexto induzem formas de funcionamento cognitivo individual e que, o modo como se organizam as trocas sócio-cognitivas é, ele também, dependente desse modo de funcionamento individual. Para Gilly, Fraisse e Roux (1988),

> as observações dos comportamentos de resolução a dois convidam a pensar que a co-elaboração tira os seus benefícios de diferentes tipos de funções que os parceiros jogam e que podem não ser necessária e exclusivamente do tipo sócio-cognitivo (...) a co-elaboração parece susceptível de perturbar ou destabilizar o funcionamento individual. Mas esta destabilização tem tanto mais sentido quanto ela se insere numa estrutura interactiva que combina outros modos de funcionamento dos parceiros como estimulação, reforço, controlo, alargamento do campo das possibilidades. (p. 91)

Os parágrafos anteriores mostraram como as significações das tarefas e as interacções sociais suscitam dinâmicas sócio-cognitivas que permitem fazer ilações diversas para a sala de aula. Nomeadamente, a necessidade de organizar ambientes de trabalho onde a dimensão sócio-cognitiva esteja contemplada de forma a facilitar as trocas interactivas, ao mesmo tempo que permite a mobilização de novas competências cognitivas através da negociação de um significado, ou seja, a construção de uma intersubjectividade (Roux, 1999).

3.7. Os estudos contextualizados

Tudo o que foi exposto anteriormente permite-nos encontrar uma das abordagens possíveis para o estudo da relevância das interacções sociais na sala

de aula de Matemática. A tese da origem social da inteligência e do funcionamento e desenvolvimento dos processos sócio-cognitivos foi, de acordo com Roux (1999), validada por numerosos trabalhos conduzidos, essencialmente, por investigadores europeus, evidenciando-se o papel construtor dos factores sociais, como por exemplo: as interacções entre pares, a significação social das tarefas e os contextos de aprendizagem, permitindo, ainda, aceitar a hipótese de que os progressos cognitivos dos alunos são largamente dependentes das condições sociais onde ocorrem.

Como afirma César (2000a), "ela [a tese da origem social da inteligência e do funcionamento e desenvolvimento dos processos sócio-cognitivos] tem-se revelado tão frutuosa que os seus contributos não podem ser ignorados nem sequer por aqueles que optaram por um quadro de referência teórico diferente" (p. 13).

Contudo, a maioria dos trabalhos referidos por Roux (1999) aconteceram em situações laboratoriais ou semi-laboratoriais e foram realizados, principalmente, na década de 70 (César, Perret-Clermont e Benavente, 2000). Mas transpor o que se sabia de situações laboratoriais para a sala de aula era demasiado simples e perigoso. Por isso mesmo,

> a insatisfação dos investigadores foi crescendo à medida que percebiam, de forma cada vez mais nítida, que os resultados assim obtidos não eram transponíveis para a sala de aula e que, como tal, havia muitos aspectos da apreensão dos saberes e da aquisição de competências que ficavam por explicar. (César, 1998d, p. 8)

Entrar no contexto escolar obrigou os investigadores a confrontarem-se com novas situações, que até então não tinham sido contempladas: o ter de trabalhar num meio complexo onde as interacções são múltiplas e onde os comportamentos que observamos e que se manifestam são o resultado visível de um jogo de implícitos a que não é estranho o estatuto dos pares, o tipo de tarefas e as instruções que foram transmitidas aos alunos.

Mas, por essa razão,

> explorar o terreno escolar com uma aproximação sócio-construtivista do desenvolvimento cognitivo é pertinente quanto ao progresso dos próprios conhecimentos escolares e das novas ferramentas cognitivas bem como, para melhorar os próprios saberes em psicologia do desenvolvimento. (Roux, 1999, p. 260)

A originalidade das ideias teóricas de Vygotsky (1962, 1978) sobre a relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento evidenciou que a dimensão social das situações educativas, organizadas pelo adulto, não tem somente um papel de facilitador (ou inibidor) externo, mas também joga um papel de construtor, ao agir sobre os processos de elaboração dos saberes e das ferramentas de pensamento.

Os saberes passam a ser entendidos em função dos contextos que os desencadeiam, obrigando os investigadores "a explorar além dos contextos micro sociais da interacção" (Abreu, 1998, p. 13). Mas, para esta autora, mais do que um caminhar em paralelo entre a abordagem psico-social, inspirada na tradição neo-piagetiana e na procura de um sentido para o papel da interacção social no desenvolvimento cognitivo, e a abordagem sócio-cultural, resultante dos trabalhos dos neo-vygotskianos onde o foco principal de interesse tem sido explorar o papel das ferramentas culturais específicas, como mediadores na cognição e, de um modo mais geral, em qualquer actividade humana, importa compreender como os contextos macro sociais estruturam a apropriação e o uso dos conhecimentos nos contextos micro sociais.

Aliás, este aproximar de ambas as abordagens está presente nas palavras de Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1997) quando afirmam,

> estes dois campos de investigação diferem fundamentalmente um do outro na direcção da sua abordagem: um foca-se no sujeito através da situação, o outro, centra-se na situação através do sujeito. Estes dois focos não são mutuamente exclusivos, mas têm métodos diferentes de aproximação, observação e validação por parte dos investigadores de ambos os campos. Cada um deve ter o cuidado de não generalizar ou transpor os "resultados" de um domínio para o outro, sem as devidas precauções. (...) a questão quando se articulam os dois campos passa a ser: que interpretações

> fazem os sujeitos (sejam eles, o professor ou o aluno) quando interagem "didacticamente" num determinado contexto? (p. 279)

Em relação à Matemática, os estudos realizados durante os anos 80 e 90, por diversos autores (Abreu, 1993; Carraher, Carraher e Schliemann, 1989; Cole, 1991; Säljö, 1996; Saxe, 1989) onde se comparavam desempenhos matemáticos de sujeitos em situações do dia a dia com desempenhos em contextos escolares permitiram verificar que, em contextos não escolares, os sujeitos recorriam mais a formas naturais de raciocínio, como a escrita e os desenhos. Por oposição, nos contextos escolares, o recurso a algoritmos era mais frequente.

Apesar do tipo de operações matemáticas envolvidas na resolução da tarefa ser o mesmo em ambos os casos, as tarefas não são semelhantes quanto ao grau de complexidade que atingiram para os sujeitos. De um modo geral, nos estudos atrás referidos, quando um sujeito realizava num contexto real, e por isso carregado de significado, uma tarefa onde estava presente uma operação matemática, era bem sucedido. Mas, se fosse no contexto escolar, sem ligações com actividades reais, o sujeito apresentava dificuldades em realizar a tarefa proposta, onde supostamente o mesmo tipo de operação matemática estava presente. Para estes autores, o facto de, num caso, o sujeito lhe atribuir um significado torna a tarefa familiar, conseguindo assim desenvolver estratégias naturais, responsáveis por ricas e variadas lógicas de resolução e de cálculo.

Um exemplo de uma destas estratégias naturais é descrito por Carraher, Carraher e Schliemann (1989) como sendo a composição do problema. Quando o sujeito emprega esta estratégia para resolver o problema começa por abordá-lo, subdividindo o problema em partes que lhe são familiares. Numa fase seguinte, associa-lhe outras componentes simples, particulares daquele problema, até conseguir completar a sua solução. Por exemplo,

E: Um abacate é 5 cruzeiros. Quanto são 9?

P: 45.

E: Por quê?

P: 7 são 35, com mais 1, 40; com mais 1, 45. [P. já havia determinado que 7 custam 35 cruzeiros em um problema anterior]. (p. 39)

Para estes autores,

> é possível que uma criança adquira fluência nos métodos informais no uso de unidades naturais, sem dominar os métodos escolares (regras do vai um, multiplicação feita por escrito, colocação convencional dos números no papel, etc.) Aliás, esta foi a situação geralmente verificada (...) no seu trabalho no comércio, as crianças resolviam bem os problemas através de técnicas que não são aproveitadas pela escola, embora funcionem bem e levem ao resultado certo. (p. 40)

As tarefas realizadas na vida quotidiana, ao serem significativas para os sujeitos, possibilitam-lhes uma interpretação e, consequentemente, o mobilizar de conhecimentos e de competências que os levam a encontrar uma resolução adequada. Na Matemática que se aprende na escola recorre-se a algoritmos que Brousseau (1996) elege como sendo o único meio "oficial" de resolução de problemas e o único que permite a partilha de responsabilidades: o professor "mostra" o algoritmo, o aluno "aprende-o" e "aplica-o", correctamente. O "algoritmo" surge, assim, como o instrumento de desbloqueamento e de solução dos conflitos didácticos, regressando, quando o aluno tiver de escolher um algoritmo para um dado problema. Deste modo, resolver as operações básicas, surge como uma tarefa descontextualizada para os sujeitos, sob a pregnância do algoritmo, levando-os a cometer erros e a apresentar dificuldades que não estão presentes numa situação do dia a dia.

A situação anterior apareceu pela primeira vez equacionada nos trabalhos pioneiros com problemas absurdos (Brousseau, 1980; Säljö e Wyndhamn, 1987), que progressivamente têm vindo a sofrer alterações em função dos conhecimentos que se vão reunindo em torno da problemática do contexto, como por exemplo: o sujeito que apresenta a tarefa (Grosssen, 1988; Grossen e Py, 1997; o espaço físico em que a tarefa é apresentada, podendo ser a sala de aula ou um outro espaço (Gonzalez, 1998; Martins e Neto, 1990), o enunciado do problema

proposto (Perret-Clermont, Schubauer-Leoni e Grossen, 1992). De comum a todas estas investigações encontravam-se as estratégias menos adequadas para a tarefa proposta e, consequentemente, nos resultados obtidos os sujeitos apresentavam respostas absurdas.

Como refere César (2000a), nos diferentes estudos atrás referidos evidencia-se o

> papel que o contexto social e relacional tem nos desempenhos dos sujeitos. Não é o nível operatório, nem o nível de conhecimento matemático, que pode explicar o que sucede. É o modo como o sujeito interpreta o significado da tarefa que aqui é determinante. Por outro lado, este conjunto de estudos alertou-nos para o facto de ser importante, em contexto de sala de aula, ter em conta as estratégias naturais de resolução que os sujeitos são capazes de utilizar e fez com que investigadores e professores se apercebessem que avaliar conhecimentos é algo mais complexo do que se tinha suposto até então. (p. 27)

Assim, cada vez mais, passa-se a aceitar que os desempenhos dos alunos deixem de ser uma questão de ter ou não um conhecimento matemático ou uma competência operatória para passarem a ser vistos como o resultado de uma variedade de possibilidades resultantes da presença simultânea de diversos elementos, tanto a nível do micro contexto, entendido como o contexto de interacção social mais próximo, como do macro contexto ou o contexto cultural onde as interacções sociais ocorrem (Abreu, 1998).

Vygotsky (1962, 1978) utilizou o termo ferramenta para se referir aos artefactos físicos, reservando a noção de sistema de signos para se referir aos artefactos mentais. As ferramentas físicas e mentais, que cada grupo desenvolveu num determinado momento sócio-histórico, permitem a cada cultura[3] ter um modo particular de as utilizar e, assim, possuir modos de funcionamento

---

[3]Bronckart (2000), assumindo como sendo uma questão de difícil resposta, define cultura como a "a maneira como as actividades e as organizações colectivas, as representações verbais e as actividades textuais se organizam efectivamente numa dada situação sócio-histórica" (p. 13).

psicológico característicos, passando ambos os tipos de ferramentas de uma geração para outra, no decurso do desenvolvimento ontogenético (Abreu, 1998).

O modo como estas ferramentas se organizam culturalmente reflecte-se na aprendizagem e no uso que se faz da Matemática. De acordo com Säljö (1991b),

> vivemos numa "realidade mediada" pois, operamos no mundo através do uso que fazemos de ferramentas abstractas e concretas. De facto, na vida moderna interagimos com o mundo que nos envolve através de um conjunto rico e diversificado de artefactos físicos e conceptuais que nos permitem aumentar as nossas capacidades naturais de controlo sobre esse mesmo mundo. (p. 261)

Das palavras deste autor pode-se ficar com a ideia de que as ferramentas que um sujeito tem, num determinado momento, ao seu dispor, afectam o seu potencial para resolver uma tarefa. Quando pensamos no caso concreto da sala de aula, esta situação é extremamente consequente. Basta considerar as potencialidades das novas tecnologias para a aprendizagem escolar.

Porém, como lembra Abreu (1998), no caso concreto da Matemática e da utilização das calculadoras nas escolas do ensino básico, não existe consenso acerca do seu uso. Contudo, para Säljö (1991b), a presença de determinados artefactos físicos possibilita, aos alunos, reestruturar a situação sem alterar a perspectiva da tarefa, permitindo-lhes ter sucesso na sua estratégia de resolução. A ferramenta faz, então, grande parte do trabalho.

Nunes, Light e Mason (1993) forneceram dois tipos diferentes de ferramentas físicas a alunos: réguas e cordas, para medir comprimentos; e réguas e tijolos, para calcular áreas. A hipótese de partida destes autores, e que veio a ser confirmada pelos resultados encontrados, era de que a régua surge como uma ferramenta facilitadora nos raciocínios dos alunos acerca dos comprimentos. No caso das áreas, o recurso aos tijolos, enquanto unidade de medida não convencional, revelou-se mais fácil, comparativamente à fórmula tradicional. Os autores concluíram que, as ferramentas fornecidas aos alunos, quando realizam tarefas matemáticas, são determinantes nos desempenhos que obtêm, apesar de

que "para alguns educadores e psicólogos do desenvolvimento ainda não é claro quais as consequências que a longo prazo podem acarretar para o desenvolvimento intelectual da criança" (Abreu, 1998).

Numa outra investigação realizada por Säljö e Wyndhamn (1990), foi pedido a alunos entre os 12-13 anos, inseridos numa aula de Matemática, que decidissem os selos necessários para colocar em cartas com diversos pesos. Aos alunos era dada uma balança, para poderem pesar as cartas e uma tabela com as diversas franquias. A tarefa consistia em escolher o selo adequado, em função da tabela fornecida aos alunos. Os resultados mostraram que, apesar dos sujeitos serem bons alunos a Matemática, revelaram sérias dificuldades em realizar a tarefa. Os autores verificaram que os alunos optavam por fazer cálculos complicados, envolvendo proporções, em vez de recorrerem à tabela com franquias, que lhes tinha sido fornecida. Para os autores, o facto de os alunos estarem a realizar a tarefa em contexto escolar e terem acabado de estudar as proporções na aula de Matemática induzia-os a utilizar os conteúdos que tinham aprendido para relacionar as duas variáveis, peso e franquia. Para Säljö e Wyndhamn (1990), o sucesso nesta tarefa dependia não da simples aplicação de um algoritmo, mas de um trabalho interpretativo de coordenação entre duas realidades: a da tarefa de franquiar cartas em função do seu peso, mas também de ter relacionar essa franquia com o destino da carta. Para estes alunos era difícil aceitar que não houvesse uma proporção exacta entre peso e franquia, pois esta situação afasta-se do que habitualmente acontece na sala de aula.

Quando, mais tarde, estes autores Säljö e Wyndhamn (1993), realizaram esta mesma tarefa mas num outro contexto, a sala de aula de Estudos Sociais, os alunos, que realizaram a mesma tarefa que os colegas tinham efectuado três anos antes na aula de Matemática, não apresentaram o mesmo tipo de dificuldades, limitando-se a maioria dos alunos a interpretar a tabela com as franquias. Comparando ambos os estudos foi possível verificar que as estratégias empregues pelos alunos variam em função das práticas sociais onde a tarefa acontece.

De acordo com César, Perret-Clermont e Benavente (2000) este tipo de estudos mostra a necessidade de uma

> actividade interpretativa do sujeito que só resolve uma tarefa quando lhe atribui um sentido e que este depende das circunstâncias. Duas tarefas matemáticas, aparentemente iguais, podem apresentar graus de dificuldade diferentes para os alunos em função do significado que os alunos lhe atribuem ou não. (p. 35)

Mas também alertam os investigadores para o carácter provisório que as suas interpretações podem ter (César, 1994). Quando pedimos a um aluno que realize uma determinada tarefa e, consequentemente, mobilize um conhecimento temos de dar atenção à cumplicidade que existe entre o contexto mais próximo onde se joga a interacção e o contexto mais amplo onde se procura o significado para a interpretar. Paralelamente,

> as informações que conseguimos obter, em termos de raciocínios naturais, em contextos diversos, podem ajudar-nos a compreender melhor o funcionamento cognitivo dos sujeitos, de modo a que as práticas pedagógicas possam adaptar-se melhor às estratégias que os sujeitos usam habitualmente, quando não procuram de forma expressa uma formulação matemática rígida, como a que é geralmente transmitida na escola. (p. 198)

Deste modo, qualquer interpretação relativa a desempenhos, matemáticos ou não, não pode ser feita sem ter em conta o contexto em que a tarefa é apresentada e as investigações contextualizadas não devem esquecer a influência que os diversos elementos podem ter em relação aos resultados obtidos.

CAPÍTULO 4

PROBLEMATIZAÇÃO E MÉTODO

A investigação da realidade educativa pode concretizar-se numa pluralidade de enfoques metodológicos resultantes da própria natureza dos fenómenos que se estão a estudar. O problema que se pretende estudar e as questões que lhe estão associadas influenciam o que é preciso fazer para lhes responder, ou seja, as escolhas metodológicas que são tomadas.

> Quando especificamos a pergunta e nos centramos no que realmente queremos fazer, começamos a ver a interacção entre a própria questão, o design e o método (...) diferentes questões levam a diferentes métodos, algumas só podendo ser respondidas com métodos mais quantitativos, outras com métodos mais qualitativos (...) ou então combinar ambos, capitalizando os aspectos positivos de ambos ao mesmo tempo que os negativos também são compensados. (Punch, 1998, p. 244)

Neste capítulo iremos apresentar as motivações que deram origem à presente investigação, o desenvolvimento das questões iniciais, as escolhas metodológicas que foram feitas e, por fim, como estas foram sendo concretizadas.

1. Introdução

1.1. O contexto da investigação

Nos últimos anos, a conjugação da Psicologia com a educação Matemática tem sido um terreno fértil para a investigação, dando origem a um campo de estudo com vastas potencialidades e onde um dos objectivos fundamentais tem sido procurar desenvolver um conjunto de saberes que facilitem as intervenções no processo de ensino e de aprendizagem, ou seja, tentar encontrar soluções para os muitos desafios que esta disciplina encerra, nomeadamente no aprofundar do conhecimento sobre o modo como o sujeito se apropria e mobiliza os saberes matemáticos mas, simultaneamente, não esquecendo o modo de a ensinar.

Em parte, a variedade e a riqueza de investigações neste domínio devem-se ao facto de as equipas de trabalho serem fundamentalmente pluridisciplinares, sendo por isso mesmo constituídas por elementos com diferente formação académica e profissional, por exemplo, psicólogos, professores, matemáticos e sociólogos. Esta realidade tem vindo a permitir enriquecer as situações estudadas, as análises efectuadas e as explicações encontradas.

Como resultado deste trabalho de colaboração entre pessoas de formações diversas, cada vez mais o desempenho dos alunos, numa tarefa matemática, deixa de ser estudado tendo em atenção somente as estratégias de resolução, mas passa também a ser visto como sofrendo influência de certos elementos psicossociais tais como as experiências de vida anteriores do sujeito, as relações sociais e afectivas que estabelece com a Matemática e com os outros parceiros da situação, as expectativas que constrói acerca da situação matemática *per se* e das suas capacidades para a resolver.

Nos anos 80, assistimos a três momentos cruciais para a educação Matemática em Portugal:

— a Lei de Bases do Sistema Educativo (1986) que, ao alargar a obrigatoriedade de frequência do ensino básico até aos 15 anos de idade,

possibilitou o acesso de todas as crianças a mais um ciclo de escolaridade, o 3º ciclo do ensino básico, dando origem à necessidade de novos planos curriculares;

— os reflexos e as implicações de um movimento universal em torno de um interesse crescente dos investigadores pelas múltiplas facetas das relações que se podem estabelecer entre o saber matemático, o professor e o aluno (Abrantes, Matos e Ponte, 1998);

— a criação em 1986 da Associação dos Professores de Matemática numa altura de grandes desafios na educação Matemática: (a) as mudanças ocorridas na sociedade portuguesa e no sistema educativo português; (b) os desenvolvimentos curriculares trazidos pelos novos tópicos introduzidos, por exemplo, a Estatística, e as reformulações necessárias aos já existentes; (c) as novas tecnologias, como foi o caso das calculadoras e do computador; (d) a necessária participação activa dos professores na discussão e implementação das orientações curriculares, nas novas metodologias de trabalho, em projectos de investigação. A pertinência da participação activa dos professores em todo este processo transparece nas palavras de Ponte (1996a), "o desenvolvimento e a formação de professores deveriam estar sempre associados a projectos de investigação" (p. 16)

Os momentos da educação Matemática em Portugal, atrás referidos, originaram um conjunto de investigações, durante as décadas de 80 e 90, que têm possibilitado a clarificação e a compreensão das problemáticas tecidas em torno da disciplina de Matemática, em Portugal (Ponte, Matos e Abrantes, 1998). Mas mostraram também a importância da realização de trabalhos empíricos, principalmente no equacionar de soluções para promover o sucesso dos alunos nesta disciplina pois, o encontrar de respostas para os muitos desafios que se levantam na sala de aula, são limitados pelo tempo e circunscritos a um espaço físico, "não há um único modo, nem uma sequência única, independente das situações concretas, dos alunos concretos e do professor concreto" (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999, p. 14).

Para muitos alunos as dificuldades em Matemática começam cedo, logo que iniciam o primeiro ciclo de escolaridade e vão-se reforçando e reafirmando de

uma forma cada vez mais profunda e acentuada ao longo de toda a escolaridade obrigatória (César 1994, 1997, 2000b).

As crianças, quando chegam à escola pela primeira vez, já fizeram aprendizagens matemáticas (Carraher, Carraher e Schliemann, 1989), mas só agora são confrontadas com o que Brousseau (1997) considera uma imposição paradoxal: têm de aprender e compreender, tendo para isso de desistir de muito do que já sabiam anteriormente. Esta nova situação, na opinião deste autor, poderá tornar-se um obstáculo epistemológico.

Para Brousseau (1997), a memorização de vários conhecimentos matemáticos, muitas vezes sem qualquer sentido para a criança, pode ter um preço elevado em termos de aprendizagens futuras. O facto de terem pouco sentido, reforça a sua dificuldade. Consequentemente, a representação que a criança faz do conhecimento matemático pode tornar-se negativa. Quanto mais a criança é confrontada com situações como as anteriormente descritas, maior parece ser a dificuldade em aceitar que a Matemática possa ser aprendida sem ser de uma forma penosa, tornando-se difícil mudar concepções quando já estão fortemente enraizadas nas suas diferentes formas de funcionamento (Abrantes, 1994).

A gravidade desta situação fica, em certa medida, escondida: o sistema escolar português permite a passagem até ao 9º ano de escolaridade de alunos com insucesso repetido a uma mesma disciplina. Assim, e no caso concreto da Matemática, como noutras disciplinas, existem alunos que concluem a escolaridade obrigatória sem nunca terem atingido os níveis mínimos.

Esta problemática, associada a outras, como a existência de uma população escolar cada vez mais heterogénea, currículos nem sempre adaptados aos alunos, práticas profissionais de ensino pouco motivadoras, fazem com que este seja um dos domínios onde se sente uma grande necessidade de trabalhos conjuntos entre professores, psicólogos e outros agentes educativos no sentido de encontrar soluções eficazes para o problema do desempenho dos alunos em Matemática, visto que, cada vez mais, a Matemática "é hoje considerada tanto uma ciência

como uma habilidade necessária à sobrevivência, numa sociedade complexa e industrializada" (Carraher, Carraher e Schliemann, 1993, p. 45).

1.2. Um percurso pessoal até ao tema da investigação

O trabalho iniciado em Portugal por César (1994), no domínio do das interacções sociais, mostra claramente que, quando os alunos trabalham em díade, apresentam melhores desempenhos matemáticos, por oposição aos alunos que trabalham individualmente, mesmo quando há uma só sessão de trabalho interactivo.

A investigação realizada por César (1994) permite-nos retirar duas ilações extremamente importantes para trabalhos futuros na área das interacções sociais: as imensas potencialidades do trabalho em díade na sala de aula e a necessidade de encontrar critérios, cada vez mais finos, para a formação das díades. No final da sua investigação, esta autora deixa em aberto um campo rico de sugestões para futuras investigações ao levantar toda uma série de questões, nomeadamente: qual o papel do estádio operatório dos sujeitos no tipo de regulações sociais estabelecidas pelas díades durante as interacções sociais; como é que o estádio inicial dos sujeitos evolui quando aumenta o número de sessões de trabalho em díade; qual será o efeito de uma discussão geral na sala de aula entre a investigadora e as diversas díades acerca das várias estratégias de resposta natural encontradas por cada uma delas; quais as potencialidades das tarefas não-habituais noutras unidades curriculares da disciplina de Matemática.

Mas César (1994) vai mais longe quando afirma que,

> os dados que obtivemos com este estudo reforçam algumas das convicções que fomos desenvolvendo ao longo da nossa prática profissional. Passámos da fase da evidência pura ou dos casos isolados para a existência de um *corpus experimental* vasto, que fundamenta algumas das práticas docentes que apresentamos como facilitadoras dos progressos sócio-cognitivos dos sujeitos. E criaram novas expectativas, que esperamos poder testar em projectos futuros. (p. 504, em itálico no original)

Assim, na continuação da ideia anterior, surge no ano lectivo de 1994/1995 o projecto *Interacção e Conhecimento*, estando desde então a ser desenvolvido, conjuntamente por psicólogos e professores de Matemática, em diversas escolas e níveis de escolaridade. Em conjunto, procuram-se conceber, implementar e estudar modos alternativos de actuação do professor na sala de aula, com base na promoção das interacções sociais entre pares, enquanto uma das formas possíveis de conseguir a inclusão de todos os alunos da turma, do seu pleno desenvolvimento sócio-cognitivo, do seu sucesso escolar e da promoção de atitudes mais positivas acerca das suas capacidades para aprender Matemática e sobre a própria Matemática. Esta actuação parece extremamente importante face ao actual estado do conhecimento e à realidade escolar portuguesa, onde o insucesso na disciplina de Matemática ainda é bastante elevado (César, 2000b).

Paralelamente, um outro objectivo do projecto *Interacção e Conhecimento* é a promoção da auto-estima dos alunos em relação às suas competências académicas e, muito em particular, o desenvolvimento de atitudes mais positivas face à Matemática, procurando-se assim ultrapassar problemas de rejeição da disciplina e insucesso escolar dos alunos. Aliás, esta é uma das preocupações que estão presentes nas Normas para o Currículo e Avaliação em Matemática Escolar (1991), onde se enfatiza que os alunos devem tornar-se confiantes nas suas capacidades matemáticas bem como no seu pensamento matemático.

Trabalhar num Departamento de Educação, com responsabilidade na formação inicial e contínua de professores de Ciências e de Matemática, despertou-me para a necessidade de realizar uma investigação que, mais tarde, pudesse ser reutilizada pelos professores na sala de aula e que, simultaneamente, não se esgotasse com a realização de um trabalho académico. No ano de 1994/1995 sou confrontada com os trabalhos de César (1994), nomeadamente os resultados extremamente encorajadores da sua tese de doutoramento acerca das vantagens do trabalho em díade e das muitas questões acerca desta forma de conceber a apropriação de conhecimentos e mobilização de competências, que ficaram por responder.

Paralelamente, no início do ano lectivo de 1995/1996, com o objectivo de conhecer melhor os futuros professores de Matemática foi realizado um estudo exploratório acerca das concepções de futuros professores desta disciplina (Carvalho e César, 1996b). As reflexões surgidas no seguimento deste trabalho e os resultados obtidos por César (1994) fizeram-me sentir a necessidade da realização de mais trabalhos empíricos, que permitissem conceber práticas docentes inovadoras, no sentido de facilitarem a apropriação dos saberes e a mobilização de competências por parte dos sujeitos e que, paralelamente, fossem ao encontro das orientações acerca do que deve ser entendido como aprendizagens em Matemática:

> a aprendizagem da Matemática deve estimular a curiosidade e desenvolver a capacidade do aluno para formular e resolver problemas que contribuam para a compreensão, apreciação e poder de intervenção no mundo que nos rodeia; e, nesse processo, deve proporcionar-lhe a experiência e o prazer de enfrentar um desafio e o desenvolvimento da autoconfiança intelectual. (Associação de Professores de Matemática, 1995, p. 39)

Visto que, no ano lectivo de 1994/1995, quando surge o projecto *Interacção e Conhecimento* passei a integrar a sua equipa, fazia todo o sentido desenvolver uma tese que procurasse responder a algumas das questões deixadas em aberto por ambas as investigações (César, 1994; Carvalho e César, 1996b).

2. A Investigação Realizada

As considerações anteriores conduziram a que a presente investigação se centrasse no estudo das interacções sociais e sugeriram a definição do seguinte problema para este estudo: qual o papel do trabalho em díade quanto ao desenvolvimento lógico e ao desempenho estatístico dos alunos, quando estes resolvem tarefas não-habituais de Estatística.

Procurou-se estudar e compreender este problema definindo como objectivos principais desta investigação:

— Averiguar se os alunos, quando trabalham em díade (Grupo Experimental - GE), enquanto resolvem tarefas não-habituais de Estatística, revelam mais progressos no seu desenvolvimento lógico, comparativamente a alunos que não experimentam esta forma de trabalho ou de tarefas (Grupo de controlo - GC);

— Verificar se os alunos quando trabalham em díade, enquanto realizam tarefas não-habituais de Estatística (GE), revelam mais progressos entre o pré-teste e o pós-teste, comparativamente a alunos que não experimentaram esta forma de trabalho ou de tarefas (GC);

— Analisar alguns erros e dificuldades mais frequentes, na resolução de tarefas habituais e não-habituais, da unidade temática de Estatística (7º ano de escolaridade);

— Pesquisar quais as estratégias de resolução mais frequentes, utilizadas pelos alunos quando realizam tarefas não-habituais na unidade temática escolhida (Estatística, 7º ano de escolaridade);

— Identificar o tipo de díade responsável por uma evolução mais nítida dos alunos em relação (a) ao estádio de desenvolvimento lógico, isto é, entre a primeira e a segunda aplicação da Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.); (b) aos desempenhos estatísticos, ou seja, entre o pré-teste e o pós-teste;

— Enunciar as dinâmicas de interacção facilitadoras de resoluções com êxito/fracasso na unidade temática escolhida, a nível das díades;

Para concretizar os objectivos anteriores são analisados (a) os resultados obtidos pelos sujeitos do grupo experimental e do grupo de controlo entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L.; (b) os desempenhos dos alunos pertencentes ao grupo de controlo e ao grupo experimental em relação às tarefas-habituais do pré-teste e do pós-teste; (c) as interacções e as folhas de resposta dos alunos em relação às tarefas não-habituais; (d) os desempenhos dos diferentes tipos de díades quanto ao desenvolvimento lógico e às tarefas habituais

de pré e pós-teste; (e) o estudo de alguns casos que ajudem a compreender o modo de funcionamento, típico ou atípico, das díades.

A maioria dos autores revisitados no capítulo anterior aponta as interacções sociais, mais precisamente o conflito sócio-cognitivo e as dinâmicas de interacção criadas por ambos os sujeitos, como um dos grandes responsáveis pelos seus progressos sócio-cognitivos. Neste sentido, na formação das díades privilegiámos o estádio de desenvolvimento lógico dos sujeitos na E.C.D.L. e os desempenhos obtidos na tarefa habitual que serviu de pré-teste, procurando-se evitar casos em que o desnível de desempenho inicial entre ambos os alunos fosse tão grande que impossibilitasse o estabelecimento de uma intersubjectividade (Wertsch, 1991), necessária à resolução da tarefa.

Ao escolhermos trabalhar com alunos do 7º ano de escolaridade, tivemos em atenção as problemáticas anteriores, sem esquecer também que este é o primeiro ano de um novo ciclo — o terceiro — que, simultaneamente, é o último ciclo da escolaridade obrigatória, com tudo o que isso significa para o aluno em termos de investimentos, aspirações, oportunidades e preocupações. É, ainda, um ciclo crucial para a formação Matemática dos alunos, onde se vivem frequentemente momentos de desinteresse, reprovações e abandonos.

Quando decidimos estudar alunos do 7º ano de escolaridade parecia oportuno eleger uma unidade curricular da disciplina de Matemática que tivesse sido introduzida com a Reforma do Sistema Educativo e, por essa razão, ainda pouco investigada em Portugal. A opção pela unidade curricular de Estatística mostrava-se duplamente interessante: por um lado, respondia aos objectivos da nossa investigação — criar tarefas não-habituais numa unidade curricular que desencadeasse nos diferentes tipos de díades diversas dinâmicas de interacção que permitissem compreender o seu funcionamento e as suas consequências para o desenvolvimento cognitivo dos alunos; por outro lado, permitia a exploração dos conteúdos didácticos, com situações próximas da vida real dos alunos, indo, por isso, ao encontro do que se aceita como sendo "o factor decisivo na transformação positiva da Matemática escolar, a mudança profunda nos métodos de ensino e na

natureza das actividades" (Associação de Professores de Matemática, 1995, p. 55).

Nas normas do National Council of Teachers of Mathematics (1991) apresentam-se algumas sugestões para o ensino da Estatística que vão no sentido de um envolvimento activo dos alunos, desde a formulação de questões chave até à comunicação da informação numa forma convincente. Mas, para isso, é necessário haver discussão acerca das diferentes estratégias de resolução e todos os alunos sentirem que podem ter algum contributo nessa discussão.

De facto, no referido relatório da Associação de Professores de Matemática (1995), a Estatística mostra-se como uma área científica, em simultâneo com a Geometria, que poderá "ocupar um lugar de destaque em futuros programas escolares" (p. 3). Este interesse resulta da necessidade dos cidadãos compreenderem a forma como a informação é processada e traduzida numa sociedade, onde cada vez mais são solicitados a criticar, organizar, interpretar ou comunicar dados com o objectivo de fazer previsões e tomar decisões. Mas, para que isso aconteça, é necessário que os alunos desenvolvam a compreensão dos conceitos e dos processos utilizados na interpretação de dados, ou seja, tomar decisões de forma crítica e informada obriga a ter conhecimentos de Estatística. Como afirmam Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) "a competência Matemática que todos devem desenvolver inclui conhecimentos de Estatística e Probabilidades, os quais constituem uma ferramenta imprescindível em diversos campos de actividade científica, profissional, política e social" (p. 94).

3. Opções Metodológicas

A escolha de uma metodologia, a utilizar num determinado trabalho de investigação educacional, depende dos "objectivos do estudo e do tipo de questões a que ele procura responder, da natureza do fenómeno estudado, e das condições

em que esse fenómeno decorre" (Abrantes, 1994, p. 205). Como referem Schubauer-Leoni e Perret-Clermont (1997), as investigações realizadas no âmbito das aprendizagens sociais e cognitivas da Matemática têm mostrado como as alterações nas questões investigadas levam à procura de novos métodos, cada vez mais apropriados às novas exigências da pesquisa. Segundo Carugati (1988), uma das contribuições mais originais e prometedoras do domínio das aprendizagens sociais e cognitivas da Matemática prende-se com a integração, nos paradigmas experimentais, das análises qualitativas.

Para Abrantes (1994), o abandono a que se vai assistindo em pesquisas educacionais dos métodos de tipo apenas quantitativo, fruto de uma tradição positivista da investigação, prende-se, em certa medida, com a complexidade dos fenómenos, como o ensino e a aprendizagem, que ocorrem na escola e na sala de aula, onde a procura de relações causa/efeito, em paralelo com a medição de variáveis isoladas, é difícil de concretizar. No domínio da educação Matemática assistimos, cada vez mais, a investigações que combinam elementos quantitativos e qualitativos, oriundos da riqueza metodológica das ciências sociais e humanas, atendendo à complexidade dos fenómenos que se pretendem compreender. Este facto tem contribuído para uma maior fiabilidade e validade dos resultados, necessário quando se trabalha em contextos naturais de sala de aula e quando se pretende replicar, em situações futuras, a condição experimental criada (Goetz e Lecompte, 1984).

Quando queremos estudar fenómenos humanos e sociais que ocorrem na sala de aula,

> o método científico constitui uma faceta poderosa e sem dúvida importante da experiência humana, mas representa uma faceta limitada, não conseguindo penetrar em toda a dimensão dos mistérios que envolvem a nossa existência. (...) Este método tem limitações que lhe são intrínsecas e nunca será capaz de encontrar soluções para todos os problemas educativos. (Ponte, 2000, p. 331)

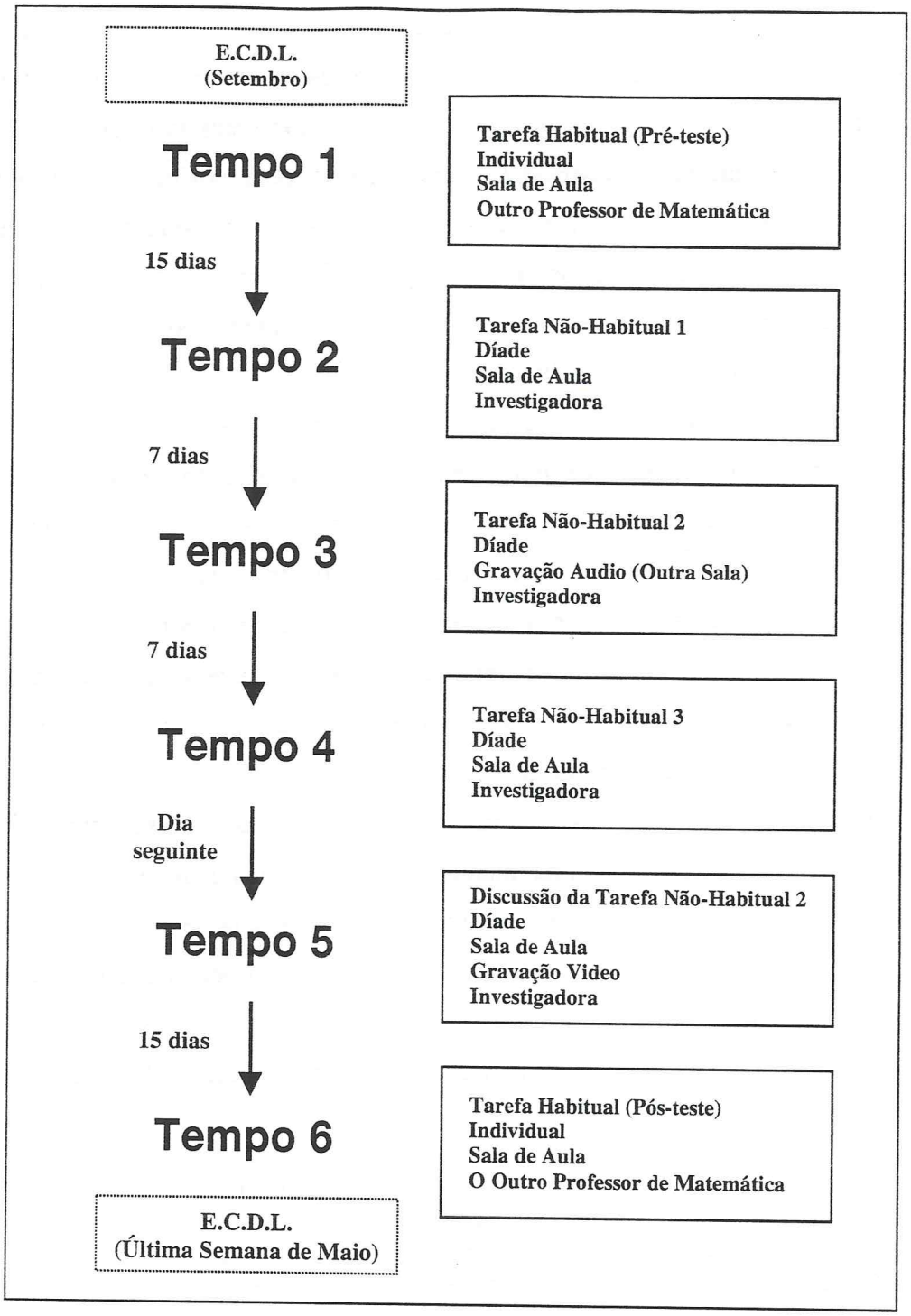


Figura 1: Plano do trabalho empírico

O trabalho empírico que delimitámos (Figura 1) teve por base conhecimentos elaborados pela Psicologia Social Genética, onde tradicionalmente se combinam abordagens de tipo quantitativo e de tipo qualitativo. Quando se procura compreender e interpretar um fenómeno humano, é fundamental descrever, mas também interpretar e prever mudanças que possam ter ocorrido, ou que se possam vir a implementar.

Segundo Perret-Clermont (1976/1978), para apreender o desenvolvimento dos processos mentais é necessário recorrer a métodos que permitam a sua observação e o seu estudo. Para esta autora, o facto dos processos mentais nunca estarem exclusivamente presos a estímulos físicos, definidos à partida, faz com que seja necessário o recurso a inferências, tendo por base a observação e a escuta do sujeito, ou seja, o recurso a uma metodologia que possibilite a introdução de uma dimensão qualitativa na investigação. Uma vez que um dos objectivos da presente investigação era tentar compreender o papel do trabalho em díade nos progressos dos sujeitos, a dimensão qualitativa ajudaria a clarificar esse fenómeno.

Paralelamente, pretendia-se comparar os desempenhos dos sujeitos do grupo de controlo com os sujeitos do grupo experimental, sendo por isso pertinente recorrer a uma dimensão quantitativa.

Esta dupla abordagem revela-se indispensável considerando a natureza do objecto de estudo. Se, por um lado, os processos mentais são complexos e necessitam de uma análise minuciosa, por outro lado, é fundamental a criação de situações perfeitamente definidas e indutoras das mudanças do sujeito (Perret-Clermont, 1976/1978). Porém, tentar aliar uma abordagem de inspiração clínica, mais qualitativa, à pesquisa mais quantitativa, a avaliação dos desempenhos dos sujeitos entre o pré teste e o pós-teste, levanta dificuldades devido à própria situação criada: uma situação empírica não ocorre num vazio social. Os mecanismos que são postos em jogo numa situação empírica, por exemplo normas e valores que orientam de forma implícita ou explícita os comportamentos dos sujeitos numa situação de interacção, estão igualmente

presentes num leque variado de situações sociais já vividas pelo sujeito, nomeadamente na sala de aula (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997).

Com o trabalho empírico efectuado procurou-se desencadear uma mudança a nível das estruturas sócio-cognitivas do sujeito e dos seus desempenhos estatísticos, concebendo-o de tal modo que fosse possível apreendê-las. Para concretizar este objectivo podiam ser feitas duas opções de trabalho: utilizar uma situação de laboratório, ou realizar o estudo em contexto escolar real de sala de aula, optando por retirar os sujeitos da sala de aula apenas quando era necessário gravar em áudio a interacção estabelecida entre os dois alunos. Como se pretendia que os resultados obtidos pudessem mais tarde ser reutilizados por professores nas suas práticas, foi escolhida a segunda opção, garantindo-se desta forma uma maior aproximação ao ambiente de sala de aula.

Uma vez que os sujeitos que iriam fazer parte do estudo não seriam escolhidos ao acaso, já que as turmas estavam formadas desde o início do ano lectivo e, por isso, a sua constituição não seria escolhida pela investigadora, optámos por utilizar um método de inspiração *quasi experimental*. Simultaneamente, como se pretendia analisar os efeitos do trabalho em díade no desenvolvimento cognitivo e no desempenho matemático dos alunos, quando voltassem a trabalhar individualmente em tarefas-habituais, recorreu-se à formação de um grupo de controlo e de um grupo experimental. Como referem Fraisse e Piaget (1972), o grupo de controlo é necessário porque durante o tratamento, principalmente se for longo e se estiver inserido numa escolaridade, os sujeitos podem progredir, por motivos vários. Nomeadamente, quando se está a trabalhar com crianças, temos de considerar o próprio desenvolvimento biopsicossociológico (Montero, 1997). O grupo de controlo ajuda, assim, a compreender se os progressos dos sujeitos são devidos ao tratamento que o grupo experimental foi submetido ou se resultam de factores mais gerais.

A constituição de um grupo de controlo e de um grupo experimental em ciências sociais e humanas, levanta uma questão delicada: a necessidade de grupos equivalentes. Quando se trabalha em situações reais de escola e de sala de

aula é difícil constituir grupos perfeitamente equivalentes. Pelo facto de trabalharmos com turmas formadas com critérios externos a esta investigação, os sujeitos que iriam pertencer, quer ao grupo de controlo, quer ao grupo experimental, não poderiam ser distribuídos de forma aleatória, não podendo, por isso, ser considerados grupos completamente equivalentes (D'Ancona, 1996). Porém, é possível, de acordo com Tuckman (1972), ultrapassar a dificuldade em conseguir grupos equivalentes, quando se trabalha em situações reais de escola e/ou de sala de aula, realizando "um pré-teste que demonstre uma equivalência inicial dos grupos" (p. 118). Só assim, dada a ausência de uma selecção aleatória dos sujeitos, "o investigador pode demonstrar uma equivalência inicial dos grupos" (Tuckman, 1972, p. 118).

Contudo, como refere Dooley (1990) "a selecção aleatória dos sujeitos também não pode garantir a total equivalência dos grupos" (p. 232) pois, como salientam Fraisse e Piaget (1972), "dois grupos de sujeitos jamais são equivalentes, de forma absoluta, podem aproximar-se de uma equivalência suficiente mas, nunca absoluta" (p. 103). Para isso, o investigador, segundo estes dois autores, deve ter alguns cuidados: partir de uma população já homogénea em alguns aspectos gerais (idade, zona de residência, nível de escolaridade) e, depois, deve considerar outros aspectos mais específicos, como o nível sócio-económico e cultural, o desenvolvimento operatório, o sexo dos sujeitos, o nível de conhecimento nalgum domínio escolar, entre outros elementos psicossociais.

No trabalho empírico realizado, estes elementos foram controlados da seguinte forma: após os alunos terem realizado a E.C.D.L. e as tarefas não-habituais e analisados os seus resultados, as turmas a que pertenciam, foram equiparadas por desempenhos, duas a duas, indo uma formar o grupo de controlo e a outra o grupo experimental, procurando-se ainda, que as turmas que fossem pertencer ao grupo de controlo ou ao grupo experimental, não divergissem grandemente entre si quanto à idade dos sujeitos, o número de raparigas e rapazes por turma e o estatuto sócio-económico (Ver Amostra).

Podemos dizer que as opções metodológicas tomadas nesta investigação se devem ao facto de existirem, à partida, duas condições iniciais que queríamos respeitar: a primeira era que, posteriormente, pretendíamos devolver algumas das soluções encontradas aos professores; a segunda era seguir a linha de investigação da Psicologia Social Genética, onde cada vez mais se procuram criar ambientes de investigação partindo de situações reais de sala de aula, desenvolvendo-se, por isso, cada vez mais estudos contextualizados.

Como referem Cohen e Manion (1998) a maioria dos "estudos sobre ambientes educativos são quasi experimentais", (p. 164) uma vez "que o investigador se debate com limitações reais relacionadas com a avaliação ou selecção dos sujeitos ou com a dificuldade em manipular condições experimentais" (Tuckman, 1972, p. 113). Apesar das limitações metodológicas anteriormente referidas, a investigação empírica realizada partiu da unidade turma, mantendo, desta forma, características de um estudo contextualizado.

Resumidamente, o plano empírico usado incluía um grupo de controlo *versus* grupo experimental e um pré-teste e pós-teste, com selecção não aleatória dos sujeitos. Todos os sujeitos do estudo foram submetidos à primeira e segunda aplicação da E.C.D.L. e a uma situação de pré e pós-teste. Entre ambos os momentos, os sujeitos pertencentes ao grupo experimental foram submetidos a um tratamento cuja eficácia se pretendia avaliar (Montero, 1997). Este tratamento consistiu em três sessões de trabalho em díade com tarefas não-habituais da unidade curricular de Estatística, e uma discussão geral, em cada uma das turmas, entre a investigadora e as diferentes díades.

Diagnosticar e corrigir eventuais imprecisões, nas condições experimentais e nos instrumentos a utilizar, impõe a realização de um estudo piloto, sob pena de comprometer a investigação futura que se venha a realizar (Tuckman, 1972). Assim, no ano lectivo anterior (1995/1996), foram ensaiadas em duas escolas de Lisboa com alunos do 7º ano de escolaridade, as diferentes tarefas que seriam realizadas, as instruções que lhes estariam associadas, não esquecendo, ainda, as diferentes formas que a investigadora deveria adoptar no sentido de esclarecer os

alunos sem que, contudo, sugerisse informações que influenciassem as suas estratégias de resposta.

Posteriormente, estudaram-se as resoluções encontradas pelos alunos, a compreensão que tinham das tarefas, as questões levantadas durante a resolução das mesmas, o tempo necessário para a sua resolução e, ainda, as dificuldades sentidas quanto ao significado semântico das palavras, a clareza das instruções e a apresentação gráfica.

Concluídas as afinações decorrentes do estudo piloto, iniciou-se o trabalho empírico. Este decorreu ao longo de dois anos lectivos: 1996/1997 e 1997/1998. O segundo ano de trabalho empírico resulta da necessidade de replicação das condições experimentais como forma de validação dos resultados obtidos anteriormente (César, 1994; Cohen e Manion, 1998; Tuckman, 1972). Ao replicar, num momento posterior, o tratamento que pretende avaliar, a investigador está a garantir que os resultados obtidos não são fruto de um conjunto fortuito de condições responsáveis pelos desempenhos conseguidos pelos sujeitos, que aconteceram uma vez e não tornam a repetir-se, mas a consequência do tratamento que está a avaliar.

3.1. Amostra

O nosso estudo desenvolveu-se ao longo de dois anos lectivos (1996/1997 e 1997/1998). A amostra foi constituída por alunos do 7ºano de escolaridade, de duas escolas oficiais, do ensino regular diurno, da região da grande Lisboa.

A escolha das escolas teve em atenção alguns critérios no sentido de se aproximarem da realidade escolar dos alunos desse ano de escolaridade. Assim, procurámos junto da Direcção Regional de Educação de Lisboa, escolas onde, em anos anteriores, houvesse um elevado número de alunos matriculados no 7º ano de escolaridade, para garantir a possibilidade de ter na mesma escola alunos para o grupo experimental e alunos para o grupo de controlo, onde existisse uma taxa de insucesso na disciplina de Matemática semelhante aos números oficiais para a

população escolar portuguesa e uma população heterogénea do ponto de vista sócio-económico e cultural. Terminada uma primeira selecção de escolas que respondessem aos requisitos anteriores, iniciou-se um primeiro contacto para averiguar se os professores de Matemática estariam interessados em colaborar num trabalho deste tipo e se o Conselho Directivo estava disposto a aceitar a realização de uma investigação que decorreria durante dois anos lectivos consecutivos. Um cuidado suplementar foi ainda tido — o de escolher escolas que respeitassem as regras de continuidade pedagógica para que, no segundo ano, quando se fosse replicar o estudo, não houvesse professores que tivessem participado na investigação durante o ano lectivo anterior.

Durante os dois anos lectivos em que decorreu a investigação, as únicas turmas que não participaram no estudo foram as turmas do ensino especial ou dos currículos alternativos, uma vez que os conteúdos programáticos e as metodologias de trabalho sofrem modificações de acordo com os objectivos estabelecidos para essas mesmas turmas, no início do ano lectivo. Este facto iria, certamente, introduzir dinâmicas que, de momento, não pretendíamos analisar. Todas as restantes turmas do 7º ano de escolaridade das duas escolas fizeram parte do estudo. As turmas tinham entre 20 a 26 alunos cada uma.

Os alunos que ficaram retidos no final do primeiro ano lectivo em que decorreu a investigação, no ano seguinte não fizeram parte do estudo. No entanto, por questões éticas, nunca lhes foi dito que não participariam.

No ano lectivo de 1996/1997 fizeram parte da amostra 15 turmas, num total de 315 sujeitos distribuídos por ambos os sexos: 172 eram raparigas (55%) e 143 rapazes (45%). A idade dos alunos no início do ano lectivo estava compreendida entre os 11 anos e os 15 anos (μ=12,3; δ=0,9).

Destes 315 alunos, 93 raparigas (56%) e 72 rapazes (44%) integraram o grupo experimental (GE), num total de 165 sujeitos. Os restantes 150 alunos fizeram parte do grupo de controlo (GC), sendo 79 raparigas (53%) e 71 rapazes (47%).

O estatuto sócio-económico dos alunos foi avaliado através da escala Socio-Economical Status (S.E.S.) (César, 1988), que permite distribuir os sujeitos por cinco níveis em função da profissão e do grau de escolaridade dos pais. O nível 1 é o mais elevado e o nível 5, mais baixo.

A distribuição dos alunos por cada uma das cinco categorias da S.E.S. é a seguinte: no nível 1 temos 36 alunos (11%) ; no nível 2, 17 alunos (6%) ; no nível 3 encontram-se 89 (28%) alunos; no nível 4, 146 (46%) alunos e no nível 5, 27 (9%) alunos.

No ano seguinte, o ano em que o estudo foi replicado, fizeram parte da amostra 218 sujeitos, sendo 112 (51%) raparigas e 106 (49%) rapazes. A idade dos alunos no início do ano lectivo situava-se entre os 11 e os 15 anos (μ=12,8; δ=0,71).

Tal como tinha acontecido no ano anterior, do total dos 218 alunos, 108 vieram a fazer parte do grupo experimental (GE), dos quais 47 eram raparigas (44%) e 61 rapazes (56%). O grupo de controlo (GC) foi constituído por 110 sujeitos, sendo 65 raparigas (59%) e 45 rapazes (41%).

A distribuição dos alunos pela S.E.S., no segundo ano de realização da investigação, foi a seguinte: no nível 1 temos 26 alunos (12%); no nível 2, 21 alunos (10%); no nível 3 encontram-se 64 (29%) alunos; no nível 4, 84 (38%) alunos e no nível 5, 23 (11%) alunos.

Para terminar a caracterização dos alunos que pertenceram a esta amostra importa descrever um pouco da história de como a unidade curricular de Estatística foi leccionada. Atenda-se ao facto de que não fazia parte do plano da investigação uma observação minuciosa das práticas de sala de aula ou uma intervenção da investigadora nessas mesmas práticas, mas somente testemunhar como o tópico de Estatística era introduzido e desenvolvido, pelos vários professores, ao longo das aulas dedicadas ao seu estudo.

A investigadora tinha um papel de observador não participante, procurando nunca intervir, tirar notas escritas ou comentar com o professor as aulas a que tinha assistido. Este comportamento foi referido aos professores nas

primeiras reuniões do início do ano lectivo, uma vez que o objecto de estudo não era as práticas de sala de aula. A descrição, que seguidamente será feita, é baseada nos registos escritos reunidos pela investigadora no final de cada uma das aulas a que assistiu. Refira-se, ainda, que não se particularizará nenhuma situação, uma vez que a Estatística foi trabalhada nas diferentes turmas de uma forma bastante semelhante pelos vários professores, seguindo-se de perto os temas correspondentes ao programa. O número de aulas dedicado ao estudo da Estatística variou entre 7 e 8 aulas.

A introdução ao tema da Estatística decorreu ao longo de uma aula de 50 minutos, com a generalidade dos professores a fazerem apelo a situações da vida diária dos alunos onde conhecimentos de Estatística podem estar presentes. A partir dos vários exemplos trazidos pelos alunos (eleições, médias escolares, notícias de jornais ou de televisão) havia uma preocupação dos professores em os levar a pensar em questões que poderiam estar na base desse tipo de pesquisas, referindo-se ainda a como se pode recolher a informação. Para muitos alunos, identificar um problema que tivesse dado origem a um estudo estatístico não acontecia espontaneamente. Mais facilmente se lembravam de nomes, como média, ou o aspecto visual de um gráfico, do que do seu significado, ou como era o procedimento para o seu cálculo ou construção. Esta situação esteve presente nos dois anos em que decorreu esta investigação.

Na segunda aula dedicada ao estudo da Estatística verificou-se que o conceito de média era aquele que os alunos mais facilmente evocavam, mas quando os professores tentavam relembrar o seu algoritmo, poucos eram aqueles que dele se recordavam.

As aulas seguintes foram dedicadas à forma de organizar a informação e às medidas de tendência central. As situações escolhidas eram, quase sempre, aquelas a que facilmente se acedia na sala de aula: o número de irmãos, a altura, os programas de televisão favoritos, os clubes de futebol. Neste momento, era comum o professor organizar a recolha dos dados. A ordem de carteira e o estar sentado numa ou noutra fila marcava a interacção para o quadro onde o professor

registava a informação que o aluno transmitia. As tabelas eram os primeiros elementos de organização da informação apresentados aos alunos. A noção de frequência absoluta e relativa era transmitida através da exploração do levantamento de dados executado. Os gráficos (de barras, circulares e pictogramas) surgiam como uma alternativa às tabelas, havendo uma forte preocupação dos professores, traduzida na forma de questões que faziam aos alunos, para que não se limitassem à sua construção, mas que conseguissem lê-los e interpretá-los. Os gráficos circulares, que alguns professores optaram por trabalhar com os alunos no final da unidade, foram apresentados partindo das frequências relativas. Nalguns casos, como sendo mais uma coluna que se pode acrescentar à tabela.

Após a fase de construção e interpretação das tabelas e dos gráficos, tal como vem preconizado no programa, os alunos estudaram as medidas de tendência central: a média e a moda. Nesta altura os professores relembraram os procedimentos do algoritmo da média e discutiram a questão da representatividade dos valores extremos de uma distribuição. A moda, e o facto de poder apresentar dois valores numa mesma distribuição foi referido pelos professores, sem que contudo se partisse de uma nova situação, optando os professores por referir que uma distribuição também pode ser bimodal. Nas aulas a que assistimos foram escassos os exercícios onde os alunos se confrontaram com este tipo de distribuições.

Na sua maioria, os professores optavam por realizar exercícios do livro de texto, ou uma ficha individual, antes de introduzirem o conceito de mediana. O tipo de exercícios com que os alunos foram confrontados apresentava fortes semelhanças com as tarefas individuais que serviram de pré e pós-teste, como se pretendia neste estudo. Quase sempre, a correcção era feita no quadro, após o professor ter escutado as diferentes respostas apresentadas pelos alunos A discussão em volta das respostas consideradas erradas, pelos professores, mais facilmente se centrava no cálculo ou num procedimento menos bem conseguido do que na exploração de uma explicação apresentada por um aluno.

Nas aulas que observámos, a mediana surgiu como sendo um outro parâmetro, menos sensível aos valores extremos de uma distribuição, ao contrário do que acontecia com a média. Assistiu-se a uma preocupação dos professores em chamar a atenção dos alunos para o facto da medida de tendência central — moda, média ou mediana — mais adequada para representar um conjunto de dados depender da própria distribuição que se está a estudar, ou do contexto onde se insere. No entanto, esta discussão revelou-se marginal pois, na maioria dos exercícios que os alunos tiveram de resolver, os três parâmetros apareceram sempre juntos, não tendo por isso o aluno de escolher de entre eles qual o mais adequado, ou mesmo argumentar acerca das razões que o levaram a optar por um e não por outro.

A partir da quarta aula, a mediana passou a fazer parte das medidas que os alunos tinham de utilizar, juntamente com a média e a moda. A problemática do número de dados da distribuição da amostra ser par ou ímpar e a necessidade de os ordenar, atendendo às frequências absolutas, surgiu como mais uma regra no procedimento do cálculo da mediana, a que se deve estar atento. Porém, os exemplos ilustrativos foram escassos.

Tendo em conta as aulas observadas podemos dizer que, ao longo dos dois anos e nas 25 turmas observadas, a unidade de Estatística foi leccionada por diferentes professores que seguiram de perto o programa no que se refere à planificação. Contudo, as sugestões metodológicas como: as ligações deste tópico com outras disciplinas, os trabalhos de grupo ou os interesses dos alunos orientarem a recolha de dados que serviriam de base ao trabalho a realizar ao longo da unidade, não foram utilizadas pelos vários professores. As discussões em torno dos conceitos ou do seu significado estatístico também foram muito escassas, limitando-se, na maioria das vezes, à correcção de um algoritmo ou de um procedimento. Refira-se que as actividades propostas foram, essencialmente, exercícios.

O tipo de interacção presente nas salas de aula era, fundamentalmente, de tipo vertical, ou seja, professor/aluno, assumindo o professor um papel de

liderança nítida. No entanto, a atmosfera presente nas salas de aula permitia, na maioria das vezes, que se estabelecesse um diálogo aluno/professor, podendo-se observar que, por vezes, os alunos manifestavam dificuldades em se envolver nas actividades propostas.

3.2. Instrumentos

A revisão da literatura realizada ao longo dos capítulos anteriores evidencia como o tipo de tarefas propostas, as instruções dadas, o investigador que as propõe, o contexto que se cria, nomeadamente o contrato didáctico ou experimental estabelecido, não são elementos neutros para o desempenho dos sujeitos, devendo o investigador dedicar-lhe a sua atenção pois, como afirma Grossen (1997), "a resolução de uma tarefa é só uma parte de uma actividade mais complexa" (p. 12).

Assim, decidimos utilizar três tipos de instrumentos: (a) uma escala colectiva de desenvolvimento lógico, que seria aplicada pela investigadora no início e no final do ano lectivo; (b) duas tarefas habituais da unidade curricular de Estatística, uma para o pré-teste e outra para o pós-teste, passadas por um outro professor de Matemática; (c) três tarefas não-habituais da unidade curricular de Estatística, para serem resolvidas pelos alunos durante o trabalho em díade, na presença da investigadora.

3.2.1. Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.)

Piaget (1932), ao estudar o Juízo Moral das crianças, admite a possibilidade de a cooperação entre os pares estar relacionada com o pensamento operatório dos sujeitos. Contudo, só anos mais tarde, com os primeiros trabalhos de Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976) é que assistimos a um interesse

crescente em procurar compreender "os efeitos da interacção social sobre certos aspectos do desenvolvimento cognitivo" (Perret-Clermont, 1976/1978, p. 42).

Um dos grandes objectivos da presente investigação era avaliar se, quando os alunos trabalhavam em díade, apresentavam ganhos mais acentuados no desenvolvimento lógico e, para isso, tal como referem Kuhn (1979/1980) e Gilly (1988), seria necessário determinar através de pré-testes, ou de outros instrumentos de avaliação psicológica, quais os níveis de desenvolvimento e os tipos de respostas iniciais dos sujeitos, uma vez que só assim seria possível verificar se houve ou não progressos.

Para além de que, como um outro objectivo da presente investigação era procurar encontrar critérios mais eficazes para a formação das díades, isto é, formar díades onde os alunos se tornassem aprendizes mais competentes, importava estudar os alunos de um ponto de vista do seu desenvolvimento lógico, uma vez que queríamos tentar compreender o efeito das interacções sociais no desenvolvimento lógico dos alunos.

Aceitar como enquadramento teórico uma perspectiva construtivista e interaccionista, obrigou-nos a que a escolha do instrumento para avaliar o nível de desenvolvimento cognitivo dos sujeitos estivesse de acordo com a teoria operatória da inteligência de Piaget. Simultaneamente, pretendíamos um instrumento já adaptado para a população portuguesa na faixa etária dos sujeitos da presente investigação. De acordo com esta teoria, o desempenho do sujeito numa determinada prova operatória dá ao investigador informações acerca das estruturas operatórias de que este já dispõe ou ainda não possui. Pelo contrário, na perspectiva psicométrica, o desempenho do sujeito é utilizado para determinar a sua idade mental, tendo por base os resultados que obteve, comparativamente com outros sujeitos da mesma idade ou idades diferentes, que realizaram o mesmo teste (Longeot, 1964). Para Londeix (1985) existe ainda um outro aspecto relevante que diferencia estas duas abordagens — a forma como os desempenhos dos sujeitos são tratados. Na primeira abordagem, existe uma tradição muito mais

interpretativa, resultante do método clínico piagetiano, enquanto que, para a segunda, ela é mais quantitativa, fruto da psicologia diferencial.

A Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.) (ver Anexos A, B, C) é uma prova colectiva de papel e lápis, elaborada em França por Hornemann (1975), que a define como sendo uma "prova genética que utiliza o pensamento lógico, tal como Piaget o definiu, e que permite determinar em que estádio de desenvolvimento intelectual se encontra o sujeito" (Baldy e Paterne, 1979, p. 30). Assim, para estes autores, a E.C.D.L. apresenta-se como tendo uma vantagem, comparativamente a outros instrumentos utilizados, para avaliar o desempenho mental do sujeito — apoia-se numa base teórica sólida, a teoria operatória de Piaget. Para Baldy e Paterne (1979) a E.C.D.L., ao permitir analisar os desempenhos dos sujeitos em termos lógicos, possui um outro benefício: permite uma colaboração estreita entre professores e psicólogos, isto é, um trabalho conjunto numa perspectiva interdisciplinar.

Além das duas razões anteriores (ter um enquadramento teórico sólido e possibilitar um trabalho conjunto com professores) que nos levaram a eleger a E.C.D.L. para avaliar o estádio operatório correspondente aos desempenhos dos sujeitos, uma outra justificação, para esta prova ter sido escolhida, prendia-se com o facto de ter sido estudada e aferida para a população escolar da área da grande Lisboa por César e Esgalhado (César e Esgalhado, 1986; 1987a; 1987b; 1991).

A E.C.D.L. baseia-se na Escala de Desenvolvimento Lógico (E.P.L.) construída por Longeot (1974). A E.P.L. é uma escala individual, de papel e lápis, que recorre a provas de inspiração piagetiana, nomeadamente as que se relacionam com as curvas mecânicas, as probabilidades, as permutações e a conservação.

A população a que se destina a E.C.D.L. tem uma idade compreendida entre os 9 e os 16 anos, permitindo que, no actual sistema escolar português, possa ser aplicada desde o 5º até ao 11º ano de escolaridade, o que poderá ser uma qualidade interessante se pensarmos em termos de uma análise da evolução operatória dos sujeitos, nomeadamente ao longo da escolaridade obrigatória.

A prova compreende quatro sub-testes: cruzamentos, lâmpadas, desenhos e jogos de letras. Cada um dos itens, dos vários sub-testes, pode ser situado num dos diferentes estádios da teoria operatória, ou seja, cada item ou conjunto de itens, traduz uma operação característica de um determinado estádio de desenvolvimento.

No primeiro sub-teste — cruzamentos — temos 16 itens em que o conteúdo dos quatro primeiros são desenhos com temáticas diversas, os seis seguintes são palavras que apelam para diferentes situações e os restantes são sílabas que obedecem a uma determinada organização. Neste sub-teste apresentam-se ao sujeito cinco quadrados na vertical e outros cinco na horizontal, que se cruzam de modo a haver um quadrado vazio que resulta da intercepção entre ambos. O conteúdo dos quadrados varia em função do item em causa. A instrução consiste em pedir ao sujeito para encontrar, de entre as cinco possibilidades sugeridas, a mais adequada para o quadrado vazio. Para cada situação só existe uma resposta correcta. Este sub-teste faz apelo à operação lógica de intercepção de duas classes, ou seja, a capacidade do sujeito classificar elementos segundo duas dicotomias possíveis, o que corresponde ao estádio operatório intermédio.

No segundo sub-teste — lâmpadas — existem 6 itens que propõem ao sujeito um sistema que, primeiro, compreende duas lâmpadas e, depois, três, que se apagam ou acendem, segundo certas regras. No primeiro caso, uma abertura permite ver uma das lâmpadas, mas não as duas. No segundo caso, a abertura possibilita saber o que acontece com duas lâmpadas, mas não com as três. Pede-se ao sujeito que, através do raciocínio, descubra como estará a segunda ou a terceira lâmpada, conforme o caso. Neste sub-teste, o sujeito deverá recorrer à lógica das proposições, raciocinando com base em enunciados verbais, ou seja, a resposta encontrada pelo sujeito está, em certa medida, dependente do pensamento combinatório. Neste sub-teste há dois itens do estádio operatório concreto, um do estádio intermédio e três itens do estádio operatório formal A.

No terceiro sub-teste — desenhos — encontramos 8 itens onde é pedido ao sujeito para representar o movimento que um lápis faria ao deslocar-se sobre um rolo, que tanto pode estar parado como em movimento. O rolo está coberto com uma folha de papel branco. O desenho que o sujeito deverá realizar na folha de papel branco traduz o movimento do lápis, do rolo ou de ambos, em simultâneo ou separadamente. A folha de papel é apresentada ao sujeito desenrolada e o desenho que lhe é pedido para fazer deve representar o que ele veria quando desenrolasse a folha do rolo. Neste sub-teste o sujeito deve conceber o movimento que resulta da composição de duas deslocações: da translação do lápis e da rotação do rolo, ou seja, para cada desenho o sujeito deve combinar dois movimentos, que tanto podem ser simultâneos como não, recorrendo a um sistema interiorizado de referência com base na noção operatória de espaço euclidiano, ao nível representativo. Neste sub-teste há três itens do estádio operatório concreto, dois do estádio intermédio e três itens do estádio operatório formal B.

No quarto sub-teste — jogo de letras — temos um total de 4 itens. O sujeito deve escrever, dentro de quadrados vazios, todas as possibilidades de colocar três e depois quatro letras, sem as repetir. No terceiro e quarto itens o sujeito tem que dizer quantas maneiras diferentes existem de colocar cinco e seis letras mas, agora, sem a possibilidade de as escrever. No entanto, tem de justificar como encontrou esse número. A operação combinatória, presente neste sub-teste, é a permutação, com base na qual o sujeito deve descobrir todas as ordens possíveis de apresentar um determinado número de letras de forma diferente. Neste sub-teste há um item do estádio operatório concreto, um item do estádio operatório formal A e um item do estádio formal B.

A E.C.D.L., enquanto prova colectiva, apresenta uma forma de aplicação passível de recorrer a um só investigador treinado. É entregue a cada sujeito uma folha de resposta onde deve ser registada a sua resposta e um caderno com as instruções. Para cada sub-teste da prova existem sempre um ou dois exemplos que são explicados pelo investigador. Após todas as dúvidas serem esclarecidas, os sujeitos devem continuar sozinhos a prova, até ao sub-teste seguinte, ou até o

investigador dizer que terminou o tempo disponível para a sua realização. Para os primeiros três sub-testes existe um tempo limite, que não é dito ao sujeito, após o qual é convidado a interromper a prova e não voltar atrás, mesmo não a tendo terminado. No primeiro sub-teste o tempo limite é de 20 minutos, no segundo 5 minutos, no terceiro 8 minutos e o último não tem limite de tempo. O tempo médio necessário para os sujeitos realizarem a prova é de aproximadamente, de 80 minutos.

Os sub-testes da E.C.D.L. permitem situar os desempenhos dos sujeitos segundo cinco estádios de desenvolvimento: inferior ao concreto, concreto, intermédio, formal A e formal B. Assim, o sujeito pode responder correctamente a um máximo de seis itens do estádio concreto, a um máximo de seis itens do intermédio, a um máximo de quatro itens do formal A e a um máximo de quatro itens do formal B. O sujeito que resolva correctamente os seis itens referentes ao estádio concreto, completa este estádio e o mesmo acontece com os estádios seguintes, atendendo ao número de itens por estádio.

Hornemann (1975) prevê, ainda, a possibilidade das respostas dos sujeitos serem tratadas de uma forma mais sintética, por exemplo, devido à necessidade de uma difusão de resultados. Para isso, é obtida uma pontuação global conseguida através de um somatório entre os resultados dos vários sub-testes. O resultado global não pode exceder o valor vinte (três itens do sub-teste dos cruzamentos, mais seis do sub-teste das lâmpadas, mais oito do sub-teste dos desenhos e mais três do sub-teste do jogo das letras). Assim, em função do valor obtido e que resulta do somatório dos diferentes sub-testes, é identificado o estádio onde se situam os desempenhos dos sujeitos (ver Quadro 1).

Quadro 1: Estádios de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.)

Estádio	**Resultado Global**
Inferior ao Concreto	≤ 2
Operatório-Concreto	3-8
Intermédio	9-13
Formal A	14-17
Formal B	18-20

(Adaptado de Hornemann, 1975, p. 83)

3.2.2. As tarefas habituais

O objectivo subjacente à construção de tarefas habituais, que iriam servir para o pré-teste e para o pós-teste, resulta, por um lado, da necessidade em avaliar o nível de conhecimentos dos alunos sobre a unidade curricular de Estatística (7º ano de escolaridade) e, por outro lado, de pretendermos determinar eventuais progressos dos sujeitos após o trabalho em díade. Assim, em qualquer situação onde se procura avaliar se houve ou não apropriação de conhecimentos pelos sujeitos e uma promoção dos seus desempenhos estatísticos, é necessário determinar o nível de resposta inicial dos sujeitos através de um pré-teste.

Como referem Bell, Grossen e Perret-Clermont (1985), saber o nível de conhecimentos que um sujeito possui acerca de um determinado domínio é fundamental para garantir que compreende a tarefa proposta, ou seja, que reúne conhecimentos e competências que lhe irão permitir ter um papel activo durante a discussão e confrontação com o outro elemento com quem irá trabalhar em díade. A ideia anterior surge também num documento da Associação dos Professores de Matemática (1995), onde se pode ler que a solução para cada tarefa proposta pelo

professor na sala de aula, deve estar dentro das capacidades do aluno ou grupo de alunos.

Considerámos como sendo tarefas habituais as que são descritas como típicas pelos professores de Matemática, ou seja, o que eles dizem utilizar diariamente nas suas aulas e que podemos denominar como exercícios, onde é suposto o aluno aplicar um método imediato de resolução. Muitas vezes, isto significa o recurso a um ou mais algoritmos, ou procedimentos. Resumindo, o aluno tem um conjunto de conhecimentos prévios, que lhe permitem chegar à solução. As instruções dadas aos alunos para realizarem as tarefas habituais, são também usuais: cada um deve resolver individualmente cada pergunta.

Nesta investigação, as tarefas habituais foram realizadas individualmente, na sala de aula, na presença de um professor de Matemática, diferente do professor daqueles alunos. O recurso à calculadora, compasso, transferidor e régua, era permitido.

Para construirmos as tarefas habituais pedimos a um conjunto de professores de Matemática (N=18) que, durante o ano lectivo de 1994/1995 se encontravam a fazer a profissionalização em serviço, para nos mostrarem as tarefas que habitualmente apresentavam nas suas aulas, quando leccionavam a unidade curricular de Estatística, bem como os testes de avaliação que tinham utilizado nos anos lectivos anteriores, quando avaliaram esta unidade. Para além do material assim recolhido, foram ainda consultados vários livros de texto, utilizados na disciplina de Matemática.

De um conjunto de exercícios utilizados pelos vários professores e outros retirados dos livros de texto, seleccionámos aqueles que eram mais usuais e que se enquadravam na definição que Ponte (1992a) utiliza, "os exercícios exigem apenas a aplicação de um método de resolução já bem conhecido" (p. 95), uma vez que são fruto de uma repetição frequente.

Após se terem escolhido diversos exercícios, estes foram organizados de modo a elaborar duas tarefas habituais: uma serviria para o pré-teste e a outra, para o pós-teste. Ambas as tarefas foram alvo de uma avaliação e discussão com

professores de Matemática, que fazem parte do projecto *Interacção e Conhecimento* com o objectivo de saber:

(a) se ambas as fichas eram equivalentes em grau de dificuldade;

(b) se tinham uma linguagem adaptada a alunos do 7º ano de escolaridade;

(c) se abrangiam a totalidade dos temas abordados na unidade curricular de Estatística do 7º ano, nomeadamente, a recolha e organização de dados através de tabelas (de frequências absoluta e relativa) e de gráficos (de barras e circulares) e as medidas de tendência central (média, mediana e moda);

(d) se os cinquenta minutos de uma aula eram suficientes para a realização da tarefa.

Por sugestão dos professores de Matemática do projecto, atendendo à extensão das tarefas e para não desmotivar os alunos, estas foram subdivididas em duas partes. Em ambas as tarefas, uma parte continha os dados, organizados numa tabela de frequências, com base nos quais os alunos deveriam calcular a moda, a mediana e a média e, por fim, com base num outro conjunto de dados, era pedido aos alunos para construírem um gráfico circular. Na outra parte da tarefa, os alunos tinham de calcular a moda, a mediana e a média, partindo de um conjunto de dados, devendo para isso organizá-los numa tabela de frequências absolutas e relativas. Para terminar, era-lhes pedido para construírem, com base no mesmo conjunto de dados, um gráfico de barras.

Durante a discussão com os professores, um primeiro critério para a classificação das duas tarefas habituais foi igualmente debatido. Só então, ambas as tarefas habituais foram ensaiadas num estudo piloto, em quatro turmas do 7º ano de escolaridade de uma escola da cidade de Lisboa.

Quando, durante o estudo piloto, os alunos realizaram as tarefas habituais, para confirmar se de facto as duas eram equivalentes ou não, quanto ao seu grau de dificuldade, procedeu-se à bi-partição das turmas (de acordo com o número de cada aluno) e à rotação de cada uma das partes da tarefa, ou seja, metade da turma realizava primeiro a parte da tarefa que começava com os dados organizados num gráfico de barras, enquanto que a outra metade realizava a outra parte da tarefa.

Assim que um aluno terminava a primeira parte era-lhe entregue a segunda. O mesmo procedimento foi executado para cada uma das tarefas nas quatro turmas que fizeram parte do estudo piloto. Em resultado deste estudo verificou-se (Carvalho, 1998) que a ordem de apresentação, isto é, os alunos começarem a realizar a tarefa pelo gráfico de barras ou por um conjunto de dados organizados na forma de uma tabela, influenciava o seu desempenho, ou seja, quando os sujeitos começavam pelo gráfico cometiam menos erros na resolução desta tarefa do que quando a realizavam em segundo lugar. Este facto levou a que optássemos por que os alunos começassem sempre a tarefa habitual, quer no pré-teste quer no pós-teste, pela parte dos gráficos (ver Anexo E e G).

Os alunos eram informados, pela investigadora, logo no início da aula, que a tarefa tinha duas partes e que, assim que terminassem a primeira, deveriam pedir a segunda. A investigadora explicou aos alunos que estava a realizar um estudo acerca das melhores tarefas para colocar num livro de texto e que gostaria de saber a sua opinião acerca das mesmas. Assim, quando a acabavam de realizar e a entregavam à investigadora, era-lhes pedido um comentário acerca da mesma.

As informações assim recolhidas, bem como a análise dos resultados dos alunos, confirmaram, tal como tinham previsto os professores que trabalharam connosco, que ambas as tarefas habituais apresentavam um grau de dificuldade equivalente. Em ambos os casos, os alunos conseguiam concluir a totalidade da tarefa no tempo lectivo previsto. As principais alterações introduzidas com o estudo piloto foram: a ordem de apresentação das tarefas, algumas questões de vocabulário, uma maior clareza no texto de algumas perguntas, a extensão do número de dados presentes para a construção da tabela.

Os critérios, inicialmente discutidos com os professores de Matemática que trabalharam connosco na classificação das tarefas habituais, foram posteriormente reavaliados em função das respostas dos alunos. No final, estabeleceram-se três níveis de desempenho para classificar os sujeitos: fraco, médio e elevado (ver Anexo F). Na base deste esquema classificativo esteve, por um lado, uma hierarquização dos desempenhos dos sujeitos, no sentido de que o

nível mais elevado compreende uma resolução mais completa. Por outro lado, que os níveis mais elevados fossem sendo aqueles em que os alunos apresentavam um maior número de respostas correctas. O facto do esquema classificativo das tarefas habituais estar baseado nos desempenhos dos sujeitos garantia-nos, à partida, uma adequação entre a tarefa e a forma de a avaliar.

Uma vez que ambas as tarefas habituais podiam ser consideradas equivalentes, escolhemos aleatoriamente aquela que seria a tarefa do pré-teste e a do pós-teste. No entanto, o pré-teste era igual para todas as turmas, assim como o pós-teste. O professor de Matemática seleccionado e previamente treinado, entregava a tarefa aos alunos dizendo-lhes que esta tinha duas partes e que, logo que acabassem a primeira, deveriam pedir a segunda. Os alunos eram igualmente informados de que só deveriam tirar dúvidas com o professor que estava a passar a tarefa. A tarefa tinha a duração máxima de 50 minutos.

A tarefa que serviu para o pós-teste tinha as mesmas instruções que a do pré-teste, sendo passada pelo mesmo professor de Matemática que passou a tarefa do pré-teste.

3.2.3. As tarefas não-habituais

O objectivo presente na construção das tarefas não-habituais foi o de desencadear interacções ricas entre os dois elementos da díade, ou seja, permitir aos sujeitos a possibilidade de expor as suas ideias, ouvir as do outro elemento da díade, pôr questões, discutir estratégias e soluções, argumentar, criticar os pontos de vista alheios e, por fim, construir uma resolução em conjunto.

Tal como considera César (1994), pretendia-se, com as tarefas não-habituais, que os alunos não as identificassem como os exercícios típicos que fizeram na sala de aula quando estudaram a unidade curricular de Estatística, uma vez que queríamos que elas fossem geradoras de uma interacção social entre os dois elementos da díade, o que seria impossível de conseguir se os alunos se limitassem a aplicar uma estratégia de resolução sem terem de a negociar.

Para César (1994, 2000b) a grande vantagem das tarefas não-habituais deve-se ao facto de desencadearem mais facilmente interacções sociais entre os dois elementos da díade, já que não são conectadas com os tradicionais exercícios de Matemática, têm um carácter mais lúdico, revelam um maior grau de aderência dos alunos, fomentam menos situações de liderança autoritária por parte de um dos elementos da díade e uma maior persistência na tarefa, durante a sua realização.

Assim, as tarefas não-habituais parecem ser um dos elementos essenciais no desencadear das interacções sociais. Contudo, o modo como os dois elementos da díade compreendem a tarefa, as instruções dadas para a sua realização e as expectativas que constroem acerca do que a investigadora quer que eles façam, determina também parte da interacção gerada entre os sujeitos.

Se aceitarmos a definição apresentada por Ponte (1992a,) que entende "um problema como uma variedade de situações de natureza explícita ou apenas potencialmente problemática" (p. 97) para o qual "o aluno não dispõe de um método imediato de resolução, mas em cuja solução se empenha activamente" (p. 95), as tarefas não-habituais podem ser consideradas problemas, uma vez que não é sugerido, quer nas instruções dadas ao aluno quer no próprio texto, um procedimento para resolver a tarefa. Os alunos, ao não conhecerem *a priori* uma forma de resolução imediata da tarefa, mostram-se mais empenhados na sua procura pois, tal como refere Cabrita (1998), não vêem um meio ou um caminho aparente ou óbvio, para obter a solução. Contudo, como esta autora chama atenção, o que constitui um problema para um aluno pode não o ser para um outro, dependendo este obstáculo dos conhecimentos - e quanto a nós também da interpretação da situação e da atribuição de significado à tarefa - do próprio sujeito.

Porém, um elemento característico e introduzido com as tarefas não-habituais são as instruções de trabalho dadas aos dois alunos da díade A investigadora, quando as introduz, refere que as várias ideias e formas encontradas para resolver a tarefa, devem ser apresentadas, discutidas, compreendidas por

ambos e, no final, têm de chegar a um consenso, pois só podem escrever uma única estratégia de resolução.

As condições empíricas criadas para a realização das tarefas são igualmente não-habituais, ou seja, (a) é a investigadora quem passa as tarefas e que se identifica como não sendo um professor de Matemática, mas como alguém que está muito interessado em saber como os alunos pensam, o que fazem e dizem quando estão dois colegas a trabalhar acerca de uma tarefa de Matemática; (b) só é dada uma folha de resposta aos dois alunos; (c) a investigadora, mesmo quando solicitada pelos alunos, não comenta avaliativamente as resoluções encontradas; (d) a interacção que ocorria durante a realização da segunda tarefa não habitual era gravada em áudio, numa sala previamente acordada e num horário extra-curricular.

Atendendo ao plano empírico da investigação, existiam três sessões em que os alunos trabalhavam em díade, resolvendo as tarefas não-habituais: duas na sala de aula, (Tempos 2 e 4) com o limite de tempo de um período lectivo; outra, sem limite de tempo, num horário extracurricular (Tempo 3), para que se conseguisse proceder a uma gravação em áudio com um registo de som de maior qualidade. Foi, então, necessário construir as três tarefas não-habituais, discuti-las com os professores de Matemática do projecto *Interacção e Conhecimento* e, só depois, ensaiá-las junto de alunos do 7º ano de escolaridade, durante o estudo piloto.

Como queríamos conseguir o maior número possível de comportamentos naturais dos alunos, houve alguns cuidados metodológicos que foram tomados. Nomeadamente, não se pretendia que a investigadora fosse associada às tarefas habituais, anteriormente aplicadas, induzindo formas de resolução aos alunos, pela simples associação no facto de ser a mesma investigadora. Este cuidado obrigou a que as tarefas não-habituais fossem ensaiadas numa outra escola, também de Lisboa, com características semelhantes e com alunos do mesmo nível de escolaridade.

Partimos para esta fase do estudo piloto com um total de cinco tarefas não-habituais, para ensaiar junto de cinco turmas. Pretendíamos avaliar a tarefa (dificuldades sentidas com vocabulário empregue, conhecimentos estatísticos necessários, tempo gasto para a sua realização) e as instruções a dar aos alunos (como pedir para colaborarem os dois na procura de uma solução, como explicar que só era entregue uma folha de resposta para que de facto tivessem de chegar a um acordo quanto à forma de resolver a tarefa, como esclarecer dúvidas sem induzir estratégias de resolução, como dizer que todas as resoluções eram aceites desde que eles as tivessem discutido em conjunto e chegado a um consenso de que aquela era a melhor forma encontrada, por ambos, para resolver a tarefa). Tal como aconteceu com as tarefas habituais, foi dito aos alunos que a investigadora estava a escrever um livro de texto para as aulas de Matemática e que gostava de saber tudo o que eles tinham achado das tarefas e que, por isso, a sua opinião era importante. Como agora os alunos tinham que resolver as tarefas em díades e estávamos a experimentar as potencialidades da tarefa, os alunos trabalharam com o colega que habitualmente trabalhavam na aula de Matemática.

As cinco tarefas não-habituais foram concebidas pela investigadora, tendo por base algum material já existente, que sofreu adaptações, nomeadamente Abrantes (1988/1990), Grupo Azarquiel (1993), National Council of Teachers of Mathematics (1991, 1994) e, ainda, dois livros de texto, *Matemática 7º Ano* (Lopes et al., 1992) e *A Aventura Matemática* (Abrantes e Carvalho, 1995). É de referir que as tarefas que serviram de base à construção das tarefas não-habituais estavam identificadas pelos seus autores como sendo problemas e não como exercícios.

Após os alunos do estudo piloto terem realizado as várias tarefas, de termos ouvido os seus comentários e analisado as suas resoluções escritas e as nossas observações, as cinco tarefas iniciais foram reformuladas. Como cada tarefa tinha mais do que uma proposta de trabalho, mostrando-se algumas mais interessantes, em termos de empenhamento dos alunos e estratégias naturais de resposta, por estarem junto de outras menos conseguidas, e que por isso deveriam

ser anuladas, houve tarefas que foram trocadas entre si. Assim, importava tornar a passar as tarefas junto de mais três turmas, para avaliar as alterações introduzidas e se as tarefas correspondiam aos objectivos de cada uma das sessões de trabalho que os alunos tinham de realizar em díade.

Após as três tarefas não-habituais estarem concluídas, e em função do nosso plano empírico, duas tarefas seriam realizadas na sala de aula e a outra num horário extra curricular. Como a tarefa que seria realizada fora da sala de aula, em horário extra-curricular, não tinha limite de tempo, foi, propositadamente, a mais longa. Contudo, as díades gastavam em média 40 a 50 minutos para a resolver, não lhes sendo nunca dito quanto tempo tinham para realizar a tarefa, excepto quando os alunos manifestaram interesse em saber. Nesse caso, eram informados que acabavam quando quisessem.

Para as tarefas não-habituais não houve nenhum esquema classificativo pré-estabelecido. Eram aceites todas as respostas apresentadas pelas díades, dado que pretendíamos analisar o papel dos diferentes tipos de díades nos desempenhos dos sujeitos e quais os tipos cujas interacções desencadeavam mais progressos estatísticos nos alunos, sendo dada especial atenção ao processo de aparecimento de uma determinada estratégia de resolução, na díade.

3.3. Procedimento

Após terem sido escolhidas as duas escolas, contactados os Conselhos Directivos e conseguidas as respectivas autorizações para que a investigação pudesse ser realizada, efectuaram-se, no início do mês de Setembro do ano lectivo de 1996/1997, diversas reuniões de trabalho com os delegados de grupo e os professores de Matemática que leccionavam turmas do 7º ano com a finalidade de: esclarecer e explicar o plano de trabalho (os objectivos do projecto *Interacção e Conhecimento* e os objectivos da investigação realizada no âmbito desta dissertação; o número de aulas necessárias; os *timings* para essas aulas; a descrição do modo como seria feita a selecção das turmas para integrarem o grupo

experimental e o grupo de controlo; as implicações decorrentes desse facto no número de aulas necessárias para a concretização da investigação; as tarefas habituais e não-habituais que iriam ser passadas); e saber quando seria leccionada a unidade curricular de Estatística. Desde logo ficou esclarecido com os professores que a investigadora não pretendia interferir no funcionamento das aulas ou das actividades, ficando no entanto acordado que assistiria a algumas aulas daquela unidade curricular. Numa das escolas a unidade de Estatística ficou planeada para o início do ano lectivo e na outra, no começo do segundo período. Esta planificação manteve-se no ano seguinte.

Depois da autorização dos Conselhos Directivos das duas escolas, do consentimento do delegado de grupo de Matemática e dos professores de Matemática que leccionavam o 7º ano, esclareceram-se, igualmente, os directores de todas as turmas do 7º ano acerca do projecto, sendo-lhes pedido que informassem os encarregados de educação sobre esta investigação, durante a reunião de pais de abertura do ano lectivo e, ainda, que solicitassem a sua autorização. Nalguns casos, os directores de turma consideraram conveniente ser a investigadora a falar com os encarregados de educação, por considerarem que a sua presença personalizava a investigação e, na eventualidade de alguma dúvida, esta poderia ser imediatamente esclarecida. Os professores de Educação Visual foram também informados da investigação, sendo-lhes pedido a cedência de duas aulas de dois tempos lectivos consecutivos, uma no início e a outra no final do ano lectivo, necessárias para a realização da E.C.D.L.

A investigadora falou com todos os alunos do 7º ano durante uma aula do director de turma, acerca do projecto e da investigação que pretendia realizar com a sua colaboração. Durante essa conversa esclareceu as dúvidas dos alunos e explicou-lhes que estava a tentar estudar como é que os alunos do 7ºano de escolaridade pensavam, quando tinham que resolver determinadas tarefas Matemáticas. Como os alunos tinham de efectuar uma prova psicológica, a Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.), e participar numa sessão de trabalho, que na maioria dos casos significou terem de vir à escola num horário

extra-curricular, os encarregados de educação deveriam autorizar, por escrito, a participação do seu educando. Este procedimento foi idêntico para todos os alunos.

Logo após a recolha das autorizações e excluídos aqueles que não participavam (mas que permaneciam na sala de aula a realizar uma actividade planeada pelo professor), procedeu-se à primeira aplicação da E.C.D.L. durante, o mês de Setembro (ver Quadro 2). A prova era passada pela investigadora numa aula de Educação Visual, demorando entre 70 a 80 minutos a ser realizada. Concluída a aplicação da E.C.D.L. as respostas dos alunos eram analisadas e classificadas num dos cinco estádios estabelecidos por Hornemann (1975).

Logo que os professores de Matemática consideraram terminada a unidade curricular de Estatística e realizadas todas as actividades deste tema, incluindo as avaliações sumativas, foi passada, em todas as turmas e a todos os alunos, a tarefa habitual que servia de pré-teste (ver Quadro 2). De acordo com o que tinha ficado estabelecido no início do ano lectivo numa escola, o pré-teste foi realizado pelos alunos durante o mês de Outubro e na outra, no mês de Março. Nas reuniões de Setembro tinha sido aceite pelos professores que, nesse ano lectivo, esta unidade não voltaria a ser explicitamente utilizada ou trabalhada na sala de aula até que tivéssemos aplicado o pós-teste. Deste modo, pretendíamos controlar os eventuais progressos conseguidos pelos sujeitos e que, deste modo, não poderiam ser atribuídos a actividades propostas pelos professores.

Foi ainda pedido aos professores de Matemática que recolhessem, junto dos alunos, qual a nota final que tinham tido a esta disciplina no ano anterior e nos descrevessem o clima da turma (as amizades ou rivalidades, os alunos que consideravam mais fracos e os melhores, se havia alunos que andavam sempre juntos). Estas informações contribuíram, quando formámos as díades, para evitar juntar dois alunos que pudessem trazer outro tipo de factores ao nosso estudo.

A tarefa habitual que servia para o pré-teste era individual, realizada na sala de aula e passada por um professor de Matemática que não se identificava como fazendo parte da investigação, mas como um professor de Matemática que

estava a escrever um livro de Matemática para vir a ser utilizado nas aulas do 7º ano. Nesse dia a investigadora não aparecia na escola. A razão de ser destes cuidados residia no facto da investigadora não querer que os alunos a associassem com as tarefas habituais de Estatística para que, mais tarde, quando da realização das tarefas não-habituais, a sua presença não lhes sugerisse estratégias de resolução habituais.

Terminada a realização do pré-teste, os desempenhos dos alunos eram analisados e classificados de acordo com os três níveis (Fraco, Médio e Elevado), de acordo com o esquema classificativo das tarefas habituais (ver Anexo F).

A distribuição das diversas turmas entre o grupo experimental e o grupo de controlo, foi feita com base nos desempenhos dos alunos em relação à E.C.D.L. e no pré-teste, havendo o cuidado de que, em cada um dos grupos, estivessem turmas com um número semelhante de sujeitos nos diferentes estádios operatórios e nos vários níveis de desempenhos do pré-teste, garantindo-se, desta forma, a maior semelhança possível entre ambos os grupos.

Concluída a divisão das diversas turmas pelo grupo de controlo ou grupo experimental, os professores de Matemática eram informados da escolha efectuada. No caso da turma fazer parte do grupo de controlo, o professor só teria de ceder mais um tempo lectivo, sensivelmente um mês e meio após o pré-teste, para a realização do pós-teste. No caso da turma fazer parte do grupo experimental, o professor e a investigadora calendarizavam as aulas, de acordo com o plano empírico, apresentado no início do ano lectivo. No intervalo de tempo que decorria entre as várias sessões do trabalho empírico, o professor seguia a planificação estabelecida no início do ano para a sua disciplina, quer se tratasse do grupo de controlo ou do grupo experimental.

Estabelecidas quais as turmas que iriam integrar o grupo experimental, faltava, para se poder iniciar o trabalho em díade, formar as próprias díades. De acordo com César (1994), podem formar-se díades de sujeitos com o mesmo nível de desempenho (díades simétricas) ou de níveis diferentes (díades assimétricas).

Com a presente investigação, estávamos interessados em identificar quais os tipos de díades responsáveis por mais progressos nos desempenhos lógicos e estatísticos dos alunos, mantendo o mesmo critério estabelecido por César (1994), acerca das díades assimétricas ou simétricas. As díades podiam, então, ser: simétricas em relação ao estádio operatório e ao nível da tarefa do pré-teste (Tipo 1); assimétricas em relação ao estádio operatório e simétricas em relação ao nível da tarefa do pré-teste (Tipo 2); simétricas em relação ao estádio operatório e assimétricas em relação ao nível da tarefa do pré-teste (Tipo 3); assimétricas em relação ao estádio operatório e ao nível da tarefa do pré-teste (Tipo 4). Assim, os quatro tipos de díades foram:

Tipo 1: ambos os sujeitos têm o mesmo estádio de desenvolvimento lógico na E.C.D.L. e o mesmo nível na tarefa do pré-teste. (E.C.D.L.= Pré-teste=)

Tipo 2: ambos os sujeitos têm um estádio diferente de desenvolvimento lógico na E.C.D.L. e o mesmo nível na tarefa do pré-teste. (E.C.D.L.≠ Pré-teste=)

Tipo 3: ambos os sujeitos têm o mesmo estádio de desenvolvimento lógico na E.C.D.L. e diferentes níveis na tarefa do pré-teste. (E.C.D.L.= Pré-teste≠)

Tipo 4: ambos os sujeitos têm diferente o estádio de desenvolvimento lógico na E.C.D.L. e o nível na tarefa do pré-teste. (E.C.D.L.≠ Pré-teste≠)

Após a formação das díades nas diferentes turmas do grupo experimental e, sensivelmente quinze dias após os alunos terem realizado a primeira tarefa habitual (pré-teste), resolviam em díade, na sala de aula, a primeira tarefa não-habitual, dando-se assim início ao trabalho colaborativo que estávamos a avaliar.

Nesta altura, a investigadora lembrava aos alunos do grupo experimental, tal como lhes havia dito no início do ano lectivo, que estava a estudar o modo como eles pensavam quando tinham de trabalhar com um colega sugerido por ela. Esse colega podia completar o seu pensamento e, por isso, deveriam pensar sempre alto, discutirem um com o outro a resolução que cada um tinha encontrado para a tarefa e, só depois, poderiam escrevê-la. O objectivo desta instrução, introduzida com o contrato experimental que a investigadora estabelecia com as díades, era o de fomentar uma ruptura com as rotinas presentes nas práticas de sala de aula que os alunos conheciam e onde, habitualmente, são privilegiadas as interacções verticais, professor/aluno. Pretendia-se, assim, minimizar os efeitos de contaminação entre aquilo que os sujeitos costumam fazer na sala de aula de Matemática e os seus desempenhos nas tarefas não-habituais.

Sete dias após a realização da primeira tarefa não-habitual, as díades realizavam a segunda tarefa não-habitual. As dificuldades inerentes a uma gravação com qualidade de audição, para uma transcrição posterior dos diálogos, cerca de 12 díades estão a trabalhar numa sala de aula, obrigou que a resolução da segunda tarefa não-habitual fosse concretizada numa sala cedida pelo Conselho Directivo, de acordo com um horário extra-curricular combinado, previamente, entre a investigadora e os dois alunos de cada díade.

Na sala encontrava-se a investigadora que explicava aos alunos o que deveriam fazer, se não houvesse dúvidas podiam começar quando desejassem. Quando os alunos entraram na sala a investigadora informava-os que ia gravar tudo o que ali se ia dizer e que no fim, eles podiam ouvir a sua gravação. Nas reuniões com os pais e os directores de turma, no início do ano, ambos foram informados desta situação. Todo o diálogo que se estabeleceu desde que os alunos entravam na sala e a sua conversa com a investigadora era gravado.

Terminada esta fase a investigadora sentava-se numa outra mesa de forma a ver os alunos, mas que eles não a vissem para não se sentirem observados. A investigadora observava e registava os comportamentos dos alunos o mais discretamente possível. A mesa da investigadora apresentava-se com diversos

papéis, que de vez em quando manipulava, para dar a sensação de estar a trabalhar.

A gravação das interacções das várias díades nunca foi efectuada no mesmo dia por todos os sujeitos de uma turma, devido a certas limitações técnicas (um investigador para cerca de 12 díades por turma, com poucos tempos livres nos horários das turmas, alunos com outras actividades extra-curriculares, etc.). Contudo, procurou-se que a distância temporal entre a primeira díade que fazia a gravação e a última nunca fosse superior a uma semana, por turma.

As díades realizavam a terceira tarefa não-habitual sete dias após a conclusão da segunda tarefa não-habitual, na sala de aula e na presença da investigadora.

Na aula seguinte, concluída a realização das três sessões do trabalho em díade, passava-se para a fase seguinte do trabalho empírico: a discussão geral, entre as diversas díades e a investigadora. Esta discussão, gravada em vídeo, incidia nas diversas resoluções encontradas pelas díades na segunda tarefa não-habitual, que tinha sido gravada em áudio, pelo que podia ser objecto de uma análise mais detalhada.

Quinze dias após esta discussão, sensivelmente um mês e meio depois da data do pré-teste, todos os sujeitos da amostra (grupo de controlo e grupo experimental) resolviam o pós-teste, na sala de aula, com professor de Matemática que tinha passado o pré-teste.

Durante a terceira e a quarta semana de Maio todos os alunos realizaram a segunda aplicação da E.C.D.L. e responderam a algumas perguntas para identificar o seu estatuto sócio-cultural e sobre a representação social da Matemática e da Estatística.

No ano lectivo seguinte (1997/1998) o estudo foi replicado, seguindo-se todos os procedimentos descritos no ano lectivo anterior (1996/1997). O único cuidado foi o de não incluir na amostra, alunos que tivessem pertencido ao estudo, no ano lectivo anterior, embora eles tivessem efectuado as tarefas para que não se pudessem sentir marginalizados.

Quadro 2: Resumo do Trabalho Empírico

— **Reuniões de trabalho** com os Conselhos Directivos, delegados do grupo de Matemática, professores de Matemática com turmas de 7º ano, directores de turma, professores de Educação Visual e os encarregados de educação.

— **Aplicação da E.C.D.L.**
- Todos os alunos do 7º ano de escolaridade (aplicação efectuada durante o final do mês de Setembro, em ambas as escolas);
- A escala foi passada pela investigadora.

(No final era pedido aos alunos a profissão e habilitação académica do pai e da mãe)

Tempo 1: Realização das tarefas habituais referentes ao pré-teste
- Todos os alunos do 7º ano de escolaridade (aplicação a realizar depois da unidade de Estatística ter sido terminada e de o professor de cada turma a considerar concluída, inclusive em termos de avaliação);
- O professor estava presente na aula, mas não intervindo;
- A tarefa foi passada por um outro professor de Matemática.

(Divisão das turmas entre GC e GE. Formação das díades)

Tempo 2: Início da realização das tarefas não-habituais – Primeira tarefa não-habitual (15 dias após o tempo 1)
- Os alunos trabalham a primeira tarefa não-habitual (NH1) em díades, na sala de aula;
- O professor estava presente na aula, mas não intervindo;
- A tarefa é apresentada pela investigadora.

Tempo 3: Realização da segunda tarefa não-habitual (7 dias após o tempo 2)
- As díades realizam a segunda tarefa não-habitual (NH2) fora da sala de aula, num horário extra-curricular;
- A interacção entre os alunos da díade é gravada em áudio;
- A tarefa é apresentada pela investigadora.

Tempo 4: Realização da terceira tarefa não-habitual (após todas as díades da turma terem realizado o tempo 3; aproximadamente 7 dias depois do tempo 3)
- As díades trabalham na sala de aula a terceira tarefa não-habitual (NH3) referente ao tempo 4;
- O professor estava presente na aula, mas não intervindo;
- A tarefa é apresentada pela investigadora.

Tempo 5: Discussão na turma entre a investigadora e as díades (na aula seguinte à terceira tarefa não-habitual)
- As díades discutem entre si e com a investigadora as suas resoluções da segunda tarefa não-habitual (NH2);
- O professor estava presente na aula, mas não intervindo;
- A sessão é gravada em vídeo.

Tempo 6: Realização das tarefas habituais referentes ao pós-teste (15 dias após o tempo 5)
- Todos os alunos do grupo de controlo e do grupo experimental;
- A tarefa é realizada individualmente pelos alunos na sala de aula;
- A tarefa é passada pelo mesmo professor de Matemática que passou o pré-teste;
- O professor estava presente na aula, mas não intervindo.

— **Aplicação da E.C.D.L.**
- Todos os alunos do 7º ano de escolaridade (aplicação efectuada durante o final do mês de Maio);
- A prova foi passada pela investigadora.

CAPÍTULO 5

APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

No presente estudo considerámos duas grandes questões: 1) investigar se os alunos do grupo experimental (GE), que trabalham em díade de acordo com o plano empírico, apresentam mais progressos no desenvolvimento lógico do que os alunos do grupo de controlo (GC); 2) investigar se os alunos do grupo experimental (GE), que trabalham em díade de acordo com o plano empírico, revelam mais progressos no pós-teste do que os alunos do grupo de controlo (GC).

Neste capítulo são apresentados os resultados obtidos que nos permitem responder às duas questões anteriores. Procedemos, ainda, a uma análise de índole qualitativa para: identificar alguns erros e dificuldades mais frequentes na resposta a tarefas habituais de Estatística em alunos do 7º ano de escolaridade; pesquisar estratégias de resolução utilizadas pelos alunos quando resolvem tarefas não-habituais de Estatística; comparar os quatro tipos de díades quanto aos progressos no desenvolvimento lógico e nos desempenhos estatísticos dos alunos; identificar dinâmicas de interacção das díades, facilitadoras da resolução das tarefas propostas.

1. Referentes à Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.)

No início deste estudo uma das questões principais era verificar se os alunos do grupo experimental (GE), que trabalharam em díade, de acordo com o plano empírico, enquanto resolviam tarefas não-habituais, apresentavam mais progressos no seu desenvolvimento lógico, avaliado através da E.C.D.L., do que os alunos do grupo de controlo (GC), que não tinham sido submetidos às condições de trabalho colaborativo.

1.1. Caracterização do percurso dos alunos na E.C.D.L.

Nos Quadros 3 e 4 temos a distribuição dos sujeitos pelos vários desempenhos de desenvolvimento lógico avaliados pela E.C.D.L., na primeira aplicação (início do ano lectivo) e na segunda aplicação (final do ano lectivo), para cada um dos anos em que o trabalho empírico foi implementado.

Podemos constatar no Quadro 3 (1996/1997) que, na primeira aplicação da E.C.D.L., referente ao início do ano lectivo, o grupo de controlo (GC) está muito próximo do grupo experimental (GE), observando-se que os desempenhos dos sujeitos de ambos os grupos estão distribuídos de uma forma semelhante pelos diferentes estádios. Uma pequena e única diferença refere-se ao estádio operatório concreto e ao intermédio: no grupo de controlo há mais 6% de sujeitos com desempenhos no estádio operatório concreto; no grupo experimental temos mais 7% de alunos com desempenhos no estádio intermédio. Se tivermos em atenção que o procedimento para a formação do grupo de controlo e do grupo experimental consistiu em comparar os desempenhos das diversas turmas em relação à E.C.D.L., e não cada sujeito separadamente, colocando-se depois uma turma no grupo de controlo e outra, com resultados globalmente semelhantes, no grupo experimental, parece-nos legítimo aceitar que esta distribuição das turmas pelos dois grupos pode ser considerada como equivalente.

De acordo com o Quadro 3, no final do ano lectivo verificamos que os dois grupos se afastam entre si. Assim, podemos afirmar que há uma evolução mais acentuada do desenvolvimento lógico dos desempenhos dos sujeitos pertencentes ao grupo experimental (GE) do que dos desempenhos dos sujeitos do grupo de controlo (GC).

Quadro 3: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos na primeira e na segunda aplicação da E.C.D.L. (1996/1997)

	Inferior ao Concreto		Concreto		Intermédio		Formal A		Formal B			
	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª
GC	3 (2%)	0 (0%)	76 (51%)	50 (33%)	60 (40%)	73 (49%)	11 (7%)	25 (17%)	0 (0%)	2 (1%)	150 (100%)	150 (100%)
GE	0 (0%)	0 (0%)	77 (47%)	18 (11%)	75 (45%)	107 (65%)	13 (8%)	39 (23%)	0 (0%)	1 (1%)	165 (100%)	165 (100%)
Total	3 (1%)	0 (0%)	153 (48%)	68 (22%)	135 (43%)	180 (57%)	24 (8%)	64 (20%)	0 (0%)	3 (1%)	315 (100%)	315 (100%)

Este quadro mostra ainda que, no início do ano, 153 (48%) dos 315 alunos tinham um desempenho característico do estádio operatório concreto e que, no final do ano, a maioria dos alunos, 180 (57%), consegue desempenhos típicos do estádio intermédio. Contudo, esta evolução é mais acentuada nos sujeitos que trabalharam em interacção as tarefas não-habituais, ou seja, os sujeitos pertencentes ao grupo experimental (GE). Neste grupo, 107 (65%) dos alunos encontram-se com desempenhos característicos do estádio intermédio, mas quando observamos os dados do grupo de controlo verificamos serem 73 (49%) os alunos a terem um desempenho correspondente a este estádio.

O Quadro 3 permite-nos também constatar que, em ambos os grupos, o número de sujeitos que tem desempenhos típicos dos estádios formal A e formal B é muito semelhante entre si, quer na primeira aplicação da escala quer no final do ano lectivo, havendo mesmo no início do ano um número igual de sujeitos em ambos os grupos. Contudo, apesar dos dois grupos terem na segunda aplicação da E.C.D.L. um número muito próximo, respectivamente 25 alunos (17%) para o grupo de controlo e 39 (23%) para o grupo experimental, é neste último onde se verifica o maior número de progressos.

Se considerarmos a segunda aplicação da E.C.D.L., vemos que não só há mais sujeitos do grupo de controlo que mantêm desempenhos característicos do estádio operatório concreto (33% *versus* 11% do grupo experimental) como ainda há 49% de sujeitos com desempenhos próprios ao estádio intermédio para os 65% de alunos do grupo experimental. Existindo uma situação de partida muito idêntica nos dois grupos, há diferenças na evolução do desenvolvimento lógico dos alunos em função de terem pertencido ao grupo de controlo ou ao grupo experimental, conforme também se pode confirmar no Quadro 5, que se refere à evolução dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L., em 1996/97 e 1997/98.

No Quadro 4 verifica-se que, tal como acontecia no ano anterior, no início do ano lectivo a maioria dos desempenhos dos sujeitos de ambos os grupos (GE e GC) encontrava-se no nível das operações concretas (51%), passando a haver desempenhos intermédios (61%) no final do ano lectivo.

Quadro 4: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1997/1998)

	Inferior ao Concreto		Concreto		Intermédio		Formal A		Formal B			
	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª	1ª	2ª
GC	2 (2%)	0 (0%)	46 (42%)	36 (33%)	56 (51%)	57 (52%)	6 (5%)	16 (14%)	0 (0%)	1 (1%)	110 (100%)	110 (100%)
GE	1 (1%)	0 (0%)	65 (60%)	11 (10%)	38 (35%)	77 (71%)	4 (4%)	19 (18%)	0 (0%)	1 (1%)	108 (100%)	108 (100%)
Total	3 (1%)	0 (0%)	111 (51%)	47 (22%)	94 (43%)	134 (61%)	10 (5%)	35 (16%)	0 (0%)	2 (1%)	218 (100%)	218 (100%)

Embora no início do ano lectivo houvesse mais alunos do grupo experimental (GE) com desempenhos característicos ao estádio das operações concretas (61% por oposição a 42% do grupo de controlo) verifica-se que, no final do ano lectivo, quando é aplicada a E.C.D.L. pela segunda vez, são os alunos do grupo de controlo (GC) os que permanecem com desempenhos em maior número no estádio das operações concretas (33% *versus* 11% do grupo experimental). O mesmo se verifica quando olhamos para a frequência dos alunos que têm

desempenhos no início e no final do ano lectivo no estádio intermédio. Tal como acontecia no ano anterior, a maior evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L., aparece confirmada no Quadro 6, que apresenta esta evolução entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L., em 1997/1998.

1.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental na E.C.D.L.

No Quadro 5 encontram-se os dados relativos aos progressos nos desempenhos referentes ao desenvolvimento lógico, obtidos pelos sujeitos do grupo experimental (GE) e pelos sujeitos do grupo de controlo (GC), no ano lectivo de 1996/1997. No Quadro 6 temos o mesmo tipo de dados, mas para o ano lectivo de 1997/1998, quando procedemos à replicação do estudo.

Em ambos os quadros temos na condição sem progresso os sujeitos que mantiveram desempenhos no mesmo estádio de desenvolvimento lógico, ou seja, aqueles que não evoluíram entre a primeira e a segunda aplicação da escala. Na segunda condição, progresso, encontram-se os que apresentaram, na segunda aplicação, desempenhos próprios de um estádio de desenvolvimento lógico mais avançado.

Quadro 5: Evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1996/1997)

	Sem Progresso	Progresso	Total
GC	91 (61%)	59 (39%)	150 (100%)
GE	83 (50%)	82 (50%)	165 (100%)
μ	174	141	315

Hipótese: GE>GC, p=0.042
Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Observando o Quadro 5, constatamos serem os desempenhos dos sujeitos pertencentes ao grupo experimental (GE), aqueles que revelam mais progressos (50%), comparativamente aos do grupo de controlo. Interessante é o facto de metade dos alunos do grupo experimental (50%) não progredir e os restantes (50%) evoluírem entre as duas aplicações da prova.

Quando usamos o teste de Jonckheere (Grass, 1981; Jonckheere 1954; Leach, 1982; Pochon, 1991, 1997), construído a partir do S de Kendall, para estudar as duas condições, sem progresso e progresso, obtemos um resultado estatístico significativo (p=0.042).

Confirma-se, assim, a nossa primeira hipótese: são os desempenhos dos sujeitos que trabalharam colaborativamente, durante três sessões, aqueles que mais progridem quanto ao desenvolvimento lógico.

Baseados no Quadro 6 podemos constatar que, tal como tinha acontecido no ano lectivo anterior, são os desempenhos dos sujeitos dos grupo experimental (GE) os que evidenciam mais progressos (65% contra os 30% do grupo de controlo) e, ainda, que a percentagem de desempenhos dos alunos do grupo de controlo que não progride (70%) seja muito semelhante aos do grupo experimental que progridem (65%).

Quadro 6: Evolução dos desempenhos dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. (1997/1998)

	Sem Progresso	Progresso	Total
GC	77 (70%)	33 (30%)	110 (100%)
GE	38 (35%)	70 (65%)	108 (100%)
μ	115	103	218

Hipótese: GE>GC, p=0.0000003
Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Os dados anteriores sugerem a presença de uma relação inversa entre o progresso e os sem progresso dos desempenhos dos alunos pelo facto de pertencerem, ou não, ao grupo experimental. Assim, trabalhar colaborativamente,

com tarefas não-habituais e em contextos de sala de aula onde os contratos didácticos tradicionais são modificados, pode ser uma das formas de promover progressos cognitivos desempenhos dos alunos.

Tal como tínhamos feito em 1996/1997, recorremos ao teste de Jonckheere para examinar as duas condições, sem progresso e progresso, obtendo-se um resultado muito significativo (p=0.0000003). Mais uma vez, são os desempenhos dos alunos que trabalharam colaborativamente e com tarefas não-habituais os que tiveram uma evolução mais acentuada, mesmo tratando-se apenas de três sessões de trabalho colaborativo. Assim, tanto no ano em que efectuámos o primeiro estudo (1996/97), como quando procedemos à sua replicação (1997/98), são os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental (GE) os que revelaram mais progressos quanto ao desenvolvimento lógico.

Um facto que podemos constatar quando nos debruçamos sobre os Quadros 5 e 6, corroborado igualmente pelos valores do teste de Jonckheere, é que, quando replicamos o estudo, temos um maior número de desempenhos de alunos do grupo experimental, comparativamente ao ano anterior, a manifestar mais progressos quanto ao desenvolvimento lógico, relativamente ao grupo de controlo.

2. Referentes às Tarefas Habituais

A revisão da literatura anteriormente realizada apontava a situação de trabalho criada, as instruções de trabalho fornecidas às díades e as tarefas que deveriam realizar como elementos que não eram neutros em relação aos desempenhos dos alunos.

As tarefas habituais funcionam como um instrumento com um duplo papel: num primeiro momento, permitem identificar os conhecimentos dos sujeitos em relação à unidade curricular que estamos a estudar; num segundo momento, possibilitam avaliar a eficácia do trabalho empírico, quando se

comparam os desempenhos do grupo de controlo e do grupo experimental, contribuindo assim para ajuizar acerca dos progressos estatísticos dos sujeitos. Simultaneamente, permitem ainda identificar alguns erros e dificuldades mais frequentes, que poderão constituir pistas a ter em conta quando se lecciona Estatística, neste nível de escolaridade.

2.1. Caracterização do percurso dos alunos nas tarefas habituais

Nos Quadros 7, 8, 9 e 10 encontram-se as frequências das respostas dos sujeitos do grupo de controlo (GC) e do grupo experimental (GE) nas diferentes perguntas do pré-teste e do pós-teste, nos ano lectivos de 1996/1997 e de 1997/1998.

Uma primeira leitura comparativa dos Quadros 7 e 9, referentes aos resultados dos sujeitos no pré-teste no primeiro e no segundo ano em que se efectuou o presente estudo, permite verificar que tanto os alunos do grupo de controlo como os do grupo experimental manifestaram, globalmente, resultados semelhantes nos dois anos lectivos em que decorreu a investigação. Este facto confirma a homogeneidade da distribuição das turmas, no grupo de controlo e no grupo experimental, conforme o procedimento utilizado na formação destes dois grupos. Estes quadros mostram, ainda, que foram os alunos pertencentes ao grupo experimental os que apresentaram um maior número de respostas correctas quando realizaram os pós-testes, como se pode constatar pelos Quadros 8 e 10.

Fazendo uma leitura mais pormenorizada dos diversos quadros resultante de uma observação dos desempenhos dos dois grupos de alunos coluna a coluna, ou seja, resposta a resposta, ficamos com uma descrição mais rica desses mesmos desempenhos. No Quadro 7, examinando primeiro as frequências (absolutas e relativas) e os gráficos (circular e de barras), que os alunos só tinham de realizar na primeira parte da tarefa de pré-teste (todas as respostas que no quadro só têm a coluna a preto), encontramos para o caso das frequências, absolutas e relativas,

Quadro 7: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pré-teste), no ano lectivo de 1996/1997

Pré-teste	FA			FR			Moda *						Mediana *						Média *						Percentagem *						Gráfico Circular			Gráfico Barras		
96/97	RC	RI	NR	RC	RI	NR	RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC	RI	NR	RC	RI	NR
GC	133	3	14	117	23	10	81	81	51	48	18	21	62	81	68	47	20	22	82	73	46	53	22	24	63	65	42	58	45	27	69	40	41	89	28	33
(N=150)	88,7%	2,0%	9,3%	78,0%	15,3%	6,7%	54,0%	54,0%	34,0%	32,0%	12,0%	14,0%	41,3%	54,0%	45,3%	31,3%	13,3%	14,7%	54,7%	48,7%	30,7%	35,3%	14,7%	16,0%	42,0%	43,3%	28,0%	38,7%	30,0%	18,0%	46,0%	26,7%	27,3%	59,3%	18,7%	22,0%
GE	144	13	8	123	20	22	99	117	43	35	23	13	65	77	58	59	42	29	70	83	66	62	29	20	68	83	63	43	34	39	103	18	44	96	36	33
(N=165)	87,3%	7,9%	4,8%	74,5%	12,1%	13,3%	60,0%	70,9%	26,1%	21,2%	13,9%	7,9%	39,4%	46,7%	35,2%	35,8%	25,5%	17,6%	42,4%	50,3%	40,0%	37,6%	17,6%	12,1%	41,2%	50,3%	38,2%	26,1%	20,6%	23,6%	62,4%	10,9%	26,7%	58,2%	21,8%	20,0%

Quadro 8: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pós-teste), no ano lectivo de 1996/1997

Pós-teste	FA			FR			Moda *						Mediana *						Média *						Percentagem *						Gráfico Circular			Gráfico Barras		
96/97	RC	RI	NR	RC	RI	NR	RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC	RI	NR	RC	RI	NR
GC	114	14	22	86	28	36	78	65	54	63	18	22	51	63	68	44	31	43	54	65	68	40	28	45	48	59	75	42	27	49	26	68	56	83	33	34
(N=150)	76,0%	9,3%	14,7%	57,3%	18,7%	24,0%	52,0%	43,3%	36,0%	42,0%	12,0%	14,7%	34,0%	42,0%	45,3%	29,3%	20,7%	28,7%	36,0%	43,3%	45,3%	26,7%	18,7%	30,0%	32,0%	39,3%	50,0%	28,0%	18,0%	32,7%	17,3%	45,3%	37,3%	55,3%	22,0%	22,7%
GE	161	2	2	145	12	8	138	138	18	14	9	13	104	138	39	14	22	13	125	123	23	14	17	28	112	93	39	47	14	25	75	60	30	131	11	23
(N=165)	97,6%	1,2%	1,2%	87,9%	7,3%	4,8%	83,6%	83,6%	10,9%	8,5%	5,5%	7,9%	63,0%	83,6%	23,6%	8,5%	13,3%	7,9%	75,8%	74,5%	13,9%	8,5%	10,3%	17,0%	67,9%	56,4%	23,6%	28,5%	8,5%	15,2%	45,5%	36,4%	18,2%	79,4%	6,7%	13,9%

Quadro 9: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pré-teste), no ano lectivo de 1997/1998

Pré-teste	FA			FR			Moda *						Mediana *						Média *						Percentagem *						Gráfico Circular			Gráfico Barras		
97/98	RC	RI	NR	RC	RI	NR	RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC	RI	NR	RC	RI	NR
GC	102	4	4	90	11	9	70	80	26	14	14	16	24	24	64	76	22	10	41	53	58	40	11	17	51	58	53	44	6	8	40	56	14	76	20	14
(N=110)	92,7%	3,6%	3,6%	81,8%	10,0%	8,2%	63,6%	72,7%	23,6%	12,7%	12,7%	14,5%	21,8%	21,8%	58,2%	69,1%	20,0%	9,1%	37,3%	48,2%	52,7%	36,4%	10,0%	15,5%	46,4%	52,7%	48,2%	40,0%	5,5%	7,3%	36,4%	50,9%	12,7%	69,1%	18,2%	12,7%
GE	98	2	8	79	20	9	59	81	33	14	16	13	39	21	56	71	13	16	49	57	42	32	17	19	49	51	50	42	9	15	69	24	15	21	48	39
(N=108)	90,7%	1,9%	7,4%	73,1%	18,5%	8,3%	54,6%	75,0%	30,6%	13,0%	14,8%	12,0%	36,1%	19,4%	51,9%	65,7%	12,0%	14,8%	45,4%	52,8%	38,9%	29,6%	15,7%	17,6%	45,4%	47,2%	46,3%	38,9%	8,3%	13,9%	63,9%	22,2%	13,9%	19,4%	44,4%	36,1%

Quadro 10: Distribuição das respostas dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental na tarefa habitual (pós-teste), no ano lectivo de 1997/1998

Pós-teste	FA			FR			Moda *						Mediana *						Média *						Percentagem *						Gráfico Circular			Gráfico Barras		
97/98	RC	RI	NR	RC	RI	NR	RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC		RI		NR		RC	RI	NR	RC	RI	NR
GC	100	5	5	92	11	7	77	95	24	12	9	3	21	25	71	74	18	11	37	39	50	49	23	22	40	52	41	33	29	25	15	58	37	61	35	14
(N=110)	90,9%	4,5%	4,5%	83,6%	10,0%	6,4%	70,0%	86,4%	21,8%	10,9%	8,2%	2,7%	19,1%	22,7%	64,5%	67,3%	16,4%	10,0%	33,6%	35,5%	45,5%	44,5%	20,9%	20,0%	36,4%	47,3%	37,3%	30,0%	26,4%	22,7%	13,6%	52,7%	33,6%	55,5%	31,8%	12,7%
GE	102	2	4	87	17	4	104	96	4	3	0	9	67	66	21	23	20	19	75	85	11	19	22	4	87	76	10	9	11	23	52	19	37	82	5	21
(N=108)	94,4%	1,9%	3,7%	80,6%	15,7%	3,7%	96,3%	88,9%	3,7%	2,8%	0,0%	8,3%	62,0%	61,1%	19,4%	21,3%	18,5%	17,6%	69,4%	78,7%	10,2%	17,6%	20,4%	3,7%	80,6%	70,4%	9,3%	8,3%	10,2%	21,3%	48,1%	17,6%	34,3%	75,9%	4,6%	19,4%

Legenda:
FA - Frequência Absoluta FR - Frequência Relativa
RC - Resposta Correcta RI - Resposta Incorrecta NR - Não Responde
GC - Grupo de Controlo GE - Grupo Experimental

* - Cálculos pedidos nas duas partes da tarefa habitual. Para cada categoria (RC, RI, NR) a coluna da esquerda, a vermelho, corresponde à primeira parte da tarefa habitual, onde os valores da distribuição estão organizados na forma de um gráfico de barras.

uma percentagem de respostas correctas, incorrectas e de não respostas próxima entre si, isto é, não superior a 10% nos dois grupos de alunos, acontecendo o mesmo no caso do gráfico de barras. Porém, quando observamos os desempenhos dos alunos em relação aos gráficos circulares a diferença de respostas correctas entre os dois grupos é de 16,4%, havendo um maior número de alunos do grupo experimental a ter mais respostas correctas, comparativamente ao grupo de controlo.

É também neste grupo, que os alunos apresentam o maior número de respostas incorrectas, ou seja, no pré-teste os alunos do grupo de controlo tiveram mais dificuldades em construir com sucesso o gráfico circular.

No ano lectivo seguinte (Quadro 9) o desempenho dos dois grupos de alunos é semelhante no que se refere às frequências absolutas, mas quanto às relativas os desempenhos dos alunos do grupo experimental são levemente inferiores: 23,8% de respostas incorrectas ou não respondidas, contra 18,2% do grupo de controlo. Assiste-se, tal como acontecia no ano anterior, a uma diferença entre os dois grupos nos desempenhos dos gráficos: no caso dos gráficos circulares esta diferença é de 27,5% nas respostas correctas, verificando-se que metade dos alunos do grupo de controlo construíu incorrectamente o seu gráfico circular. A situação inverte-se quando observamos os resultados dos alunos nos gráficos de barras: cerca de metade dos alunos do grupo experimental constrói-o com pouco sucesso.

Observando novamente o Quadro 7, para investigar as respostas dos alunos no que respeita à moda, mediana, média e percentagem, ou seja, as perguntas presentes nas duas partes da tarefa, verificamos que os desempenhos dos dois grupos em relação à moda, na primeira parte da tarefa, ou seja, quando os valores da distribuição estão organizados na forma de gráfico de barras (colunas a vermelho do Quadro 7) são semelhantes. Mas, os alunos do grupo experimental revelam um maior número de respostas correctas (70,9%), comparativamente ao grupo de controlo (54%) quando os dados da distribuição se encontram na forma de uma tabela, como acontece na segunda parte da tarefa.

No caso da mediana, para ambas as partes da tarefa, os dois grupos tiveram desempenhos idênticos, constatando-se ainda que os alunos tendem a ter um maior número de respostas correctas na segunda parte da tarefa (Quadro 7).

Quando observamos os desempenhos dos alunos em relação à média, verifica-se uma diferença superior a 10%, tendo o grupo de controlo uma maior percentagem de respostas correctas (54,7%), comparativamente ao grupo experimental (42,4%). No entanto, esta diferença é apenas na primeira parte da tarefa, ou seja, quando os dados a partir dos quais os alunos têm de calcular os parâmetros pedidos estão na forma de um gráfico de barras. Quando comparamos novamente os desempenhos de ambos os grupos em relação à média, mas agora na segunda parte da tarefa, estando os dados organizados na forma de tabela, já não se verifica esta diferença entre o grupo de controlo e o grupo experimental (Quadro 7).

Para o cálculo das percentagens, tal como acontecia com a mediana, observa-se que os desempenhos dos dois grupos são muito semelhantes, quer na primeira parte da tarefa quer na segunda (Quadro 7). Contudo, há uma ligeira melhoria nos desempenhos do grupo experimental de acordo com a frequência de respostas correctas na segunda parte da tarefa (50,3% por oposição a 43,3% do grupo de controlo).

Atendendo agora ao Quadro 9, referente aos resultados dos alunos no segundo ano em que decorreu a presente investigação acerca da moda, mediana, média e percentagem, ou seja, as perguntas presentes nas duas partes da tarefa quando comparamos os dois grupos em relação à moda nas duas partes da tarefa verificamos que os desempenhos dos alunos são semelhantes para a segunda parte da tarefa (colunas a preto) nos dois grupos, tal como tinha acontecido no ano anterior. Na primeira parte da tarefa (colunas a vermelho) e no que se refere à moda, o GE apresenta menos respostas correctas (54,6%) do que o GC (63,6%). No caso da mediana, e para a primeira parte da tarefa, os alunos do grupo experimental apresentam uma percentagem mais elevada de respostas correctas (36,1%), comparativamente aos do grupo de controlo (21,8%). Mas enquanto que

o número de respostas correctas entre a primeira e a segunda parte da tarefa é igual no grupo de controlo (21,8%), no grupo experimental diminui (36,1% para 19,4%).

Ao observarmos os desempenhos dos alunos em relação à média verifica-se, ao contrário do que acontecia no ano anterior, uma diferença superior a 10% entre o grupo experimental (45,4%) e o grupo de controlo (37,3%). No entanto, esta diferença é apenas tão acentuada na primeira parte da tarefa (ver Quadro 9).

Para o cálculo das percentagens, tal como acontecia no primeiro ano da investigação, nota-se, de acordo com a frequência de respostas correctas, que os desempenhos dos dois grupos de alunos são muito semelhantes, tanto na primeira parte da tarefa como na segunda.

Os Quadros 7 e 9 permitem-nos ainda verificar em quais dos parâmetros pedidos os alunos manifestam mais dificuldades. Quando somamos os valores da coluna das respostas incorrectas com o das colunas das não respostas, temos um possível indicador de quais os temas abordados nas aulas de Estatística onde os alunos podem ter mais dificuldades. A mediana e a média apresentam os valores mais elevados, mas o cálculo das percentagens e a construção dos gráficos circulares revelam-se também como conceitos de difícil apropriação para os alunos. A situação anterior é confirmada pelos resultados dos Quadros 8 e 10, onde estes mesmos tópicos são aqueles onde os alunos do grupo de controlo, que não tiveram outras oportunidades para os apropriar, revelam mais respostas incorrectas ou não respondem quando realizam o pós-teste.

Os Quadros 8 e 10 permitem-nos também comparar os resultados que os sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental obtêm no pós-teste, nos dois anos lectivos em que decorreu a investigação. Dessa leitura constatamos que são estes últimos sujeitos (GE) os que apresentam o número mais elevado de respostas correctas, quando realizam o pós-teste. Paralelamente, são ainda os alunos do grupo experimental aqueles que têm o número mais baixo de não respostas, mesmo quando as tarefas não-habituais não apelavam directamente para

os conteúdos das tarefas habituais como acontecia, por exemplo, com as frequências absolutas ou relativas, as percentagens ou os gráficos circulares.

Nestes quadros verifica-se igualmente que, no pós-teste, o grupo experimental apresenta nitidamente melhores desempenhos que o grupo de controlo. Assim, no ano de 1996/1997 (Quadro 8), os alunos do grupo experimental têm, em todos os parâmetros estudados, diferenças nas respostas correctas superiores a 20%, comparativamente aos alunos do grupo de controlo e, em muitos casos, esta diferença atinge mesmo os 30%. No ano seguinte, com excepção das frequências absolutas e relativas, estes resultados mantêm-se (Quadro 10).

Uma análise mais detalhada dos Quadros 8 e 10 revela uma tendência para o número de respostas correctas aumentar nos sujeitos do grupo experimental e diminuir no grupo de controlo. No primeiro ano, esta diferença entre os dois grupos apresenta-se mais acentuada para a moda (52% para o GC e 83,6% para o GE), a mediana (34% para o GC e 63% para o GE), a média (36% para o GC e 75,8% para o GE), a percentagem (32% para o GC e 67,9% para o GE) e para a construção do gráfico circular (17,3% para o GC e 45,5% para o GE).

No ano seguinte, quando se replica o estudo, esta diferença entre os dois grupos apresenta-se mais nítida, como podemos constatar com a leitura do Quadro 10: em relação à moda (70% para o GC e 96,3% para o GE), à mediana (19,1% para o GC e 62% para o GE); à média (33,6% para o GC e 69,4% para o GE); a percentagem (36,4% para o GC e 80,6% para o GE) e na construção do gráfico circular (13,6% para o GC e 48,1% para o GE).

A comparação entre os Quadros 7 e 8 permite-nos ver o comportamento dos alunos pertencentes aos dois grupos entre o pré-teste e o pós-teste, em função do ano lectivo. Assim, verifica-se que é na moda (54% para o GC e 60% para o GE no pré-teste para 52% no GC e 83,6% no GE para o pós-teste), na mediana (41,3% para o GC e 39,4% para o GE no pré-teste para 34% no GC e 63% no GE para o pós-teste), na média (54,7% para o GC e 42,4% para o GE no pré-teste e 36% para o GC e 75,8% para o GE no pós-teste) e nos gráficos circulares (46%

para o GC e 62,4% para o GE no pré-teste e 17,3% para o GC e 45,5% para o GE no pós-teste) que os dois grupos de alunos se afastam mais em relação ao número de respostas correctas.

No ano seguinte (ver Quadros 9 e 10), ao realizar o mesmo tipo de confrontação, constata-se que se mantém uma situação idêntica para os desempenhos dos alunos, com excepção da moda, onde os dois grupos apresentam diferenças menos acentuadas quando se comparam respostas correctas entre pré-teste e pós-teste. Analisando o que acontece neste ano vemos que existem as seguintes evoluções: a mediana (21,8% para o GC e 36,1% para o GE no pré-teste para 19,1% no GC e 62% no GE para o pós-teste), a média (37,3% para o GC e 45,4% para o GE no pré-teste e 33,6% para o GC e 69,4% para o GE no pós-teste), as percentagens (46,4% para o GC e 45,4% para o GE no pré-teste e 36,4% para o GC e 80,6% para o GE no pós-teste) e nos gráficos circulares (36,4% para o GC e 63,9% para o GE no pré-teste e 13,6% para o GC e 48,1% para o GE no pós-teste).

Com base nos desempenhos dos sujeitos, presentes nos Quadros 7 e 9, foi possível classificá-los em três níveis de desempenho de acordo com os critérios de classificação para as tarefas habituais: fraco, médio e elevado (ver Anexo F). O resultado desta classificação encontra-se nos Quadros 11 e 12, respectivamente para o ano lectivo de 1996/1997 e 1997/1998.

Quadro 11: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos pelos diferentes níveis de classificação das tarefas habituais (pré-teste), no ano lectivo de 1996/1997

	Fraco	Médio	Elevado	Total
GC	54 (36%)	58 (39%)	38 (25%)	150 (100%)
GE	46 (28%)	61 (37%)	58 (35%)	165 (100%)
Total	100 (32%)	119 (38%)	96 (30%)	315 (100%)

A leitura do Quadro 11 permite-nos saber como se distribuíram os alunos do grupo de controlo e do grupo experimental pelos diversos níveis de desempenho, ao mesmo tempo que possibilita verificar quais os alunos que poderiam progredir entre o pré-teste e o pós-teste, atendendo aos seus desempenhos iniciais. O nível conseguido pelos vários sujeitos foi ainda um dos critérios utilizados na formação das díades.

Comparando os desempenhos entre os dois grupos de alunos, verifica-se que no nível médio ambos os grupos estão muito próximos, mas que há uma diferença de 8% a 10% para os outros dois níveis. Nomeadamente para o nível fraco, o grupo de controlo tem mais alunos (36%) comparativamente ao grupo experimental (28%). No nível elevado temos 35% dos alunos do grupo experimental para os 25% do grupo de controlo.

Tal como acontecia com a E.C.D.L., onde não havia exactamente o mesmo número de sujeitos com desempenhos nos diferentes estádios de desenvolvimento lógico, também agora, quando se observa a distribuição dos alunos pelos vários níveis de desempenho no pré-teste vemos que existem ligeiras diferenças entre os dois grupos. Em ambos os casos, a repartição das turmas pelo grupo de controlo e pelo grupo experimental procura ser homogénea. Mas, pelo facto de se estar a trabalhar com a unidade turma e não com sujeitos isolados e que, por isso mesmo, não podem ser mudados de um grupo para outro, não poderão ser considerados como sendo grupos completamente equivalentes no que se refere à distribuição dos alunos pela E.C.D.L. ou pelos níveis de desempenho nos pré-testes.

Dos 150 alunos que pertenciam ao grupo de controlo, 112 (75%), por terem tido um desempenho que os tinha colocado no nível fraco ou médio quando da realização do pré-teste, poderiam progredir de nível no pós-teste. No grupo experimental eram 107 alunos (65%) que se encontravam na situação anterior. Em ambos os grupos, para 96 alunos (30%), respectivamente 25% do grupo de controlo e 35% do grupo experimental, não era possível passar para um nível de desempenho superior, pois já se encontravam no nível elevado no pré-teste. Contudo, seria desejável que os alunos também não regredissem.

No ano em que replicámos o estudo, a frequência do número de sujeitos pelos diferentes níveis é apresentada no Quadro 12.

Quando comparamos as frequências dos sujeitos nos diferentes níveis de classificação verificamos que estas são muito próximas em ambos os grupos. Contrariamente ao ano anterior, não se destaca uma categoria com um número mais elevado de sujeitos, estando portanto os sujeitos de ambos os grupos distribuídos homogeneamente pelos três níveis.

Quadro 12: Distribuição dos desempenhos dos sujeitos pelos diferentes níveis de classificação das tarefas habituais (pré-teste), no ano lectivo de 1997/1998

	Fraco	Médio	Elevado	Total
G C	38 (34,5%)	38 (34,5%)	34 (31%)	110 (100%)
G E	39 (36%)	33 (31%)	36 (33%)	108 (100%)
Total	77 (35%)	71 (33%)	70 (32%)	218 (100%)

Uma análise ao Quadro 12 permite ver que no grupo de controlo 76 alunos (69%) apresentavam um desempenho que lhes possibilitava evoluir para um nível superior no pós-teste. No grupo experimental eram 72 alunos (67%) que se encontravam nesta condição.

2.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental nas tarefas habituais

A segunda grande questão a que procurámos responder na presente investigação era verificar se os alunos do grupo experimental (GE), que trabalham em díade para resolver tarefas não-habituais de Estatística, apresentam mais progressos entre o pré-teste e o pós-teste, comparativamente aos alunos do grupo de controlo (GC).

Os Quadros 13 e 14 referem-se aos resultados obtidos no pré-teste e no pós-teste pelos sujeitos do grupo de controlo (GC) e pelos sujeitos do grupo experimental (GE), respectivamente. Se, para o desenvolvimento lógico, atendendo aos princípios do desenvolvimento humano, fossem encontrados sujeitos que regredissem poderia especular-se acerca de problemas com o próprio instrumento ou com a sua aplicação, o que não veio a acontecer. Porém, quando analisamos os desempenhos estatísticos, encontramos sujeitos que entre os dois momentos em que foram avaliados acerca dos seus conhecimentos na unidade de Estatística do 7º ano apresentaram um desempenho menos conseguido no segundo momento (pós-teste) do que no primeiro (pré-teste). A este facto não são alheios os múltiplos factores que influem nos desempenhos dos alunos, nomeadamente os que se prendem com a própria mobilização dos conhecimentos.

Tal como aconteceu em relação ao desenvolvimento lógico, são os sujeitos que trabalharam em díade os que revelam progressos mais nítidos entre o pré e o pós-teste e ainda os que regridem menos entre as duas aplicações das tarefas não-habituais (pré-teste e pós-teste).

Para examinar as três condições possíveis, regressão, não progresso e progresso, usámos o teste de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997), que nos permitiu confirmar a nossa segunda hipótese geral, uma vez que os resultados obtidos são estatisticamente muito significativos, para qualquer um dos anos lectivos considerados ($p=0.0000000$ e $p=0.0000317$ respectivamente para 1996/1997 e 1997/1998). Assim, são os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental que denotam mais progressos entre o pré-teste e o pós-teste, quando comparados com os do grupo de controlo.

Quadro 13: Evolução dos desempenhos dos sujeitos, do grupo de controlo e do grupo experimental, entre o pré-teste e o pós-teste, no ano lectivo de 1996/1997

	Regressão	Não Progresso	Progresso	Total
GC	49 (33%)	90 (60%)	11 (7%)	150 (100%)
GE	8 (5%)	79 (48%)	78 (47%)	165 (100%)
μ	57	171	86	315

Hipótese: GE>GC, p=0.0000000
Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Nos dois anos em que decorreu a investigação a evolução mais significativa nos desempenhos dos sujeitos encontra-se nos sujeitos do grupo experimental. Estes alunos são também os que se encontram em menor número na condição de regressão 8 (5%) contra os 49 (33%) do grupo de controlo, no primeiro ano, e 2 (2%) por oposição aos 37 (34%), do ano seguinte. Verifica-se ainda que, em ambos os anos, o número de sujeitos que não progride no grupo de controlo (60% em 1996/1997 e 51% em 1997/1998) é semelhante ao dos sujeitos que progride no grupo experimental (47% em 1996/1997 e 62% em 1997/1998).

Quadro 14: Evolução dos desempenhos dos sujeitos, do grupo de controlo e do grupo experimental, entre o pré-teste e o pós-teste, no ano lectivo de 1997/1998

	Regressão	Não Progresso	Progresso	Total
GC	37 (34%)	56 (51%)	17 (15%)	110 (100%)
GE	2 (2%)	39 (36%)	67 (62%)	108 (100%)
μ	39	95	84	218

Hipótese: GE>GC, p=0.0000317
Teste segundo o procedimento de Jonckheere (Jonckheere, 1954; Leach, 1979; Pochon, 1991, 1997) a partir do S de Kendall

Convém, no entanto, chamar a atenção que, em ambos os anos e em ambos os grupos, tínhamos 95 alunos que já estavam no nível elevado no pré-teste, não lhes sendo por isso possível passar para um nível superior, entre as duas aplicações. No ano lectivo de 1996/1997 eram 38 (25%) no grupo de controlo e 58 (35%) no grupo experimental que se encontravam nesta situação, passando a 34 (31%) e 36 (33%) no ano lectivo seguinte.

3. As Estratégias de Resolução Utilizadas nas Tarefas Não-Habituais

A apresentação dos dados relativos às tarefas não-habituais teve por base uma análise qualitativa das respostas escritas dos sujeitos nas tarefas não-habituais 1, 2 e 3, realizadas nos Tempos 2, 3 e 4, respectivamente. De acordo com o plano empírico da investigação (Capítulo 4), duas tarefas (1 e 3) eram realizadas na sala de aula não existindo, portanto, um registo áudio que permitisse uma posterior transcrição da interacção da díade durante a sua realização. Consequentemente, a análise que efectuámos destas duas tarefas baseou-se exclusivamente nas folhas de resposta das diferentes díades. A tarefa não-habitual 2 (Tempo 3) foi realizada numa outra sala, com o objectivo de registar em áudio a interacção dos alunos para uma posterior transcrição. Além deste registo analisamos a folha de resposta da díade.

As tarefas não-habituais tiveram como grande objectivo o despoletar de um contexto relacional rico, responsável por mobilizar competências cognitivas e sociais, de cada um dos parceiros da díade. É neste contexto, criado pela natureza e pelas instruções da tarefa, pelo contrato experimental que se estabeleceu entre os dois elementos da díade e entre cada uma das diferentes díades e a investigadora, que são geradas regulações sociais de interacção responsáveis pelo emergir de um determinado funcionamento sócio-cognitivo. São estas regulações que pretendemos captar, descrever e, posteriormente, analisar, pois reside nelas a

chave para a compreensão dos possíveis progressos dos alunos, tanto no aspecto sócio-cognitivo como no dos seus desempenhos estatísticos.

Nas tarefas não-habituais, os alunos não encontram orientações claras acerca de como as realizar uma vez que a própria formulação da pergunta está concebida de forma a deixar diversas possibilidades de resolução em aberto, ao contrário do que acontece com as tarefas habituais, onde é explícito o que se pretende que o aluno faça.

Assim, num primeiro momento, a díade tem de identificar as características essenciais do pedido que lhe é feito para, depois, conseguir mobilizar as ferramentas mentais (Vygotsky, 1962, 1978) mais adequadas àquela situação e, no momento seguinte, definir uma sequência do que se deverá realizar, optando por uma linha geral de raciocínio a seguir. O que implica ser capaz de atribuir um significado à tarefa para a conseguir resolver.

São estes passos, que compõem as resoluções dos alunos que constituem os geradores de uma dinâmica de co-elaboração. É na procura de um sentido e de um significado para a tarefa não-habitual com que se confrontam que, a passo e passo, cada elemento da díade negoceia um plano para a realizar.

A análise qualitativa das folhas de resposta das diferentes díades às tarefas não-habituais e as transcrições das interacções realizadas durante a tarefa não-habitual 3 permitiram-nos identificar cinco estratégias de resolução: 1) tentativa e erro; 2) de representação gráfica, com ou sem suporte estatístico; 3) de produção escrita, com ou sem suporte estatístico; 4) aritmética e 5) algébrica. Estas estratégias serão ilustradas com exemplos retirados das folhas de resposta e da transcrição das gravações das interacções das diversas díades.

3.1. Estratégia por tentativa e erro

De acordo com César (1994), a estratégia de resolução que designámos por tentativa e erro consiste em experimentar diversas soluções e verificar qual delas corresponde ao valor pretendido. Esta estratégia surge claramente durante a

resolução da tarefa não-habitual 2 (Tempo 3), na terceira parte da tarefa, quando é pedido aos alunos para descobrirem qual o valor que falta numa distribuição quando é dado o valor da média. As semelhanças entre esta tarefa e a tarefa não-habitual 3 leva a supor que também tenha sido usada uma estratégia por tentativa e erro nesta tarefa. Contudo, o facto da interacção das díades, não ter sido gravada não nos permite afirmar com segurança se esta estratégia também se encontra na tarefa não-habitual 3.

De acordo com Wallon (1979), nas estratégias de tentativa e erro, o êxito e o fracasso de cada ensaio acaba por conduzir o sujeito a operar uma selecção, que o levará a encontrar uma estratégia mais eficaz, que seria impossível de uma outra forma. O facto de termos gravado a resolução da díade, possibilitou-nos verificar que esta estratégia de resolução da tarefa é acompanhada de comentários, que nos permitem perceber os raciocínios complementares que estão a ser feitos pelos sujeitos e, assim, compreender se estamos, ou não, face a uma estratégia de tentativa e erro. No exemplo que a seguir iremos apresentar estamos perante uma estratégia de tentativa e erro onde se assiste, num primeiro momento, a um deambular dos alunos na procura do valor pretendido [sensivelmente até à fala 59] e a um segundo momento, onde os alunos descobrem uma estratégia mais eficaz para resolver a situação. Tal como refere Wallon (1979), sem o primeiro momento não seria possível aos sujeitos encontrar esta estratégia, ou seja, as estratégias de tentativa e erro começam sem uma linha de pensamento orientadora, até que esta é descoberta, dando então origem a uma estratégia de tentativa e erro sistemática, onde facilmente se encontra uma estratégia aritmética, como acontece neste exemplo.

Exemplo 1 [Díade D5, do Tipo 3, da turma 5, ano lectivo de 1997/1998]

(...)

43. V.: *Tens alguma ideia qual é o número para meter aqui?*

44. J.: *Não,* ***vamos ter de experimentar qual é o número*** *que nos falta.*

45. V.: *Mas como vamos ver?*

46. J.: ***Vamos metendo números e vemos se dá.***

47. V.: *Como?*

48. J.: *Então vamos somando aqui a estes.*

49. V.: *Estes, dão 90.*

50. J.: *Pois,* ***agora temos que somar um número*** *aos 90.*

51. V.: *Temos? Qual?*

52. J.: *Não sei,* ***vamos pôr um qualquer.***

53. V.: Pode ser o 20.

54. J.: *Porquê?*

55. V.: *Sei lá.*

56. J.: ***Vê lá se dá.***

57. V.: *Não, não dá. Vou meter o 30... também não dá...* [Experimenta os valores na calculadora]

58. J.: *Então mete o 40...*

59. V.: *Também não dá... Espera aí* ***parece-me que estou aqui a ver uma coisa...***

60. J.: *O quê?*

61. V.: ***Que se meto um número maior é pior*** ... [Experimenta número com a calculadora]

62. 62 J. : *Mas que números estás a meter...*

63. V.: *Uns mais pequenos que o 40 a ver se vejo qual é...*

64. J.: *O mais pequeno que meteste foi o 20.* ***Tens que ir mais para baixo que o 20.*** *Em qual vais?*

65. V.: *Estava a descer do 40 e ainda ia no 32.* ***Assim vou meter já o 19...***

(...)

Na opinião de César (1994), o grau de sucesso atingido pelas díades com este tipo de estratégia é variável, uma vez que está relacionado com a capacidade de intuição Matemática e de persistência dos sujeitos. Para esta autora,

> quando a intuição Matemática é muito boa, a persistência não desempenha um papel essencial; quando a intuição Matemática é mais fraca, a persistência passa a ter um papel fundamental, pois neste caso os sujeitos precisam de experimentar muitas hipóteses até conseguirem obter uma solução correcta. (p. 254)

O nosso exemplo mostra-nos como o contrato experimental foi bem aceite e compreendido pelos alunos uma vez que sempre que não percebem o raciocínio do colega lhe pedem novas explicações, *como* [fala 47 V] *porquê* [fala 54 J] *mas que números estás a meter* [fala 62 J]. Este tipo de estratégia começa por ser uma estratégia solitária, pois o aluno persegue uma intuição que começa por ser difusa, mas pelo facto de estar a trabalhar colaborativamente com um parceiro e com o qual tem de interagir, é solicitado a partilhar a sua intuição. A partir deste momento, estão os dois a co-elaborar na resolução da tarefa. No nosso caso, se V. estivesse a trabalhar individualmente continuaria a realizar a tarefa, mas que só de uma forma, possivelmente, mais morosa [falas 59 a 65]. No entanto, se algum destes alunos tivesse uma intuição matemática muito apurada, provavelmente não teria necessidade de experimentar o 40. Ao verem o resultado de 30, percebiam que tinham de tentar um número menor que 20. No final, quando se apercebem disso, também não precisariam de experimentar o 19, pois este é muito próximo do 20 e não iria resolver a questão. Assim, esta díade ilustra de forma clara como a ausência de uma forte intuição matemática implica maior persistência, caso se queira chegar a uma solução.

3.2. Estratégia de representação gráfica

"Designámos por estratégia de representação gráfica os casos em que os sujeitos recorriam a alguma forma visual para construir a sua solução do problema" (César, 1994, p. 249). Ao contrário desta autora, que considera esta estratégia como sendo apenas de resposta mas não de resolução "porque ela constitui apenas um auxiliar visual para a estratégia de resolução, que o sujeito irá depois utilizar" (p. 249), no nosso estudo, esta estratégia é de resolução, pois a

díade utiliza-a para resolver a tarefa que lhe foi apresentada. Esta diferença deve-se aos conteúdos focados nas tarefas apresentadas aos alunos em cada uma das duas investigações. Nos estudos de César (1994), as tarefas referiam-se às equações. Como tal, desenhar uma balança era um auxiliar visual, mas não constituía uma resolução da tarefa. Apenas facilitava a descoberta de uma estratégia de resolução.

No presente estudo, tratando-se de conteúdos de Estatística, o recurso a gráficos de barras ou circulares constitui em si mesmo uma resolução para algumas das tarefas propostas. Assim, vemos como a natureza das tarefas e os conteúdos que lhe estão subjacentes influenciam as estratégias a que os alunos recorrem durante a sua resolução.

Da análise às folhas de resposta das díades foi possível encontrar dois tipos de estratégias de resolução gráfica: uma, com suporte estatístico, quando os alunos recorriam a este tipo de conhecimentos para a sua resolução; outra, sem suporte estatístico, quando os alunos não o utilizaram para resolver a tarefa.

3.2.1. Sem suporte estatístico

No exemplo que a seguir apresentamos, encontramos um tipo de estratégia que surgiu quando os alunos resolveram a segunda tarefa não-habitual (Anexo G).

Exemplo 2 [Díade D4, Tipo2, da turma 5, ano lectivo de 1996/1997]

(...)

2. C.: *Como é que fazias para acabar com as guerras?*
3. D.: *Colava cartazes pelas paredes a dizer para acabar com as guerras...*
4. C.: *Podíamos escrever frases para acabar com as guerras...*
5. D.: *Num escrevia faça a paz e não a guerra, deixa-me fazer...*
6. C.: *Está giro.*

7. D.: *Depois fazíamos mais como este...*
8. C.: *'Tá. Vamos para a 2.*

(...)



Nesta estratégia verificamos que a díade desenha uma cena relacionada com a paz e com a guerra, depois de terem discutido a sua actuação social na tentativa de acabarem com as guerras (colando cartazes e escrevendo slogans). Neste caso, denota-se a preocupação de elaborarem uma mensagem sobre o desejo de viver num mundo de paz. As díades que recorrem a este tipo de representação foram em número muito reduzido (três díades num total de 136), comparativamente às restantes estratégias.

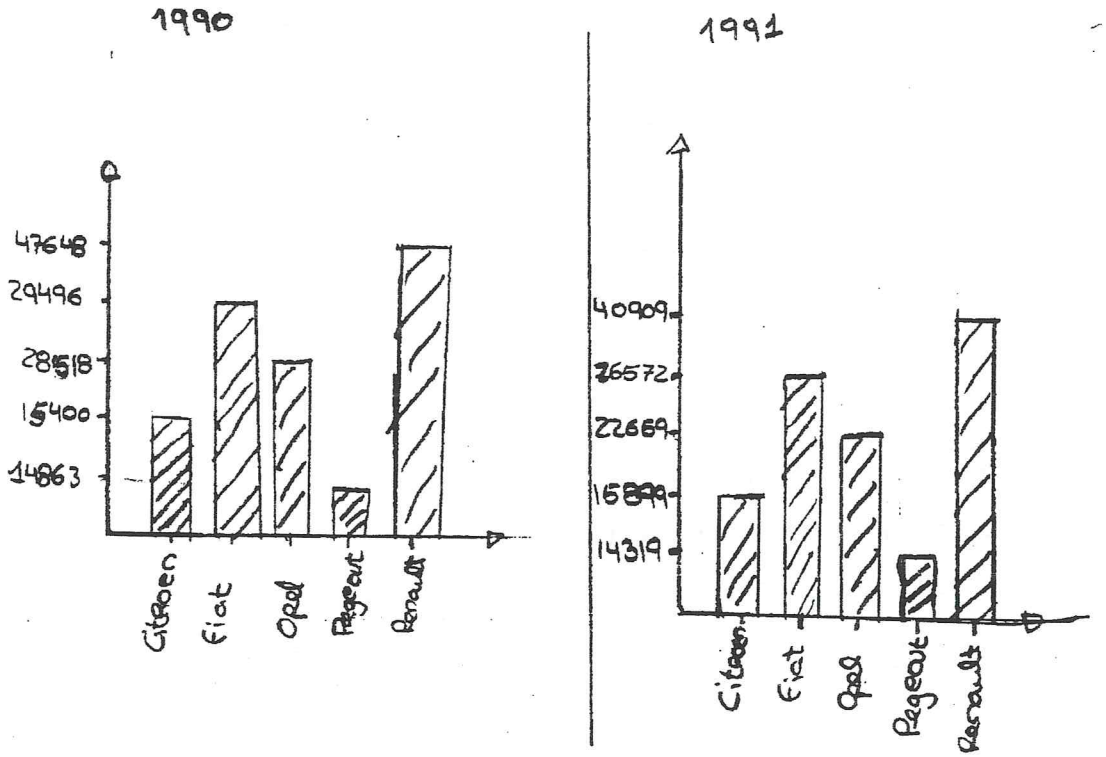
3.2.2. Com suporte estatístico

O tipo de representação gráfica com suporte estatístico surgiu quando as díades resolviam a tarefa não-habitual 2. Esta estratégia aparecia na forma de gráfico circular ou de barras, quando desenhavam, com maior ou menor rigor, um gráfico para apresentar os dados imaginados. Exemplos 3 e 4, respectivamente.

Este tipo de estratégia de representação gráfica com suporte estatístico surge quando os alunos realizam a tarefa não-habitual 1 (Tempo 2). Na primeira parte da tarefa os alunos tinham de organizar duas distribuições de maneira a facilitar a leitura de um conjunto de dados (Anexo G).

Os alunos que recorreram aos gráficos como uma forma possível de tornar a leitura da informação mais simples, confrontaram-se com a grandeza dos números e com o facto de terem duas distribuições: uma situação pouco usual nos exercícios que estavam habituados a fazer na sala de aula. Este facto fez com que as dificuldades sentidas nas tarefas habituais, com as escalas, se tornassem a manifestar, nomeadamente, para encontrarem um intervalo que permitisse abranger todos os dados da distribuição. As díades, ao não o conseguirem descobrir, tendiam a abandonar esta resolução, optando, na maioria das vezes, por reescrever um texto.

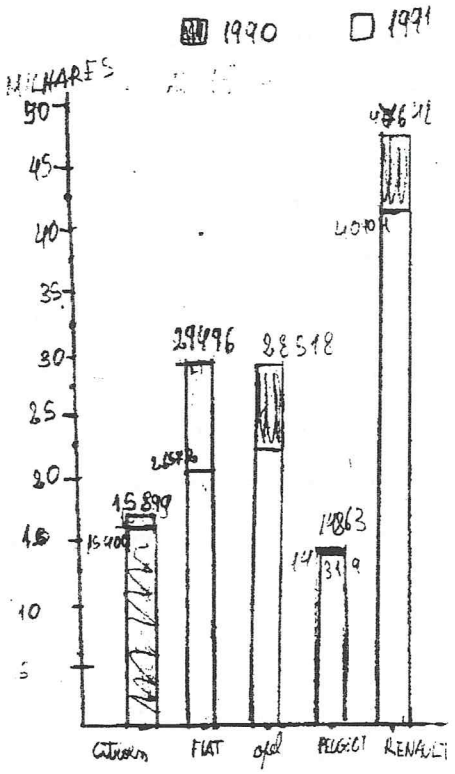
Exemplo 3 [Díade D13, Tipo 2, da turma 4, ano lectivo de 1997/1998]



Neste exemplo constatamos que a existência, na mesma pergunta, de dois conjuntos de dados (referentes aos dois anos de vendas de automóveis) fazia com que os alunos tendessem a preferir construir dois gráficos, verificando-se um escasso número de díades a elaborar uma resposta como a do Exemplo 4, provavelmente porque a conjugação dos dados referentes aos dois anos de vendas de automóveis no mesmo gráfico, se afigurava mais complexa.

A preferência por desenhar gráficos de barras continuou a ser uma constante nas diferentes tarefas não-habituais, o que nos alerta para a dificuldade que os alunos sentem em relação à medição dos ângulos nos gráficos circulares (Curcio, 1987).

Exemplo 4 [Díade D3 Tipo 4, da turma H, ano lectivo de 1996/1997]

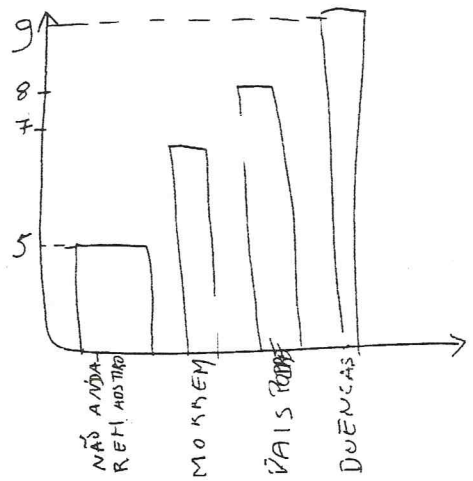


No Exemplo 5, retirado da tarefa não-habitual 2 (Tempo 3), os alunos utilizaram uma estratégia de resolução gráfica com conhecimentos estatísticos, recorrendo ao desenho de um gráfico sem rigor na sua construção e sem uma pergunta orientadora ou esclarecedora do processo de obtenção dos dados que surgem no gráfico que construíram.

Exemplo 5 [Díade D2, Tipo 1, da turma 5, ano lectivo de 1997/1998]

1. Hu.: *Como é que vamos fazer esta pergunta?*
2. H.: *Temos que imaginar um trabalho sobre as guerras.*
3. Hu.: *Não é sobre as guerras, é porque se devem acabar com as guerras. Não é bem o mesmo.*
4. H.: *Então como metemos o trabalho?*
5. Hu.: *Metemos umas razões ...*
6. H.: *Que é para não andarem aos tiros, porque se magoam...*
7. Hu.: *Morrem mas é todos e o país fica pobre, há miséria...*
8. H.: *Doenças, e aleijados*
9. Hu.: *Lembras-te de mais razões?*
10. H.: *Não. Essas também são as principais, as outras é por causa das terras... eles querem ter sempre mais país. Temos que apresentar os resultados... podemos meter num gráfico fica melhor...*
11. Hu.: *Metemos no das barras ou no do circular?*
12. H.: *Eu acho que fica melhor no circular. Vê-se tudo bem... não achas?*
13. Hu.: *Mas é mais difícil, temos que meter os ângulos e fazer contas como o raio...*
14. H.: *Tá então metemos o das barras... Vamos metendo os números aqui de lado... 5... 7... 8 e o 9* [Desenha os eixos e começa a construir o gráfico] *e em baixo metemos as razões... Concordas com estes números?*
15. Hu.: *Tanto faz, temos que meter uns...*

(...)



No Exemplo 5 vemos que a opção por este tipo de estratégia resulta da necessidade de apresentar o trabalho e de os alunos reconhecerem que, apesar dos gráficos circulares facilitarem a visualização, são mais difíceis de executar, pois implicam a medição de ângulos.

Neste exemplo, os alunos escrevem as *razões* pelas quais se deve acabar com as guerras no eixo das abcissas e os *números* (que não sabemos se se referem às frequências absolutas, percentagens ou uma outra informação) no eixo das ordenadas. Assim, as *razões* usadas no eixo das abcissas são fruto da interacção entre os dois elementos da díade, tendo existido uma co-elaboração entre ambos para o seu aparecimento, enquanto os *números* do eixo das ordenadas são inventados por um só dos elementos da díade, embora H. [fala 26] procure a concordância do seu par *Concordas com estes números*.

No Exemplo 6 encontramos uma díade que começa por elaborar uma pergunta que vai orientar todo o desenvolvimento da sua estratégia, recorrendo à representação de um gráfico.

Exemplo 6 [Díade D7, Tipo 4, da turma 3, ano lectivo de 1996/1997]

1. J.: *Temos que fazer um trabalho sobre como acabávamos com as*

guerras.

2. T.: *Não, temos que imaginar que vamos fazer.*

3. J.: *Tá, vamos fingir que fomos andar a perguntar... senão não sabíamos a opinião das pessoas.*

4. T.: *Pois, temos que pensar que fomos andar aí a perguntar...*

5. J.: *Na rua ou na escola?*

6. T.: *É melhor na escola, porque fica a opinião dos alunos da escola...*

7. J.: *Também acho.*

8. T.: *Então vamos começar a fazer as perguntas para pôr no inquérito. Pode ser...*

9. J.: *Porque acha que não deve haver guerra. Chega só uma pergunta e depois as pessoas é que dizem coisas diferentes...*

10. T.: *Coisas diferentes de quê?*

11. J.: *Da guerra.*

12. T.: *Da guerra ou das razões para acabar com a guerra?*

13. J.: *Pois, da guerra não pode ser. Tem de ser das razões.*

14. T.: *É que nós queremos as razões para acabar com as guerras.*

15. J.: *É isso. E as pessoas dão-nos razões para acabar com a guerra.*

(...)

32. T.: *Agora já temos o que as pessoas nos disseram, fazemos como, um gráfico, uma tabela...*

33. J.: ***Fica melhor no gráfico, fica mais visual.***

34. T.: *Tens razão vê-se bem.*

35. J.: *Queres fazer ou faço eu?*

36. T.: *Tanto faz. Se quiseres faz... Já tem a tua letra nas razões.*

(...)

46. J.: *Então, das 100 pessoas que responderam ao nosso inquérito 25 disseram que com as guerras existiam mais mortes e ...*

47. T.: *50 achavam que com guerras as cidades e os lares ficam destruídos acabando com a felicidade de muita gente...*

48. J.: *Mas ainda houve 25 pessoas que não deram opinião apesar a um assunto tão importante.*

49. T.: *É uma coisa tão grave e mesmo assim não sabem motivos para acabar com as guerras...*

50. J.: *Se calhar são os que fazem a guerra que não querem que ela acabe.*

51. T.: *Tens razão, perguntamos a 25 homens da guerra...*

(...)

62. T.: *Os graus é dividir os Fi pelos 360º.*

63. J.: *É melhor fazer o gráfico de barras, o circular é pior. Temos que fazer com o "coiso"* [Transferidor].

64. T.: *Sim tens razão, é mais difícil que o de barras.*

1. Não se devem fazer guerras por muitos motivos. Imagina que queres fazer um trabalho para conhecer melhor as razões porque se devem acabar com as guerras e depois queres apresentar esses resultados. Como fazias? Porquê?

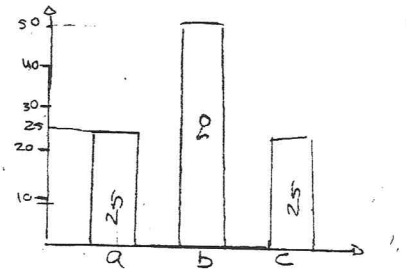
100 pessoas

a → 25 pessoas disseram que com guerras existiam mais mortes.

b → 50 pessoas achavam que com guerras cidades e lares ficam destruídos acabando com a felicidade de muitas famílias

c → 25 pessoas não deram resposta

Variável	Fi	fi	(%)	graus
a	25	25 : 100 = 0,25	0,25 × 100 = 25	25 : 360 = 0,070
b	50	50 : 100 = 0,5	0,5 × 100 = 50	50 : 360° = 0,139
c	25	25 : 100 = 0,25	0,25 × 100 = 25	25 : 360° = 0,07
	total = 100			



Verifica-se, com o Exemplo 6, que os alunos elaboram uma resposta onde encontramos os diferentes momentos da realização de um trabalho estatístico que, de acordo com Li e Shen (1992), são: identificar o tema a estudar [fala 1], seleccionar uma amostra relevante para o tema do trabalho [fala 6], organizar [falas 32 e 33], analisar e interpretar os dados recolhidos [falas 46 a 51]. Neste caso, verificamos um maior rigor do que no exemplo anterior, apesar de ambas as díades recorrerem aos gráficos. Assim, esta díade escolhe uma amostra composta por 100 elementos, o que lhe permitiria calcular imediatamente as percentagens, pois estas são iguais às frequências absolutas. No entanto, a díade opta por construir uma tabela onde indica todos os cálculos que tem de realizar para encontrar quer as frequências relativas quer as percentagens, assim como a medida dos ângulos, que abandona quando decide optar pelo gráfico de barras [fala 63 do J.]. Esta situação sugere-nos uma preocupação dos alunos em mostrar que dominam os conhecimentos estatísticos apropriados nas aulas, fruto do contrato didáctico habitual.

Nesta tarefa, um elemento comum subsiste em todas as díades que optaram por recorrer a gráficos: *fica mais visual*, ou seja, permite evidenciar a ideia de alguns autores acerca da transparência dos gráficos (Ainley 1995, 2000).

3.3. Estratégia de produção escrita

Designamos por estratégia de produção escrita os casos em que os alunos recorriam a textos, a questionários por eles concebidos ou a um plano de como executavam o trabalho estatístico como forma de resolverem a tarefa. Por vezes, utilizam nas suas produções escritas argumentos estatísticos e, noutros casos, apenas empregavam argumentos de tipo social, cultural ou político. Os exemplos seguintes são ilustrativos deste tipo de estratégia.

3.3.1. Sem suporte estatístico

Este tipo de estratégia foi encontrado durante a resolução da primeira parte da tarefa não-habitual 1 e 2 (Anexo G). A primeira parte da tarefa não-habitual 1, realizada no Tempo 2, pedia aos alunos para organizarem, de uma outra forma, um conjunto de dados apresentados num texto. Escrever um novo texto foi a estratégia encontrada por diferentes díades para resolver a primeira parte desta tarefa, como podemos constatar pelo Exemplo 7.

Exemplo 7 [Díade D5, Tipo3, da turma 5, ano lectivo de 1997/1998]

1. A seguinte notícia apareceu numa revista de automóveis.

"Ao longo do ano de 1991 venderam-se em Portugal 192556 automóveis enquanto que no ano de 1990 venderam-se 213287. As cinco marcas mais vendidas foram: Citroen 15899 (15400); Fiat 26572 (29496); Opel 22659 (28518); Peugeot 14319 (14863); Renault 40909 (47648).
Entre parêntesis encontram-se os valores correspondentes a 1990."

1.1 Escolhe outra maneira de apresentares estes resultados de modo a facilitar a leitura da notícia anterior.

Em 1991 Venderam-se em Portugal 192556 carros e
em 1990 Venderam-se 213287 Automóveis as marcas
mas vendidas foram fiat, opel, Peugot, Renault e Citroen

Na tarefa não-habitual 2 pede-se aos alunos para imaginarem como realizariam um trabalho para conhecer as razões para acabar com as guerras. O objectivo era os alunos conseguirem planear, executar e avaliar um projecto ou, mais precisamente, ensaiá-lo. Para isso teriam de identificar o problema apresentado no texto do enunciado e, com base nele, formular uma pergunta que os ajudasse a elaborar um plano que enquadrasse a sua resolução e, ao mesmo tempo, os orientasse na selecção e apresentação da informação relevante para responder à pergunta inicialmente formulada. No enunciado da tarefa não eram sugeridas pistas que indicassem aos alunos um caminho a seguir.

Exemplo 8 [Díade D12, Tipo 4, da turma 4, ano lectivo de 1997/1998]

(...)

3. C.: *Como fazias para acabar com as guerras?*
4. H.: *Escrevia uma carta ao Presidente da República.*
5. C.: *Ao Jorge Sampaio?*
6. H.: *Pois. É ele quem manda no governo.*
7. C.: *Mas, Portugal não tem guerras.*
8. H.: *Oh, pá. Então escrevia a um dos da guerra.*
9. C.: *Podia ser ao de Angola.*
10. H.: *Boa, esse tem guerras. Punha assim...*
11. C.: *Ao Presidente de Angola...*
12. H.: *Tem que acabar com as armas, porque*
13. C.: *Há muita gente a morrer e a ficar aleijada... Depois... também não adianta nada...*
14. H.: *Tínhamos de pôr uns cartazes...*
15. C.: *Por todo o lado para alertar as pessoas que vai haver guerra... se elas não sabem...*
16. H.: *Não fogem e morrem todas...*
17. C.: *Quando morrem todas acaba o país...*
18. H.: *É triste quando acaba o país. É por isso que temos que escrever a carta. Quem vai escrever a carta? És tu ou eu?*
19. C.: *Posso ser eu.*
20. C.: *Então mete lá o que já dissemos...*

(...)

Este pequeno episódio de uma interacção e a resposta que transcrevemos mostra-nos um exemplo de uma das díades que resolveu a pergunta sem a associar a conteúdos estatísticos servindo-se apenas dos seus conhecimentos sociais e das suas vivências pessoais para elaborar uma resolução.

1. Não se devem fazer guerras por muitos motivos. Imagina que queres fazer um trabalho para conhecer melhor as razões porque se devem acabar com as guerras e depois queres apresentar esses resultados. Como fazias? Porquê?

Acabava com as armas, punhamos cartazes por todo o lado a dizer, cuidado que vai a haver uma guerra. Diziamos a guerra não adianta nada

3.3.2. Com suporte estatístico

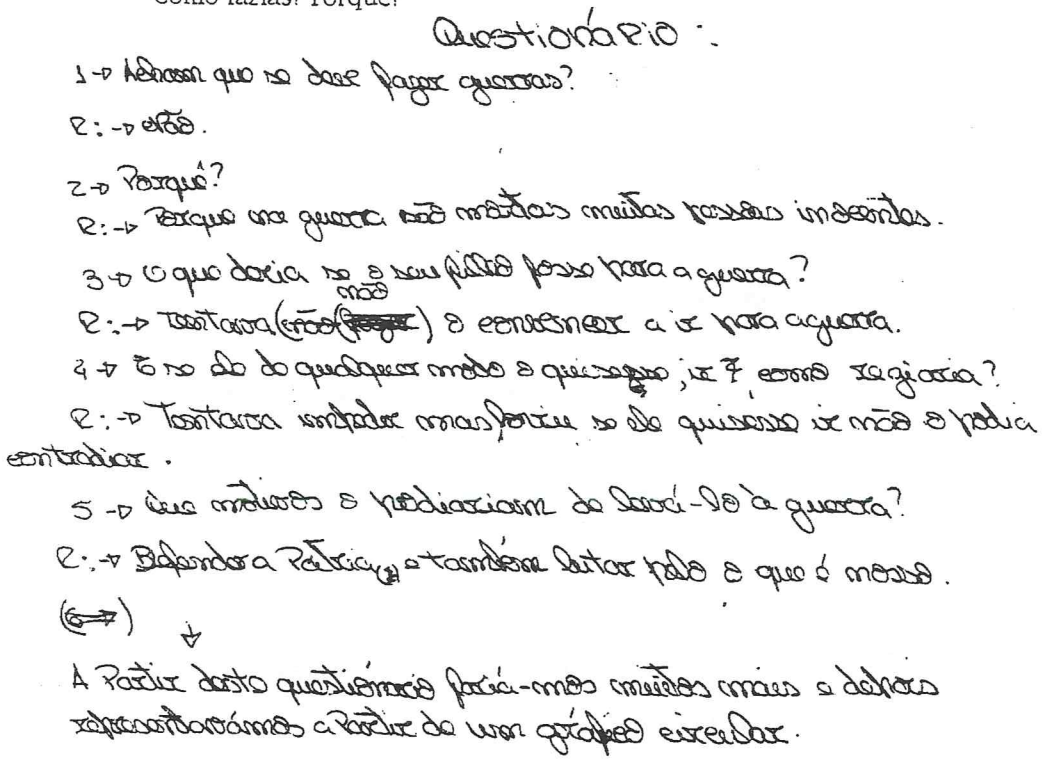
Este tipo de estratégia de produção escrita surgiu na tarefa não-habitual 2.

Exemplo 9 [Díade D3, Tipo 1, da turma 3, ano lectivo de 1996/1997]

1. B.: *Como achas que vamos fazer isto?*
2. C.: *Não sei. Acho que temos de ir fazer perguntas...*
3. B.: *Perguntas para quê?*
4. C.: *Ora, como é que queres saber as razões sem saberes as perguntas.*
5. B.: *Mas agora é que temos de ir perguntar?*
6. C.: *Não, temos que imaginar...*
7. B.: *Ah! Assim, tá. 'Tava a ver se tínhamos de ir para a rua...*
8. C.: *Feito jornalista da SIC [Risos]*
9. B.: *Então temos é que meter perguntas para um questionário...*
10. C.: *Pois é isso... temos que pensar é em perguntas...*
11. B.: *Já sei como vamos fazer... vamos fazer de jornalistas uma pergunta e o outro responde.*
12. C.: *Acho bem. Tu o que queres ser?*
13. B.: *Sou o jornalista e tu respondes...*

(...)

1. Não se devem fazer guerras por muitos motivos. Imagina que queres fazer um trabalho para conhecer melhor as razões porque se devem acabar com as guerras e depois queres apresentar esses resultados. Como fazias? Porquê?



Quando analisamos a interacção entre estes dois alunos verificamos que eles estão a construir um texto, descrevendo os passos necessários para realizar um trabalho estatístico. Para esta díade, os dados são recolhidos com base num levantamento que se faz junto de uma amostra e através de um questionário que se tem de construir e que, depois, será respondido por diferentes pessoas. A representação dos dados é o passo que estes alunos apontam para ser realizado após os questionários terem sido passados. No final da interacção, a díade escolhe o gráfico circular por ser o que fica mais bonito e aquele que se vê melhor. Porém, não o realiza ou explica como o faria.

As diversas díades que utilizaram este tipo de estratégia produção escrita, limitavam-se a escrever um texto ou a descrever um plano, não se verificando juntamente com esta estratégia, por exemplo, a construção de um gráfico ou de uma tabela, mesmo quando esse aspecto aparecia focado na produção escrita. Assim, os alunos recorriam à explicitação do seu raciocínio através de um texto escrito, que acabava por funcionar como um repertório de intenções.

3.4. Estratégia aritmética

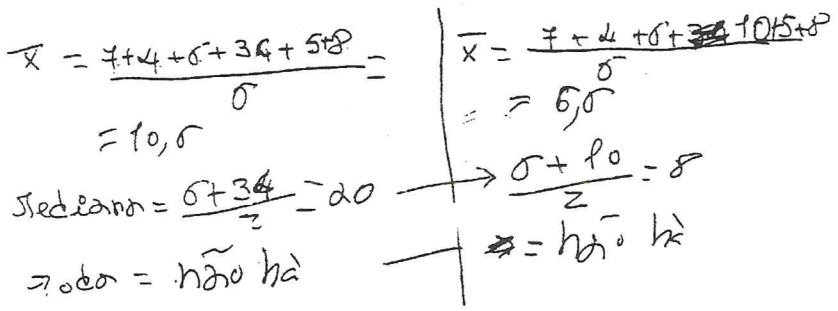
"Dizemos que o sujeito utilizou uma estratégia de resolução aritmética quando ele recorreu apenas às quatro operações básicas matemáticas para resolver o problema" (César, 1994, p. 255).

Esta foi a estratégia mais utilizada pelos nossos sujeitos, pois está subjacente à maioria dos conhecimentos que as díades utilizavam quando tinham de realizar os cálculos para os diferentes parâmetros estatísticos presentes nas perguntas das tarefas não-habituais. Esta estratégia de resolução aritmética é, regra geral, completada pelos sujeitos com outras informações suplementares, resultantes do pedido de justificação que surge na tarefa e que leva os alunos a discutirem e reflectirem as suas resoluções, questionando-se acerca dos parâmetros escolhidos.

Na segunda parte da tarefa não-habitual 1 (ver Anexo G), os alunos tinham de comparar duas distribuições iguais excepto num dos valores, que era diferente. No Exemplo 10, verificamos que a díade se limita a calcular os diferentes algoritmos dos parâmetros que lhe são pedidos (a moda, a mediana e a média), sem que contudo os compare. Neste caso, os alunos não recorrem a outros conhecimentos além dos instrumentais, necessários para uma resolução mais elaborada.

Exemplo 10 [Díade D7, Tipo 4, da turma F, ano lectivo de 1997/1998]

2. Calculou-se a média, a mediana e a moda dos seguintes dados:
7, 4, 6, 34, 5, 8.
Se os dados forem alterados para: 7, 4, 6, 10, 5, 8 isso iria modificar as medidas calculadas? Porquê?



Como podemos ver neste exemplo, o facto de se optar por recorrer a uma estratégia aritmética não garante que se dominem os aspectos instrumentais (Skemp, 1978): as medianas são calculadas sem que exista uma ordenação prévia dos dados.

Na segunda parte da tarefa não-habitual 2, realizada no Tempo 3, os alunos tinham de interpretar o significado estatístico dos salários de cinco empregados de uma empresa. Propositadamente, a distribuição é assimétrica, para que os alunos se confrontem com a heterogeneidade dos valores e se gere, assim, uma ocasião para diferentes pontos de vista poderem ser debatidos. Além disso, o facto dos dados se referirem a salários de trabalhadores cria um contexto a esta pergunta propício a que as respostas dos alunos possam entrar em conflito entre os seus conhecimentos estatísticos e os seus conhecimentos sociais acerca da problemática económica, social e política associada ao trabalho. Para resolver esta parte da tarefa, a díade tem de confrontar os diversos tipos de conhecimentos e, assim, conseguir obter as informações necessárias que a irão ajudar a resolver a tarefa. Durante a elaboração das suas respostas as díades podem cometer erros ou apresentar dificuldades, que serão posteriormente apresentadas e discutidas.

No Exemplo 11, a díade emprega uma estratégia de resolução aritmética para o cálculo da média e da mediana mas, na justificação da resposta, não recorre à interpretação dos dados quantitativos que obteve.

Exemplo 11 [Díade D9, Tipo 3, da turma 4, ano lectivo de 1997/1998]

2.1 Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?

54000+ 42000+ 60 000 + 48000 + 180 000 = 384000

384 000 : 5 = 768 000

Não, porque cada empregado desempenha a sua função na empresa e por isso ganha um salário diferente dos seus outros colegas

48000 48000 54000 60000 180 000

2.4 Escolhias a média ou a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa. Porquê? a Mediana.

Porque nenhum trabalhador conseguia ganhar o valor da média - 768 000.

Neste caso, os sujeitos conhecem o procedimento para calcular a média, mas uma insuficiente compreensão da divisão leva-os a aceitar acriticamente o resultado desta operação.

No Exemplo 12, a díade emprega uma estratégia de resolução aritmética para o cálculo da média e da mediana, justificando a resposta com base nos dados quantitativos que obtém, embora não os interprete adequadamente.

Exemplo 12 [Díade D11, Tipo 1, da turma F, ano lectivo de 1997/1998]

2.1 Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?

$\frac{54000 + 42000 + 60000 + 48000 + 180000}{5} = 76800$

Porque os trabalhadores trabalha fazem a mesma.

42000 ; 48000 ; [54000] ; 60000 ; 18000

Mediana

2.4 Escolhias a média ou a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa. Porquê? A Média, porque a Mediana apenas mostra um salário enquanto que a Média é a soma de todos os salários e dividido pelo número de salários.

No Exemplo 13, a díade utiliza uma estratégia de resolução aritmética para o cálculo da média e da mediana, sendo ainda capaz de fazer inferências a partir desses dados.

Exemplo 13 [Díade D2, Tipo 3, da turma H, ano lectivo de 1996/1997]

2.1 Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?

$\bar{x} = \frac{54000+42000+60000+48000+180000}{5} = \frac{384000}{5} = 76800$

$\bar{x} = 76800$

- Não, porque os empregados recebiam menos ou mais que a média.

2.4 Escolhias a média ou a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa. Porquê?

A mediana porque é o valor mais aproximado dos outros valores dos salários.

Quando analisamos qualitativamente as interacções das díades verificamos que as que elaboraram respostas semelhantes às do Exemplo 13 recorriam frequentemente aos seus conhecimentos estatísticos e aos seus conhecimentos sociais, no sentido de os complementarem mutuamente, usando o que Skemp (1978) designa por conhecimento relacional e que corresponde aos objectivos expressos nos documentos de política educativa (Abrantes, Serrazina, e Oliveira, 1999). Podemos verificar este aspecto no pequeno episódio da D2, enquanto resolvia a tarefa.

(...)

63. F.: *O que é que achas, que eles ficavam satisfeitos quando se dissesse que eles ganhavam um salário com o valor da média?*

64. H.: *Claro que não! Eles não ganham nada parecido...*

65. F.: *Mas nas empresas não podem estar todos a ganhar o mesmo...os chefes, que mandam, têm de ganhar mais. São eles que sabem o que os outros têm de fazer...*

66. H.: *Por isso é que eles não vão estar de acordo... com a média...*

67. F.: *Mas já vão estar mais com o da mediana... porque se aproxima mais dos valores...*

68. H.: *Pois dos valores dos salários que eles estão a ganhar...*

69. F.: *Então metemos na de cima...*

(...)

79. H.: *Sabes o que eu acho?*

80. F.: *O quê?*

81. H.: *Que se calhar ser a média ou a mediana depende?*

82. F.: *Depende de quê?*

83. H.: *Se tu és o patrão ou o empregado.*

84. F.: *O quê? Não percebo nada.*

85. H.: ***Se tu és o empregado queres a mediana, mas se fores o chefe queres a média.***

86. F.: *Isso é verdade a mediana como é menos serve ao empregado que quer ganhar mais...*

87. H.: *E o chefe como quer pagar menos quer a média...*

88. F.: *Esta é boa... mas aqui diz que é os empregados por isso temos bem.*

(...).

Como podemos ver, a argumentação utilizada refere-se já a um conhecimento de tipo relacional (Skemp,1978), nomeadamente quando os alunos são capazes de verbalizar que *Se tu és o empregado queres a mediana, mas se fores o chefe queres a média.*

3.5. Estratégia algébrica

De acordo com César (1994), uma "estratégia de resolução algébrica pressupõe que eles [os sujeitos] são capazes de pôr em equação um problema e resolvê-lo" (p. 257).

Na nossa investigação encontramos este tipo de estratégia em duas situações: na terceira parte da tarefa não-habitual 2, do Tempo 3 e na primeira parte da tarefa não-habitual 3, do Tempo 4 (ver Anexo G). Em ambas as tarefas as situações são idênticas: na tarefa não-habitual 2, a díade tinha de descobrir qual o valor que faltava numa distribuição composta por três algarismos, sendo-lhes dado o valor da média; na tarefa não-habitual 3, a díade tinha de resolver uma tarefa semelhante, mas agora com mais um valor na distribuição.

A análise das resoluções e das transcrições das diversas interacções revela três tipos de estratégias neste tipo de tarefa e que vão desde a estratégia de tentativa e erro à de resolução aritmética e a algébrica. As díades que escolheram esta última estratégia conseguiram pôr o problema em equação e resolvê-lo. É este caso que encontramos no Exemplo 14.

Exemplo 14 [Díade D8, Tipo 1, da turma D, ano lectivo de 1997/1998]

$$\frac{15+25+50+x}{4}=25$$

$$15+25+50+x=25\times 4$$

$$x=100-15-25-50$$

$$x=10$$

A raridade com que esta estratégia surge entre os nossos alunos leva-nos a concordar com Gattuso e Mary (1995). De acordo com estas autoras, nos anos de escolaridade elementar são poucas as crianças que escolhem e aplicam com sucesso este tipo de estratégia mais abstracto face a uma outra estratégia mais concreta, como acontece com a aritmética. Os alunos que conseguem aplicar esta

estratégia estariam num nível de desenvolvimento lógico mais avançado. No nosso estudo podemos também confirmar a ideia destas autoras uma vez que, em todas as díades (num total de 14 díades) onde surgiu esta estratégia, pelo menos um dos elementos tinha um desempenho próprio do estádio intermédio de desenvolvimento lógico da E.C.D.L. quando a prova foi passada no final do mês de Setembro (primeira aplicação).

4. Os Erros e as Dificuldades mais Frequentes

A literatura mais recente, que se tem debruçado sobre a problemática dos erros cometidos e das dificuldades sentidas pelos alunos, tem vindo a atribuir-lhes um novo estatuto, abandonando uma perspectiva oriunda do behaviorismo, onde o erro é tido como algo indesejável e a penalizar. Este novo estatuto, mais dinâmico, resultante das ideias construtivistas e interaccionistas, defende que o conhecimento é gradual e socialmente construído, logo os erros fazem parte natural desse caminho. É pelo facto de os erros contribuírem para a compreensão do processo de aprendizagem, e porque não acontecem por um simples acaso, mas como fruto de todo um processo complexo, que nos parece oportuno analisar os erros e as dificuldades mais frequentes e persistentes dos alunos, ao realizarem as tarefas habituais e não-habituais de Estatística, que usámos nesta investigação.

4.1. Nas tarefas habituais

Uma primeira leitura das respostas dos alunos às tarefas habituais permite-nos concluir que o tópico da Estatística não é isento de dificuldades. A persistência e a regularidade dos erros que os alunos cometem, ou as dificuldades que sentem, levam-nos a admitir que estas não acontecem por acaso. O facto de termos trabalhado com diferentes professores durante dois anos lectivos, tal como foi referido anteriormente, evidencia que alguns erros e dificuldades manifestadas

pelos alunos, são influenciados pela própria prática lectiva. Porém, as limitações características ao desenvolvimento cognitivo dos alunos também não devem ser factores a excluir, uma vez que a apropriação de conhecimentos é um fenómeno complexo e multifacetado, no qual se conjuga o papel desempenhado por diversos elementos.

No Quadro 15 são descritos os erros e as dificuldades mais frequentes dos alunos quando resolvem as tarefas habituais. Brousseau (1989) considera os erros como concepções alternativas de um determinado conhecimento e que as dificuldades surgem no seguimento desses mesmos erros. Contudo, quando nos confrontamos com os desempenhos dos alunos, nem sempre é imediato o que é uma coisa ou outra, atendendo à complexidade dos próprios conhecimentos. Aprofundar se uma determinada resposta de um aluno é fruto de um erro ou de uma dificuldade, obrigaria a investigar o porquê dessa sua resposta através de, por exemplo, uma entrevista de inspiração piagetiana realizada a partir de tarefas diversas, onde o conceito em causa apareceria em diferentes tipos de situações. Só assim se poderia clarificar qual o significado daquele desempenho do aluno. Como este aspecto não foi previsto no plano empírico, optámos por utilizar ao longo desta discussão o termo erro sem o diferenciar em relação a uma dificuldade, tanto mais que, no caso da unidade de Estatística, e em alunos dos anos de escolaridade dos sujeitos do nosso estudo, são escassos outros trabalhos que nos permitissem confrontar as nossas reflexões com as de outros autores. Porém, também foi essa falta de trabalhos acerca deste tema que nos levou a questionar os erros e as dificuldades mais frequentes que os alunos cometem quando resolvem tarefas de Estatística, nomeadamente porque alguns deles poderiam ser evitados se fossem tomados alguns cuidados didácticos. Contudo, outros haverá que fazem parte do próprio processo de construção do conceito, já que vão sendo integrados em conhecimentos posteriores.

Tal como tinha sido possível verificar com os Quadros 7, 8, 9 e 10 em qualquer um dos conteúdos abordados ao longo da unidade, e apesar de terem sido leccionados por diferentes professores, os alunos cometem erros e revelam ter

dificuldades que vão desde os aspectos procedimentais até aspectos relacionados com o próprio significado estatístico do conceito.

Quadro 15: Erros e dificuldades mais frequentes nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste)

• **Frequência Absoluta:**
confundir o conceito de frequência absoluta com o de frequência relativa (Exemplo 15)
• **Frequência Relativa:**
no denominador da fracção colocar o valor da frequência absoluta (Exemplo 16)
confundir o conceito de frequência relativa com o de frequência absoluta (Exemplo 15)
• **Moda:**
aparecer como o maior valor da frequência absoluta (Exemplo 17)
• **Mediana:**
ordenar os dados sem atender às frequências absolutas (Exemplo 18)
ordenar as frequências absolutas e calcular a posição do valor central (Exemplo 19)
calcular a posição do valor central escolhendo mal o algoritmo (Exemplo 16)
• **Média Aritmética:**
somar as frequências absolutas e dividir pelo número de parcelas (Exemplo 19)
somar os valores que a variável toma e dividir pelo número de parcelas (Exemplo 18)
• **Percentagens:**
escolher os valores da variável para calcular a frequência relativa (Exemplo 20)
utilizar incorrectamente a regra de três simples (Exemplo 19)
• **Gráfico Circular:**
estabelecer a proporção para encontrar o valor do ângulo (Exemplo 19)
orientar o transferidor para marcar o sector circular (Exemplo 21)
legendar o gráfico (Exemplo 21)
• **Gráfico de Barras:**
decidir em qual dos eixos colocar a variável (Exemplo 22)
construir a escala (Exemplo 22)
legendar o gráfico (Exemplo 22)

Quando observamos os vários exemplos, podemos constatar que o modo como os dados são apresentados aos alunos influencia os seus desempenhos. Assim, quando os dados estão organizados na forma de gráfico de barras, os alunos cometem determinados tipos de erros ou manifestam determinadas dificuldades que não fazem ou têm quando aqueles lhes são apresentados na forma de dados brutos e que, antes de os começarem a trabalhar, deverão organizar. Os erros e as dificuldades característicos de uma apresentação dos dados na forma de dados brutos ou num gráfico de barras encontram-se nos Exemplos 15, 16, 17 e 20 (só na pergunta 2.1). Os comuns aos dois tipos de apresentação surgem nos Exemplos 18, 19 e 20. Podemos ainda verificar que os dois tipos de gráficos levam os alunos a cometer determinados tipos de erros ou a ter dificuldades veja-se os Exemplos 19, 21 e 22.

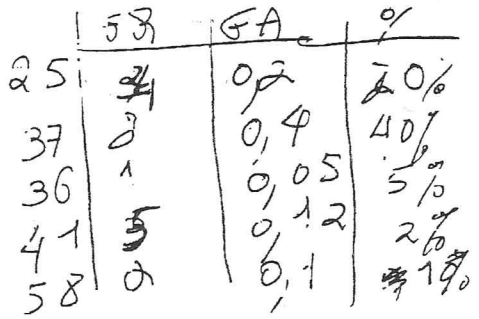
Seguindo o Quadro 15 começamos por encontrar a descrição dos erros e das dificuldades dos alunos em relação ao conceito de frequência absoluta e relativa.

Exemplo 15 [Aluno do grupo de controlo, ano lectivo de 1996/1997]

1. Numa escola a idade dos 20 professores de português é:

37 37 25 37 41 37 37 41 37 41
58 37 58 25 37 41 36 41 25 25

1.1 Constrói uma tabela de frequências absolutas e de frequências relativas.

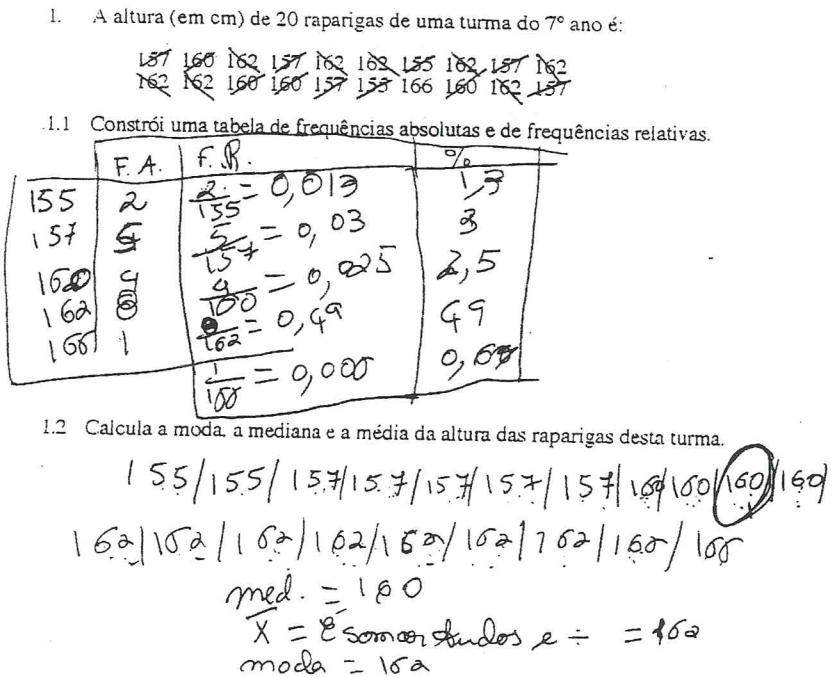


O Exemplo 15, retirado da tarefa do pós-teste, só surge quando é pedido aos alunos para calcularem os dois tipos de frequência, partindo dos dados brutos. Alguns alunos, ao construírem a tabela, na coluna referente à frequência absoluta

colocam os valores da frequência relativa. Consequentemente, também o cálculo das percentagens, feito a partir do valor da frequência relativa, fica comprometido. Neste exemplo, acontece uma situação também frequente: os alunos, ao colocarem os valores nas tabelas, não atendem à necessidade de o fazer seguindo uma ordem.

O Exemplo 16 surgiu na tarefa de pré-teste e ilustra duas situações: a do aluno que, ao utilizar o procedimento para calcular o valor da frequência relativa, em vez de colocar o número total de casos no denominador da fracção, usa os diferentes valores que a variável assume. Este exemplo só acontece quando o aluno tem de construir uma tabela. A segunda situação, presente neste exemplo, é a do aluno que, para o cálculo da mediana, ordena a distribuição, empregando o algoritmo incorrecto, já que o número de dados é par. Descrever com palavras como se realiza o cálculo da média em vez de utilizar o algoritmo sugere que, por vezes, os alunos recorrem a outras formas, mais económicas de o concretizar, nomeadamente, redigir uma pequena frase.

Exemplo 16 [Aluno do grupo de controlo, ano lectivo de 1997/1998]



1. A altura (em cm) de 20 raparigas de uma turma do 7° ano é:

~~157~~ ~~160~~ ~~162~~ ~~157~~ ~~162~~ ~~162~~ ~~155~~ ~~162~~ ~~157~~ ~~162~~
~~162~~ ~~162~~ ~~160~~ ~~160~~ ~~157~~ ~~155~~ 166 ~~160~~ ~~162~~ ~~157~~

1.1 Constrói uma tabela de frequências absolutas e de frequências relativas.

	F.A.	F.R.	%
155	2	$\frac{2}{155} = 0,013$	1,3
157	5	$\frac{5}{157} = 0,03$	3
160	4	$\frac{4}{160} = 0,025$	2,5
162	8	$\frac{8}{162} = 0,49$	49
166	1	$\frac{1}{166} = 0,006$	0,6

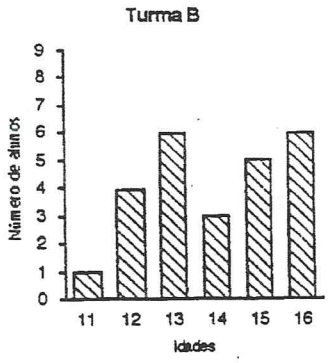
1.2 Calcula a moda, a mediana e a média da altura das raparigas desta turma.

155/155/157/157/157/157/157/160/160/160/160
162/162/162/162/162/162/162/162/166
med. = 160
$\bar{X}$ = É somar tudos e ÷ = 162
moda = 162

Tanto no Exemplo 15 como no Exemplo 16, o sucesso do cálculo das percentagens fica comprometido, embora fique claro que, em ambas as situações, os alunos soubessem que, com base no valor obtido para a frequência relativa, se podia encontrar o valor da percentagem correspondente, bastando para tanto multiplicar por 100 esse valor.

Exemplo 17 [Aluno do grupo experimental do ano lectivo de 1996/1997]

1. O gráfico representa a distribuição das idades dos alunos de uma turma do 7° ano com 25 alunos.



1.1 Calcula a moda, a mediana e a média das idades dos alunos dessa turma.

11, 12, 12, 13, 12; 13, 13, 13, 13, 13, 13, 14, 14, 14, 15, 15, 15, 15, 15, 16, 16, 16, 16, 16

Moda - 6 ✓

Mediana - 14

Média - $\frac{11 + 4\times12 + 6\times13 + 3\times14 + 5\times15 + 6\times16}{25} = \frac{350}{25} = 14$ ✓

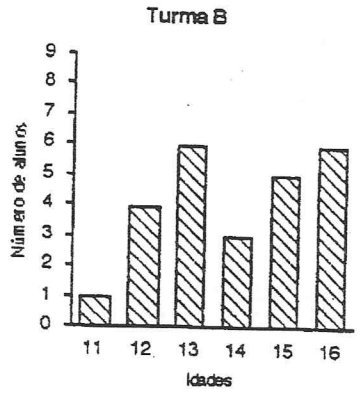
(48, 78, 42, 75, 96)

A situação ilustrada no Exemplo 17, retirada da tarefa do pré-teste, só acontece quando os dados são apresentados na forma de gráfico de barras. Este tipo de erro não acontece no caso dos dados brutos. Este exemplo é bastante

curioso, pelo facto de não podermos pensar que a dificuldade do aluno reside apenas na interpretação do gráfico. Se assim fosse, os outros dois parâmetros, mediana e média, também tinham sido calculados incorrectamente, o que não acontece. A explicação para este desempenho do aluno poderá então ter de ser encontrada para além da questão da interpretação do gráfico. Analisando mais detalhadamente o procedimento realizado verificamos que considera o número de alunos (eixo dos y) como o valor da moda, em vez de referir as idades para as quais a frequência absoluta é mais elevada (eixo dos x).

Exemplo 18 [Aluno do grupo experimental, ano lectivo de 1997/1998]

1. O gráfico representa a distribuição das idades dos alunos de uma turma do 7º ano com 25 alunos.



1.1 Calcula a moda, a mediana e a média das idades dos alunos dessa turma.

Moda: Não há moda.

Média: $\frac{11+12+13+14+15+16}{6} = \frac{81}{6} = 13,5$

Mediana: 11, 12, 13, 14, 15, 16

$\frac{13+14}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$

O Exemplo 18 permite-nos ilustrar dois dos tipos de erros existentes e, ainda, uma situação que não considerámos como erro, pois nem todos os professores apresentaram aos alunos uma distribuição onde era possível existir uma moda bimodal, como acontecia nas tarefas habituais, durante a leccionação da unidade de Estatística. Este exemplo foi recolhido no pré-teste.

Neste exemplo, o aluno ordena os diversos valores que a variável pode assumir, mas sem atender às frequências absolutas, ou seja, ao número de vezes que esse acontecimento ocorre. Ao não o fazer, compromete o cálculo da média e o da mediana. Não utilizar os valores da frequência absoluta acontece tanto quando os dados estão organizados na forma de um gráfico de barras como quando são dados brutos.

Exemplo 19 [Aluno do grupo de controlo, no lectivo de 1997/1998]

1.2 Calcula a moda, a mediana e a média da altura das raparigas desta turma.

155 / 157 / 160 / 162 / 166

Mediana

Moda = 162

$\overline{X} = \frac{2+5+4+8+1}{20\ 5} = 4$

1.3 Qual é a percentagem de raparigas com a altura de 162 cm?

8 — 20

100 — X X = 25%

O Exemplo 19 foi retirado da tarefa do pré-teste e ilustra o caso em que os alunos calculam a média com o número de vezes que a variável pode assumir.

Ainda neste exemplo, encontramos uma situação bastante frequente, uma aplicação incorrecta da regra de três simples.

O Exemplo 20 ilustra uma outra situação que acontece quando os alunos têm de calcular as percentagens e quando, em vez de utilizarem o número total de dados da amostra, colocam no denominador um dos valores que a variável pode assumir.

Exemplo 20 [Aluno do grupo de controlo, ano lectivo 1996/1997]

1.2 Qual é a percentagem de calças Benetton do tamanho 33?

$\frac{6}{33} = 18\%$

No Exemplo 21, retirado da tarefa do pós-teste, encontramos uma outra situação que traz dificuldades aos alunos: a marcação dos ângulos utilizando o transferidor.

Exemplo 21 [Aluno do grupo experimental, ano lectivo de 1997/1998]

2. O Paulo elaborou um inquérito sobre "O que mais gosto de ver na televisão" aos rapazes do 7º ano da sua escola e obteve 125 respostas distribuídas da seguinte maneira:

Desporto	60
Filmes	35
Programas juvenis	15
Telediscos	15

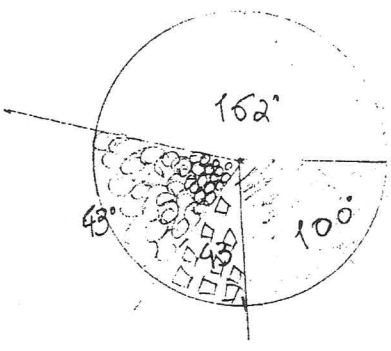
2.1 Faz um gráfico circular que represente os resultados obtidos pelo Paulo.

$\frac{60}{125} = 0,45 = 45\%$

$\frac{35}{125} = 0,28 = 28\%$

$\frac{15}{125} = 0,12 = 12\%$

$\frac{15}{125} = 0,12 = 12\%$



$\frac{100}{45} = \frac{360}{x}$ $= 162°$

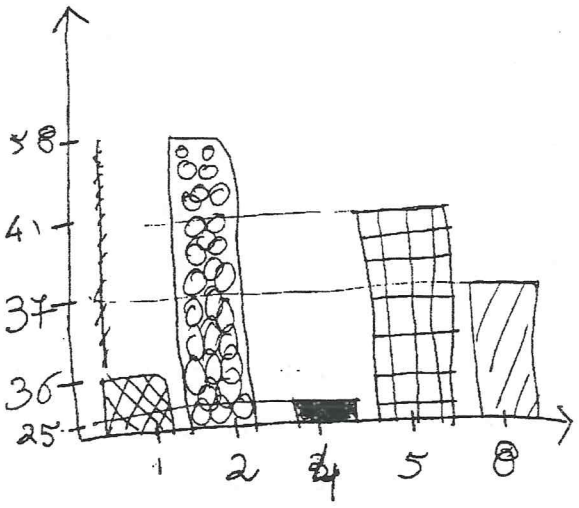
$\frac{100}{28} = \frac{360}{x}$ $= 100$

$\frac{100}{12} = \frac{360}{x}$ $x = 43$

Neste exemplo podemos verificar que o aluno não apresenta dificuldades na aplicação da regra de três simples, uma vez que efectuou correctamente os cálculos necessários para encontrar os valores dos ângulos. Porém, a utilização do transferidor não parece ser uma tarefa simples para este aluno, principalmente, quando tem de traçar os restantes ângulos, como constatamos quando observamos que o único ângulo que está correctamente assinalado é o primeiro a ser traçado no círculo. Neste exemplo, verificamos que, para o aluno, a necessidade de elaborar uma legenda não é fundamental, ou seja, é mais importante embelezar o gráfico do que comunicar uma informação que, supostamente, deveria transmitir. Assistimos, ainda, que tal como acontecia com o Exemplo 17, a dificuldade do aluno não parece residir nos aspectos relacionados com os cálculos.

Exemplo 22 [Aluno do grupo experimental, ano lectivo de 1996/1997]

1.4 Constrói o gráfico de barras que represente a distribuição das idades dos professores de português desta escola.



Com o Exemplo 22, retirado da tarefa do pós-teste, encontramos o caso de um aluno que, apesar de "aparentemente" construir o gráfico, fica limitado por

essa própria construção, ou seja, não consegue estabelecer o sentido das frequências ou dos diversos valores que a variável toma. Também neste caso se verifica que o aluno mais do que legendar o gráfico se preocupa em embelezá-lo. A construção da escala surge ainda como problemática para este aluno, atendendo às divisões das escalas presentes nos dois eixos.

4.2. Nas tarefas não-habituais

O objectivo principal das tarefas não-habituais (ver Anexo G) é desencadear um processo interactivo, entre os dois elementos da díade, que seja elucidativo das regulações sociais responsáveis pelos eventuais progressos dos sujeitos. Ao longo deste processo, e de um ponto de vista estatístico, as díades cometeram erros e tiveram dificuldades durante a realização das tarefas, principalmente, quando tinham de debater com o parceiro a sua estratégia ou quando o *porquê,* presente na tarefa, lhes ditava um aprofundamento da sua resolução, além do mero aspecto computacional. Quando referimos as diferentes estratégias elaboradas pelas díades para resolverem as tarefas não-habituais não fizemos referência aos erros ou às dificuldades que os alunos tiveram durante a sua realização. São esses erros e dificuldades manifestadas pelos alunos enquanto resolviam estas tarefas que nos permitiram elaborar o Quadro 16.

Os erros e as dificuldades que encontramos no Quadro 16 permitem-nos constatar que, alguns deles, são comuns às tarefas habituais e não-habituais. Os que se prendem com a mediana, com a construção dos gráficos e as decisões acerca dos eixos, bem como a informação que aí deve ser colocada aparecem em qualquer um dos tipos de tarefa mencionados. O mesmo acontece com a escala, que aparece como um ponto crítico sempre que os alunos têm de construir gráficos de barras. Nestes casos, atendendo às semelhanças com as tarefas habituais, não serão apresentados outros exemplos, sendo ainda a discussão dos resultados feita em comum. As restantes situações apresentadas no Quadro 16 só se encontram nas tarefas não-habituais, pelo que iremos analisá-los. Tal como

fizemos para as tarefas habituais, recorreremos a exemplos que nos permitem compreender as situações problemáticas para os alunos.

Quadro 16: Erros e dificuldades mais frequentes nas tarefas não-habituais

- Planear os passos para realizar um estudo estatístico (Exemplo 23)
- Não ordenar os dados para encontrar o valor da mediana (Exemplo 24)
- Sensibilidade para analisar o contexto da tarefa e decidir entre uma média e uma mediana qual é o parâmetro mais adequado, naquele caso concreto (Exemplo 25);
- Justificar argumentos sem ser através do cálculo dos parâmetros utilizados (Exemplo 26);
- Interpretar a informação presente num gráfico;
- Identificar a variável em estudo e saber como a colocar no sistema de eixos;
- Construir a escala, nomeadamente a proporcionalidade que lhe está subjacente;
- Legendar o gráfico.

Para ilustrar a primeira situação escolhemos um episódio de uma interacção, pois só pelas resoluções apresentadas pelos alunos na sua folha de resposta é impossível detectar, de forma nítida, os erros e dificuldades que apresentam (Exemplo 23). Este episódio ocorreu no mês de Outubro, no segundo ano de trabalho, durante o Tempo 2 (tarefa não-habitual 2) do plano empírico.

Exemplo 23 [Díade D11, Tipo 4, da turma D, ano lectivo de 1997/1998]

1. C.: *Como achas que temos que fazer?*
2. P.: *Para acabar com as guerras?*
3. C.: *Sim. O que é que tu fazias. Eu dizia às pessoas para falarem umas com as outras. Que não adianta andarem a bater-se.*
4. P.: *Nem a matarem-se... as crianças ficam sozinhas...*
5. C.: *As famílias divididas...*
6. P.: *Temos que apresentar os resultados deste trabalho.*

7. C.: *Para apresentar os resultados...*

8. P.: ***Vamos fazer um gráfico...***

9. C.: ***Pois num gráfico fica bem ... vê-se bem.***

10. P.: *Não temos é os números para fazer o gráfico... como vamos ter os números? Tens alguma ideia? É que não nos dão os números. Estranho...*

11. C.: *Não dão? Pois não, não dão. Tamos tramados*

12. P.: *Então temos que meter as barras do gráfico e depois metemos os números.*

13. C.: *Isso sei eu. Mas onde vais buscar os números?*

14. P.: *Sei lá, meto uns quais quer.*

15. C.: *Ao calhas?*

16. P.: *Sim.*

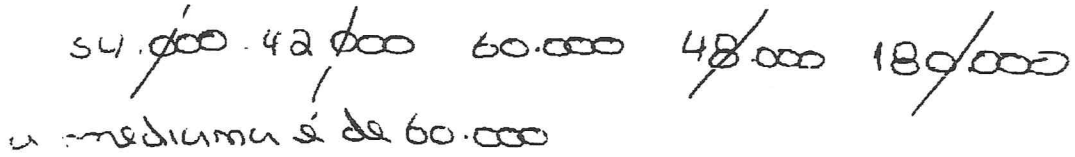
(...)

[A díade constrói um gráfico de barras]

Quando analisamos a interacção do Exemplo 23, verificamos que, nesta primeira parte da tarefa, os alunos tinham uma situação que lhes era apresentada e que teriam de realizar através da elaboração de um plano. A primeira reacção dos alunos é começarem por elaborar uma resolução próxima das suas vivências sociais: falar com as pessoas, dizer-lhes que não interessa baterem-se, que depois as crianças ficam órfãs e, por isso, ficam sozinhas. Porém, como esta tarefa está inserida no Tempo 3, que corresponde à tarefa não habitual 2, os sujeitos associam-na, possivelmente, às tarefas estatísticas que já resolveram, durante o Tempo 1. Assim, quando decidem como apresentar os resultados do trabalho planeado, optam por fazer um gráfico *Vamos fazer um gráfico... Pois num gráfico fica bem... vê-se bem, a*pesar de não saberem que números hão-de colocar em cada um dos eixos e de reconhecerem que esse facto é estranho. Porém, esta constatação não é suficiente para que desistam de fazer o gráfico e optam por escolher os números ao acaso.

No Exemplo 24, verificamos a situação de os alunos não ordenarem os valores da distribuição. Este procedimento, quando não cumprido, compromete a resolução da díade e permite verificar que, para os alunos, não é claro que a mediana seja um parâmetro estatístico que se refere a um conjunto ordenado de dados, mostrando como os conceitos e o seu significado estatístico não estão ainda apropriados.

Exemplo 24 [Díade D22, Tipo 4, da turma B, ano lectivo de 1996/1997]



Uma outra situação problemática para os alunos surge com o Exemplo 25. Na tarefa não-habitual 2, na pergunta dos salários, os alunos vão ter de decidir qual dos dois parâmetros estatísticos consideram mais adequados para representar uma distribuição.

Exemplo 25 [Díade D20, Tipo 1, da turma F, ano lectivo de 1996/1997]

(...)

72. G.: *O que é que escolhias? Achas que é a média ou a mediana?*
73. J.: *A média é mais dinheiro, é melhor para eles.*
74. G.: *É muito mais dinheiro dá p'ra muita coisa.*
75. J.: *Por isso é que eu digo que é melhor para eles.*

(...)

Com o Exemplo 25, verificamos como as vivências sociais dos alunos interferem na resolução da tarefa. Para responderem correctamente a esta pergunta, os alunos tinham de analisar a tarefa em função de conhecimentos

relacionados com o contexto social da tarefa, mas também em função de uma decisão estatística acerca da escolha de um de dois parâmetros possíveis (média ou mediana). O sucesso da resolução dependia da conjugação de ambas as situações. No Exemplo 25 os alunos limitaram-se a uma análise do contexto social, onde é bom ganhar um salário mais elevado, comprometendo assim a sua resposta. Neste caso, a escolha da média em relação à mediana deve-se apenas ao facto deste parâmetro corresponder a mais dinheiro. Deste modo, não foram tidos em consideração os diversos dados do problema, contextualizando a resposta fornecida apenas se fez uma escolha de índole pragmática: é melhor ter mais do que menos dinheiro para viver.

A última situação que aparece referida no Quadro 16 é a dificuldade dos alunos em conseguir justificar os seus argumentos sem ser pelos aspectos relacionados com o cálculo, ou seja, parece que a realização de cálculos é ainda o que confere mais segurança aos alunos na resolução de uma tarefa, como podemos constatar pelo Exemplo 26.

Exemplo 26 [Díade D9, Tipo 3, da turma C, ano lectivo de 1996/1997]

(...)

55. I.: *Porque achas que tem de ser a média?*

56. C.: *Porque a média sabes sempre como se faz, é tudo somado...*

57. I.: *E depois divides, isso eu também sei. Mas aqui diz o que escolhias e porquê?*

58. C.: *Então o porquê é porque a conta é sempre o mesmo. Não muda como na mediana, às vezes tens que dividir e outras é só o do meio. Na média é sempre o mesmo.*

(...)

Como podemos verificar com este episódio, uma das dificuldades dos alunos quando trabalham os conteúdos de Estatística é libertarem-se da concepção

de que a única forma que têm para justificar uma resolução é através de um algoritmo. Existindo dois algoritmos possíveis, os alunos tendem a escolher aquele que dominam melhor do ponto de vista dos cálculos e o que permanece idêntico em todas as situações.

5. O Contributo da Discussão Geral

O plano empírico, terminada a realização das tarefas não-habituais, previa uma discussão geral entre a investigadora e as diferentes díades existentes em cada uma das turmas (Tempo 5). Esta discussão centrava-se nas resoluções da segunda e quarta parte da tarefa não-habitual 2 (Tempo 3). A escolha desta tarefa resultou do facto de existirem os registos áudio da interacção das diversas díades, o que possibilitava à investigadora um conhecimento das estratégias dos alunos, e facilitava a preparação da discussão geral com as díades. O facto da discussão geral ser realizada numa só aula impossibilitou que a totalidade da tarefa fosse explorada. Assim, a primeira e a terceira parte da tarefa não foram sujeitas a uma reflexão conjunta, por considerarmos que as partes escolhidas eram as que podiam proporcionar uma discussão mais rica.

O objectivo subjacente a esta discussão era as díades poderem explicar as suas estratégias de resolução, partilharem entre si e com a investigadora o que tinham feito a dois e, eventualmente, compararem pontos de vista diferentes dos que possuíam, sendo, desta forma, confrontados com a necessidade de clarificar ou reformular os argumentos que tinham utilizado. A reflexão conjunta, originava momentos de conflitos sócio-cognitivos e de dinâmicas de co-elaboração colectivos que obrigavam os diferentes sujeitos, por vezes, a reconstruir uma determinada estratégia, a enriquecer um argumento, a descobrir ou mesmo a refinar uma resolução. De acordo com Cobb e Whitenack (1996), estas são oportunidades ideais de aprendizagem resultantes dos processos interactivos em que o aluno participa.

Os exemplos que seguidamente apresentamos pertencem a momentos da discussão geral ocorridos em quatro das 25 turmas que participaram na investigação durante os dois anos em que a mesma aconteceu. A escolha dos episódios procura mostrar diferentes momentos da discussão geral, incluindo o papel da investigadora: o emergir colectivo de uma nova interpretação ou enriquecimento de um significado (Exemplo 27); o papel da investigadora no reflectir colectivo das díades (Exemplo 28); a presença na discussão geral de algumas das dinâmicas de co-elaboração referidas por Gilly, Fraisse e Roux (1988) (Exemplo 29); como três sessões de trabalho colaborativo com outras regras levam os alunos a descobrir novas formas de estar na sala de aula (Exemplo 30) e como os contratos didácticos estão presentes numa situação de contrato experimental (Exemplo 31).

Exemplo 27 [Ano Lectivo 1996/1997, Turma T2]

(...)

89. Aluno 22: *Tem de ser por ordem* [referindo-se ao procedimento para o cálculo da mediana] *por isso é que não te deu bem.*

90. Vários alunos: *É que tem de ser por ordem.*

91. Aluno 8: *Crescente.*

92. Aluno 6: *Também pode ser decrescente.*

93. Aluno 3: *Pode ser as duas.*

94. Investigadora: *Acham que tem de ser crescente ou decrescente?*

95. Vários alunos: *Pode ser as duas.*

96. Investigadora: *Mas vamos pensar porque é que podem ser as duas.*

97. Aluno 20: *É porque queremos o número do meio. Por isso pode ser as duas...*

98. Aluno 5: *Se a mediana é o do meio tanto podemos meter a crescer como a decrescer. Tanto faz.*

99. Aluno 22: *Eu acho que só podemos dizer tanto faz depois de metermos os números bem.*

100. Aluno 21: *Eu concordo com o C.* [aluno 22] *Primeiro temos que meter os números pela ordem para depois saber qual é o do meio.*

(...)

O exemplo anterior procura ilustrar uma situação problemática para muitos dos alunos: ordenar os valores da distribuição antes de encontrar o valor da mediana. Neste exemplo, verifica-se como a ordenação dos dados resume o conceito que os alunos associam a esta medida de localização. O passo seguinte, necessário para que os alunos enriquecessem este conceito, era ajudá-los a reflectir sobre o que poderia explicar que a ordem para encontrar o valor da mediana tanto pudesse ser num sentido crescente como decrescente.

Na continuação da discussão anterior temos o Exemplo 28 que ilustra o papel que a investigadora teve ao ajudar os alunos a reflectir acerca do conceito de mediana, criando uma oportunidade de os alunos alargarem o conceito de mediana para além do domínio de um procedimento.

Exemplo 28 [Ano Lectivo 1996/1997, Turma T2]

(...)

101. Investigadora: *Mas se podemos encontrar a mediana quando colocamos por ordem crescente ou decrescente os valores dos salários, o que é que isso pode querer dizer?*

102. Alunos: *Que o que interessa é o do meio. Por isso tanto faz.*

103. Aluno 1: *Eu acho que isso quer dizer que os salários variam...*

104. Aluno 17: *Variam porque os empregados fazem coisas diferentes...*

105. Alunos: *Os salários variam ao pé dos 54 contos que é a mediana.*

(...)

O exemplo atrás descrito mostra como os alunos chegaram à noção da variabilidade dos dados, ampliando o que sabiam acerca da mediana, que se limitava a um valor localizado numa ordem. Ao confrontarem-se com o facto dessa ordem depender dos dados, os alunos aproximaram-se de um pensamento com características estatísticas onde os dados não podem ser compreendidos sem o contexto que os gerou.

No exemplo seguinte, encontra-se uma das quatro co-elaborações referidas por Gilly, Fraisse e Roux (1988), nomeadamente uma co-elaboração por co-construção, onde um aluno apresenta um argumento que progressivamente é enriquecido e desenvolvido por outros colegas.

Exemplo 29 [Ano Lectivo 1996/1997, Turma T5]

(...)

97. Aluno 8: *Nunca tinha pensado que a resposta pode ser outra diferente se eu ser estiver do lado do patrão ou do empregado.*

98. Aluno 3: *Então tanto faz ser a média ou a mediana.*

99. Aluno 10: *Tanto faz não, tens de dizer que para os patrões é melhor que seja a média porque dá a ideia que eles ganham mais.*

100. Aluno 8: *Mas para os empregados é melhor a mediana porque é que diz que aqueles salários não são lá assim tão bons.*

101. Aluno 3: *Temos mas é que dizer se somos os empregados ou se somos os patrões.*

102. Aluno 5: *Aos patrões interessa a média que é mais...*

103. Aluno 8: *E aos empregados é a mediana que é menos...*

(...)

No episódio anterior observamos como a discussão geral contribuiu para o emergir colectivo de uma nova interpretação ou significado até então não pensado ou reflectido pelos alunos, verificando-se como os alunos conseguiram alargar as

suas reflexões iniciais acerca dos conceitos estatísticos (média e mediana) que estavam a trabalhar. Mas também compreendemos como as tarefas ajudam os alunos a expandir o seu raciocínio e são um meio de redescobrirem, clarificarem e compreenderem os conceitos. No caso da Estatística, como noutros tópicos do currículo de Matemática, podem ajudar os alunos a aproximarem a sua experiência de vida aos conteúdos escolares.

O exemplo seguinte procura ilustrar como a discussão geral pode possibilitar aos alunos reflectir colectivamente acerca das suas resoluções e como, em apenas três sessões de trabalho colaborativo, os alunos descobrem novas regras para a relação que vivem sala de aula, com um outro colega e o saber (Exemplo 30).

Exemplo 30 [Ano Lectivo 1997/1998, Turma TD]

(...)

175. Aluno 25: *Mas vocês não podem meter na escala os números duas vezes.*

176. Aluno 9: *Oh T.* [Aluno 25] *tu tens de lhe explicar porque está mal. Senão eles ficam sem saber.*

177. Aluno 25: *Numa escala não podemos ter duas vezes o mesmo número.*

178. Aluno [não identificado]: *Mas aqui está duas vezes o número 10.*

179. Alunos: *Pois estão, aqui na folha temos o 10 duas vezes.*

180. Aluno 25: *Quando metemos duas vezes o mesmo número nos X ou nos Y o stôr mete errado. É uma regra.*

181. Aluna 5: *Não é. Vocês não estão a olhar bem mas é para os números.*

182. Alunos: *Quais?*

183. Aluna 5: *Os das folhas. Aqui as temperaturas repetem-se mas é nos dias 10 e 25. São em dois dias diferentes e quando vamos meter a temperatura de 10 não a vamos meter outra vez. Porque noutro dia tinha havido os 10.*

Com base no episódio anterior é possível constatar que a aluna 5 consegue completar a explicação que o aluno 25 tinha construído, que se limitava a uma interiorização de uma regra do contrato didáctico usual: fazer o que o professor aceita como correcto, mesmo sem compreender qual o conhecimento matemático que está na sua origem.

No início da interacção verificamos como, para alguns alunos, uma nova regra do contrato, que estabeleceram com a investigadora, foi interiorizada quando o aluno 9 diz, *Oh T.* [Aluno 25] *tu tens de lhe explicar porque está mal. Senão eles ficam sem saber.* Através de conversas informais com os professores, após as sessões de trabalho colaborativo terem terminado, constatámos que esta tinha sido a regra do contrato experimental que alguns alunos procuraram implementar nas suas salas de aulas. A importância que lhe foi atribuída pelos alunos é evidente no episódio seguinte (Exemplo 31) que também ilustra como o contrato didáctico está presente nos contratos experimentais:

Exemplo 31 [Ano Lectivo 1997/1998, Turma F]

(...)

132. Aluna 13: *Nós temos que saber porque é que tu achas que se pode meter as temperaturas em baixo. Assim como tu 'tás a dizer.*

133. Aluno 12: *Nós metemos em baixo... porque... sabes* [olhando para o par que acena negativamente com a cabeça]

134. Aluna 13: *Temos que saber explicar como fizemos... tu não sabes explicar?*

135. Aluno 12: *Não, já passou algum tempo... não me lembro e o C.* [aluno 21] *também não sabe.*

136. Alunos: *Eles não sabem explicar porque está mal.*

137. Investigadora: *Mas eu gostava de saber os motivos porque vocês acham que está mal.* [Olhando para a díade onde está a aluna 13]

138. Aluno [não identificado na imagem]: *Porque de lado tem de ser as frequências. É o que varia e em baixo metemos o que não varia.*

139. Aluna 13: *Pois o stôr disse que de lado metemos as frequências. Por isso.aqui era os números que os graus.*

(...)

Através do episódio anterior assistimos como a discussão geral se revelou importante para os alunos se confrontarem com os seus desempenhos e como este foi um momento de reflectir acerca do que se fez. Ao terem de justificar uma resolução os alunos debatem-se com as suas conjecturas acerca da construção de gráficos. Para os alunos (o aluno cuja voz não foi identificada e a aluna 13) era claro que mais do que compreender o que poderia sustentar a explicação do professor, de um ponto de vista estatístico ou matemático, o facto de ser um argumento utilizado, conferia-lhe um estatuto de regra a ser utilizada em situações futuras. Mais do que pensar que os alunos não conseguiram construir argumentos que traduzissem o seu raciocínio na forma de uma resolução, o episódio anterior mostrou-nos ainda que, para algumas discussões, a presença de um professor de Matemática poderia ter sido importante para enriquecer a discussão que se estabeleceu entre a investigadora e as díades.

6. Os Diferentes Tipos de Díade

De acordo com Perret-Clermont (1976/1978), procurar encontrar e/ou isolar as características de uma situação de interacção que possa estar na origem de progressos operatórios dos sujeitos obriga o investigador a ter diferentes critérios para formar as díades, em função do que pretender estudar.

No nosso caso concreto, ao pretendermos compreender que factores poderiam estar por detrás dos progressos dos alunos após terem trabalhado durante três sessões em trabalho colaborativo, fomos formar as díades atendendo a

dois critérios: o seu desempenho na E.C.D.L. e o seu nível de desempenho numa tarefa habitual de Estatística (pré-teste).

6.1. Distribuição dos alunos do grupo experimental pelos quatro tipos de díade

Da combinação atrás descrita, foi possível construir diversos tipos de díades. Assim, temos o Tipo 1, quando o nível de desempenho no pré-teste é igual nos dois sujeitos e o desempenho na E.C.D.L. se situa no mesmo estádio de desenvolvimento lógico; no Tipo 2, o nível no de desempenho no pré-teste é igual nos dois sujeitos mas o desempenho na E.C.D.L encontra-se num estádio de desenvolvimento lógico diferente; para o Tipo 3, o nível de desempenho no pré-teste é diferente nos dois sujeitos e o desempenho na E.C.D.L é igual; finalmente, no Tipo 4, quer o nível de desempenho no pré-teste quer o estádio de desenvolvimento lógico resultante do desempenho na E.C.D.L. é diferente nos dois sujeitos.

Os alunos do grupo experimental foram distribuídos por um dos quatro tipos de díade, dentro de cada turma, em função dos seus resultados na E.C.D.L. e no pré-teste. Os resultados dessa distribuição estão presentes no Quadro 17.

O quadro seguinte mostra-nos que, apesar de ser ter tomado como unidade a turma, foi possível formar um número de díades muito semelhante nos vários tipos de díades, sendo ainda necessário fazer numa das turmas uma tríade, atendendo ao número de ímpar de alunos. No Tipo 1, temos 36 díades: o tipo com o maior número de díades; seguindo-se o tipo 2 e 4 com 34 díades e o tipo 3 com 32 díades, para o conjunto dos dois anos de trabalho empírico.

Quadro 17: Distribuição dos sujeitos do grupo experimental pelos diferentes tipos de díades

Tipo de Díade	Número de Díades 1996/1997	Número de Díades 1997/1998
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	21	15
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. ≠	18 díades + 1 tríade	15
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	20	12
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. ≠	22	12
TOTAL	82	54

No Quadro 18 apresentam-se os resultados dos diferentes tipos de díade na E.C.D.L. para a primeira e a segunda aplicação bem como nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste) nos dois anos em que a presente investigação foi realizada.

Uma primeira leitura do Quadro 18 mostra que, no início do ano lectivo de 1996/1997, o número de alunos com desempenhos no estádio operatório concreto e no estádio intermédio é muito semelhante entre si. O tipo de díade onde esta situação é menos nítida é no Tipo 1, onde se verifica existir um número ligeiramente superior de sujeitos cujo desempenho os permite colocar no estádio operatório concreto. Nos restantes estádios de desenvolvimento lógico, apenas estão 8 sujeitos com desempenhos no formal A nas díades de Tipo 2 e 5 sujeitos do Tipo 4.

No final do ano lectivo de 1996/1997, quando da realização da segunda aplicação da E.C.D.L., assiste-se a que a maioria dos desempenhos dos alunos se encontra no estádio intermédio, mas também há vários no estádio formal A. Concretamente, 26 novos sujeitos com desempenhos neste estádio e 13 que continuam com o mesmo desempenho no final do ano lectivo. É nos Tipos 2 e 4

onde se encontra o número mais elevado de desempenhos típicos do formal A, mas também eram estes os tipos onde já se encontrava o maior número de sujeitos com desempenhos dentro deste estádio de desenvolvimento lógico na primeira aplicação.

Quadro 18: Distribuição dos diferentes tipos de díades, em relação aos desempenhos na E.C.D.L.

		E.C.D.L. 1996/1997		E.C.D.L. 1997/1998		Total	
	Estádios	1ª Aplicação	2ª Aplicação	1ª Aplicação	2ª Aplicação	1ª Aplicação	2ª Aplicação
TIPO 1	IC	0	0	0	0	0	0
	C	24	7	22	2	46	9
	I	18	30	8	24	26	54
	FA	0	5	0	4	0	9
	FB	0	0	0	0	0	0
TIPO 2	IC	0	0	1	0	1	0
	C	14	3	14	3	28	6
	I	17	21	13	19	30	40
	FA	8	14	2	8	10	22
	FB	0	1	0	0	0	1
TIPO 3	IC	0	0	0	0	0	0
	C	20	5	18	2	38	7
	I	20	28	6	21	26	49
	FA	0	7	0	1	0	8
	FB	0	0	0	0	0	0
TIPO 4	IC	0	0	0	0	0	0
	C	19	3	11	4	30	7
	I	20	28	11	13	31	41
	FA	5	13	2	6	7	19
	FB	0	0	0	1	0	1

Legenda: E.C.D.L. - Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico
IC - Inferior ao Concreto; C - Concreto; I - Intermédio; FA - Formal A; FB - Formal B

No ano lectivo seguinte, 1997/1998, após a primeira aplicação da E.C.D.L. ter sido realizada, verifica-se que o número de alunos no Tipo 2 e 4 tem desempenhos equitativamente distribuídos entre o estádio operatório concreto e o intermédio. Nos restantes dois Tipos, o 1 e o 3, encontra-se um maior número de sujeitos com desempenhos no estádio operatório concreto. É ainda possível

constatar um reduzido número de sujeitos com desempenhos do estádio de desenvolvimento lógico, formal A: dois para cada um dos Tipos 2 e 4.

No final desse ano lectivo, quando a E.C.D.L. foi passada pela segunda vez, a maioria dos desempenhos dos alunos encontravam-se no estádio intermédio, tal como tinha acontecido no ano lectivo anterior. Interessante é o facto de ser mais uma vez nos Tipos 1, 2 e 4 que se assiste a um maior número de alunos com desempenhos a evoluir para o estádio formal A. No Tipo 3 esta situação é menos nítida.

O Quadro 19 ilustra como se distribuiu, no ano lectivo de 1996/1997 e 1997/1998, o desempenho dos alunos pelos três níveis das tarefas habituais: fraco, médio e elevado. No primeiro ano observamos que cerca de metade dos alunos do Tipo 1 se encontra no nível de desempenho médio e que os restantes estão repartidos de forma equitativa entre o nível fraco e elevado. Assim, dos 42 alunos que no início do ano pertenciam às díades de Tipo 1 somente 10 não podiam progredir, por já se encontrarem no nível elevado. Contudo, também não seria desejável que, terminado o trabalho empírico, o nível de desempenho destes alunos tivesse descido.

Quadro 19: Distribuição dos diferentes tipos de díades em relação aos desempenhos na tarefa habitual de pré-teste e pós-teste

		Tarefas Habituais 1996/1997		Tarefas Habituais 1997/1998		Total	
	Nível	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste	Pré-Teste	Pós-Teste
TIPO 1	1	12	6	12	1	24	7
	2	20	9	8	7	28	16
	3	10	27	10	22	20	49
TIPO 2	1	8	0	12	0	20	0
	2	11	6	8	7	19	13
	3	20	33	10	23	30	56
TIPO 3	1	11	1	9	2	20	3
	2	14	15	7	4	21	19
	3	15	24	8	18	23	42
TIPO 4	1	15	2	6	0	21	2
	2	16	13	10	1	26	14
	3	13	29	8	23	21	52

Legenda: 1 - Fraco; 2 - Médio; 3 - Elevado

No Tipo 2, metade dos alunos encontra-se no nível de desempenho elevado, sendo neste tipo de díade onde se regista o maior número de alunos no nível de desempenho elevado. Para os Tipos 3 e 4, o número de alunos distribuiu-se de forma muito idêntica entre o nível de desempenho fraco, médio e elevado, observando-se ainda que, com excepção do Tipo 2 o número de alunos que se encontra no nível de desempenho elevado e que, portanto, não poderia apresentar progressos após ter realizado o trabalho empírico, é muito semelhante entre si.

No pós-teste observa-se que é no nível de desempenho elevado que se encontra o maior número de sujeitos, independentemente do tipo de díade, havendo no entanto 9 alunos que no pós-teste continuam no nível 1, ou seja, não conseguiram progredir para um nível de desempenho superior.

No segundo ano de trabalho verificamos que os alunos se distribuem de forma semelhante entre os níveis de desempenho fraco, médio e elevado. No entanto, no Tipo 3 esta distribuição é ainda mais homogénea, pois a diferença de um nível de desempenho para outro, é apenas de um aluno. No início do trabalho empírico, somente 36 alunos dos 108 é que se encontravam no nível de desempenho elevado. Destes, 20 estavam no Tipo 1 e 2 (10 em cada um deles) e 16 estavam no Tipo 3 e 4 (8 em cada um deles).

Quando o pós-teste foi realizado, 86 alunos estavam no nível de desempenho elevado, havendo no entanto 19 que permaneciam no nível de desempenho médio e 3 que continuavam no nível de desempenho fraco. No Tipo 4, só um aluno é que não se encontra no nível de desempenho elevado. Comparando os desempenhos dos alunos por níveis verifica-se que é no segundo ano em que realizámos a presente investigação que o número de alunos que evoluíram é mais expressivo.

6.2. A evolução dos desempenhos dos alunos na E.C.D.L. (primeira e segunda aplicação) em função do tipo de díade

Uma vez que os sujeitos pertencentes ao grupo experimental trabalharam em díade, e estas poderiam ser de diferentes tipos, de acordo com o desempenho conseguido na E.C.D.L. e pelo nível do pré-teste, tornava-se pertinente averiguar se algum tipo podia ser responsável por progressos mais nítidos nos sujeitos, tanto no desenvolvimento lógico como dos desempenhos estatísticos, a unidade curricular que elegemos.

O Quadro 20 ilustra como os sujeitos do grupo experimental se distribuem pelas diferentes díades e como cada tipo de díade se comporta face ao progresso dos alunos que as integram quanto ao desenvolvimento lógico.

No ano lectivo de 1996/1997, o primeiro ano do trabalho empírico, observa-se uma situação curiosa em relação à E.C.D.L.: independentemente de qual o tipo de díade, há um número idêntico de díades onde ambos os sujeitos não progridem ou, pelo contrário, os dois elementos evoluem.

Quadro 20: Evolução dos desempenhos dos sujeitos na E.C.D.L., para cada um dos diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1996/1997

Tipo de Díade	Nº de Díades	Sem Progresso		Com Progresso	
		1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos (díade)	1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos (díade)
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	21	2	20 sujeitos (10 díades)	2	18 sujeitos (9 díades)
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L.≠	18 díades + 1 tríade	11	10 sujeitos (5 díades)	10	8 sujeitos (4 díades)
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	20	11	8 sujeitos (4 díades)	11	10 sujeitos (5 díades)
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L.≠	22	13	8 sujeitos (4 díades)	13	10 sujeitos (5 díades)
TOTAL	82	37	46 sujeitos (23 díades)	36	46 sujeitos (23 díades)

Com base no Quadro 20 podemos ainda constatar que, nos tipos de díades onde existe uma assimetria dos sujeitos quanto ao desenvolvimento lógico e/ou ao nível desempenho nas tarefas do pré-teste (Tipo 2, 3 e 4), o número de díades que

progride, ou não, é muito semelhante entre si. Aliás, esta situação também está presente nas díades de Tipo 1, mas ao contrário do que se verifica neste caso, onde somente em duas díades um dos elementos progride e o outro não, encontramos 36 (das 61 díades assimétricas) em que apenas um dos sujeitos progride.

Contudo, no Tipo 2, 3 e 4 verifica-se que um dos dois elementos que compõem a díade evolui e, o outro, não apresenta progressos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L., encontrando-se uma situação curiosa: o trabalho empírico parece ter sido mais benéfico para um dos alunos. Esta situação não acontece nas díades de Tipo 1, onde os dois elementos da díade revelam um comportamento homogéneo entre si, ou seja, o resultado final de ambos os elementos aproxima-se entre si (19 das 21 díades os desempenhos dos dois sujeitos manifestam um progresso ou, pelo contrário, ambos não progridem, apenas em duas díades deste tipo esta situação não se verifica).

No Quadro 21 encontram-se os resultados dos sujeitos de acordo com os quatro tipos de díades no ano lectivo de 1997/1998, quanto ao seu desenvolvimento lógico.

Quadro 21: Evolução dos desempenhos dos sujeitos na E.C.D.L., para cada um dos diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1997/1998

Tipo de Díade	Nº de Díades	Sem Progresso		Com Progresso	
		1 sujeito	2 sujeitos (díade)	1 sujeito	2 sujeitos (díade)
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	15	3	4 sujeitos (2 díades)	3	20 sujeitos (10 díades)
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. ≠	15	11	0	11	8 sujeitos (4 díades)
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	12	2	6 sujeitos (3 díades)	2	14 sujeitos (7 díades)
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. ≠	12	6	6 sujeitos (3 díades)	6	6 sujeitos (3 díades)
TOTAL	54	22	16 sujeitos (8 díades)	22	48 sujeitos (24 díades)

Uma primeira leitura do Quadro 21 evidencia que em 24 (44%) das 54 díades os desempenhos dos dois elementos manifestaram progressos quando realizaram a E.C.D.L. no final do ano lectivo, ao contrário do ano lectivo anterior, onde o número de díades em que esta situação se verificou era equivalente entre si. Verifica-se ainda que, do total das 54 díades, somente 8 não revelaram progressos, independentemente do tipo de díade em causa e em 22, apenas um dos desempenhos dos sujeitos evoluiu.

Quando observamos mais detalhadamente os diversos tipos de díade duas situações sobressaem no Quadro 21: no Tipo 1 encontra-se o maior número de díades onde ambos os sujeitos progridem: 10 num total de 15 díades. Contudo, à partida, também era neste tipo que um maior número de díades tinha desempenhos do operatório concreto, pelo que se tornava mais provável progredirem. No Tipo 2 é inexistente a situação de não progresso dos dois elementos da díade. Porém, é neste segundo caso que se encontra o maior número de só um aluno progredir entre os dois momentos de aplicação da escala.

O Quadro 21 permite-nos ainda constatar que, o Tipo 3, juntamente com o Tipo 1, é onde se verifica o maior número de desempenhos das díades onde os dois elementos progridem e que no Tipo 4 o número de díades que evolui entre ambas as aplicações é igual ao que não apresenta progressos. Ainda neste tipo, em 6 díades um dos elementos progride e o outro permanece com desempenhos característicos ao estádio onde se encontrava no momento em que realizou a primeira aplicação da prova.

Para comparar os resultados dos sujeitos que trabalharam em díade de acordo com o plano empírico, nos dois anos lectivos em que ocorreu a presente investigação, foi elaborado o Quadro 22.

Quadro 22: Evolução dos desempenhos dos sujeitos na E.C.D.L., para cada um dos diferentes tipos de díades, nos dois anos lectivos

	Número de Díades 1996/1997 e 1997/1998	Total de díades sem progresso	Total de díades com progresso	Total de díades onde só 1 sujeito progride
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	36	12 (33%)	19 (53%)	5 (14%)
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L.≠	34	5 (15%)	8 (24%)	21 (61%)
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	32	7 (22%)	12 (37%)	13 (41%)
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L.≠	34	7 (21%)	8 (23%)	19 (56%)
TOTAL	136	31 (23%)	47 (34%)	58 (43%)

O Quadro 22 revela serem as díades de Tipo 1 aquelas onde, por um lado, ambos os sujeitos progridem num maior número, mas também onde se observa mais díades sem progresso. As díades de Tipo 3, aquelas em que os dois sujeitos são simétricos quanto aos desempenhos na E.C.D.L., são as que se aproximam mais do comportamento das díades do Tipo 1. No entanto, ao contrário das díades de Tipo 1, o total das díades que não progride é muito semelhante nos Tipos 2, 3 e 4. É ainda nestas díades onde se regista o maior número de casos em que só um dos elementos é que apresenta progressos no segundo momento de aplicação da E.C.D.L.

6.3. A evolução dos desempenhos dos alunos nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste) em função do tipo de díade

Ao longo dos quadros anteriores foram sendo apresentados os resultados dos vários tipos de díades na E.C.D.L.. Nos quadros seguintes iremos debruçar-nos sobre os tipos de díades e os resultados dos sujeitos nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste). Assim, nos Quadros 23 e 24, encontramos os sujeitos distribuídos na situação de progresso e não progresso e ainda aqueles que

regrediram após terem realizado o trabalho empírico, respectivamente nos anos lectivos de 1996/1997 e 1997/1998.

Analisando os Quadros 20 e 21 verifica-se que, atendendo às próprias leis do desenvolvimento, não se encontraram sujeitos que tenham regredido entre o início e o final do ano lectivo quanto ao desempenho próprio de um estádio de desenvolvimento lógico. Porém, quando nos detemos nos Quadros 23 e 24 podemos constatar que houve sujeitos que tiveram um melhor desempenho quando realizaram o pré-teste, ou seja, antes de terem trabalhado em díade. No entanto, estes correspondem apenas a 3 das 82 díades que fizeram parte do grupo experimental no ano lectivo de 1996/1997, o que significa que são um caso muito raro. Dos 165 sujeitos que formaram estas díades (incluindo uma tríade) houve ainda, em duas delas, um dos sujeitos que regrediu.

De acordo com o Quadro 23, é no Tipo 4 onde vemos o maior número de díades a progredir, ou seja, nas díades assimétricas quanto ao nível lógico e ao desempenho na tarefa habitual (pós-teste). Neste tipo não se encontram díades onde os dois elementos regridam, como acontece com os restantes. No entanto, é também no Tipo 4 que temos o maior número de sujeitos onde só um elemento progride.

As díades dos Tipos 1 e 3 tiveram um comportamento muito semelhante entre si quanto ao número de sujeitos que progride conjuntamente e ao número de díades onde só um dos elementos progride. No Tipo 2 encontramos o maior número de díades onde ambos os elementos não progridem.

Os progressos dos sujeitos mostram-se, assim, mais nítidos quando ambos os elementos são heterogéneos em relação a estas duas condições: estádio de desenvolvimento lógico resultante do desempenho na E.C.D.L. e nível de desempenho na tarefa habitual de pré-teste, ou seja, no Tipo 4. De um total de 82 díades, formadas no ano lectivo de 1996/1997, somente 4 das 22 pertencentes ao Tipo 4, não conseguiram progredir entre o pré e o pós-teste, terminado o trabalho em díade. Esta situação é aliás confirmada quando comparamos os resultados apresentados no Quadro 19, onde se encontra a distribuição das frequências

absolutas dos diferentes tipos de díades na tarefa habitual de pré-teste e pós-teste. Assim, conjugando ambos os tipos de resultados verificamos que nas 21 díades de Tipo 1, num total de 42 alunos, tínhamos 32 que se encontravam em condições para evoluir com o trabalho colaborativo uma vez que o seu nível de desempenhos nas tarefas de pré-teste se situava no nível fraco ou médio. No fim do trabalho empírico havia 19 alunos que tinham progredido. Nas díades de Tipo 2, num total de 39 alunos, tínhamos 19 que se encontravam em condições para evoluir com o trabalho colaborativo uma vez que o seu nível de desempenhos nas tarefas de pré-teste se situava no nível fraco ou médio. Terminado o trabalho empírico 15 alunos tinham progredido. Nas díades de Tipo 3, num total de 40 alunos, havia 25 que se encontravam em condições para evoluir com o trabalho colaborativo. No fim do trabalho empírico existiam 18 alunos que tinham evoluído para o nível de desempenho elevado. Por fim, no Tipo 4, num total de 44 alunos, tínhamos 31 que se encontravam em condições para evoluir com o trabalho colaborativo uma vez que o seu nível de desempenhos nas tarefas de pré-teste se situava no nível fraco ou médio. No fim do trabalho empírico havia 26 alunos que tinham progredido. Quando ordenamos os diferentes tipos de díades verificamos que onde houve mais progressos entre os alunos foi no Tipo 4, 83% dos alunos que estavam em condições de passar para um nível de desempenho nas tarefas habituais conseguiram atingi-lo. O Tipo 2 surge como o tipo de díades em que 79% dos alunos se encontravam no pós-teste no nível elevado, o Tipo 3 aparece em terceiro lugar com 72% de alunos e, por fim, temos o Tipo 4 com 59% dos alunos a progredir para o nível mais elevado nas tarefas de pós-teste. Assim, no primeiro ano em que realizámos o presente estudo o comportamento das díades sugere que é nas díades assimétricas quanto ao desenvolvimento lógico e no desempenho das tarefas de pré-teste que os sujeitos conseguem maiores progressos nos seus desempenhos estatísticos. Por oposição, é nas díades homogéneas quanto a estas duas condições que os alunos apresentam evoluções menos acentuadas.

Quadro 23: Evolução dos desempenhos dos sujeitos nas tarefas de pós-teste, de acordo com os diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1996/1997

Tipo de Díade	Nº de Díades	Regridem		Sem Progresso		Com Progresso	
		1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos da díade	1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos (díade)	1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos (díade)
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	21	0	2 sujeitos (1 díade)	5	16 sujeitos (8 díades)	5	14 sujeitos (7 díades)
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L.≠	18 díades + 1 tríade	0	2 sujeitos (1 díade)	2	20 sujeitos (10 díades)	1	14 sujeitos (7 díades)
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	20	1	2 sujeitos (1 díade)	7	12 sujeitos (6 díades)	8	10 sujeitos (5 díades)
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L.≠	22	1	0	9	8 sujeitos (4 díades)	8	18 sujeitos (9 díades)
TOTAL	82	2	6 sujeitos (3 díades)	23	56 sujeitos (28 díades)	22	56 sujeitos (28 díades)

No ano em que replicamos o estudo, a distribuição das 54 díades e dos seus resultados entre o pré-teste e o pós-teste apresenta-se no Quadro 24.

Quadro 24: Evolução dos desempenhos dos sujeitos nas tarefas de pós-teste, de acordo com os diferentes tipos de díades, no ano lectivo de 1997/1998

Tipo de Díade	Nº de Díades	Regridem		Sem Progresso		Com Progresso	
		1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos da díade	1 dos sujeitos da díade	2 sujeitos (díade)	1 sujeito	2 sujeitos (díade)
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	15	0	0	4	10 sujeitos (5 díades)	4	12 sujeitos (6 díades)
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L.≠	15	0	0	1	10 sujeitos (5 díades)	1	18 sujeitos (9 díades)
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	12	2	0	6	0	8	8 sujeitos (4 díades)
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L.≠	12	0	0	8	0	8	8 sujeitos (4 díades)
TOTAL	54	2	0	19	20 sujeitos (10 díades)	21	46 sujeitos (23 díades)

Quando observamos o Quadro 24 encontramos no Tipo 2 o maior número de díades a progredir, ou seja, as díades em que ambos os elementos tinham tido

um nível de desempenho igual nas tarefas do pré-teste. Contudo, se compararmos o número de díades que progridem em função do número de díades existente para cada tipo verificamos que os Tipos 3 e 4 são os que parecem fomentar mais progressos: em 12 díades (24 sujeitos) há 16, ou seja, 2/3 dos sujeitos que apresentam progressos nos seus desempenhos. O que torna o Tipo 4 mais favorável é o facto de não existir nenhum caso de regressão, o que não acontece com o Tipo 3, onde 2 sujeitos regridem. Nos Tipos 1 e 2, embora existam progressos, estes são um pouco menos nítidos. Em 15 díades (30 sujeitos), há 16 que progridem para o Tipo 1 e 19 para o Tipo 2, o que é cerca de metade dos sujeitos do Tipo 1 e 63% para o Tipo 2.

Na situação de sem progresso, nos Tipos 3 e 4 não temos nenhuma díade. Convém, no entanto, referir que, para alguns alunos, não era possível progredirem para um nível superior por já estarem no nível elevado quando realizaram o pré-teste. Assim, nas díades de Tipo 1 tínhamos 10 alunos que se encontravam no nível elevado quando realizaram o pré-teste. No Tipo 2 estavam 8, bem como no Tipo 3 e no Tipo 4. Deste modo, retomando a comparação anterior, no Tipo 1 há 16 sujeitos em 20 que progridem, no Tipo 2 há 19 em 22 e nos tipos 3 e 4 a totalidade dos sujeitos que podia evoluir fá-lo, embora no Tipo 3 também haja dois que regridem, dos que tinham nível elevado. Assim, podemos verificar dois aspectos essenciais: 1) há um número elevado de sujeitos que, após terem trabalhado colaborativamente, progridem quanto aos seus desempenhos estatísticos; 2) os Tipos 3 e 4 revelam ser os mais favoráveis a que esse progresso se verifique. Estes dois tipos de díades, 3 e 4, têm em comum o facto de serem ambos compostos por alunos com diferentes níveis no pré-teste, ou seja, quanto ao seu desempenho estatístico inicial.

O Quadro 25 permite-nos averiguar como durante os dois anos em que aconteceu o trabalho empírico, os quatro tipos de díade se comportaram em relação aos seus desempenhos no pós-teste.

Quadro 25: Distribuição dos diferentes tipos de díades pelas condições de regressão, sem progresso e progresso em relação ao pós-teste

Tipo de Díade	Nº de Díades 1996/1997 e 1997/1998	Regridem		Sem Progresso		Com Progresso	
		1 dos sujeitos da díade	díade	1 dos sujeitos da díade	díades	1 sujeito	díades
Tipo 1 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L. =	36	0	1	9	13	9	13
Tipo 2 Nível tarefa = Estádio E.C.D.L.≠	34	0	0	1	15	1	16
Tipo 3 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L. =	32	2	0	6	6	8	9
Tipo 4 Nível tarefa ≠ Estádio E.C.D.L.≠	34	0	0	8	4	8	13
TOTAL	136	2	0	19	38	21	51

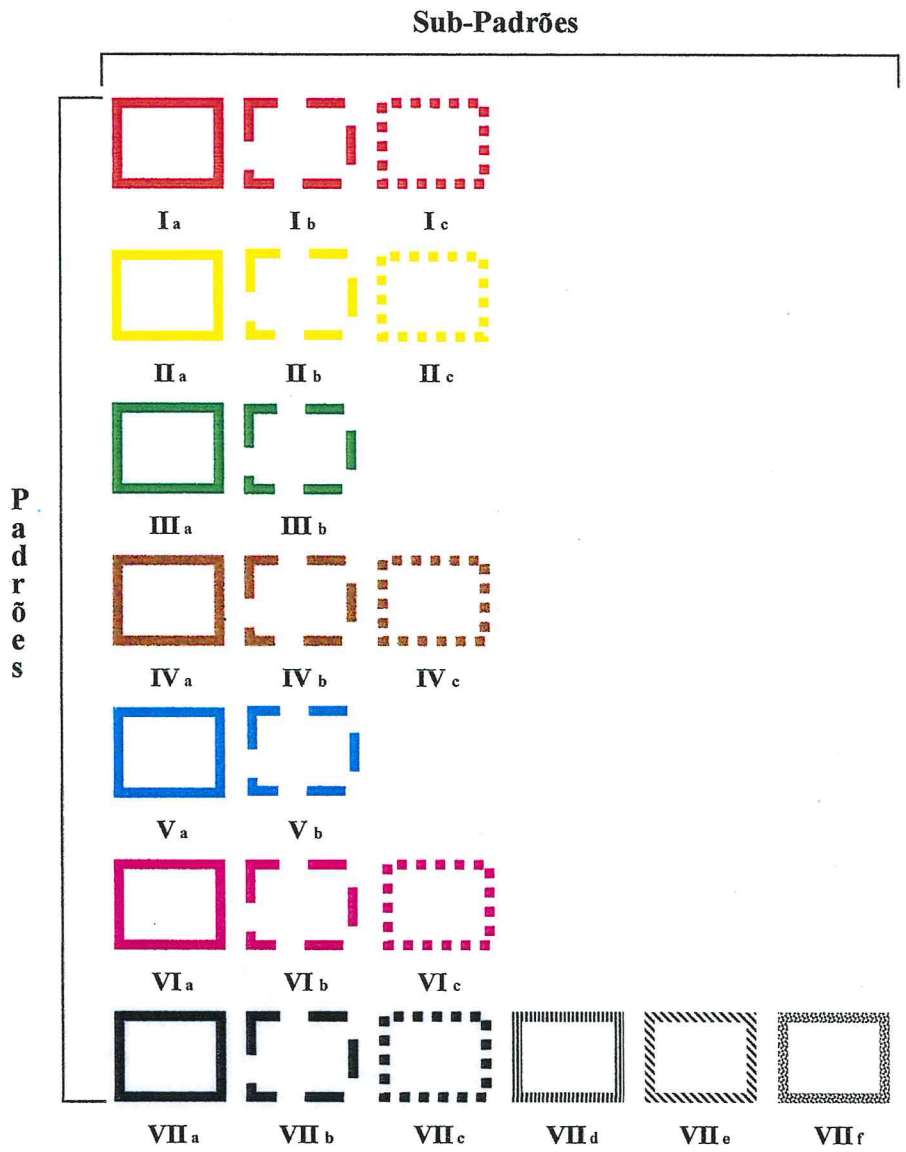
Comparando globalmente os resultados das díades verificamos que o número de díades em que ambos os alunos evoluem entre o pré-teste e o pós-teste é superior ao número dos que não progridem. O Quadro 25 permite-nos ainda constatar que nas díades de Tipo 2 e 4 não se registam alunos a regredir, como acontece no Tipo 1 e 3. Neste último caso, em qualquer um destes tipos temos 2 sujeitos que não progridem, sendo que no Tipo 1, os 2 alunos que regridem são ambos da mesma díade.

Quando analisamos os resultados nos dois anos lectivos em que decorreu a presente investigação verificamos que, é no Tipo 2 e 4 que se encontra o maior número de sujeitos a evoluir entre o pré-teste e o pós-teste. No Tipo 2, com um total de 33 díades e uma tríade, havia 69 alunos dos quais 41 tiveram um nível de desempenho que os colocava no nível fraco ou médio nas tarefas do pré-teste. No final do trabalho empírico, quando realizaram as tarefas do pós-teste, 33 alunos (80,4%) tinham evoluído para o nível elevado. O Tipo 4 com 34 díades e um total 68 alunos havia 47 com um nível de desempenho que os colocava no nível fraco ou médio nas tarefas do pré-teste. No final do trabalho empírico, 34 alunos (72%) tinham evoluído para o nível elevado. Em ambos os casos, e atendendo ao número de alunos que podia progredir (Quadro 19), os não progressos entre os dois tipos

de díades é muito semelhante entre si. O Tipo 1 tinha um total de 36 díades e 72 alunos, dos quais 52 tiveram um nível de desempenho que os colocava no nível fraco ou médio nas tarefas do pré-teste. No final do trabalho empírico, quando realizaram as tarefas do pós-teste 35 alunos (67%) tinham evoluído para o nível elevado. No Tipo 3 encontravam-se 32 díades, ou seja, 64 alunos dos quais 41 tiveram um nível de desempenho que os colocava no nível fraco ou médio nas tarefas do pré-teste. Destes, no final do trabalho empírico, 26 alunos (63,4%) tinham evoluído para o nível elevado.

6.4. Padrões de desempenho dos quatro tipos de díade

Quando começámos a analisar o comportamento de cada uma das díades e de cada um dos seus elementos foi possível verificar que existiam padrões de desempenho que eram comuns aos diferentes tipos de díade e que estes se repetiam quando replicámos o estudo, no ano seguinte. As Figuras 2, 3, 4 e 5 ilustram os padrões existentes para os quatro tipos de díades no ano lectivo de 1996/1997, bem como dos diferentes elementos que nos permitem caracterizar cada uma delas (estádio de desenvolvimento lógico resultante do desempenho na E.C.D.L. na primeira e na segunda aplicação; nível de desempenho na tarefa de pré-teste e de pós-teste). As Figuras 6, 7, 8 e 9 são referentes ao ano lectivo de 1997/1998.



D - Díade

T - Turma (Alfabético: uma escola; Numérico: outra escola)

Estádio de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.)	IC - Inferior ao Concreto (≤2) C - Operatório Concreto (3-8) I - Intermédio (9-13) FA - Formal A (14-17) FB - Formal B (18-20)
Nível de Desempenho nas Tarefas Habituais (Pré-teste e Pós-Teste)	1 - Nível Fraco 2 - Nível Médio 3 - Nível Elevado

↗ Progresso → Não Progresso ↘ Regressão

Legenda das Figuras

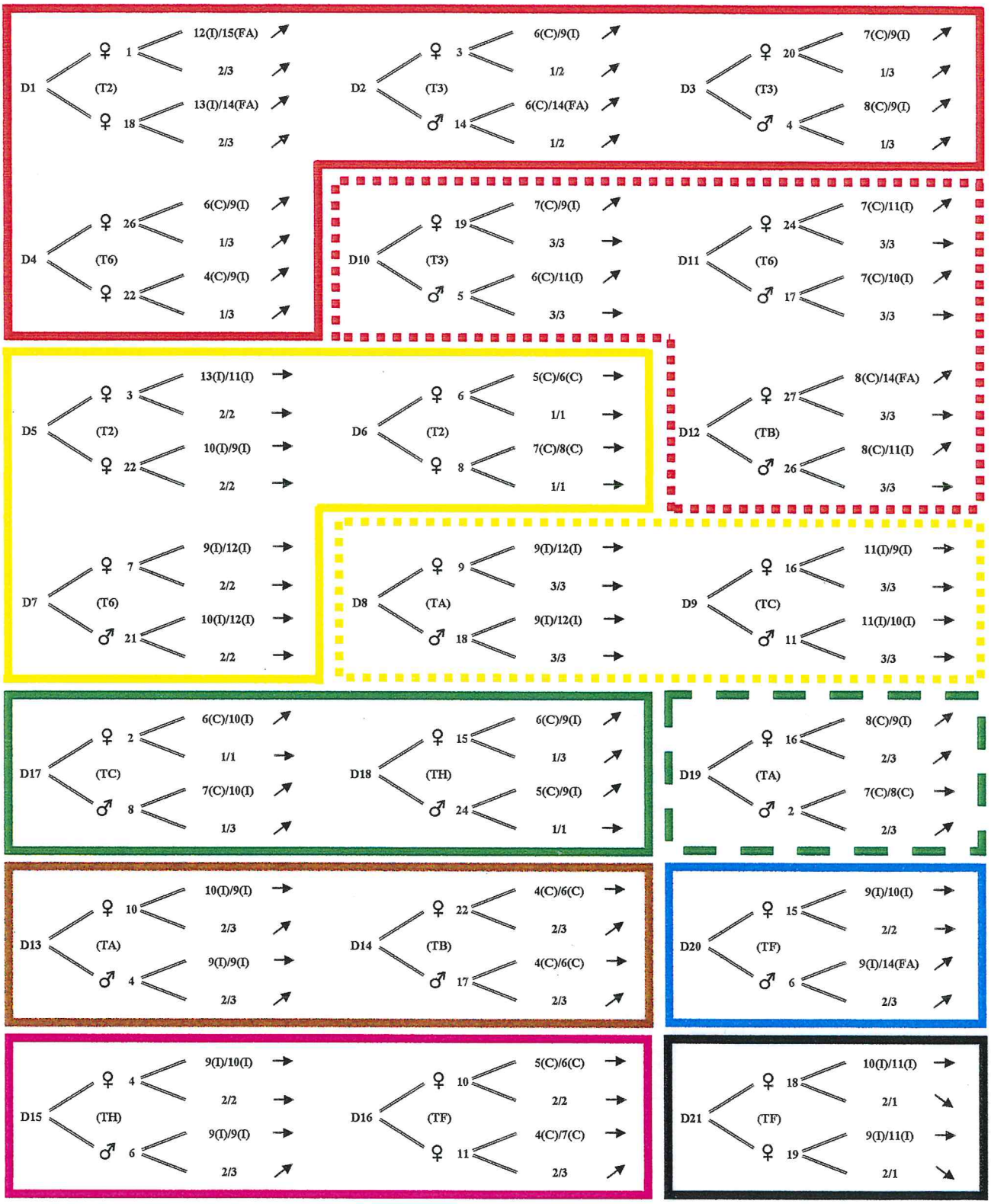


Figura 2: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 1 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL igual), do ano lectivo de 1996/1997

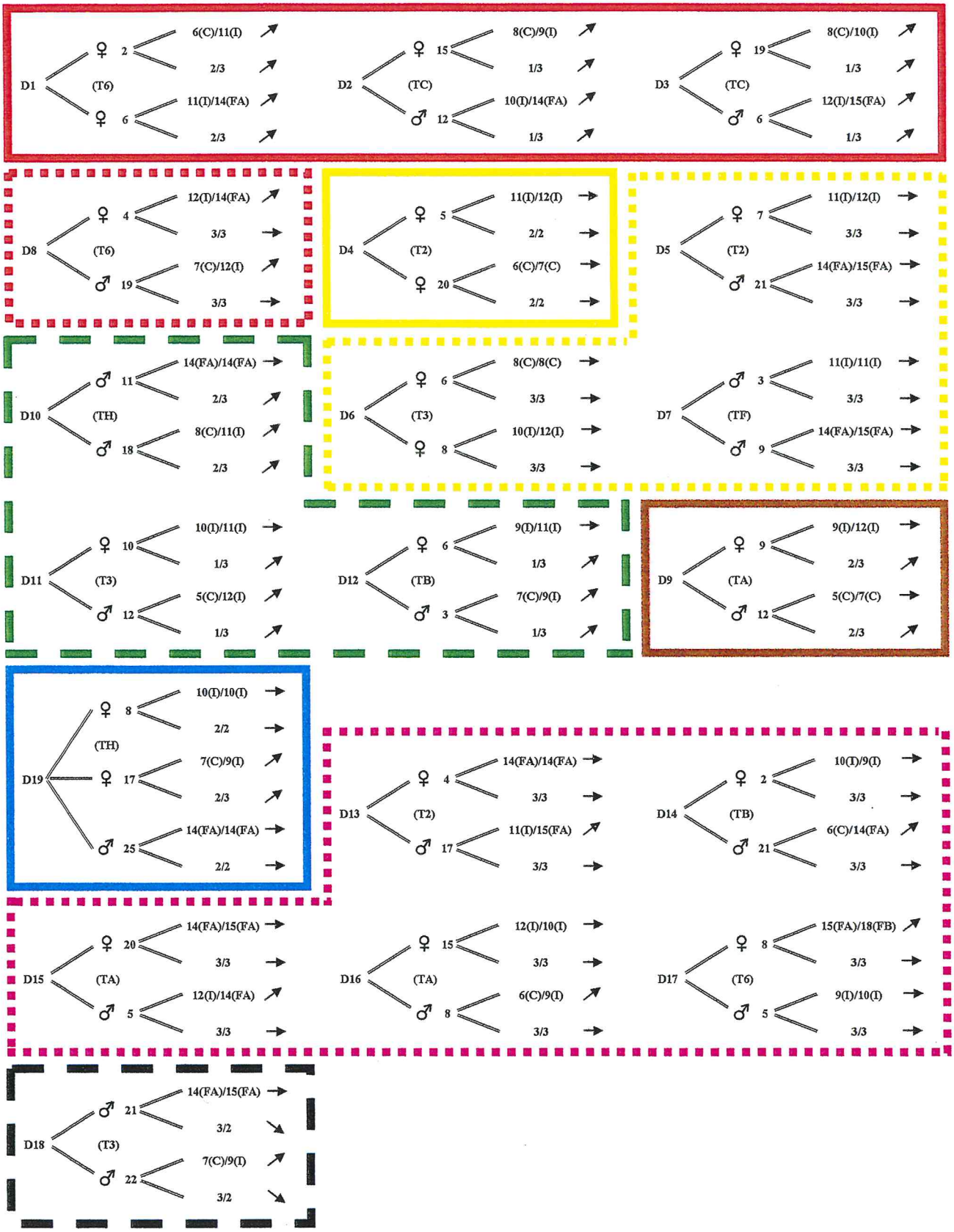


Figura 3: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 2 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL diferente), do ano lectivo de 1996/1997

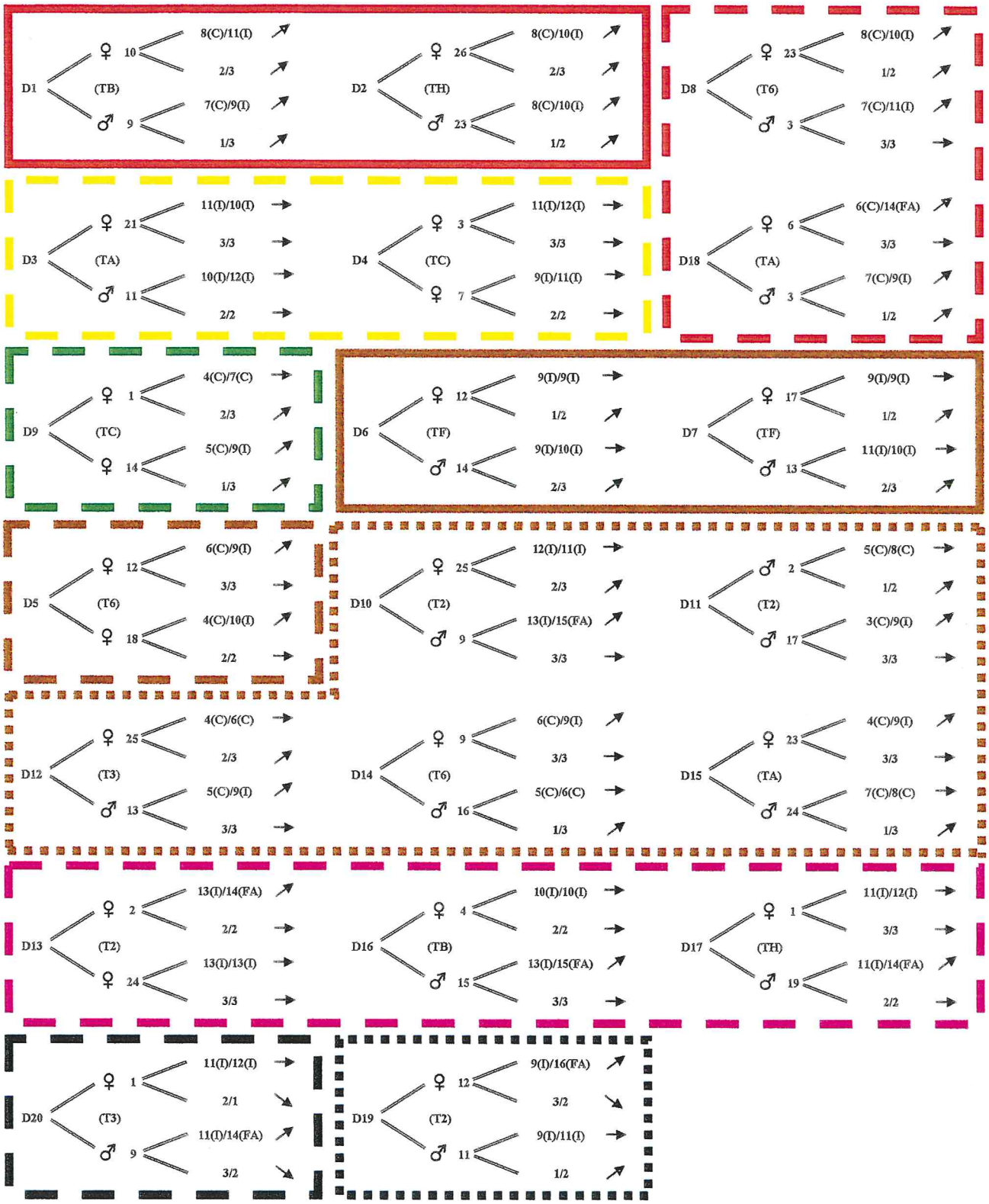


Figura 4: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 3 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL igual), do ano lectivo de 1996/1997

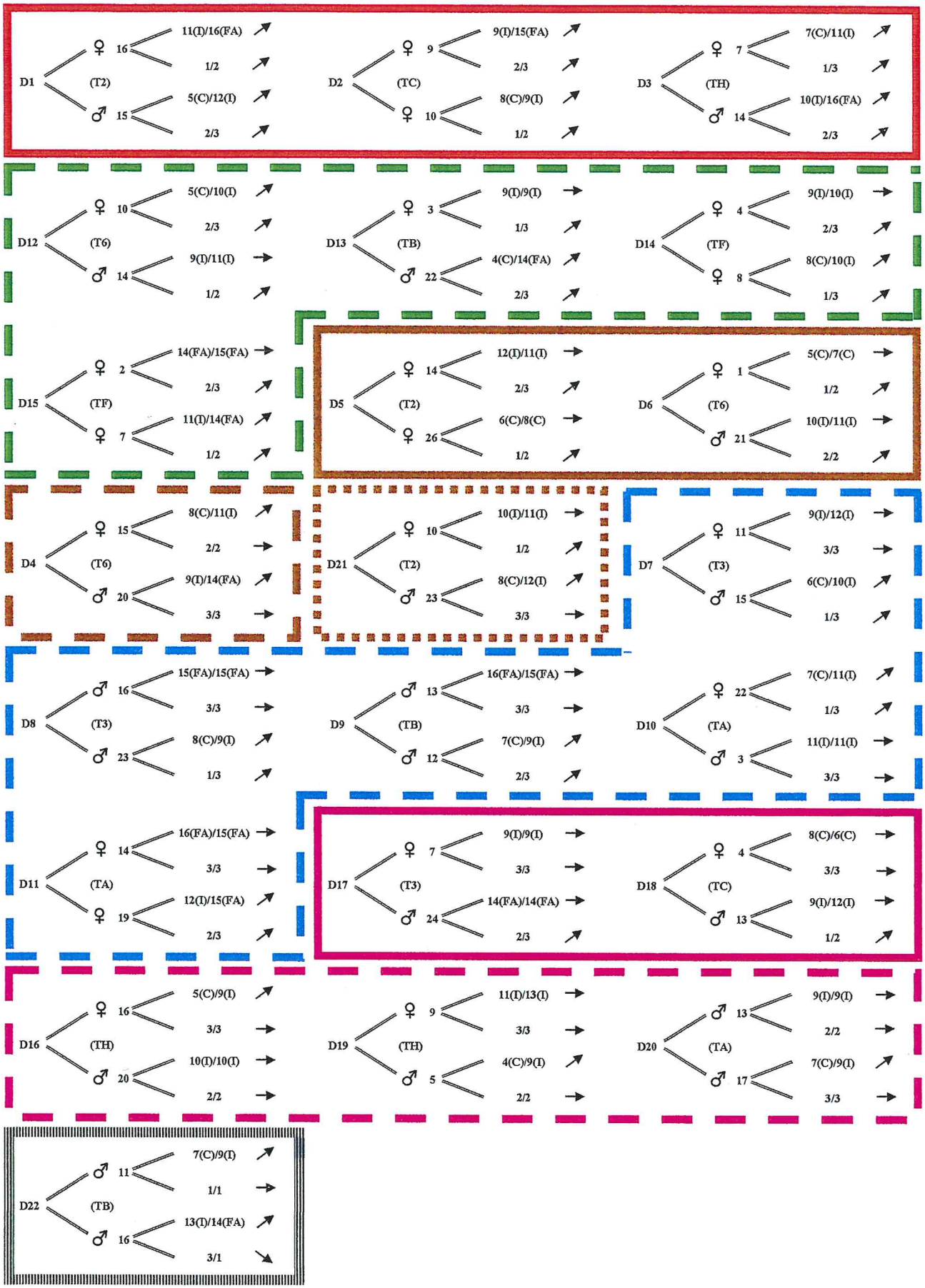


Figura 5: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 4 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL diferente), do ano lectivo de 1996/1997

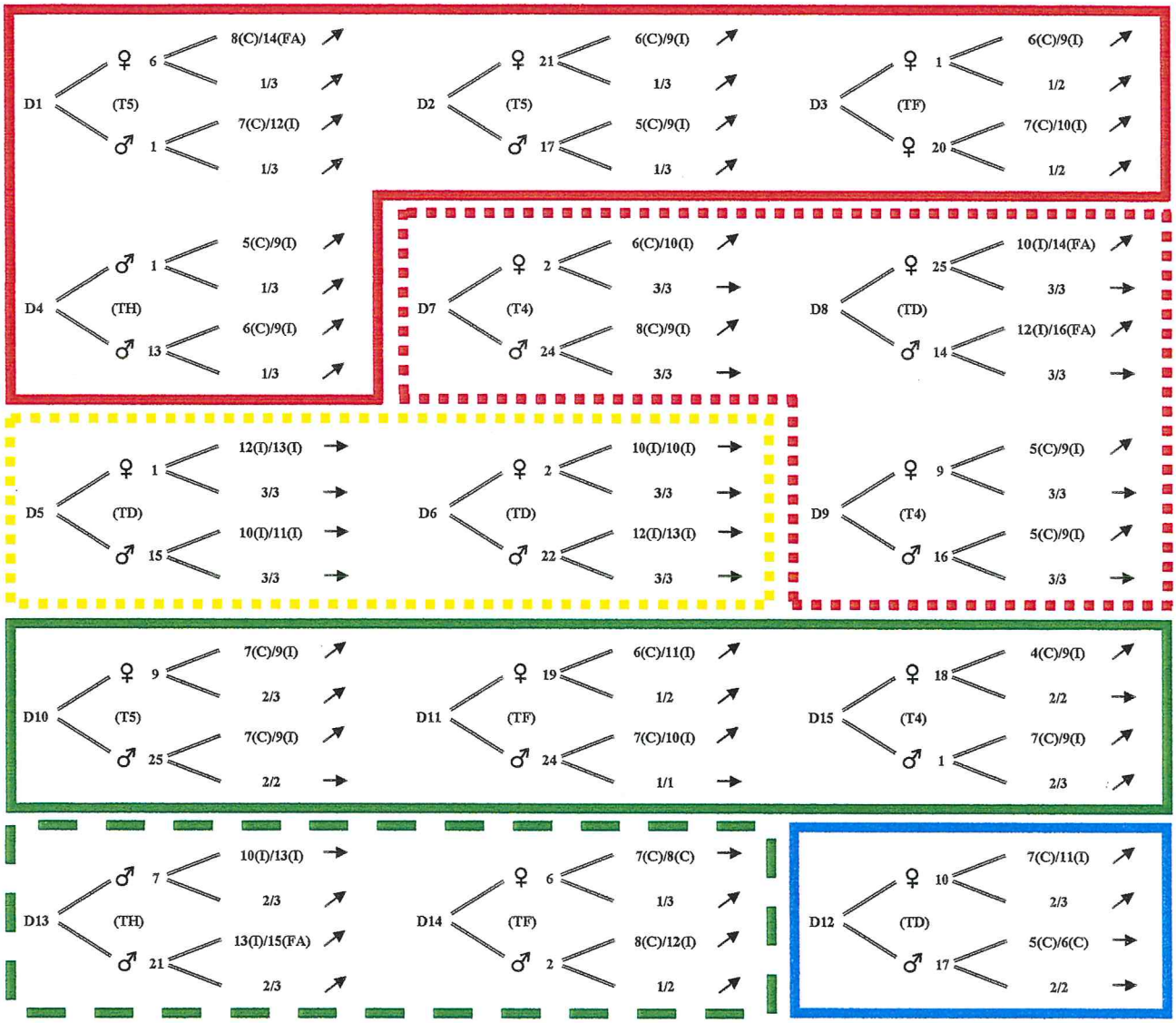


Figura 6: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 1 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL igual), do ano lectivo de 1997/1998

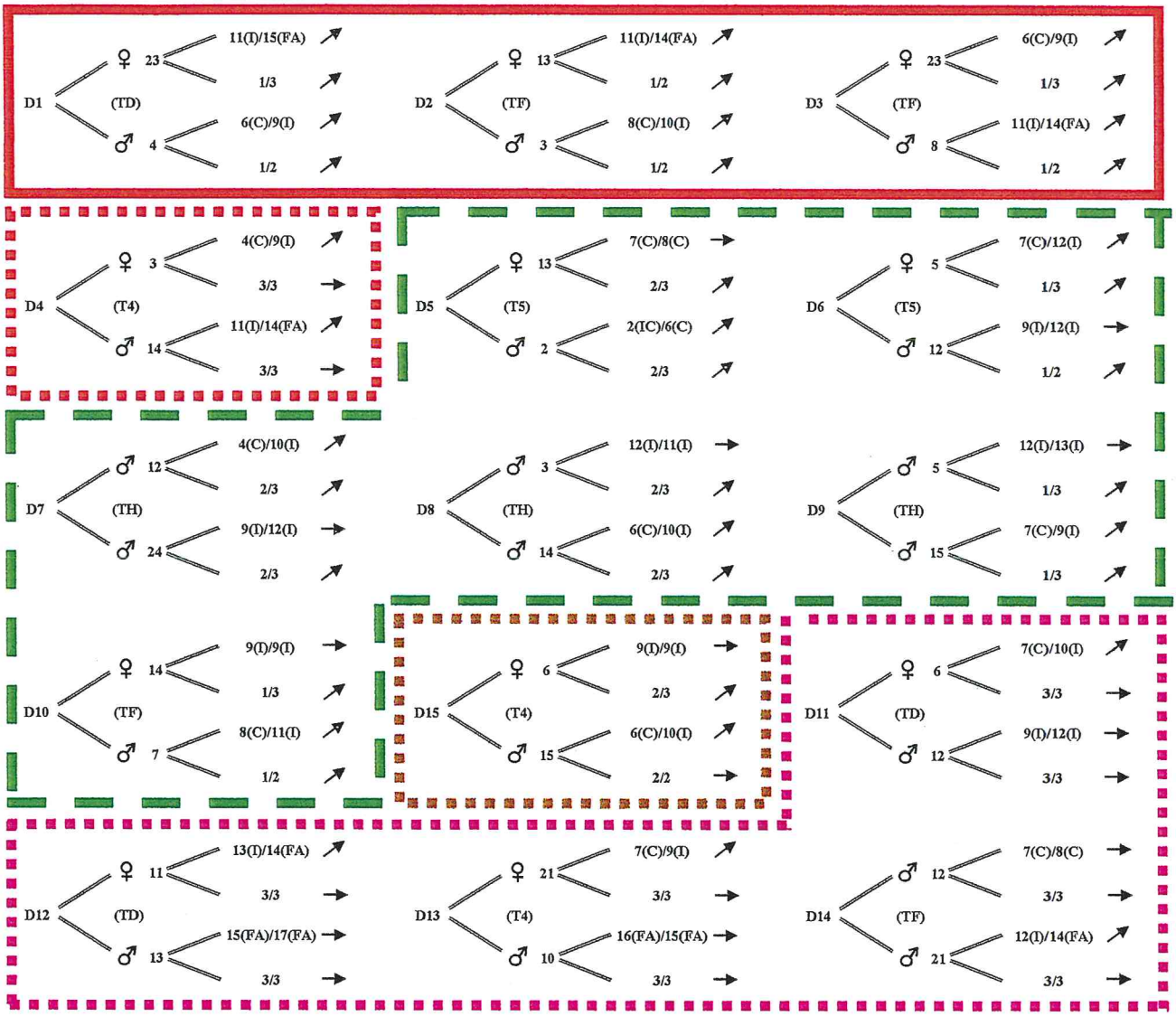


Figura 7: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 2 (Nível da Tarefa igual Nível da ECDL diferente), do ano lectivo de 1997/1998

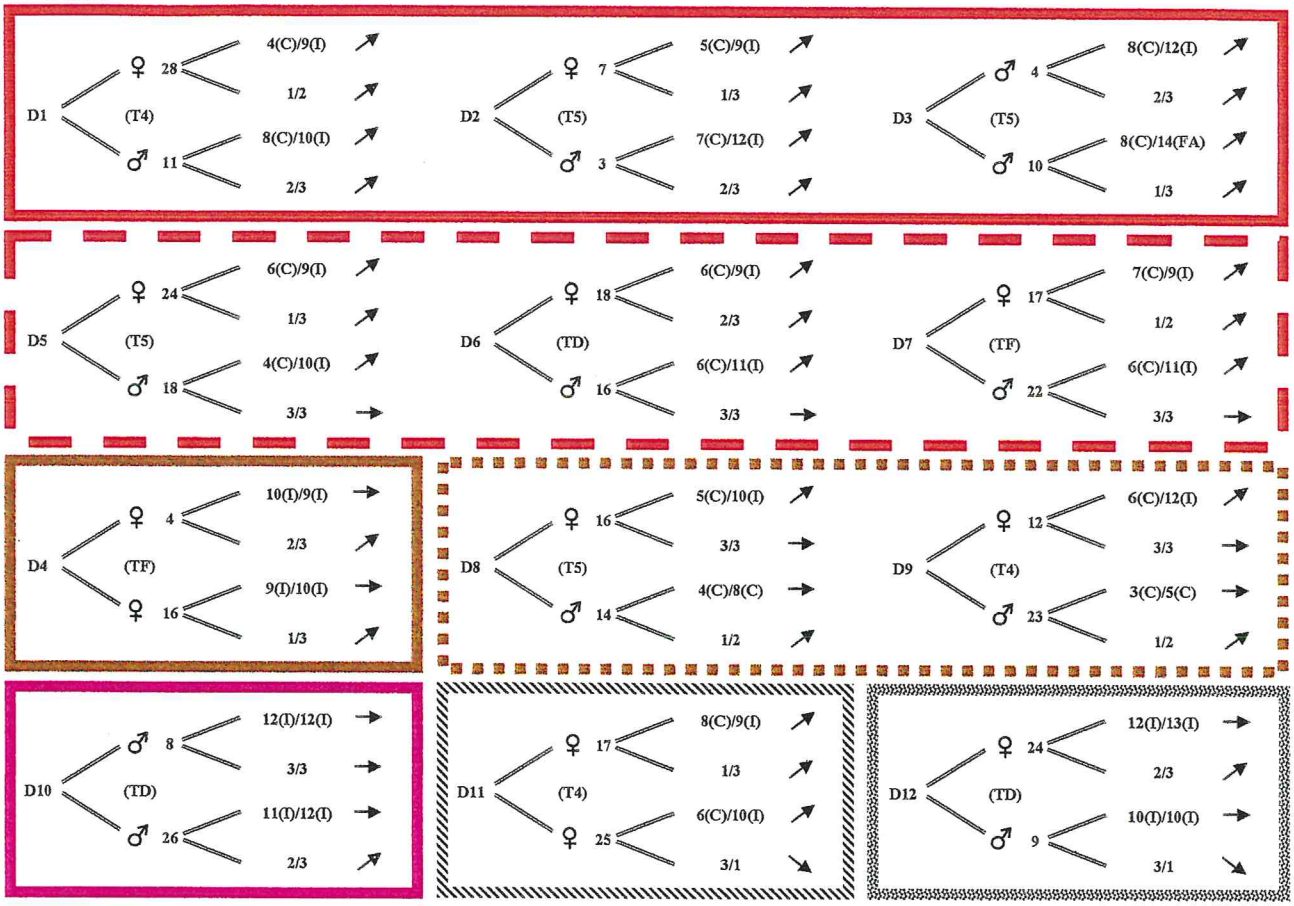


Figura 8: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 3 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL igual), do ano lectivo de 1997/1998

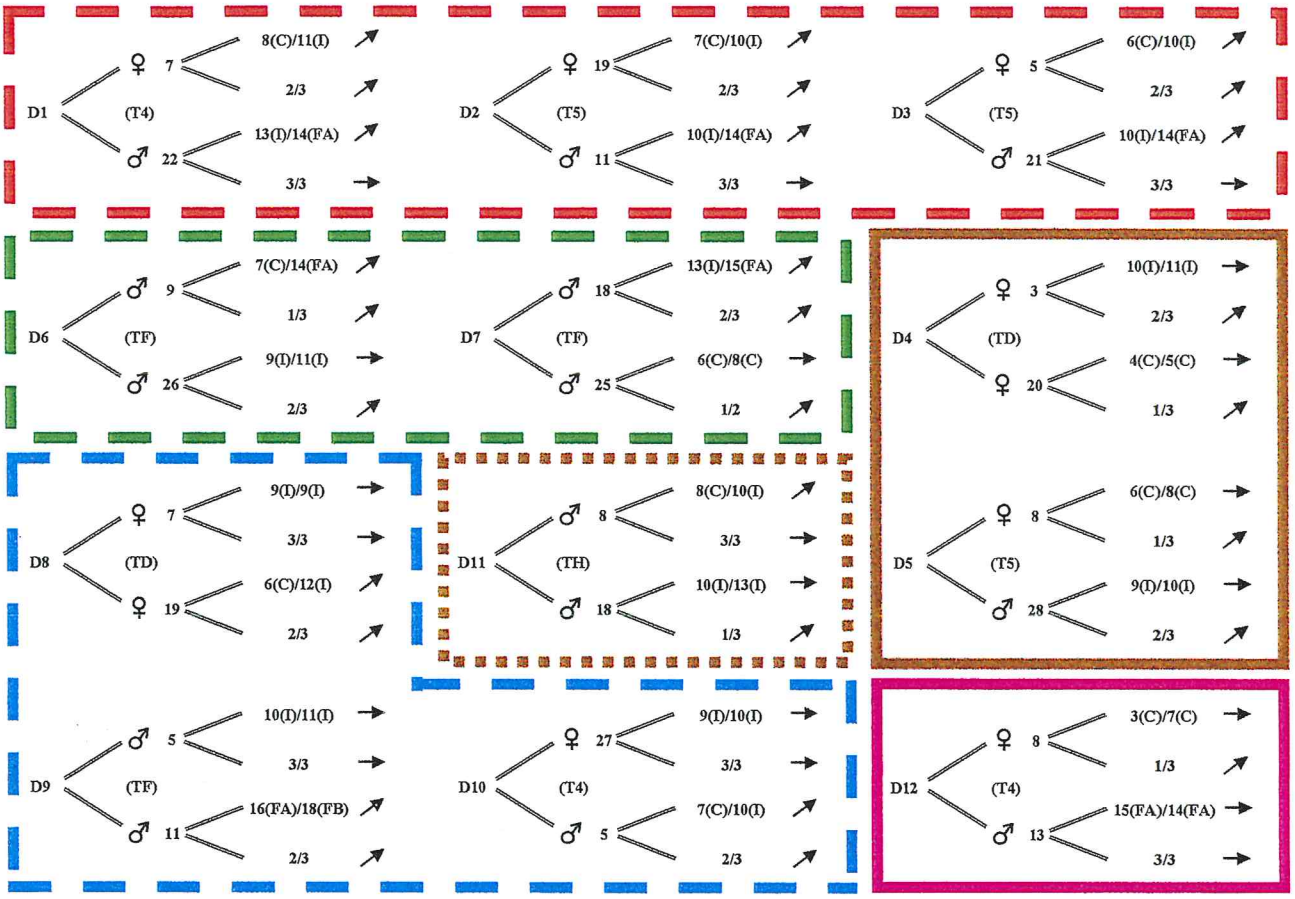


Figura 9: Padrões e sub-padrões de desempenho das díades de Tipo 4 (Nível da Tarefa diferente Nível da ECDL diferente), do ano lectivo de 1997/1998

A combinação resultante das duas condições iniciais, o desenvolvimento lógico e o nível da tarefa do pré-teste de cada um dos sujeitos, permitiu elaborar o Quadro 26, onde se apresentam os diferentes padrões que foi possível identificar claramente.

Quadro 26: Distribuição dos diferentes padrões tipo, nos dois anos de trabalho empírico

		Tipo 1		Tipo 2		Tipo 3		Tipo 4		
Padrão	Sub-Padrão	1996/1997	1997/1998	1996/1997	1997/1998	1996/1997	1997/1998	1996/1997	1997/1998	Total
I	a	4	4	3	3	2	3	3	0	22
	b	0	0	0	0	2	3	0	3	8
	c	3	3	1	1	0	0	0	0	8
II	a	3	0	1	0	0	0	0	0	4
	b	0	0	0	0	2	0	0	0	2
	c	2	2	3	0	0	0	0	0	7
III	a	2	3	0	0	0	0	0	0	5
	b	1	2	3	6	1	0	4	2	19
IV	a	2	0	1	0	2	1	2	2	10
	b	0	0	0	0	1	0	1	0	2
	c	0	0	0	1	5	2	1	1	10
V	a	1	1	1	0	0	0	0	0	3
	b	0	0	0	0	0	0	5	3	8
VI	a	2	0	0	0	0	1	2	1	6
	b	0	0	0	0	3	0	3	0	6
	c	0	0	5	4	0	0	0	0	9
VII	a	1	0	0	0	0	0	0	0	1
	b	0	0	1	0	1	0	0	0	2
	c	0	0	0	0	1	0	0	0	1
	d	0	0	0	0	0	0	1	0	1
	e	0	0	0	0	0	1	0	0	1
	f	0	0	0	0	0	1	0	0	1

O Padrão I refere-se a todas as díades em que os sujeitos progrediram em todos os parâmetros em que isso era possível, ou seja, em que só não existiram progressos para os sujeitos que no pré-teste já tinham obtido um desempenho elevado que era o nível máximo de desempenho possível para o pré-teste e o pós-teste. Assim, este padrão corresponde às díades para as quais o trabalho

colaborativo se revelou mais benéfico, na medida em que elas evoluíram quer quanto ao seu desenvolvimento lógico quer quanto ao desempenho estatístico, sempre que isso ainda era possível. Temos neste caso 38 díades, distribuídas por todos os tipos de díades considerados, em qualquer dos anos em que decorreu o trabalho empírico.

Se considerarmos os subpadrões que podemos observar em relação ao Padrão I vemos que: há 22 díades em que ambos os elementos progrediram em todos os parâmetros considerados (subpadrão a), 8 em que um dos elementos progride quanto do seu desempenho lógico e estatístico e o outro apenas quanto ao desempenho lógico, visto já ter atingido o desempenho estatístico mais elevado possível no pré-teste (subpadrão b) e outras 8 que progridem apenas no seu desempenho lógico visto que ambos os elementos já tinham obtido o nível máximo de desempenho estatístico no pré-teste (subpadrão c).

Se analisarmos detalhadamente o Quadro 26 vemos que nas díades de Tipo 1 encontramos 14 neste padrão, nas de Tipo 2 temos 8 díades, nas de Tipo 3 temos 10 díades e nas de Tipo 4 existem 6 díades.

Por oposição ao Padrão I, aquilo que designamos por Padrão II é o caso em que nenhum dos elementos da díade progride. Deste modo, estes são os casos em que o trabalho colaborativo parece não ter tido qualquer efeito em termos de evolução dos sujeitos, pelo menos um efeito que pudesse ser avaliado através dos instrumentos que utilizamos nesta investigação. No entanto, neste padrão há que considerar um subgrupo daqueles sujeitos, que tendo já obtido a classificação máxima no pré-teste, apenas teriam podido evoluir em relação ao seu desempenho lógico. Contudo, parece-nos de realçar que neste padrão existem apenas 13 díades das quais há apenas 4 em que qualquer um dos elementos poderia ter evoluído quanto ao desenvolvimento lógico e ao desempenho na tarefa de estatística (subpadrão a). Nas restantes 9 díades, um ou ambos os sujeitos tinham já atingido o nível máximo de desempenho no pré-teste, o que os impedia de evoluir quanto aos seus desempenhos estatísticos. Estão no último caso 2 díades, pertencentes ao subpadrão b, em que um dos elementos já tinha o nível máximo no pré-teste e 7

díades que integram o subpadrão c, em que nenhum dos elementos podia evoluir quanto ao seu desempenho estatístico. Há ainda a salientar que dois sujeitos, um de cada díade, tinham já um desempenho lógico mais elevado que o esperado, tornando-se por isso pouco provável que evoluíssem quanto a este parâmetro tendo em conta a sua idade e o nível de escolaridade frequentado. Assim, podemos considerar que num total de 136 díades apenas 4 não evoluem em relação a nenhum dos parâmetros considerados (subpadrão a) e 9 não evoluem em relação àqueles em que essa mesma progressão ainda seria possível (subpadrões b e c).

Ainda em relação ao Padrão II parece-nos de salientar que este padrão nunca aparece para as díades de Tipo 4, aquelas que são assimétricas em relação aos dois critérios de formação considerados e que, no segundo ano de aplicação dos instrumentos, apenas aparece nas díades de Tipo 1, ou seja, nas que são simétricas para os dois critérios considerados. Para além disso, no primeiro ano de aplicação, quando este padrão acontece nas díades de Tipo 2 e 3, só num caso os dois elementos da díade poderiam progredir em ambos os critérios considerados e não o fazem. Nos restantes casos, ou já estão no nível máximo do desempenho estatístico, ou até acumulam esse facto com o já terem um desempenho no formal A, na primeira aplicação da E.C.D.L. De forma resumida: existem 7 díades de Tipo 1 em que nenhum dos sujeitos evolui (em 4 delas ambos tinham já o desempenho estatístico máximo no pré-teste); 4 díades de Tipo 2 (só numa delas é que ambos os sujeitos podiam evoluir quanto aos dois critérios considerados) e 2 díades do Tipo 3 (há sempre um dos elementos que já apresenta o desempenho estatístico máximo no pré-teste).

Se conjugarmos os dados que analisámos nestes dois padrões, as díades de Tipo 1 são as que apresentam um maior número de casos em que ambos progridem quanto aos dois parâmetros considerados (14 díades), mas são também aquelas em que um maior número de casos não progride em relação a nenhum deles (7 díades, sendo apenas 2 do segundo ano de aplicação dos instrumentos), embora se deva realçar que os casos que progridem em ambos são largamente

superiores aos dos que não progridem em nenhum deles. O Tipo 4, que é o que mais nitidamente se lhe opõe quanto aos critérios de formação, sendo o que tem menos casos em que ambos os elementos evoluem quanto aos dois critérios (6 díades), mas é também o único tipo de díades em que não existem um único caso em que pelo menos um dos elementos não evolua em relação a algum dos critérios considerados.

O Padrão III refere-se às díades em que os dois elementos progrediram, mas um deles apenas progrediu em relação a um dos dois critérios considerados (desenvolvimento lógico ou desempenho estatístico), enquanto o outro elemento da díade progrediu em relação aos dois critérios. Assim, este padrão corresponde ainda a uma evolução por parte dos sujeitos. Consideramos que existem dois subpadrões: (a) Um dos sujeitos não progride em relação ao desempenho estatístico (5 díades, todas do Tipo 1); (b) Um dos sujeitos não progride em relação ao desenvolvimento lógico (19 díades, distribuídas por todos os tipos, embora sejam muito raras no Tipo 3, onde não há díades no segundo ano de aplicação e apenas há 1 díade no primeiro ano).

Neste padrão é nítido que existem mais sujeitos que não progridem em relação ao desenvolvimento lógico do que em relação ao desempenho estatístico. Dos 19 sujeitos que não progridem quanto ao desenvolvimento lógico, 5 têm desempenhos do estádio concreto, 12 do intermédio e 2 apresentam desempenhos característicos do estádio formal A, quando é feita a primeira aplicação da E.C.D.L. Daqueles que não progridem quanto ao desempenho estatístico, 3 têm nível fraco e 2 têm nível médio no pré-teste e todos eles estão a trabalhar em díades que são simétricas quanto a este critério, ou seja, os seus pares têm o mesmo nível que eles no pré-teste.

O Padrão IV engloba as díades em que ambos os sujeitos progridem mas apenas em um dos critérios em que poderiam ter progredido. Neste caso, podemos subdividir este padrão em três subpadrões: (a) os sujeitos progridem apenas quanto ao nível inicial da tarefa habitual de estatística (progressos entre o pré-teste e o pós-teste); (b) os sujeitos progridem apenas quanto ao nível de

desenvolvimento lógico, ou seja, entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L.; (c) um dos sujeitos progride quanto ao nível de desempenho estatístico e o outro quanto ao desenvolvimento lógico.

No Padrão IV temos 10 díades em que os dois elementos só progridem quanto ao seu desempenho estatístico (subpadrão a), 2 díades em que só progridem quanto ao desenvolvimento lógico, mas em que devemos salientar que, nestas duas díades, um dos sujeitos já tinha tido um desempenho no nível máximo no pré-teste, pelo que não poderia progredir quanto ao seu desempenho estatístico (subpadrão b) e 10 díades em que um dos sujeitos progride quanto ao desempenho estatístico e o outro quanto ao desenvolvimento lógico, sendo de salientar que, em 9 destes 10 casos, este sujeito já não poderia progredir quanto ao desempenho estatístico por ter atingido o nível máximo no pré-teste (subpadrão c). Assim, existe uma evidência empírica de que os sujeitos, de um modo geral, progrediram de forma mais nítida quanto ao seu desempenho estatístico do que quanto ao desenvolvimento lógico, ou seja, o trabalho colaborativo facilitou de forma mais nítida os progressos estatísticos do que os de índole cognitiva.

O Padrão IV é mais frequente no primeiro ano do nosso trabalho empírico (15 díades) do que no segundo ano (7 díades). Além disso, no primeiro ano aparece em todos os tipos de díades considerados, enquanto que no segundo ano não aparece nas díades de Tipo 1 e é muito raro nas díades de Tipo 2 e 4 (apenas 1 díade). O subpadrão (a) aparece em todos os tipos de díades excepto no Tipo 1 e 2 do segundo ano de trabalho empírico; o subpadrão (b) apenas aparece nas díades de Tipo 3 e 4 do primeiro ano; o subpadrão (c) só aparece nas díades de Tipo 2 (ambos os anos) e nas de Tipo 3 e 4 (segundo ano de trabalho empírico).

Este padrão, embora não corresponda a tantos progressos como o Padrão I e o Padrão III é aquele em que ambos os sujeitos de cada díade progridem num dos critérios, pelo que pode ser considerado uma ilustração das potencialidades do trabalho colaborativo, sobretudo para a promoção dos desempenhos estatísticos dos alunos.

No Padrão V incluímos as díades (e a única tríade existente) em que um dos sujeitos progride quanto aos dois critérios considerados e o outro não progride em relação a nenhum desses mesmos critérios. Este padrão divide-se em dois subpadrões: (a) um dos elementos da díade não progride em nenhum dos critérios considerados quando podia fazê-lo para qualquer um deles (3 díades); (b) um dos elementos da díade não evolui nos dois critérios utilizados, mas na tarefas do pré-teste já tinha atingido o nível elevado, pelo que não poderia progredir nas tarefas do pós-teste.

Neste padrão existem 11 díades, distribuídas por todos os tipos, excepto no Tipo 3. No Tipo 1 temos duas díades; no Tipo 2 encontramos uma tríade (primeiro ano de aplicação) e 8 no Tipo 4. Assim, o caso em que apenas um dos elementos da díade apresenta progressos nos dois critérios considerados é muito mais frequente nas díades assimétricas, para os dois critérios, do que em qualquer um dos outros tipos de díades considerados.

Em relação a este padrão convém ainda salientar que, no caso do elemento da díade que não progrediu, todos os sujeitos das díades de Tipo 4 já tinham atingido o nível elevado no pré-teste, pelo que não podiam progredir quanto ao seu desempenho estatístico. Assim, as díades de Tipo 4 parecem constituir um caso específico dentro deste padrão: por um lado, são aquelas em que está mais representado; por outro lado, ao contrário do que se passa com todas as outras díades deste padrão, o sujeito que não apresenta progressos apenas poderia ter evoluído quanto ao seu nível de desenvolvimento lógico, havendo três sujeitos com desempenhos característicos do estádio formal A e 5 do intermédio, na primeira aplicação da E.C.D.L..

Por tudo o que foi dito até agora, exceptuando o caso do Padrão II, o trabalho colaborativo revelou ser um método eficaz de promover quer o desenvolvimento lógico quer os desempenhos estatísticos dos alunos, embora seja ainda mais eficaz quanto a este último critério. De um modo sintético podemos afirmar que em 136 díades temos 95 que progridem nos dois critérios, para os dois

sujeitos ou pelo menos um deles, num dos critérios, mas neste caso para os dois sujeitos.

Nas díades que integram o Padrão VI temos aquelas em que apenas um dos sujeitos progride em relação a um dos dois critérios considerados. Neste padrão considerámos também três subpadrões: um dos sujeitos progride quanto ao seu desempenho estatístico (6 díades) e poderia ter progredido em relação a qualquer um dos parâmetros (subpadrão a); um dos sujeitos progride quanto ao seu desenvolvimento lógico (6 díades) e um deles já não poderia progredir quanto à tarefa estatística (subpadrão b); um dos sujeitos progride quanto ao seu desenvolvimento lógico, mas já nenhum deles poderia evoluir quanto ao desempenho na tarefa de estatística (9 díades) por se encontrar num nível elevado (subpadrão c) no pré-teste.

No Padrão VI estão incluídas 21 díades, distribuídas por todos os tipos considerados. No Tipo 1 apenas existem 2 díades em que só um sujeito progride quanto ao seu desempenho estatístico, sendo ambas do primeiro ano de trabalho empírico. No entanto, numa delas o desempenho da díade quanto ao desenvolvimento lógico estava no operatório concreto e noutra no intermédio, pelo que em ambos os casos poderia ter existido progresso quanto a este critério. No Tipo 2 temos 9 díades em que um dos sujeitos progride quanto ao desenvolvimento lógico, mas em nenhuma delas os sujeitos poderiam progredir em relação ao seu desempenho estatístico, uma vez que todos eles tinham atingido o nível elevado no pré-teste. No Tipo 3 temos 3 díades em que um dos elementos progride quanto ao desenvolvimento lógico (primeiro ano de aplicação) e 1 em que isso acontece em relação ao desempenho estatístico. No entanto, em todas elas os sujeitos poderiam ter progredido mais, embora um dos elementos da díade não o pudesse fazer quanto ao desempenho estatístico por ter tido o nível máximo no pré-teste. No Tipo 4 temos 3 díades em que um dos sujeitos progride quanto ao desempenho estatístico (apenas uma é do segundo ano de trabalho empírico) e outras 3 quanto ao desenvolvimento lógico (todas do primeiro ano de trabalho empírico). Em todas estas díades há um dos sujeitos que não poderia progredir

quanto ao seu desempenho estatístico, pois já tinha tido o nível máximo no pré-teste, mas no outro parâmetro poderia ter existido uma evolução.

Por último, no Padrão VII englobamos todas as díades em que aconteceu um fenómeno raro: a existência de casos de regressão quanto ao nível atingido no desempenho estatístico (7 casos, dos quais apenas 2 são do segundo ano de trabalho empírico e, neste caso, só em díades de Tipo 3). Se considerarmos que o estudo contempla 136 díades, percebemos que este fenómeno é realmente muito pouco frequente. Contudo, como se refere a um caso que desejaríamos que não existisse de todo, vamos analisar dois destes casos mais detalhadamente (Capítulo 7).

No Tipo I só temos uma díade em que ambos passam de um nível médio no pré-teste para um nível fraco no pós-teste. Trata-se de dois sujeitos que apresentam desempenhos de nível intermédio na primeira aplicação da E.C.D.L., pelo que os seus níveis, à partida, não fariam pressupor que poderiam ter dificuldades em interagir. Assim, neste caso, só podemos interpretar o que aconteceu através de uma análise detalhada dos protocolos de respostas e da interacção que foi gravada em áudio, o que faremos no capítulo seguinte.

No Tipo 2 temos também apenas uma díade em que ambos passam de um nível de desempenho elevado no pré-teste para um nível médio, no pós-teste. Contudo, nesta díade há um dos sujeitos que progride quanto ao seu desenvolvimento lógico, passando de um desempenho do estádio de desenvolvimento lógico concreto para um de nível intermédio. O seu par tem um desempenho de nível formal A em qualquer uma das aplicações da E.C.D.L. Assim, esta díade parece não ter funcionado de forma satisfatória quanto ao desempenho estatístico dos sujeitos, mas o mesmo não se pode dizer quanto ao seu desenvolvimento lógico, em que um deles progride e o outro mantém um nível bastante avançado para a sua idade e ano de escolaridade. Deste modo, a díade progrediu quanto ao critério em que os seus elementos eram assimétricos e regrediu quanto ao critério em que eram simétricos.

O Tipo 3 é aquele em que acontecem mais casos de regressão, num total de 4 díades, embora só num caso abranja os dois sujeitos. Contudo, estes casos apresentam algumas características diferentes. Num deles, ambos têm um desempenho mais fraco no pós-teste que no pré-teste, passando um sujeito do nível elevado para o médio e o outro do nível médio para o fraco. Contudo, o sujeito que no pré-teste tinha um desempenho estatístico de nível elevado progride quanto ao seu desenvolvimento lógico, passando dum desempenho intermédio para um formal A. Num outro caso, também do primeiro ano de trabalho empírico, ambos tinham um desempenho de nível intermédio e há um deles que evolui para o formal A mas, quanto ao desempenho estatístico, esse mesmo sujeito passa de um nível elevado para um nível médio, enquanto o seu par não conseguiu evoluir quanto ao desenvolvimento lógico, mas evolui quanto ao desempenho estatístico, passando de um desempenho no pré-teste de nível fraco para um no pós-teste de nível médio. Assim, tanto num caso como noutro há desempenhos que regridem e outros que progridem.

No segundo ano de trabalho empírico e ainda no que se refere às díades de Tipo 3, temos mais dois casos distintos. Num deles, ambos mantêm o seu nível de desenvolvimento lógico (intermédio) mas, quanto ao desempenho estatístico, um desce do nível elevado para um nível fraco, enquanto o seu par passa de um nível médio para um elevado. No último caso, ambos progridem quanto ao seu desempenho na prova de desenvolvimento lógico, passando do estádio operatório concreto para o intermédio, mas acontece algo estranho quanto ao desempenho estatístico: o que tinha um nível inicial fraco progride para o nível elevado, enquanto que o tinha nível elevado desce para o nível fraco. Mais uma vez, é um caso interessante para analisar mais detalhadamente, quanto ao processo interactivo que decorreu, o que faremos no Capítulo 7.

No Tipo 4 apenas acontece um caso destes, no primeiro ano de trabalho empírico. Nesta díade, ambos progridem quanto ao seu desempenho na escala de desenvolvimento lógico, pois o sujeito que apresenta um primeiro desempenho do estádio operatório concreto passa para o intermédio e o que já estava no

intermédio passa para o formal A. No entanto, quanto ao desempenho estatístico há um dos sujeitos que estava no nível fraco no pré-teste e que se mantém nesse nível no pós-teste e o que estava no nível elevado regride para o nível fraco. Como tal, este é mais um caso que só será possível explicar através de uma análise mais detalhada dos protocolos e da interacção estabelecida.

De forma resumida, podemos afirmar que, para a maioria das díades, o trabalho colaborativo facilitou a evolução dos seus desempenhos na prova de desenvolvimento lógico e nas tarefas habituais relacionadas com conteúdos estatísticos. Assim, em 136 díades, apenas 13 díades (Padrão II) em que nenhum dos sujeitos evolui, mas nestas temos 9 em que ambos ou um deles já não podia evoluir quanto ao desempenho estatístico por ter atingido o nível elevado no pré-teste. Portanto, temos apenas 4 díades para as quais o trabalho colaborativo não constituiu um elemento facilitador de progressos quanto ao seu desenvolvimento lógico e ao seu desempenho estatístico. Por outro lado, o caso mais desfavorável, que consiste em existirem regressões, só acontece em relação ao desempenho estatístico e em 7 díades. Além disso, em 6 delas, é acompanhado de progressões noutros parâmetros. Deste modo, o resultado global é extremamente favorável: há 116 díades (85%) para as quais o trabalho colaborativo promoveu progressos quanto ao desenvolvimento lógico e/ou os desempenhos estatísticos.

CAPÍTULO 6

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

1. Referentes à Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico (E.C.D.L.)

1.1. Caracterização do percurso dos alunos na E.C.D.L.

De acordo com Higele (1978) a escolaridade, para a maioria dos alunos, corresponde ao início do estádio operatório-concreto e termina com o formal, ou seja, o modelo do sujeito epistémico estudado por Piaget permite-nos estudar os sujeitos reais (Lautrey, 1979/1980). E, nestes sujeitos reais, o "desenvolvimento enquanto aquisição de novos conhecimentos, atitudes e valores é um processo que nunca termina" (Lourenço, 1994, p. 147).

A análise global dos Quadros 3 e 4 mostra que, no inicio do ano lectivo, a maioria dos alunos tinha um desempenho característico do estádio das operações concretas, tanto no primeiro ano em que realizámos esta investigação como no segundo ano, quando a replicámos. No ano lectivo de 1996/1997 assiste-se, ainda, a uma passagem para um desempenho característico do estádio intermédio de 19% dos alunos do grupo experimental e de 9% dos alunos do grupo de controlo, quando da segunda aplicação da prova. No ano lectivo seguinte, quando se replica o estudo, temos que 36% dos alunos do grupo experimental passaram para um

desempenho característico do estádio intermédio por oposição a 1% dos alunos do grupo de controlo, quando da segunda aplicação da prova, no final do ano. Estes resultados, atendendo à idade cronológica dos alunos, estão de acordo com o esperado, atendendo às próprias leis do desenvolvimento e que se encontram descritas na literatura (Baldy e Paterne, 1979; César e Esgalhado, 1986; Cros, 1985; Hornemann, 1975; Hornemann e Longeot, 1973; Lautrey, 1979/1980; Longeot, 1964, 1966).

> A evolução entre o estádio concreto e o intermédio é clara entre os 12 e os 13 anos (...) e esta evolução contínua até perto dos 16 anos, encontrando-se neste estádio 30% dos alunos com esta idade. No entanto, este valor é elevado para sujeitos desta idade. A passagem do estádio intermédio para o formal (A e B), por volta dos 15/16 anos, quando a percentagem de alunos do estádio concreto e intermédio começa a diminuir, não é uma passagem nítida. (César e Esgalhado, 1986, p. 5)

Os Quadros 3 e 4 deixam transparecer que, quer na primeira aplicação da E.C.D.L. quer na segunda, os alunos, independentemente de pertencerem a um ou a outro grupo, fazerem parte da amostra do primeiro ano ou do segundo em que a investigação foi realizada, são escassos os que se encontram com um desempenho característico do estádio formal (A e B): 7%, em ambos os grupos no início do primeiro ano da investigação, passando a 17% no grupo de controlo e a 22% no grupo experimental; no segundo ano, a situação é semelhante, com 5% e 4%, respectivamente no início do ano para o grupo de controlo e grupo experimental, no final do ano encontram-se 14% e 18% dos sujeitos com desempenhos característicos do estádio formal A. Embora o número reduzido de alunos que atingem desempenhos deste estádio esteja de acordo com outros autores (César e Esgalhado, 1986, 1987a, 1987b, 1991), não deixa de ser lícito pensar na estimulação cognitiva a que os alunos estão submetidos, por exemplo, em relação a duas noções cruciais para este período de desenvolvimento: a de possível e de necessário. Qualquer destas noções tem potencialidades de serem trabalhadas ao longo das aulas de Estatística e de Probabilidades através da análise exploratória de dados ou simulando jogos de azar na sala de aula.

Os sujeitos desta investigação apresentavam uma idade cronológica compreendida entre os 11 e os 15 anos nos dois anos em que decorreu a investigação (μ=12,3; δ=0,9 no ano lectivo de 1996/1997 e μ=12,8; δ=0,71 em 1997/1998). Uma leitura destes valores indica que os alunos estão dentro dos parâmetros esperados para o ciclo de escolaridade que estão a frequentar, ou seja, entre os 12/13 anos e os 14/15 anos. No entanto, atendendo aos desvios padrão das idades pode-se inferir que para alguns já houve retenções durante o seu percurso escolar.

Para César e Esgalhado (1986, 1987a, 1987b, 1991), quando um aluno tem um percurso escolar sem insucessos, entenda-se sem retenções, a progressão entre o estádio concreto, intermédio e formal segue um padrão mais ou menos regular, em que o estádio formal será atingido por volta dos 15/16 anos. Um segundo padrão surge no caso dos alunos com atrasos escolares. Daí que "o atraso escolar pode ser um dos responsáveis pelos atrasos no desenvolvimento cognitivo entre os 11 anos e meio e os 18 anos, relativamente ao modelo anterior" (César e Esgalhado, 1986, p. 5). Este grupo de alunos "encontra-se, frequentemente, num ciclo de bloqueio cognitivo, sendo a sua característica dominante a de permanecer por períodos longos num mesmo estádio, sem revelar as mínimas indicações de atingir os estádios formal A e formal B" (p. 15).

O interesse pela questão anterior não é tanto saber se os alunos com uma determinada idade cronológica, ao terem ou não desempenhos típicos de um determinado estádio, se encontram mais ou menos desenvolvidos, mas antes compreender que a escola pode ter influência ao promover ou bloquear esse mesmo desenvolvimento. "Na nossa amostra, quando a idade aumenta também o número de insucessos escolares é maior e os resultados da E.C.D.L. são mais baixos" (César e Esgalhado, 1987b, p. 4). Assim, para estas autoras, "um bom percurso escolar está associado a um ritmo rápido no desenvolvimento cognitivo" (César e Esgalhado, 1988, p. 370). Mas,

> o sucesso escolar não é determinado só por um desenvolvimento cognitivo harmonioso; inversamente um desenvolvimento

> cognitivo rápido não determina necessariamente o sucesso escolar. Assim, as reprovações ocorridas na amostra em estudo atingem alunos de todos os estádios de desenvolvimento cognitivo. (César e Esgalhado, 1988, p. 360)

Considerando que se influenciam mutuamente, então somos levados a aceitar que o tipo de práticas, as tarefas que se propõem aos alunos e as instruções que lhe estão subjacentes podem possibilitar-lhes progredirem para um desempenho de um estádio de desenvolvimento cognitivo mais avançado.

> A escola, no seu conjunto, parece ser uma instituição adaptada aos alunos que integram o padrão 1 [os que têm as idades esperadas para o ano de escolaridade que frequentam] (...) por outro lado, o nível de desenvolvimento cognitivo atingido pelos sujeitos é uma dimensão essencial para percebermos melhor o contexto educativo e nele podermos actuar. Assim, parece-nos importante ter em conta a estimulação do desenvolvimento cognitivo nos projectos de inovação educativa.
> Considerar o estádio de desenvolvimento cognitivo não visa rotular os alunos, mas sim confrontar a escola com a necessidade de actuar como um meio estimulante. Não se pretende que todos os sujeitos atinjam o padrão 1, mas saber como é que o meio escolar pode ser estimulante para a diversidade de percursos que desafiam a sua competência. (César e Esgalhado, 1991, p. 61)

De acordo com os parágrafos anteriores, o percurso escolar dos alunos é um factor que se reflecte no desempenho que apresentam na E.C.D.L. e esta afirmação tanto é verdadeira para os alunos que pertenciam ao grupo de controlo como ao grupo experimental, uma vez que os alunos com retenções no seu percurso escolar tanto estão num grupo como no outro. O que é fundamental compreender é porque é que, apesar de no início do ano lectivo, os dois grupos terem alunos com desempenhos na E.C.D.L. muito próximos entre si, no final do ano, após os alunos do grupo experimental terem trabalhado colaborativamente, de acordo com o plano empírico, apresentaram uma evolução mais nítida comparativamente aos seus colegas do grupo de controlo. É esta questão que procuraremos seguidamente responder até porque,

> o desenvolvimento cognitivo, por si só, parece-nos ser uma variável muito pobre (...) no entanto ela é uma dimensão

> importante se articulada com outras dimensões da educação: novos conteúdos, novas estratégias de trabalho, novas formas de articulação curricular. (César e Esgalhado, 1991, p. 61)

1.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental na E.C.D.L.

De acordo com Verba (1999) "a análise dos ganhos e dos progressos cognitivos de um sujeito pressupõe uma teoria ou aspectos específicos de uma teoria do desenvolvimento" (p. 188). Aceitando que uma teoria é um dos muitos olhares possíveis para uma realidade complexa, escolhemos a Psicologia Social Genética para nos permitir interpretar os resultados obtidos pelos alunos do grupo experimental.

O termo "ganho cognitivo ou progresso cognitivo implica a transformação de saber ou de saber fazer num determinado período de tempo" (Verba, 1999, p. 188). O conceito de progresso, tal como o adoptámos ao longo desta investigação, refere-se a uma avaliação dos desempenhos dos sujeitos através de (a) uma escala colectiva de desenvolvimento lógico (E.C.D.L.), passada no início e no final do ano lectivo e (b) de duas tarefas habituais: um pré-teste pós-teste aplicado antes e depois de um período onde os alunos trabalharam colaborativamente tarefas não-habituais da unidade curricular de Estatística.

Os dados apresentados nos Quadros 5 e 6 confirmam que os desempenhos dos sujeitos do grupo experimental (GE) progridem mais quanto ao desenvolvimento lógico do que os do grupo de controlo (GC). Sendo os sujeitos do grupo experimental aqueles que trabalharam em díade quando resolviam as tarefas não-habituais, podemos considerar, como Iannaccone e Perret-Clermont (1993), que os resultados obtidos na nossa investigação sugerem que as interacções sociais facilitam a promoção do desenvolvimento cognitivo,

> as explicações para o desenvolvimento cognitivo propostas por Mead, Vygotsky e pelo jovem Piaget (...) repousam na ideia que a emergência das competências cognitivas dependem mais ou menos directamente das interacções sociais vividas pelo sujeito. A actividade interindividual e a confrontação interpessoal são

> descritas como os lugares de emergência privilegiados do desenvolvimento cognitivo. (p. 238)

No entanto, o desenvolvimento não pode ser considerado como uma simples eclosão das estruturas lógicas provocada pelo contexto da interacção social em si mesma. Esta relação não pode ser considerada como automática no sentido de que qualquer modalidade de interacção social suscita necessariamente reestruturações em termos do pensamento dos sujeitos (Doise e Mugny, 1981; Iannaccone e Perret-Clermont, 1993; Mugny, 1985; Perret-Clermont, 1993; Perret-Clermont e Nicolet, 1988). Bem pelo contrário, as dinâmicas que regem as regulações sociais e os processos cognitivos são complexas e ainda se encontram numa fase de serem descritas (Iannaccone e Perret-Clermont, 1993). No entanto, "a estabilidade e a generalidade dos progressos observados tornam credível a posição que considera que os factores sociais não afectam simplesmente os aspectos superficiais das estruturas cognitivas" (Iannaccone e Perret-Clermont, 1993, p. 241).

Para tentar explicar como, depois de os sujeitos passarem por uma fase de interacção social, apresentam competências cognitivas mais avançadas, somos levados a pensar nos mecanismos em jogo. Com a noção de conflito sócio-cognitivo, aprofundada por Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976), é possível compreender a dinâmica entre o social e o individual, presente quando o sujeito se confronta com outro, em relação a uma tarefa que têm de resolver em conjunto, com os vários saberes e competências que cada um possui e acontecendo tudo isto num contexto social, que não é neutro, no qual são também estabelecidas relações de poder e liderança. Tudo isto se passa durante uma situação de interacção social, que constitui um confronto intersubjectivo entre os dois parceiros, que tentam colocar em discussão o seu ponto de vista e, assim, chegar a soluções novas. O aspecto conflitual da interacção joga-se a dois níveis: cognitivo, que permite que ocorram estruturações cognitivas resultantes dessa interacção, influenciando o desenvolvimento operatório do sujeito; e social, que é provocado pelo facto dos sujeitos terem de ser capazes de gerir a interacção em si,

ou seja, as discordâncias, os consensos ou a liderança. Assim, há progressos sócio-cognitivos e nos desempenhos matemáticos dos sujeitos (César, 1994, 1997, 1998a, 1998b, 1999, 2000a, 2000c; César e Torres, 1998; Perret-Clermont, 1976/78) que permanecem mesmo quando os sujeitos voltam a trabalhar individualmente, segundo um contrato didáctico tradicional, com tarefas de natureza diferente (tarefas habituais) daquela em que foi estabelecida a interacção. Mesmo neste caso, conseguem mobilizar competências adquiridas quando do trabalho em díade.

Os alunos do grupo experimental, ao interagir entre si para resolver uma tarefa não-habitual, têm mais oportunidades de se confrontarem acerca do seu ponto de vista pessoal e do seu parceiro, de reflectir sobre as diferentes formas de resolver a tarefa, de negociarem um significado e de gerirem uma relação interpessoal. Pelo contrato experimental (Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1985, 1997) que se estabelece entre as diferentes díades e a investigadora, fruto do plano empírico, os alunos estão comprometidos a encontrar uma solução comum para uma determinada tarefa. Mas, para isso, têm de concordar e conseguir justificar as suas escolhas, chegando assim a um significado da tarefa e a uma solução que, por ser negociada e reflectida entre ambos, é também partilhada pelos dois. Deste processo resulta um duplo desequilíbrio: por um lado, inter-individual, isto é, entre as respostas dos dois sujeitos; por outro lado, intra-individual, quando o sujeito é convidado a questionar-se acerca da sua resposta face a uma outra resposta também ela possível, encontrada pelo seu par. Este duplo mecanismo de desequilíbrio é muito mais do que uma mera oposição de resoluções entre dois parceiros sociais face à realização de uma tarefa.

É na coordenação dos diferentes pontos de vista para chegar a um acordo ou, como refere Gilly (1988), na tentativa de ultrapassar o desequilíbrio cognitivo inter-individual, que os sujeitos conseguem resolver o seu próprio conflito cognitivo intra-individual. Citando Doise e Mugny (1981), "é através da interiorização de coordenações sociais que se chega a novas coordenações intra-individuais" (p. 23), o que corrobora as ideias expressas por Vygotsky

(1962, 1978) quando refere que o desenvolvimento se processa primeiro num plano interpessoal, ou social, e que, só posteriormente, é interiorizado, tornando-se intrapessoal, ou seja, individual.

Assim, os progressos no desenvolvimento lógico dos sujeitos parecem ser devido a duas ordens de factores: por um lado, aos que pressupõem as leis gerais da psicologia do desenvolvimento, e que explicam que mesmo os desempenhos dos alunos que integravam o grupo de controlo (GC) pudessem atingir um nível mais avançado na segunda aplicação da E.C.D.L., que é efectuada no final do ano. Por outro lado, às interacções sociais estabelecidas entre os pares, às instruções de trabalho e à natureza das tarefas propostas, que promovem o estabelecimento de conflitos sócio-cognitivos, levando os sujeitos à procura de uma intersubjectividade (Werstch, 1985, 1991), o que facilita o seu progresso cognitivo. No entanto, sendo significativa a diferença encontrada entre os progressos dos desempenhos dos sujeitos do grupo experimental (GE) e os do grupo de controlo (GC), tanto no primeiro ano do estudo como quando procedemos à sua replicação, podemos afirmar que as interacções entre pares podem ser uma forma eficiente de promover o desenvolvimento cognitivo dos sujeitos, tendo contudo de ressalvar que

> a actividade cognitiva individual é inseparável do meio social em que se efectua e a unidade mínima de análise da actividade cognitiva não pode continuar a ser o indivíduo isoladamente mas em relação, através de numerosas formas de encontros interpessoais no interior dos quais ele constrói ou recebe os elementos das suas estruturas conceptuais e dos saberes transmitidos. (Iannaccone e Perret-Clermont, 1993, p. 253)

É através da coordenação de estratégias de resolução individuais com as de um parceiro que cada aluno ganha a mestria de co-ordenar sistemas que mais tarde irá ser capaz de utilizar individualmente: "A causalidade atribuída às interacções sociais não é unidireccional [no sentido piagetiano de que ao agir no meio o sujeito elabora e organiza sistemas de pensamento] mas circular (...) [uma vez que] as interacções sociais não são só indutores como também são causas

estruturantes das produções cognitivas" (Perret-Clermont e Brossard, 1985, p. 312).

Assim, os alunos do grupo experimental, ao terem de discutir as suas resoluções com as do seu colega para resolverem uma tarefa não-habitual, mais aberta, mais lúdica e para a qual não lhes era dito explicitamente o que deveriam fazer, tinham mais oportunidades para se confrontarem com os pontos de vista, os argumentos e as resoluções diferentes das suas, ou seja, é o contrato experimental que se cria entre a díade e o experimentador, juntamente com as tarefas não-habituais que os dois parceiros têm de resolver e as instruções fornecidas, que criam o contexto social propício aos confrontos interindividuais. Os progressos individuais resultam da interiorização de novas coordenações interindividuais que a resolução do conflito sócio-cognitivo obriga (Doise e Mugny, 1981).

Mas a composição das díades também não pode ser preterida no sentido de que basta dois alunos trabalharem juntos para que se gere uma interacção benéfica e não puramente relacional, onde uma situação de submissão ou de liderança é gerida de forma a não interferir com a própria dinâmica interactiva da díade. A literatura mostra como, para uma interacção ser lucrativa para os sujeitos, têm de existir oposições de centrações, de pontos de vista e de resoluções. Consequentemente, a composição das díades tem de merecer alguns cuidados (Doise e Mugny, 1981; Gilly, 1990; Grossen e Perret-Clermont, 1984; Iannaccone e Perret-Clermont, 1993; Perret-Clermont, 1976/1978; Perret-Clermont e Brossard, 1985).

Como referem César (1994) e Gilly (1990) um sujeito pode tirar benefícios de uma interacção quer se trate de díades simétricas quer assimétricas quanto ao nível inicial de competência. Os nossos resultados também corroboram o que foi dito: não é necessário um par mais competente para que o sujeito progrida. As interacções entre pares são um meio poderoso de promover progressos cognitivos. Como afirma Gilly (1990),

> as interacções sociais entre sujeitos como níveis iniciais idênticos podem provocar progressos e um sujeito de um nível superior pode

> tirar benefícios de uma interacção com um sujeito de um nível inferior. Esta situação reforça a ideia de que o conflito sócio-cognitivo se deve à oposição de respostas que é o motor dos progressos registados. (p. 208)

De acordo com Carvalho e César (2000d), as implicações psicológicas e pedagógicas que se que se podem retirar do facto de se verificarem progressos nas díades sem que um dos elementos tenha forçosamente de ter um nível de desempenho superior são imensas. Este facto é particularmente relevante quando se pretende uma escola para todos e se procuram desenvolver práticas de sala de aula inclusivas (César e Silva de Sousa, 2000).

2. Referentes às Tarefas Habituais

2.1. Caracterização do percurso dos alunos nas tarefas habituais

Quando interpretamos globalmente os Quadros 7 e 9 constatamos que, para os alunos que participaram nesta investigação nos dois anos em que a mesma se desenvolveu, o grau de aderência às tarefas habituais é elevado e que estas estavam de acordo com o que os alunos habitualmente realizam na sala de aula, atendendo ao baixo índice de não respostas apresentado.

De acordo com Borasi (1986), habitualmente, numa tarefa que é apresentada ao aluno existe: (a) uma definição do que é pedido ao aluno, ou seja, as perguntas que lhes são feitas e que devem responder, bem como a ordem por onde devem começar. Quanto mais explícito, como acontecia no caso das tarefas habituais, for o pedido formulado menos interpretações serão feitas pelo aluno sobre o que pretende o professor; (b) o contexto onde a tarefa se enquadra, quanto mais informação estiver presente na tarefa, mais aberta a torna e mais soluções permite. No caso concreto das tarefas apresentadas aos alunos, o contexto que enquadrava o que lhe era pedido era extremamente reduzido e frequente em relação ao que os alunos estavam familiarizados em termos de actividades a

realizar na sala de aula e igualmente presente nos livros de texto; (c) a resolubilidade sugerida pela própria tarefa, no caso concreto das tarefas habituais, é manifesta e só admite uma única solução que se resume à aplicação de um procedimento ou um algoritmo. As tarefas habituais apelavam para a aplicação de um determinado conhecimento, a própria sintaxe da construção frásica da pergunta feita é clara: constrói, calcula, faz.

Nas tarefas habituais que utilizámos como pré-teste e pós-teste obedeciam às características encontradas por Borasi (1986) e, quer pela observação que fizemos das aulas em que a unidade de Estatística foi leccionada quer pelo livro de texto utilizado pelos professores, podemos afirmar que estas tarefas se aproximavam muito das que foram realizadas pelos alunos na sala de aula. Como vimos pela revisão da literatura realizada no Capítulo 2, este tipo de tarefas tem consequências para o tipo de conhecimentos e competências que os alunos desenvolvem.

As tarefas habituais associadas a formas tradicionais de as trabalhar na sala de aula dificultam que os alunos atinjam níveis de conhecimentos que vão além dos conhecimentos instrumentais (Skemp, 1978, 1988). Os alunos ficam a dominar uma colecção isolada de regras, procedimentos e algoritmos, aprendidos pela rotina e repetição que, como referem Sfard e Linchevski (1994a), se limitam muitas vezes a competências instrumentais. Em muitas situações da vida quotidiana dos sujeitos esta competência não é suficiente para que consigam interpretar, analisar e resolver problemas reais bem mais complexos. Consequentemente, tomar decisões pessoais, profissionais ou de cidadania baseadas numa análise mais alargada da situação torna-se uma tarefa difícil de concretizar.

No entanto, a unidade de Estatística presente no programa de Matemática do 7º ano ao não contemplar a análise exploratória de dados, ao contrário do que acontece em outros países, facilita que o ensino da Estatística, neste nível de escolaridade, seja fortemente leccionado de forma a privilegiar os aspectos computacionais. Mas, na maioria das vezes, quando o sujeito no seu dia-a-dia se

confronta com uma situação estatística é para avaliar dados, saber interpretá-los e conseguir, a partir deles, inferir mensagens simples e directas, ou complexas e nem sempre imediatas.

Ao não se trabalhar a Estatística com base na análise exploratória de dados corre-se mais um outro perigo: os dados numa distribuição são vistos como uma colecção de números, fora de um contexto que lhes dá e legitima um significado, em vez de serem encarados como os diferentes valores que a variável que se está estudar pode assumir. Mais tarde, quando os alunos vão utilizar esses valores encontram mais dificuldades em compreendê-los e interpretá-los.

A tradição das práticas nas aulas de Matemática, que facilmente se constata quando se contempla os livros de sumários e se observam aulas, é a resolução de exercícios. A computação é o que habitualmente os alunos, e muitos professores de Matemática, associam ao que se faz numa aula. "A sobrevalorização do cálculo conduziu à ideia de que a Matemática se memoriza e aprende com processos repetitivos, por simples prática de exercícios e mais exercícios" (Ponte, 1988, p. 16).

César e Silva de Sousa (in press) também relatam o caso de uma aluna que, quando em Dezembro é entrevistada no âmbito do projecto *Interacção e Conhecimento*, afirma

> Dantes, só pensava em mim própria. Não me ralava se os outros tinham percebido ou não o que eu tinha feito... Nem pensava que podia aprender alguma coisa com eles, só achava que devia ouvir o professor, fazer os exercícios e estudar muito em casa para memorizar tudo bem.(M., 9º ano)

Este excerto de entrevista revela que, até à participação num projecto que promovia o trabalho colaborativo, para aquela aluna, que sempre tivera 5 a Matemática, a preocupação central consistia em cumprir o contrato didáctico habitual: *ouvir o professor e estudar muito em casa para memorizar tudo bem.* Mas, a Estatística presta-se e pode ser um momento privilegiado de pensar e fazer Matemática de uma outra forma, ao proporcionar as condições para os trabalhos de projecto significativos à luz e aos interesses dos alunos (Abrantes, 1994).

Como afirma este autor, "tão impensável como não incluir a Estatística no programa seria ensiná-la sem o recurso ao trabalho de grupo ou à realização de projectos" (p. 260).

Quando se ensina e aprende a unidade de Estatística da mesma forma que os restantes tópicos de Matemática, os alunos não só não desenvolvem o pensamento estatístico, como ainda o confundem com o pensamento matemático, nomeadamente na possibilidade de existirem duas soluções adequadas em função da interpretação que se pode fazer do contexto do problema. O que se reflecte, por exemplo, no tipo de erros que os alunos revelam, ou no tipo de dificuldades que apresentam, nomeadamente na compreensão do significado dos conceitos, mesmo nos aparentemente simples, como é o caso da média ou da mediana.

Os Quadros 7 e 9 permitem-nos inferir quais os conhecimentos acerca dos conteúdos de Estatística leccionados no 7º ano de escolaridade que os alunos tinham antes de trabalharem em díade, na presente investigação. Analisando estes quadros verificamos que, a generalidade dos alunos está familiarizada com os conceitos que aparecem nas tarefas habituais e aplica esses conhecimentos, conseguindo ter sucesso neste tipo de tarefas. No entanto, esta situação pode dar uma imagem incompleta dos conhecimentos que os alunos têm. Saber calcular um algoritmo ou realizar um procedimento não é sinónimo de, noutros contextos, os sujeitos conseguirem resolver uma tarefa que envolva esses mesmos conceitos. Como referem Carvalho e César (2000a),

> se ficarmos por uma análise quantitativa e que apenas tem em conta os aspectos computacionais, somos levados a afirmar que estes conceitos estão adquiridos e que não apresentam grandes dificuldades para os alunos, uma vez que a maioria domina o seu conhecimento computacional. Contudo quando passamos do conhecimento instrumental para o relacional, verificamos que surgem dificuldades significativas (...) assim as aparências iludem [e ter competências computacionais] não nos permite compreender toda a complexidade inerente à apropriação e aplicação dos conceitos estatísticos. (p. 222)

Como constatamos pelos Quadros 7, 8, 9 e 10 os conceitos estatísticos só são aparentemente fáceis, uma vez que mesmo acabando de ser leccionados, como acontecia quando os alunos realizavam o pré-teste (Quadros 7 e 9), para alguns, mesmo aplicar algoritmos ou realizar procedimentos, não é tão isento de dificuldades, como uma leitura menos atenta pode induzir. Como podemos verificar quando analisamos os Quadros 8 e 10 mesmo quando os alunos tiveram a oportunidade de trabalhar estes conceitos, de uma outra forma e com um outro tipo de tarefas, continuam a apresentar respostas incorrectas e a não conseguir responder em alguns dos parâmetros existentes nas tarefas habituais do pós-teste. No entanto, este número é significativamente menor nos alunos do grupo experimental.

Ao comparar os Quadros 7 e 9, que se referem ao pré-teste dos dois anos em que se desenrolou a investigação, verificamos que os desempenhos dos alunos são muito semelhante entre si. Pese embora o facto de os alunos serem outros e de terem tido professores diferentes, a forma de trabalhar a unidade de Estatística não teve grandes diferenças de um ano para o outro, como constatámos durante as observações de aulas que realizámos.

No entanto, os resultados dos alunos em relação à mediana diferem entre si de um ano para o outro, sendo este o único caso onde se encontra uma diferença acentuada entre os dois grupos. Para procurar compreender o porquê desta situação somos levados a pensar em duas explicações: uma prende-se com os próprios alunos, sendo necessário comparar, por exemplo, os desempenhos dos sujeitos em termos da E.C.D.L. para verificar se existiriam diferenças em termos de desenvolvimento lógico que contribuíssem para esclarecer a razão desta diferença. Uma segunda explicação seria analisar detalhadamente as nossas notas acerca das observações das práticas dos professores para encontrar alguma indicação. Mas esta diferença entre os desempenhos dos sujeitos é tanto mais interessante quanto sabemos que os alunos que fizeram parte do nosso estudo frequentavam duas escolas diferentes nos arredores de Lisboa, sem serem próximas uma da outra.

Começando por explorar a primeira tentativa de explicação verificamos, através dos Quadros 3 e 4, referentes aos desempenhos dos alunos em relação à E.C.D.L., que os desempenhos dos alunos são muito semelhantes entre si. No primeiro ano e na primeira aplicação da prova temos 48% dos alunos com desempenhos no estádio operatório concreto, 44% no estádio intermédio e 7% no estádio formal A; no segundo ano encontramos 51% dos alunos com desempenhos no estádio operatório concreto, 43% no estádio intermédio e 5% no estádio formal A. A diferença que se detecta nos resultados dos alunos nos dois anos em que se realizou a investigação é pouco acentuada, não nos permitindo considerar que as diferenças nos desempenhos dos alunos possa ter aí a sua explicação.

Uma explicação terá de ser procurada nas diferenças das práticas de sala de aula dos professores nestes dois anos, nomeadamente, da aula onde o conceito de mediana é introduzido. De facto, no primeiro ano, numa das escolas, dois dos professores recorrem a duas actividades que não foram retomadas na segunda escola, nem tão pouco na mesma escola no ano seguinte, ou seja, no ano seguinte o conceito de mediana é apresentados aos alunos como mais um parâmetro que pode ser uma alternativa à moda ou à média, já leccionadas no 6º ano de escolaridade. A actividade concretizada pelos dois professores no primeiro ano e numa das escolas pode ser a explicação complementar para os desempenhos diferenciados dos alunos, realçando a relevância que as práticas de sala de aula podem ter nesses mesmos desempenhos.

Em ambos os casos, as actividades em causa eram simples e exequíveis em qualquer sala de aula. No caso de um professor, consistiu em pedir a vários alunos com tamanhos diferentes para irem até ao quadro e depois discutir com a turma se aqueles colegas eram um bom indicador da altura dos alunos daquela turma. Diferentes alunos iam rodando em frente do quadro em função do debate gerado em torno da actividade. O segundo professor explorou a mesma ideia, mas recorrendo à projecção de um acetato onde maçãs com diferentes tamanhos eram movimentadas de acordo com a discussão que ia acontecendo na sala de aula.

No primeiro ano, os dois professores que introduziram o conceito de mediana de uma forma diferente, podem ser uma explicação para os resultados encontrados no segundo ano em relação ao conceito de mediana. Porém, na continuação das aulas destes dois professores não foram observadas outras explorações deste conceito. Nas aulas seguintes, o conceito de mediana é trabalhado com os alunos de forma semelhante por todos os professores, ou seja, com exercícios muito próximos daqueles que constituem as tarefas habituais.

2.2. Desempenho do grupo de controlo e do grupo experimental nas tarefas habituais

Quando confrontamos os resultados dos alunos que formaram o grupo de controlo com os do grupo experimental verificamos que, aqueles que pertenceram ao segundo grupo apresentaram melhores desempenhos quando realizaram a tarefa habitual de pós-teste. Assim, o trabalho em díade, realizado de acordo com o plano empírico, demonstrou ser uma das formas possíveis de facilitar a apropriação dos conhecimentos e a mobilização de competências, ligada à unidade curricular de Matemática escolhida para este estudo: a Estatística.

No início dos dois anos lectivos em que decorreu o presente estudo, quando comparamos os resultados dos sujeitos do grupo de controlo e do grupo experimental, observamos que em ambos os grupos os alunos apresentavam níveis de desempenho globalmente semelhantes. Porém, no final do ano lectivo, os desempenhos dos alunos do grupo experimental afastam-se. O facto destes alunos terem trabalhado colaborativamente em apenas três sessões, fomentou o progresso desses alunos quando mais tarde realizaram o pós-teste.

Parece-nos que, pelo facto dos alunos terem feito parte do grupo experimental, tiveram novas e diferentes oportunidades de trabalhar o tópico da Estatística, o que lhes possibilitou melhorar os seus saberes e ter mais facilidade em mobilizar as suas competências referentes a este conteúdo. Refira-se que os alunos trabalharam em díade com tarefas não-habituais e em condições novas,

mas eram confrontados com um pré-teste e um pós-teste para serem resolvidos individualmente e que se referiam a tarefas habituais. Além de que, quem apresentava as tarefas habituais não era a investigadora com quem o alunos tinham trabalhado durante as sessões de trabalho colaborativo, mas sim um professor de Matemática para evitar uma eventual contaminação de resultados. A questão sobre se os alunos, quando voltavam novamente às suas práticas e às tarefas habituais, conseguiam, ou não, mobilizar saberes e competências apropriadas com o trabalho colaborativo poderá ter uma resposta afirmativa quando nos debruçamos sobre os Quadros 13 e 14.

Estes resultados estão de acordo com os obtidos por outros autores (César, 1994, 1996; César, Perret-Clermont e Benavente, 2000; César e Torres 1998) onde é possível verificar que são nas tarefas de natureza mais aberta, designadas por "não-habituais" e as instruções que lhe estão associadas, como discutir com o colega tudo o que vão pensando até chegar à resolução considerada por ambos como sendo a melhor, as que facilitavam mais claramente a obtenção de progressos por parte dos alunos. Estes autores constataram ainda que estas tarefas se revelavam fundamentais para o desencadear da interacção dos alunos e que eram aquelas onde a sua persistência era mais nítida.

Assim, no caso da presente investigação, o contrato experimental que se estabeleceu entre as díades e a investigadora, as instruções dadas juntamente com as tarefas não-habituais, os vários tipos de díades que se formaram facilitaram a apropriação de conhecimentos e a mobilização de competências dos alunos do grupo experimental o que, mais tarde, se reflectiu no seu desempenho em relação ao pós-teste.

Os alunos do grupo experimental, ao terem trabalhado o tópico de Estatística de uma outra forma, foram desafiados a reflectir, a justificar, a clarificar e a defender o seu ponto de vista, ao mesmo tempo que tinham que procurar fazer-se compreender por um colega e perceber o que ele pretendia transmitir, ou seja, criar uma intersubjectividade que lhes permitiu mobilizar os seus conhecimentos de forma a co-construir conjuntamente uma solução para uma

tarefa. Ao fazê-lo, melhoravam as suas competências estatísticas, o que veio a traduzir-se num melhor desempenho dos alunos do grupo experimental no pós-teste.

Tal como para Perret-Clermont (1976/1978),

> a nossa interpretação (...) é que a evolução dos sujeitos tem a sua origem na confrontação com um ponto de vista diferente do seu (...) e não necessitam de ser defendidos com consistência, visto que (...) [os sujeitos que se apresentam como tendo desempenhos mais fracos] suscitam igualmente uma evolução nos seus camaradas. (p. 198)

Assim, as condições criadas para que as interacções sociais entre dois parceiros possam acontecer não pode ser desprezada uma vez que é no contexto que se cria que podem residir muitos dos processos de negociação, de construção e reconstrução de um determinado saber. "As interacções sociais nunca acontecem duas vezes de forma idêntica. Em cada vez são uma experiência única que se constitui na singularidade do seu desenvolvimento" (Gilly, Roux e Trognon, 1999, p. 20).

No desenho do plano empírico da presente investigação além de manter os factores considerados consequentes na eficácia do trabalho em díade (César, 1994) acrescentou-se uma discussão geral entre o investigador e as diversas díades, onde as diversas resoluções às perguntas 2 e 4 da terceira tarefa não-habitual (Tempo 5) eram analisadas na sala de aula para cada uma das diferentes turmas que constituíram o grupo experimental (O contributo da discussão geral será analisado no ponto 4 do presente capítulo).

3. Os Erros e as Dificuldades mais Frequentes

Organizámos a discussão referente aos erros e às dificuldades dos alunos seguindo os diferentes exemplos apresentados ao longo do Capítulo 5. Como referimos, muitos desempenhos dos alunos em relação às tarefas habituais do pré-teste mantêm-se quando resolvem as tarefas não-habituais e, mais tarde, quando voltam a realizar o pós-teste.

3.1. Nas tarefas habituais

Os erros e as dificuldades sentidas pelos alunos enquanto resolvem as tarefas habituais, tanto do pré-teste como do pós-teste, presentes no Quadro 15 possibilitam constatar que a unidade curricular de Estatística não está isenta de criar momentos de dificuldades diversas aos alunos (Batanero et al., 1994; Ben-Zeev, 1996; Ben-Zvi e Arcavi, 1998; Ben-Zvi e Friedlander, 1996). Como refere De Corte (1994), "as observações que fazemos apontam que as dificuldades dos alunos não são o resultado da falta de competências relacionadas com o cálculo, mas em domínios específicos de conhecimento conceptual" (p. 23).

Quando nos debruçamos sobre o Exemplo 15 e tentamos compreender o que poderá estar por detrás deste erro frequente entre os alunos do 7º ano, encontramos duas explicações possíveis. Uma primeira é que os alunos utilizam, de forma mecânica e não reflectida, o procedimento de organizar os dados brutos numa tabela. No entanto, este procedimento obriga a ter em atenção diversos aspectos. Primeiro, há que colocar os diferentes valores que a variável pode assumir (na tarefa que serviu de pré-teste, era a altura e, na do pós-teste, era a idade) na coluna da esquerda na tabela. Os alunos sabem que é por aqui que se deve começar, mas já não é tão linear que, ao fazê-lo, tenham de ordenar os diversos valores, como podemos constatar no Exemplo 15. O passo seguinte é contar quantas vezes o acontecimento se verifica, ou seja, determinar os valores da frequência absoluta.

O aluno do Exemplo 15 sabe que o passo seguinte é contar quantas vezes um acontecimento se repete só que, para ele, isso é uma frequência relativa e não uma frequência absoluta. Aprofundar, por exemplo, através de uma entrevista clínica, o que é para este aluno cada uma das frequências podia ajudar-nos a compreender se este erro resulta de uma utilização incorrecta de um procedimento (qual das frequências se coloca primeiro na tabela) ou se é algo mais complexo, como um obstáculo didáctico, no sentido de não ter ficado claro para o aluno qual o significado de cada um destes conceitos. A segunda explicação é aquela que nos parece plausível para este tipo de erros. A frequência com que este erro aparece sugere-nos a necessidade de aprofundar, em situações futuras, outras explicações. Nomeadamente, através da entrevista clínica ou de situações de *role-playing*, como as realizadas por Mevarech (1983) e apresentadas no Capítulo 2.

No entanto, parece-nos ser legítimo pensar que os alunos facilmente aprendem a "saber fazer" (Conne, 1992), no sentido de automatizarem um procedimento, adquirindo assim um conhecimento meramente instrumental dos conceitos (Skemp, 1978). Uma leitura mais superficial dos erros e das dificuldades dos alunos pode sustentar que, um caso com semelhanças ao do Exemplo 15, resultou de uma simples distracção, pois o procedimento está correcto, no sentido de que na coluna onde era esperado aparecerem os valores da frequência absoluta o aluno apresenta-os, mas denomina-os como sendo as frequências relativas. Porém, é precisamente este facto que deve merecer a nossa atenção: o aluno comete este erro em resultado de um procedimento ter sido incorrectamente utilizado ou esta resolução traduz uma dificuldade na compreensão do significado estatístico dos conceitos de frequência absoluta e de frequência relativa, em consequência da forma utilizada pelo professor quando os introduziu, dando assim origem a um obstáculo didáctico (Brousseau, 1983)?

Os alunos, para calcularem o valor da frequência relativa, têm de relacionar as partes, concretamente as frequências absolutas, com o todo, ou seja, o número total de casos da distribuição. Para o aluno do Exemplo 16, o total dos casos é o valor que a variável assume na frequência absoluta, ou seja, a resolução

do aluno deixa transparecer que, para ele, não é claro o que significa uma distribuição e qual o significado daqueles números.

Os dois exemplos analisados levam-nos a pensar que estes dois conceitos, frequentemente ensinados como meros exercícios de contagem (que de facto são, mas que não se podem resumir a eles), levam os alunos a não os aprofundarem no sentido de não compreenderem o seu verdadeiro significado estatístico, limitando-se a uma utilização meramente procedimental. Tanto o conceito de frequência absoluta como o de frequência relativa podem ser oportunidades para os alunos reflectirem acerca de conceitos fundamentais do pensamento estatístico como os de amostra, população e distribuição, que servem de base a muitos outros, abandonando-se assim a visão instrumental desses conceitos, passando para um conhecimento relacional (Skemp, 1978).

O interesse do Exemplo 17 reside no facto de ele fugir ao que habitualmente acontece em tarefas com gráficos: os alunos manifestam mais dificuldades em interpretá-los do que a construí-los (Girard, 1996; Porfírio e Gordo, in press; Vergnaud, 1987, 1989b). Neste caso, a dificuldade do aluno parece-nos residir num aspecto referido por Nemirovsky, Tierney e Wright (1998): compreender um gráfico também é uma actividade quinestésica.

De facto, quando procuramos compreender o que poderá ter levado este aluno – representativo de vários outros – a apresentar aquele valor para a moda, temos de seguir o movimento provável que o aluno teria feito quando o leu. No caso da moda, ele toma o valor da variável no eixo das abcissas e segue a altura das barras até encontrar o valor das frequências absolutas no eixo das ordenadas. Este é o movimento usual quando os alunos procuram ler um gráfico. Esta estratégia permite-lhes ler correctamente o gráfico e retirar dele a informação necessária. O aluno do Exemplo 17 consegue calcular com êxito os parâmetros da média e da mediana, mas não o de moda. No caso da moda, este primeiro movimento "ascendente", para encontrar o valor onde o acontecimento se repete, tem de ser seguido por um outro "descendente" de voltar ao ponto de partida. Este segundo movimento quinestésico corresponde do ponto de vista do

desenvolvimento lógico, a uma capacidade de coordenação simultânea de duas variáveis diferentes, o que é típico dos sujeitos cujos desempenhos se encontram no estádio intermédio ou formal, mas que contraria as características dos desempenhos dos sujeitos que ainda se situam no estádio concreto (César e Esgalhado, 1987a, 1987b, 1988, 1991). Assim, atendendo ao ano de escolaridade em que realizámos este estudo e aos resultados dos desempenhos dos alunos na E.C.D.L., podemos esperar que este tipo de dificuldade possa surgir em alguns casos.

Tal como aconteceu com os exemplos anteriores, a grande questão no Exemplo 18 parece ser o que poderá estar por detrás de uma resolução com características semelhantes às do exemplo. Concretamente, a dificuldade dos alunos, em relação às tarefas habituais onde está presente um gráfico, de não relacionar os valores sucessivos que a variável pode assumir com o número de vezes que ela se repete, traduzida com este exemplo. Neste caso, pensamos estar face a uma situação que Curcio (1987, 1989) refere como sendo ler os dados. No exemplo 18, parece que o aluno se limita a retirar os factos explícitos presentes no gráfico: os diversos valores que a variável manifesta não comparando as quantidades presentes no sistema de eixos, o que pode significar não identificar a relação estatística presente entre um acontecimento e o número de vezes que ele ocorre.

Como vimos (Capítulo 2), para este autor, este é o primeiro momento na construção e interpretação da informação presente num gráfico e onde o papel do professor é crucial para ajudar o aluno a interpretar o gráfico, conseguindo atingir assim um nível de compreensão para além da informação imediata nele presente.

A escolha de actividades e o modo como os alunos se envolvem na recolha, organização e construção dos seus próprios gráficos, é também determinante para que os seus desempenhos fiquem, mais ou menos, limitados ao concreto. Quando um aluno se envolve na produção dos dados é capaz de lhes atribuir um significado, que o ajuda a ultrapassar um imediato próximo. Para diversos autores, o tipo de tarefa condiciona os desempenhos dos alunos (Abreu

1998, 2000b; César, 1994, 2000b; Säljö e Wyndhamn 1987; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997). No caso concreto da Estatística, o modo como os dados de uma distribuição estão organizados, por exemplo, na forma de uma tabela ou de um gráfico, bem como o tipo de números que surgem na distribuição, parecem influenciar os resultados dos alunos (Batanero et al., 1994; Carvalho, 1996a, 1996b, 1998; Cobb, 1999; Gattuso e Mary, 1996, 1998). Esta situação é corroborada por Ainley (1994, 1995, 2000) ao verificar que, quando os alunos estão presentes em trabalhos onde os gráficos aparecem naturalmente, revelam ideias intuitivas acerca de diversos conceitos, como o de escala, que lhes facilita futuras aprendizagens.

Na presente investigação não é só nas tarefas habituais onde se encontram gráficos que os alunos cometem erros e têm dificuldades quando têm de calcular as medidas de tendência central a partir da informação aí existente. Na situação em que os dados estão organizados na forma de uma tabela, como verificamos com o Exemplo 19, também acontecem. Neste exemplo, o aluno utiliza os valores que a variável pode assumir para encontrar o valor da mediana e o número de vezes que ela se repete para calcular a média, não relacionando ambos. Para este aluno, parece não existir um significado estatístico entre a variável, o acontecimento que estamos a estudar, e a sua variabilidade, traduzida nos diferentes valores da distribuição. A questão do desenvolvimento cognitivo e as características do pensamento operatório concreto, nomeadamente, a ausência do raciocínio hipotético-dedutivo, pode ajudar-nos a compreender este tipo de dificuldade dos alunos. No entanto, o caminho que nos parece mais seguro é aquele que se prende com as práticas lectivas e com o modo como os alunos contactam com os conteúdos de Estatística durante a leccionação desta unidade.

Nas investigações realizadas por Watson e Moritz (1999, 2000) acerca da estrutura evolutiva para os conceitos de tendência central, os autores constataram que estes conceitos se constroem seguindo uma sequência de transformação, segundo a qual um estado de menor conhecimento pode ser capaz de dar lugar a um outro mais completo e adaptado, o que está de acordo com as ideias

piagetianas acerca do desenvolvimento cognitivo. Mas, para que isso aconteça, o professor deve implementar práticas lectivas que ajudem o aluno a complexificar as suas noções em relação a estes conceitos. A situação anterior é corroborada pelas reflexões de autores de inspiração vygotskiana e que, na opinião dos autores citados, devem ser tarefas que ajudem os alunos a ampliar a noção de representatividade dos parâmetros em função da amostra, a explorar a relação entre um conjunto de dados e um determinado parâmetro, gerando a necessidade fundamental de considerar os contextos que determinaram os dados. Trabalhar com problemas significativos (Cobb, 1999) e que permitam uma análise exploratória de dados (Scheafer, 1998, 2000) surge como a forma ideal para operacionalizar as ideias de Watson e Moritz (2000). Porém, pelo que observámos durante as aulas de Estatística dos alunos que participaram no nosso estudo, esta não foi a forma como trabalharam esta unidade. Contudo, devemos relembrar que, esta situação não é apenas frequente para os alunos portugueses (Rade, 1986).

O Exemplo 19 ilustra, ainda, uma dificuldade dos alunos que surge nas aulas de Estatística e que atravessa diversos conteúdos de Matemática: o pensamento proporcional. A proporcionalidade exige o estabelecimento de relações que, muitas vezes, aparecem descontextualizadas. Nos trabalhos de Carraher, Carraher e Schliemann (1989) verificou-se que, quando o conceito de proporcionalidade é utilizado num contexto significativo, os sujeitos não revelam dificuldades, ao contrário do que acontece quando têm de o empregar num contexto asséptico, como o da sala de aula.

O conceito de proporcionalidade envolve o desenvolvimento da noção de número, não sendo por isso um conceito que se apreenda de imediato, mas que precisa de adquirir gradualmente um significado em função de contextos que se criam e recriam, através da recontextualização de um saber que o aluno já possui, alargando-o e dando-lhe novos significados. Como referem Nunes e Bryant (1997) "o sentido da proporção é expresso por um par de números que permanece invariável numa situação, mesmo quando o tamanho do conjunto varia" (p. 144). Quando traduzimos a ideia anterior na regra de três simples compreendemos que

ela possa ser difícil para os alunos, quando é dada de uma forma abstracta. Os conteúdos de Estatística podem ser momentos oportunos para enriquecer o conceito de proporcionalidade ao fornecer um contexto significativo para o trabalhar junto dos alunos.

O Exemplo 20 acontece quando os alunos chegam ao valor de uma determinada proporção através de uma frequência relativa, como neste exemplo. Neste caso, parece-nos que a dificuldade do aluno reside não tanto no conceito de proporcionalidade, como acontecia no caso anterior, mas na noção de frequência relativa, que analisámos já mais detalhadamente com o Exemplo 16.

O Exemplo 21 ilustra bem as palavras de Vergnaud (1987) acerca da dificuldade em imaginar o que é para as crianças construir um gráfico circular, onde um sistema simbólico está fortemente representado. Curcio (1989) também alerta que o sucesso neste tipo de gráficos depende da compreensão que os alunos têm do raciocínio proporcional. Para construí-los, os alunos têm de recorrer à regra de três simples em dois momentos: primeiro, para calcular as percentagens (que pode ser evitado, caso o aluno recorra às frequências relativas); depois, para determinar o valor dos ângulos. Ultrapassar este primeiro aspecto não significa não ter outro tipo de dificuldades, como acontece com o aluno do exemplo: há que ser capaz de utilizar adequadamente o transferidor, orientá-lo no espaço e interpretar as duas escalas nele presentes, o que nem sempre se revela como uma tarefa fácil. Girard (1996) refere que a passagem das frequências a ângulos e os ângulos a percentagens é sentida, por um número significativo de alunos, como problemática. Para Li e Shen (1992), a medição dos ângulos e a proporção entre a área de um sector e a percentagem que ele representa levanta também dificuldades aos alunos.

A complexidade inerente à construção dos gráficos circulares leva alguns autores a defender o seu abandono nas salas de aula (Curcio, 1987), tanto mais que, com a introdução da análise exploratória de dados, outras formas gráficas podem ser introduzidas, por exemplo, os gráficos caule-e-folhas, diagramas de extremos e quartis (Martins et al., 1997). No entanto, como chama a atenção

(Curcio, 1987), o conhecimento que os alunos constroem acerca de um determinado gráfico deve-se muito à presença de experiências anteriores significativas com esse mesmo tipo de gráfico. O facto dos alunos estarem expostos aos gráficos circulares torna-os familiares, levando-os a terem uma boa adesão a este tipo de gráfico, como constatamos com as interacções das díades enquanto resolvem a tarefa não-habitual 2. Contudo, é também nesta altura que verificamos que, apesar de frequentemente esta ser a primeira opção dos alunos, este tipo de gráfico é, rapidamente, abandonado, fruto da complexidade associada com a sua construção.

Porém, isso não é suficiente para que o aluno, como refere Curcio (1987), consiga identificar as informações relevantes e necessárias para a compreensão de um gráfico. Compreender um gráfico é ultrapassar uma simples leitura, frequente nos nossos alunos, e conseguir fazer inferências com base na relação estatística entre os números e as ideias que os originaram. Por outro lado, continuar a pensar que os alunos não conseguem fazer interpretações, além das imediatas, acerca dos gráficos, é uma ideia que nos parece ter de ser reformulada, atendendo às investigações que apresentámos de Ainley (1994, 2000).

Como refere Ponte (1991), o trabalho junto dos alunos, em relação aos gráficos, terá de ser no sentido de os libertar dos aspectos relacionados com a construção, para ser no da interpretação, uma vez que cada vez mais as novas tecnologias cumprem a tarefa de construção com bastante rigor e maior velocidade de processamento de informação. Esta nova perspectiva na forma de trabalhar os gráficos, junto dos alunos, leva a melhorias nas competências matemáticas e de argumentação dos alunos, à reconstrução de conhecimentos e elaboração de novos significados. Assim, e de acordo com Roth e McGinn (1997), os gráficos são ferramentas que facilitam a comunicação entre as pessoas, permitindo-lhe partilhar significados. Mas, para isso, têm de ser compreendidas pelos alunos em contextos que lhes sejam significativos (Disessa et al., 1991).

Antes de passarmos a analisar o próximo exemplo, é pertinente referir um aspecto interessante e que sobressai nos exemplos anteriormente apresentados: o

embelezamento dos gráficos ou a preocupação dos alunos em os tornarem visualmente agradáveis. Esta característica não é particular de um determinado sexo, tanto raparigas como rapazes apresentam gráficos onde os sectores ou as barras aparecem decoradas. Este facto, pensamos ser o resultado de uma norma presente nos contratos didácticos de muitos dos nossos alunos, mesmo que explicitamente não seja referida. Quando se fazem referências aos trabalhos de outros alunos ou se pinta uma barra ou um sector no quadro, o aluno interioriza essa norma. Por oposição, a legenda, enquanto um aspecto essencial para a interpretação da informação contida num gráfico, aparece como um aspecto marginal, atendendo à raridade com que surge nas resoluções dos alunos.

Com o Exemplo 22 assistimos a uma dificuldade sentida frequentemente pelos alunos: decidir em qual dos dois eixos se vai colocar a variável que se está a estudar e qual o significado dos valores que surgem no eixo contrário e a relação entre ambos. Ter sucesso em actividades onde estejam presentes gráficos, requer que os alunos consigam compreender e interpretar a informação com que estão a trabalhar e, ao mesmo tempo, dominem um conjunto de procedimentos como: os relacionados com a escala, com a escolha dos eixos em função das variáveis e com a própria construção de tipo papel e lápis. Quando os alunos deixam de estar limitados à construção manual dos gráficos deixam também de apresentar certas dificuldades tidas até então, passando a encontrar novas relações e interpretações para a informação contida nos gráficos e que, habitualmente, não apresentavam (Ainley, 2000).

A possibilidade de os alunos discutirem as suas concepções sobre os gráficos, o que representam os sistemas de eixos, as informações neles contidas, ou mesmo legendar um gráfico ou dar-lhe um título, são apontados por Feicht (1999) como elementos que os ajudam a interpretar o que estão a fazer, ou seja, são uma forma de os auxiliar a integrar, aplicar e a transformar aquilo que sabem (Curcio, 1987). Ter a oportunidade de trabalhar as representações gráficas de uma forma mais dinâmica como, por exemplo, através das novas tecnologias, pode ser um modo de ultrapassar o tipo de erros cometidos pelos alunos como o do

Exemplo 21. Seria interessante verificar, em investigações futuras, se estes tipo de erros e dificuldades, com que os alunos se confrontam, acontecem, quando trabalham os gráficos de uma outra forma ou se estes tipos de dificuldades não são a tradução da falência de certas práticas de sala de aula.

3.2. Dos alunos do grupo experimental nas tarefas não-habituais

Os erros e as dificuldades sentidas pelos alunos e que surgem no Quadro 16 serão discutidas mais pormenorizadamente quando analisarmos alguns casos (Capítulo 7).

O Exemplo 23 das tarefas não-habituais mostra-nos a dificuldade que algumas díades tiveram para compreender o que se pretendia com a tarefa e, como esta era pouco usual, por exemplo, a ausência de números [fala 10]. O facto dos alunos não trabalharem em projectos onde se têm de tomar decisões, de identificar um problema que se tem interesse em estudar, de formular um conjunto de perguntas que orientem a recolha da informação e que servirão de base para responder ao problema inicialmente formulado, cria-lhes dificuldades em elaborar uma estratégia de resolução para a tarefa onde estejam presentes os diferentes passos de como se realiza um trabalho estatístico. Mas quando os alunos não realizam trabalhos de projecto nas aulas de Estatística, também não desenvolvem competências que os ajudarão no futuro a saber criticar outros trabalhos ou outras informações estatísticas, comprometendo as suas decisões acerca dos temas aí abordados (Ben-Zeev, 1996; Mayer, 1998; Nicholson e Mulhern, 2000b).

Subjacente a este pequeno episódio, da interacção desta díade, estão algumas regras do contrato didáctico, nomeadamente, em relação ao saber matemático. Por exemplo, que não se resolvem tarefas matemáticas sem números *como vamos ter os números*, que os gráficos são valorizados enquanto forma de apresentação de resultados *num gráfico fica bem*, os dados são fornecidos *é que não nos dão os números*, os números, são entidades abstractas, não são compreendidos como variações de uma realidade que está a ser estudada *mas*

onde vais buscar os números. O mais curioso, neste exemplo, é que as diversas dificuldades com que os alunos se deparam não parecem provocar-lhes um conflito cognitivo suficientemente forte para os fazer pôr em causa a sua opção de utilizar um gráfico para apresentar os resultados, como é típico do pensamento concreto (Gruber e Vonèche, 1995: Rangel, 1992). Assim, o facto de escolherem números ao acaso não os leva a considerar como pouco adaptada aquela forma de representação.

No Exemplo 24, das tarefas não-habituais, encontramos outra situação que ilustra um tipo de dificuldade dos alunos em relação à mediana: o não ordenar dos valores da distribuição.

De entre os diferentes conceitos estatísticos que os alunos estudam no 7º ano de escolaridade, a mediana aparece como sendo aquele onde o leque de erros e dificuldades é mais elevado. Esta situação é também confirmada quando nos detemos nos valores dos Quadros 7, 8, 9 e 10 onde, em ambos os anos, e tanto para o pré-teste como para o pós-teste, surge como sendo o parâmetro com o número mais elevado de procedimentos incompletos ou concepções alternativas. Quando nos confrontamos com a própria folha de respostas dos alunos é nas perguntas relacionadas com a mediana onde se observam mais hesitações quanto ao percurso a seguir, muitas das quais traduzidas na forma de resoluções que se começam mas que se abandonam (Batanero, 2000; Barr, 1980; Carvalho, 1996b, 1998; Cobo e Batanero, in press).

O Exemplo 25, revela que, numa análise de índole mais qualitativa, sobressai uma dificuldade dos alunos na compreensão do conceito de mediana além da mera aplicação do algoritmo ou de um conjunto de procedimentos. Na segunda parte da tarefa não-habitual 2 os alunos tinham que comparar os dois parâmetros (média e mediana) numa distribuição assimétrica. Depois, tinham de decidir qual aquele que melhor representa os salários naquele contexto, o que significa analisar a tarefa de um ponto de vista estatístico, decidindo em função do contexto e da distribuição qual dos dois parâmetros estatísticos – média ou mediana – representa melhor aquele conjunto de dados.

Alguns alunos, como os do exemplo anterior, revelaram dificuldades em conseguir realizar esta análise, optando por responder com argumentos relacionados com as suas vivências pessoais, mesmo tendo calculado o valor da mediana. A média, por ser o parâmetro com o valor mais elevado, é aquele que reúne um maior consenso dos alunos, pois de um ponto de vista social é o que mais conveniente para os empregados. Como referem Cobo e Batanero (in press), os alunos necessitam de desenvolver uma perspectiva estatística quando analisam conjuntos de dados, podendo-se entender esta característica como a compreensão da variabilidade dos dados em função do seu valor num determinado contexto.

Os erros e as dificuldades que encontramos quando observamos o Quadro 16, permitem-nos inferir que, quando os alunos trabalham em díade, conseguem, na maioria dos casos, revelar uma compreensão instrumental dos conceitos.

Como afirmam Nunes e Bryant (1997),

> ninguém desejaria ter de inventar um procedimento novo para resolver cada novo problema. Os procedimentos são uma forma muito prática de abordar problemas novos. Porém, isso não é suficiente (...) a diferença entre aplicar procedimentos e compreender as situações específicas onde se aplicam, é um tópico central em Matemática. O sentido dos símbolos matemáticos ou de quaisquer outros é que eles podem ser utilizados numa situação, mas não em outras (...) é a compreensão das situações que dá sentido a procedimentos matemáticos (...) podemos aprender procedimentos sem entendê-los, mas essa aprendizagem é bastante irrelevante para o nosso pensamento (...) não é suficiente aprender procedimentos, é necessário transformar esses procedimentos em ferramentas de pensamento. (p. 31)

No entanto, os alunos apresentam dificuldades quando têm de transformar um conjunto de procedimentos abstractos em ferramentas de pensamento de forma a conseguirem analisar a situação presente na tarefa que têm de resolver. Mesmo os alunos que têm outras oportunidades para trabalhar conceitos, como o de média e o de mediana, como os alunos do grupo experimental, continuam a apresentar dificuldades, nomeadamente no de mediana. Esta situação leva-nos a supor que, mais do que uma dificuldade em dominar um procedimento, ela se

deve a uma concepção alternativa acerca do significado estatístico do próprio conceito de mediana que importa compreender, tanto mais que se encontra em diferentes alunos leccionados por diferentes professores e, consequentemente, com práticas de sala de aula diversas.

Na vida quotidiana fala-se de média em situações diversas, o mesmo acontecendo na escola, onde está implícito na maioria dos contratos didácticos saber o que é uma média, até para conseguir calcular a nota que se espera numa determinada disciplina e num dado período. Assim, as tarefas onde o conceito de média esteja presente têm uma forte marcação social (Doise e Mugny, 1981; Mugny e Doise, 1983). No entanto, o mesmo já não acontece com as tarefas onde existe o conceito de mediana, atendendo que é um conceito pouco utilizado pelos *media* no dia-a-dia e pelos alunos e professores na prática pedagógica quotidiana.

A atribuição de significado é essencial para a resolução de uma tarefa matemática ou estatística e para que haja apropriação de conhecimento. Como salientou Vygotsky (1962, 1978), os alunos necessitam de descontextualizar e recontextualizar o saber para que este passe de exterior e social para interior e pessoal. Assim, possibilitar o acesso dos alunos a tarefas com marcação social revela-se essencial no despoletar de situações onde seja possível a presença de conflitos sócio-cognitivos. Desta forma, cria-se a oportunidade do aluno atingir níveis de significado dos conceitos, gradualmente mais ricos, promovendo-se o seu sucesso escolar e melhorando-se a sua literacia estatística. Além disso, as interacções sociais, nomeadamente as interacções entre pares, ao jogarem um papel relevante na facilitação da atribuição de significados evidenciam que a implementação de um contrato didáctico inovador é também um elemento essencial a ter em consideração na promoção do sucesso em conteúdos de Estatística. Este tipo de práticas de sala de aula associado a tarefas não-habituais possibilita aos alunos alargarem o seu próprio conhecimento, ou seja, ultrapassar o nível computacional e ser capaz de mobilizar os conceitos para os utilizar na resolução de situações da vida real. Como refere Douady (1985), a actuação dos professores, na sala de aula, deve estimular os alunos a utilizarem ferramentas

explícitas em vez das implícitas, permitindo-lhes chegar a níveis de conceptualização cada vez mais elaborados, atingindo-se desta forma os objectos científicos que integram o corpo de conhecimentos científicos que pretendemos que os alunos apreendam.

4. O Contributo da Discussão Geral

A literatura tem evidenciado como as discussões gerais realizadas na sala de aula entre os diferentes parceiros, alunos e professor, são um elemento fundamental para a construção do significado matemático dos conceitos (Bastos, 1999; Bartolini Bussi, 2000; César, 1999, 2000b; Cobb, 1999; Cobb e Whitenack, 1996; Cobb, Yackel e Wood, 1992; Cobb, Wood e Yackel, 1993; Cobb, Boufi e Whitenack, 1998; Johnson e Johnson, 1984, 1990; McClain, Cobb e Gravemeijer 2000; Sfard, 2000b; Slavin, 1980, 1994, 1995). Para Bartolini Bussi (2000) "a discussão colectiva [na sala de aula] é um momento particularmente importante por permitir a contextualização do problema e o balanço das diversas soluções surgidas" (p. 248).

No que se refere ao tópico da Estatística, esta discussão é fundamental, uma vez que as orientações para o seu ensino reforçam a ideia de que aprender Estatística tem de ser consistente com o fazer Estatística (Hawkins, Jolliffe e Glickman, 1991). Este aspecto terá de ser entendido como o privilegiar de oportunidades onde os alunos tenham a chamada *experiência estatística* através de tarefas que fomentem o trabalho colaborativo, a problematização das situações, a argumentação e a contra-argumentação, a validação e a refutação de ideias.

Como afirma Sfard (2000b),

> o que uma criança aprende com um processo de discussão ultrapassa os métodos de representar e analisar dados estatísticos. O fundamental é que ela aprenda a comunicar matematicamente, o que inclui não só o desenvolvimento de competências de conversação como matemáticas. (p. 1)

Os alunos do grupo experimental, quando trabalham as tarefas não-habituais, têm oportunidade para confrontar os seus pontos de vista com os do seu parceiro, de discutir e negociar como resolvem a tarefa e, ainda, de gerir uma relação social. Neste processo têm de encontrar um equilíbrio interpessoal, entre as respostas de cada um deles, e um intra-pessoal, quando são convidados a questionarem-se acerca da sua própria resposta face à do seu parceiro. Como vimos no Capítulo 3, este duplo mecanismo é muito mais do que uma mera oposição social de respostas.

O objectivo da discussão geral era que cada uma das diferentes díades explicasse para a turma como tinha resolvido a tarefa, dando origem a um balanço das diferentes soluções produzidas. Constatamos, quando lemos a transcrição das 25 aulas gravadas em vídeo, que os alunos, ao terem de explicar, discutir e defender perante as outras díades e a investigadora como chegaram a uma resolução se gerava um momento de construção de uma intersubjectividade colectiva facilitadora da apropriação dos saberes e dos conhecimentos trazidos pela discussão. Rommetveit (1986) considera esta intersubjectividade como um compromisso para comunicar, assistindo-se a um envolvimento das várias díades. Este envolvimento aparece traduzido na forma de um querer participar dos elementos dos diferentes díades onde, frequentemente, se assiste a um emergir colectivo de uma nova interpretação ou a um novo significado até então não conseguido, o que pode traduzir a importância da discussão geral para a mobilização das competências como acontece com o Exemplo 27. Neste caso, os alunos envolvidos na discussão conseguem alargar os seus conhecimentos acerca do procedimento de ordenar os valores da distribuição necessário para o cálculo da mediana uma vez que se confrontaram com o facto de existirem interpretações diferentes acerca do sentido, crescente ou decrescente, que essa ordenação pode tomar.

Como vimos no Capítulo 2, um dos objectivos do tópico da Estatística é conseguir que o aluno seja capaz de utilizar as ideias estatísticas e atribuir-lhe um significado, partindo de interpretações com base em conjuntos de dados. Na

construção deste significado, a discussão geral entre as díades e a investigadora mostrou-se como um momento facilitador ao permitir alargar os conhecimentos iniciais que as díades tinham quando se começou a discussão. Este caso verifica-se no Exemplo 28 onde os alunos conseguem encontrar o significado estatístico para a mediana apercebendo-se que o valor que a mediana pode assumir depende do tipo de dados com que estão a trabalhar.

Esta discussão geral alarga as possibilidades de conflito sócio-cognitivo (inter-individual) e facilita os conflito cognitivo (intra-individual), ou seja, amplia os mecanismos presentes nas interacções sociais que se jogam quando se trabalha em díade e, mais tarde, quando os alunos do grupo experimental retomam as rotinas e a resolução individual de tarefas habituais de Estatística conseguem mobilizar estes conhecimentos e competências para o contexto de sala de aula e para as tarefas que realizam quando trabalham nas aulas de Matemática.

Porém, esta discussão geral também serve para possibilitar às díades, com resoluções incorrectas de um ponto de vista estatístico, reflectirem acerca das mesmas. Como lembra Balacheff (1991), quando os alunos estão empenhados em encontrar uma solução comum para um problema determinado têm de chegar a um acordo para as suas escolhas e, depois, conseguir explicá-las. Durante este processo pode acontecer que uma resolução seja substituída por outra, menos correcta de um ponto de vista matemático ou, no nosso caso, estatístico, pois um dos parceiros teve menos competências argumentativas para negociar a sua estratégia ou tinha um estatuto académico que lhe dificultou negociar a sua resolução.

Para este autor, a argumentação tem por objectivo chegar a um acordo com um parceiro com quem se interage, o que não significa que os argumentos empregues tenham de ser forçosamente verdadeiros, no sentido de fazerem parte de um *corpus* teórico aceite pela comunidade dos matemáticos ou dos estatísticos. Assim, a discussão geral surge como um momento que também deve ser considerado para explicar que os alunos do grupo experimental (Quadros 13 e 14)

apresentem melhores desempenhos nos dois anos em que realizámos a presente investigação.

Um aspecto interessante que se verifica é que no ano em que a investigação foi replicada os alunos do grupo experimental apresentaram melhores resultados comparativamente ao ano anterior (Quadros 13 e 14). O facto de a investigadora estar a realizar pela segunda vez um procedimento pode ter interferido na forma como a discussão geral foi desenvolvida junto das díades. A intersubjectividade que se cria entre a investigadora e as díades no momento da discussão é algo único que, embora tenha orientações, como: não dirigir a discussão, procurar levar todas as díades a participar, evitar que haja díades criticadas pelas restantes face a uma resolução encontrada, é algo difícil de antecipar, pois as argumentações e contra-argumentações raramente acontecem uma segunda vez. Assim, quando a investigação é replicada, a investigadora já construiu uma experiência social que irá intervir com o modo como vai interpretar as novas situações, podendo-se considerar que desempenha o seu papel de um modo mais adaptado. Como afirmaram Roux e Gilly (1993):

> nas nossas mentes a representação induzida pelo significado social da tarefa é o que leva o sujeito a implementar um esquema pragmático de pensamento. Os sujeitos fazem isto estabelecendo uma correspondência entre, por um lado, as semelhanças da tarefa e por outro, a familiaridade da situação social da qual ele já conhece como funciona (...) este esquema é reforçado pela experiência. (p. 358)

No entanto cada uma das discussões entre o investigador e as diferentes díades são, de acordo com Werstch e Rupert (1993), "cultural, histórica e institucionalmente situadas, não acontecendo isoladamente da acção ou da reflexão do indivíduo" (p. 230), não sendo por este mesmo motivo passíveis de serem completamente iguais.

A discussão geral, durante a qual os alunos debatem, justificam e comparam estratégias encontradas permite, então, que alguns argumentos iniciais possam ser modificados e que outros se solidifiquem ou flexibilizem, em função

do contexto a que a tarefa apela. Como referem McClain, Cobb e Gravemeijer (2000), uma discussão final onde todos têm de se confrontar possibilita que as formas de raciocínio de cada um e de cada par estejam a ser constantemente desafiadas e modificadas pelos argumentos dos outros intervenientes. Para estes autores, este tipo de discussão,

> não deve ter por objectivo levar os alunos a aprender um determinado aspecto ou realizar um cálculo correctamente. A maioria já o sabe fazer, mas sem saber porque o faz. O objectivo fundamental deve ser o desenvolvimento e a compreensão de ideias estatísticas fundamentais à literacia estatística. (p. 186)

Mas esta discussão permitiu também aos alunos confrontarem-se com um outro tipo de contrato didáctico (Schubauer-Leoni, 1986, 1988), onde se privilegiam práticas de sala de aula em que se procuram questionar determinado tipo de rotinas. Estas, enquanto as regularidades presentes nas interacções sociais criadas na sala de aula (Voigt, 1994) são, de acordo com Hiebert (1990), de dois tipos: automatização, a que normalmente estão associadas às tarefas habituais e onde os procedimentos e os algoritmos são executados repetidamente; reflexão, quando os procedimentos e os algoritmos são aplicados porque o aluno reflectiu acerca da sua utilização. Como refere este autor, o primeiro tipo de rotina só se torna vantajoso se contribuir para a construção de um significado para os conceitos e as operações matemáticas ou para reduzir o esforço mental necessário para os realizar. Como referem Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) "não basta aprender procedimentos; é necessário transformá-los em instrumentos de pensamento" (p. 47), ou seja, em ferramentas explícitas que ajudem o aluno a conseguir argumentar acerca do porquê da utilização de um determinado conceito (Sfard e Linchevski, 1994; Skemp, 1978).

Com o trabalho em díade, as tarefas não-habituais, as instruções de trabalho que lhe estão associadas e, ainda, com a discussão geral com todas as díades após a terceira tarefa não-habitual ter sido realizada, procurou-se conceber um plano empírico que permitisse quebrar esta rotina. A discussão geral, ao criar a oportunidade dos alunos reflectirem colectivamente acerca das suas resoluções e

das resoluções das restantes díades revelou-se, atendendo às diferenças entre o grupo de controlo e o grupo experimental, como mais um momento formativo de um conhecimento mais flexível para os conceitos postos em jogo com as tarefas habituais.

5. Os Diferentes Tipos de Díade

5.1. Distribuição dos alunos do grupo experimental pelos quatro tipos de díade

Um dos objectivos enunciados no início da presente investigação era conseguir encontrar critérios que permitissem formar díades facilitadoras de melhores desempenhos nos sujeitos. O desafio subjacente ao objectivo anterior resulta do facto da presente investigação pertencer a um projecto mais amplo, *Interacção e Conhecimento*. Este projecto procura devolver aos professores alguns os conhecimentos resultantes de um aprofundamento do estudo das interacções entre pares, para que consigam implementar o trabalho em díade nas suas práticas docente quotidianas.

No nosso estudo, os instrumentos que utilizámos permitiram-nos, por um lado, avaliar os desempenhos dos alunos em relação à unidade temática de Estatística (tarefas habituais do pré-teste); por outro lado, determinar o estádio de desenvolvimento lógico em que os sujeitos se encontravam (E.C.D.L.). Este aspecto permitiu-nos ter um critério para formar díades onde estavam presentes estas duas condições, sendo por isso possível formar simultaneamente díades simétricas (Tipo 1) e assimétricas quanto a um destes critérios (Tipo 2 e 3) ou a ambos (Tipo 4).

Como vimos quando apresentámos dos resultados correspondentes aos desempenhos dos alunos em relação à E.C.D.L., os alunos evoluem entre a primeira e a segunda aplicação da escala, o que está de acordo com as leis do

desenvolvimento. No entanto, são os alunos pertencentes ao grupo experimental os que apresentam progressos mais significativos, comparativamente aos do grupo de controlo, pelo que trabalhar colaborativamente é um facilitador dos progressos lógicos dos alunos como se pode verificar nos Quadros 5 e 6 referentes à evolução dos sujeitos entre a primeira e a segunda aplicação da E.C.D.L. nos dois anos em que decorreu a presente investigação.

O facto de os alunos do grupo experimental terem formado diferentes tipos de díades em função dos seus resultados (na E.C.D.L. e no pré-teste) permitiu-nos elaborar os Quadros 17, 18 e 19 referentes à distribuição dos alunos pelos diferentes tipos de díades e, assim, estudar a possibilidade de existir um dos quatro tipos díades que originasse melhores desempenhos nos alunos.

Uma análise destes quadros mostra que não é possível encontrar um tipo de díade que seja claramente responsável por progressos mais acentuados nos desempenhos dos sujeitos em relação ao estádio de desenvolvimento lógico, durante os dois anos em que decorreu a investigação. Esta constatação sugere que quando os alunos têm oportunidade de trabalhar de uma forma colaborativa na sala de aula, com tarefas não-habituais, de acordo com um outro contrato (que numa investigação é experimental) e mesmo num número reduzido de sessões, é possível observarem-se progressos significativos no desenvolvimento lógico dos alunos. O facto anterior é confirmado pela própria literatura (Carvalho e César, 2000d; César 1994; César e Torres, 1998; Doise e Mugny, 1981; Gilly e Roux, 1984; Grossen e Perret-Clermont, 1984; Liverta-Sempio e Marchetti, 1997; Perret-Clermont 1976/1978, 1985, 1988a, 1988b, 1991; Perret-Clermont e Nicolet, 1988; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1997; Yackel et al., 1990), que realçam também que ele se verifica para diversos tipos de díades, desde que o trabalho colaborativo seja implementado de forma concertada, com regras bem explícitas. Assim, o facto dos progressos serem tão acentuados explica porque motivo não existe um tipo de díade em que sejam mais salientes, visto que são notórios em todas elas.

5.2. A evolução dos desempenhos dos alunos na E.C.D.L. (primeira e segunda aplicação) em função do tipo de díade

No ponto anterior, quando observámos a distribuição dos diferentes tipos de díades pelos resultados conseguidos na E.C.D.L. e nas tarefas habituais entre os dois momentos em que foram realizados pelos alunos, não é possível encontrar um tipo de díade que origine nitidamente mais progressos nos sujeitos. Contudo, os quadros sobre a evolução dos alunos na E.C.D.L. para cada um dos diferentes tipos de díades (Quadros 20, 21 e 22) parecerem sugerir as díades de Tipo 1, simétricas quanto ao desenvolvimento lógico e ao desempenho estatístico, como sendo aquelas onde se assiste a um número de progressos ligeiramente mais acentuado, comparativamente a qualquer um dos restantes tipos de díades.

Se o parágrafo anterior pode indicar que, para haver progressos nos sujeitos, é necessário que o seu nível de desenvolvimento lógico inicial não se afaste muito entre os dois elementos da díade, também abre a possibilidade de uma outra interpretação. Quando em todos os tipos de díades o número de sujeitos que progride é semelhante entre si e muito elevado, então, o que parece ser fundamental, é a natureza das tarefas que os alunos têm de realizar, as instruções de trabalho que lhe são fornecidas e o novo contrato, experimental ou didáctico, que se estabelece entre os alunos e o investigador ou professor. Esta interpretação é corroborada por outros autores como Grossen e Perret-Clermont (1984), que afirmam "a pouco e pouco parecem-nos que o mais frutuoso era centrarmo-nos na própria situação onde ocorre a interacção (...) uma vez que quando a criança se envolve pessoalmente na tarefa consegue níveis de desempenho mais elevados" (p. 54).

Quando analisamos os estudos contextualizados compreendemos que a questão não é tanto averiguar se um sujeito tem ou não um conhecimento, adquiriu ou não uma competência, mas antes analisar em que condição particular é que consegue mobilizar as respostas adequadas à tarefa proposta (Carraher e Carraher e Schliemann, 1989; César, 2000b, 2000c; Gonzalez, 1997; Martins e Neto, 1990; Säljö, 1991a, 1991b; Säljö e Wyndhamn, 1987).

Na tentativa de compreender o contexto onde ocorre a interacção, a noção de intersubjectividade de Rommetveit (1976), permite-nos compreender que o aluno e o adulto formam expectativas acerca da situação com que vão confrontar-se. Assim, uma tarefa cognitiva não acontece num vazio social e nunca é apenas cognitiva: é sempre sócio-cognitiva. Um aluno, ao confrontar-se com outro, face a uma tarefa que têm de resolver, e com um adulto que a propõe e explica, vai interpretar esta nova situação em função das suas vivências passadas e do *feedback* que delas recebeu. É quando se envolve numa actividade, por exemplo, de Estatística, que apropria conhecimentos e mobiliza competências. Porém, este envolver não é só um processo individual de descoberta e exploração de um sentido pessoal, é também o procurar de um significado para uma explicação ou resolução de um colega ou de um professor (ou na situação da presente investigação, da investigadora). Por outras palavras, é o estabelecer de uma intersubjectividade que permita à díade negociar um significado e um sentido para a resolução da tarefa com que se depara.

O desenvolvimento do trabalho empírico da presente investigação era pouco familiar para os alunos que nele participaram em relação a diversos aspectos: (a) a formação das díades — os alunos habitualmente sentam-se na sala de aula para trabalhar com um colega que o professor refere ou que eles escolhem, mas nunca como resultado de um adulto, que se descrevia como sendo uma investigadora e lhes dizia qual o colega com que iam trabalhar; (b) as tarefas não-habituais, onde lhes é dito explicitamente que só tinham uma folha de respostas para os dois e que, por isso, só podiam escrever a resposta quando ambos concordassem com o que deveriam escrever e, por isso mesmo, era conveniente que discutissem as suas resoluções um com o outro, para terem a certeza que é aquela a resposta era a que consideravam ser a que melhor traduzia o pensamento de ambos; (c) além disso, nessas tarefas não lhes era dado uma pista de como elas se resolviam, ou seja, cada díade tinha de encontrar as suas próprias estratégias de resolução; (d) que um adulto, que se caracteriza como investigadora, estava tão interessado em ouvir o que eles diziam quando resolviam

a tarefa um com o outro que até gravava o seu diálogo e lhes pedia para virem à escola num período extra-curricular; (e) terem de trabalhar com aquele colega e aquele adulto durante três sessões de trabalho colaborativo e mais numa sessão em que se gravou em vídeo a discussão de todas as díades daquela turma.

As condições que acabámos de enunciar parecem-nos demasiado originais para não pensarmos nelas e na influência que poderiam ter tido nos desempenhos dos alunos quando procuramos compreender como os diferentes tipos de díades originam resultados tão semelhantes entre os sujeitos. A intersubjectividade que se criou entre os dois elementos da díade, entre as diferentes díades e o investigador, fruto da pouca familiaridade dos alunos com o tipo de tarefas e a forma de as trabalhar, pode ajudar a compreender que os desempenhos entre os quatro tipos de díades não difira consideravelmente entre si.

Num contexto de sala de aula, quando os alunos estão envolvidos numa prática quotidiana onde as interacções sociais são uma realidade e nas quais se rompem contratos didácticos tradicionais "os resultados obtido são francamente encorajadores, realçando de forma nítida o papel facilitador que as interacções entre pares podem desempenhar na promoção dos desempenhos dos alunos e no seu sucesso escolar" (César, 2000b, p. 15). O facto de os alunos ao trabalharem em díade terem mais oportunidades para verbalizar o seu raciocínio, para explicar ou justificar as suas soluções e para pedir ao seu par explicações sobre os argumentos que utiliza, dão origem a conflitos cognitivos e sócio-cognitivos, que permitem aos alunos recontextualizar os seus raciocínios e, assim, alargar os seus conhecimentos e competências (Yackel et al., 1990) para serem capazes de gerir as oposições de centrações criadas entre si (Schubauer-Leoni, 1989) e que se reflectem nos seus progressos em termos do desenvolvimento lógico.

5.3. A evolução dos desempenhos dos alunos nas tarefas habituais (pré-teste e pós-teste) em função do tipo de díade

Se em relação ao desempenho dos alunos entre as duas aplicações da E.C.D.L. não existe um tipo de díade claramente responsável por provocar mais progressos em termos do desenvolvimento lógico dos alunos, o mesmo já não acontece quando analisamos os dados referentes aos desempenhos dos alunos entre o pré-teste e o pós-teste.

Os Quadros 23, 24 e 25 mostram que os progressos dos sujeitos são mais nítidos nas díades assimétricas (Tipo 2, 3 e 4), sendo ainda nas díades de Tipo 4 onde não se verificam regressões entre os dois elementos da díade, ao contrário do que acontece com os restantes tipos. No entanto, como se confirma nos quadros atrás citados, esta situação é bastante rara, atendendo ao facto de nos dois anos de trabalho e em 136 díades, somente 7 díades terem sujeitos que regridem. Contudo, nestas díades há também progressos. Estes resultados são confirmados por outras investigações onde os autores formam díades em função da sua assimetria (Bensalah, 1995; César et al. 2000; Doise, Mugny e Perret-Clermont, 1975; Doise, Mugny, 1981; Gilly e Deblieux, 1999; Grossen e Nicolet, 1988; Perret-Clermont, 1976/1978; Schubauer-Leoni, 1986, 1988a, 1988b; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1980, 1985, 1997).

Para os investigares atrás citados, os critérios utilizados para formar díades, quase sempre ténues ao longo do texto, baseiam-se numa classificação dos desempenhos dos sujeitos em relação a determinados saberes e competências. Esta classificação antecede o trabalho em díade, sendo realizada num primeiro momento antes das díades iniciarem o seu trabalho e permite aos autores formar díades simétricas ou assimétricas.

Em Portugal, o projecto *Interacção e Conhecimento* tem vindo a ser desenvolvido nas salas de aula de Matemática ao longo dos últimos 7 anos lectivos e em diferentes níveis de escolaridade (5º ao 12º ano) com o objectivo de estudar e implementar as interacções entre pares na sala de aula, contribuindo, assim, para o desenvolvimento sócio-cognitivo dos alunos e promovendo a

apropriação de conhecimentos e a mobilização de competências matemáticas (César et al. 2000). Como refere esta autora, quando se passa de um contexto de investigação, onde existe um plano empírico faseado no tempo e com objectivos precisos acerca do que se pretende estudar (nível 1 deste projecto), para a realidade da sala de aula (nível 2 do referido projecto), a formação das díades, a concepção das tarefas e as instruções de trabalho que visam promover as interacções entre pares têm de ser alvo de um trabalho de discussão e reflexão permanente entre os membros do projecto (César, 1999, 2000b).

A formação das díades surge, então, como uma questão pertinente: para os alunos beneficiarem com práticas lectivas onde se implementam interacções sociais na sala de aula o critério subjacente à sua formação não deverá ser descurado.

Os resultados do projecto *Interacção e Conhecimento* divulgados têm permitido verificar que,

> apesar de não termos passado provas operatórias, os progressos sócio-cognitivos dos alunos foram nítidos para professores e investigadores (observação participada), sendo por vezes expressos pelos próprios alunos (questionários, entrevistas, conversas informais). A análise da algumas interacções estabelecidas (...) assim como a comparação de diferentes protocolos de um mesmo aluno são a melhor forma de evidência empírica deste aspecto. (César, 2000b, p. 21)

A importância dos resultados referidos permite-nos compreender que quando os alunos são envolvidos práticas lectivas que rompem com as habituais formas de trabalhar na sala de aula apresentam progressos nos seus desempenhos e são esses progressos que identificamos quando os alunos realizam novamente as tarefas habituais individualmente, os pós-testes, como afirmam César et al. (2000) "interagir com os pares é uma forma privilegiada de promover a descentração de posições e permite ser confrontado com outros pontos de vista e aos quais não teríamos acesso se promovêssemos o trabalho individual" (p. 81).

5.4. Padrões de desempenho dos quatro tipos de díade

A importância de compreender as implicações pedagógicas de formar díades com critérios facilitadores de melhores desempenhos traduz-se na procura de compreender se quando temos dois alunos a trabalhar colaborativamente, segundo diferentes tipos de díades, isso desencadeia dinâmicas de interacção e regulações sociais responsáveis por progressos nos sujeitos tanto em termos académicos (quando apreendem novos saberes e competências) como sociais (quando desenvolvem novas atitudes acerca de si, dos colegas e dos saberes). Assim, quando sentamos dois alunos um ao lado do outro vão ter imensas oportunidades de trocarem informações e isso será positivo. No entanto, para isso acontecer, o contrato didáctico presente na sala de aula deverá possibilitar aos alunos essa troca. Senão, pode acontecer o que César (1994) verificou, nas díades que funcionam lado-a-lado: são estas as que apresentam mais problemas, pois aproveitam pouco da situação de estar junto de um colega, manifestam desempenhos mais fracos, progrediam menos entre o pré-teste e o pós-teste, ou seja, o facto de poder copiar uma solução sem a discutir e co-elaborar com um parceiro não parece favorecer a apropriação de saberes e a mobilização de competências matemáticas.

Na sociedade actual cada vez mais se dá importância aos aspectos relacionais, consequentemente as relações didácticas passam a ser vistas como geradoras de dinâmicas onde estão presentes aspectos cognitivos, afectivos e sociais interdependentes uns dos outros, que a todo o momento são susceptíveis de servirem de apoio ou, pelo contrário, podem paralisar-se mutuamente. Assim, colocar aleatoriamente dois alunos, deixá-los sentarem-se com quem querem ou seguir a ordem numérica dos alunos na turma não parece ser a forma mais eficaz de tirar o melhor partido de um dado adquirido na maioria das nossas salas de aula: os alunos terem mesas que os obriga a ter de estar com outro, partilhando esse espaço comum.

No entanto, quando reunimos dois alunos seguindo critérios que pressupõem determinados objectivos como, por exemplo, potencializar as interacções que os dois elementos da díade estabelecem, assiste-se a co-elaborações que colocam em jogo, simultaneamente, competências cognitivas, mas também capacidades individuais de adaptação a um par, de forma a regularem as trocas verbais e sociais enquanto realizam a tarefa. O nosso comportamento é, assim, modificado em função do " que acho que o outro acha do que fiz anteriormente e também do que o outro espera de mim" (Gonzalez, 1998, p. 585). Entra-se, portanto, no campo das significações e das expectativas, o que faz com que o comportamento de um aluno, quando está a trabalhar com o outro, tentando resolver uma tarefa, não possa ser considerado como algo asséptico, mas como um sujeito dinâmico, que se constrói e reconstrói à medida que o jogo das interacções sociais vai sendo jogado pelos vários parceiros. O facto de co-elaborarem resoluções entre si cria uma dinâmica interactiva que parece destabilizar e perturbar o modo de funcionamento habitual dos alunos, necessária ao seu progresso cognitivo e social, pois obriga-os a fazer centrações e descentrações, a levantar conjecturas, a justificar argumentos e pontos de vista, a aprender a respeitar novos ritmos de trabalho pessoais e de outros e a desenvolver e descobrir capacidades que não sabiam possuir.

O primeiro dado saliente da análise do Quadro 26 é que os casos em que o trabalho colaborativo não facilitou os progressos de pelo menos um dos sujeitos quanto ao seu desempenho na prova de desenvolvimento lógico ou nas tarefas habituais de estatística são tão raros (apenas 13 em 136 e, destes, há apenas 7 casos em que os sujeitos poderiam progredir quanto aos dois critérios considerados) que nos parece inegável que esta forma de trabalho proporciona uma oportunidade única para se poder fomentar o pleno desenvolvimento dos alunos e o seu sucesso na unidade curricular de Estatística e, simultaneamente, na disciplina de Matemática, tal como aparece consignado em diversos documentos de política educativa (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; National Council of Teachers of Mathematics, 1991, 1994). Por outro lado, estes dados corroboram

aqueles que se obtiveram já em investigações anteriores referentes a outros conteúdos matemáticos (César, 1994, 1996a), o que nos parece ser um indicador de que estas formas de trabalho possuem um elevado potencial pedagógico, facto também confirmado pelos estudos de investigação-acção que têm estado a ser desenvolvidos desde há 7 anos por César e seus colaboradores (César, 2000b, 2000c; César et al., 2000; César e Torres, 1998). Assim, cremos ser extremamente relevante que os resultados obtidos nesta investigação não sejam um facto isolado, mas se integrem num trabalho muito mais amplo, que tem vindo a ser desenvolvido de uma forma longitudinal, contextualizada e aprofundada ao longo dos últimos 12 anos.

Para além disso, estes dados corroboram também outros que foram obtidos em estudos internacionais e que salientam o aspecto facilitador do trabalho colaborativo, quer em relação ao desenvolvimento cognitivo dos sujeitos (Caño, 1990; Gilly, 1990; Perret-Clermont, 1976/1978, 1985, 1991, 1993; Perret-Clermont, Perret e Bell, 1991; Perret-Clermont e Brossard, 1985) quer em relação aos seus desempenhos matemáticos, em diversos níveis de escolaridade (Askew, 2000; Berzin, Cauzinille-Marmèche e Winnykamen, 1995; Cobb, 1999; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1985, 1997; Schubauer-Leoni e Schubauer, 1979; Yackel, et al. 1990).

O facto de termos optado por um investimento a longo prazo, que nos parece ser o mais adequado para o estudo de uma problemática tão complexa como a promoção do pleno desenvolvimento dos sujeitos e do seu sucesso escolar, levou a que pudéssemos traçar percursos de apropriação de conhecimento que se reflectem nos resultados que obtemos. Assim, os estudos iniciados por César (1994) permitiram estudar de uma forma detalhada os desempenhos dos sujeitos em determinados tipos de díades e quando eram fornecidos diversos tipos de instruções de trabalho. Estes estudos deram origem ao nível 2 do projecto *Interacção e Conhecimento*, que é já um nível de investigação-acção, em que foi possível compreender as adaptações que necessitam de ser feitas quando se passa de um nível *quasi experimental* (nível 1) para práticas de sala de aula em que é

implementado o trabalho colaborativo (nível 2). Contudo, este nível do projecto permitiu também apercebemo-nos que muitas ilações podem ser retiradas do nível 1 para o nível 2, ou seja, como afirmam César, Perret-Clermont e Benavente (2000) há toda a vantagem em que os projectos façam percursos de vai vem entre o que são estudos de natureza semi-laboratorial e as intervenções que se podem concretizar baseadas nesses mesmos estudos, sem descuidar os caminhos futuros a percorrer pela investigação num sentido mais tradicional.

Esta natureza profundamente dialéctica da construção do conhecimento, com um mergulhar em domínios de fundamentação teórica e noutros de natureza prática, ou de aplicação, está patente na nossa actual investigação e deu frutos que consideramos prometedores (César 2000a, 2000c). Assim, optámos por apenas recorrer a díades que interagiam entre si durante as tarefas não-habituais, por instruções de trabalho que apelavam a que fossem debatidos pontos de vista até chegarem a um consenso, ou seja, retomámos o que de mais frutuoso tinha existido nos trabalhos de César (1994). Porém, devido ao facto de contarmos já com os conhecimentos que surgiram dos primeiros anos do projecto *Interacção e Conhecimento*, decidimos acrescentar uma discussão geral ao nosso plano empírico e, tal como previámos, neste caso os resultados obtidos foram ainda mais significativos, ou seja, tornou-se mais nítido que trabalhar em díade favorecia o progresso dos sujeitos quer quanto ao seu desempenho na prova de desenvolvimento lógico quer nas tarefas habituais de Estatística. Por outro lado, o conhecimento que fomos acumulando quanto ao processo de formação das díades levou a que, no segundo ano, quando replicámos o estudo, conseguíssemos resultados que são ainda mais nítidos quer quando aplicamos o teste de Jonckheere (Quadros 6 e 12) quer quando procedemos a análises de índole mais qualitativa, como as análises dos padrões de desempenho.

O dado mais saliente quando analisamos os padrões de desempenho das díades encontrados é que, para a maioria dos sujeitos, trabalhar de forma colaborativa, mesmo durante apenas três sessões, se revelou uma forma eficaz de promover os seus desempenhos estatísticos e o seu desenvolvimento lógico.

Assim, temos apenas dois padrões em que não existem progressos: subpadrão II (4 díades) e o Padrão VII, onde se verificam regressões no desempenho estatístico de 7 sujeitos. Porém, em todos os outros casos existem progressos, ou seja, para 116 díades (85% da amostra total) o trabalho colaborativo revelou ser uma forma eficaz para melhorar os seus desempenhos estatísticos e/ou promover o seu desenvolvimento lógico.

Quando analisamos o que se passa com os Padrões I e II, (Figuras 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, e 9) que, num certo sentido, se podem considerar padrões opostos, observamos que as díades de Tipo 1, que são simétricas quanto aos dois critérios considerados, são aquelas que promovem melhores desempenhos para um maior número de díades, mas são também aquelas onde existe um maior (ainda que pequeno) número de díades em que nenhum dos elementos progride. No segundo ano do trabalho empírico, quando tínhamos já conseguido refinar mais os critérios de formação das díades e melhorado o desempenho da própria investigadora na discussão geral, este é o único tipo de díades em que há dois sujeitos que não progridem em relação a nenhum dos critérios.

Deste modo, escolher como critério de formação das díades o facto de os seus elementos terem, à partida, um mesmo nível de desenvolvimento lógico e de desempenho estatístico pode ser benéfico para uns, mas é também pouco estimulante para outros. Estes dados estão de acordo com a experiência que nos tem sido fornecida através do nível 2 do projecto (César, 2000a, 2000b, 2000c; César et al., 2000; César e Torres, 1998) e com alguns dos autores internacionais que estudaram esta questão (Kumpulainen e Mutanen, 1999; van der Linden et al. 2000).

Contudo, o nosso objectivo não consistia apenas em verificar se os nossos resultados corroboravam outros já obtidos. O que pretendemos é conseguir explicar quais os mecanismos que são postos em prática durante o processo interactivo e que podem aclarar os casos em que se verificam progressos e aqueles em que tal não acontece. Por isso mesmo, procedemos à análise detalhada de algumas interacções, que nos podem ajudar a compreender melhor os critérios que

devem presidir à formação das díades para que estas possam ter um carácter facilitador dos progressos dos sujeitos (Capítulo 7).

Paralelamente, se considerarmos o caso das díades de Tipo 4, assimétricas quanto aos dois critérios considerados, vemos ser este o caso onde existe sempre pelo menos um dos sujeitos que progride, em pelo menos um dos parâmetros considerados. Num artigo recente, César, Perret-Clermont e Benavente (2000) afirmam que embora os resultados não tenham sido concludentes quanto ao facto de serem as díades assimétricas ou simétricas que facilitam mais os progressos dos sujeitos, é no caso das díades assimétricas que as interacções são mais ricas e que a liderança tende a ser menos marcada por parte de um dos elementos do par. Assim, mais uma vez, os nossos resultados estão de acordo com os que foram obtidos em investigações anteriores e, além disso, permitem retirar ilações que podem ser utilizadas no nível da investigação-acção, ajudando a compreender os resultados que têm sido encontrados nesse nível nos últimos 7 anos do projecto *Interacção e Conhecimento* (César, 2000b, 2000c).

O Padrão III ilustra o caso em que ambos os alunos progrediram, mas para um dos dois elementos esse progresso só acontece numa das duas condições, sendo mais frequente que este não progresso ocorra no nível de desenvolvimento lógico do que em relação ao desempenho estatístico. O facto de os sujeitos progredirem mais frequentemente quanto ao seu desempenho estatístico resulta de as provas que avaliam este desempenho estarem concebidas de acordo com o que é suposto os alunos atingirem neste ano de escolaridade. No que se refere ao desenvolvimento lógico, a E.C.D.L. é um instrumento que pode ser aplicado até ao 11º ano de escolaridade. Como tal, quando se utiliza com alunos do 7º ano de escolaridade é legitimo esperar que a maioria dos alunos tenha um nível de desempenho característico do estádio concreto ou intermédio, sendo raros os que apresentam desempenhos do estádio formal A e ainda mais raros os que atingem os do formal B (César e Esgalhado, 1987b, 1988, 1991). Assim, quando na primeira aplicação da E.C.D.L. os alunos já apresentavam desempenhos elevados para a sua idade e ano de escolaridade, há menos probabilidades de que ainda

venham a progredir quanto a este critério, embora na nossa amostra existam alunos que evoluem de um desempenho característico de um estádio intermédio para o formal A e do formal A para o formal B.

Este padrão encontra-se nos quatro tipos de díades, embora seja menos frequente no Tipo 3, ou seja, no caso em que os sujeitos são simétricos quanto ao critério de desenvolvimento lógico da E.C.D.L.. É neste tipo de díades, onde não se encontra uma diferença entre os níveis de desenvolvimento lógico dos sujeitos, que o seu progresso parece ser menos conseguido. Contudo esta situação é referida na literatura (Bell, Grossen e Perret-Clermont, 1985; Gilly e Roux, 1984; Kuhn, 1972; Mugny e Doise, 1978; Mugny e Paolis, 1986) quando os investigadores manipulam a formação das díades de acordo com o seu nível operatório inicial, verificando-se que,

> a diferença no comportamento entre os dois sujeitos deve ser suficientemente pequena para que corresponda à aquisição que a criança deve fazer ao mesmo tempo que deve ser suficientemente grande para que as contradições entre os dois elementos originem o desequilíbrio cognitivo necessário (Bell, Grossen e Perret-Clermont, 1985, p. 46).

No caso das díades de Tipo 3, o facto dos alunos apresentarem desempenhos em estádios de desenvolvimento lógico igual pode dificultar o estabelecimento de uma interacção onde as contradições sejam suficientemente ricas para gerarem situações de conflito sócio-cognitivo, permitindo a ambos os sujeitos evoluírem de um ponto de vista do seu desenvolvimento lógico.

O Padrão IV engloba todas as díades em que ambos os sujeitos progridem, mas apenas num dos critérios. Este facto fez com que houvesse três subpadrões resultantes dessa combinação: ambos os sujeitos progrediam apenas em relação ao nível da tarefa ou ao desenvolvimento lógico, só um dos sujeitos progride em relação a cada uma das duas condições. Este padrão aparece de forma mais significativa no primeiro ano em que decorreu o trabalho empírico e em todos os quatro tipos de díades. Embora, no segundo ano, a sua presença deixe de ser tão constante nos vários tipos de díades, permite-nos inferir que os alunos tendem a

progredir de forma mais evidente quanto ao seu desempenho estatístico do que em relação ao seu desenvolvimento lógico. Este facto permite-nos retirar ilações contundentes para as práticas de sala de aula: se um número reduzido de sessões em que os alunos trabalham de forma colaborativa provoca progressos nos sujeitos em termos dos seus desempenhos estatísticos então, quando os alunos trabalham colaborativamente na sala de aula ao longo de um ano lectivo, os resultados deverão ser mais ainda expressivos. De facto, os trabalhos publicados por César (César, 2000b; César et al. 2000; César e Torres, 1998) confirmam esta situação:

> quando pensamos nas regras que regem o novo contrato didáctico estabelecido neste projecto, parece-nos claro que muitas das mudanças observadas são devidas às práticas de sala de aula que foram implementadas [como] a ênfase dada à importância de interagir com o par, de explicar o que pensamos, de respeitar as opiniões e os ritmos dos outros. (César et al., 2000, p. 79)

Deste modo, as práticas de sala de aula que se inspiram nos estudos *quasi experimentais* que têm sido realizados por esta autora (César, 1994) permitiram conceber mudanças a efectuar no contrato didáctico que favorecem a obtenção de melhores desempenhos matemáticos, incluíndo também os desempenhos estatísticos, bem como contribuem para a promoção de desenvolvimento sócio-cognitivo dos alunos (César, 2000b, 2000c).

O Padrão V traduz o caso em que um dos sujeitos progride nos dois critérios utilizados e no segundo elemento não se encontram progressos em nenhuma desses critérios. Neste padrão encontramos as díades em que um dos elementos não evoluiu mas, no princípio do trabalho empírico, os seus resultados permitiam supor que, pelo menos numa das condições, esta situação poderia ser alterada.

Porém, isto não veio a acontecer o que nos obriga a pensar que, se para um dos elementos da díade o trabalho colaborativo se mostrou proveitoso e para o outro não, uma eventual explicação deverá ter de ser procurada na análise da complexidade do estatuto académico dos dois sujeitos e nas possíveis

consequências que terão na articulação dos dois elementos da díade com a tarefa e com os saberes e as competências a que apela, ou seja, na compreensão de tudo o que poderá dificultar o estabelecer da intersubjectividade que os sujeitos necessitam para a resolver. Como refere Vion (1999), convém dar atenção às pausas, que precedem as escolhas importantes, as hesitações, as rupturas, as reformulações, as reavaliações e os comentários enquanto elementos que se manifestam na eficácia do desempenho dos alunos, uma vez que a dinâmica de interacção resulta da actualização permanente destes diferentes elementos.

À semelhança do Padrão V, o Padrão VI contempla as díades em que apenas um dos elementos progride e só num dos critérios, uma vez que, no pré-teste, um dos elementos da díade já se encontrava no nível elevado e, consequentemente, não era possível que o nível de desempenho do pós-teste fosse superior. No entanto, também não seria conveniente que no pós-teste o seu nível de desempenho fosse inferior, isto é que existisse uma regressão. Este tipo de padrão encontra-se em qualquer um dos diferentes tipos de díades, com excepção do Tipo 1, no segundo ano, em que a presente investigação se desenvolveu. Neste padrão importa distinguir, por um lado, a situação dos alunos que não evoluíram por se encontrarem no estádio de desenvolvimento lógico esperado para a sua idade (César e Esgalhado, 1988), o intermédio e mesmo, nalguns casos, o formal A e no nível na tarefa de pré-teste elevado. Por outro lado, assiste-se também à situação dos alunos que podiam progredir numa das duas condições, mas não conseguiram concretizar essa possibilidade. É neste segundo caso que nos importa compreender o que poderá ter estado na origem de um não progresso de um dos elementos da díade.

Uma explicação possível para a situação anterior pode ser procurada na noção de intersubjectividade gerada durante a resolução da tarefa. Para que a intersubjectividade entre dois sujeitos seja eficaz é preciso existir um intercâmbio cognitivo, social e emocional entre os alunos envolvidos na resolução da tarefa (Rogoff, 1993). Na situação contemplada no Padrão VI este intercâmbio parece ter sido mais frutuoso apenas para um só elemento da díade. Mas também é

possível que esta situação se tenha vindo a revelar responsável por uma liderança do elemento para quem a tarefa estava a ser mais gratificante, impondo assim uma resolução e impossibilitando o seu par de a negociar. Na maioria das vezes, esta situação é vivida pelo elemento cujo desempenho é mais fraco ou que tem, na sala de aula, o estatuto do aluno com maiores dificuldades (Bell, Grossen, Perret-Clermont, 1985).

No caso limite do padrão VI temos o padrão VII que, apesar de raro, se encontra em 7 casos. Neste padrão, um dos sujeitos regride no nível que tinha conseguido quando realizou o pré-teste. Porém, é de realçar que: se, por um lado, é quanto aos desempenhos estatísticos que se verificam mais progressos também é neste critério onde se verificam algumas das raras regressões. Deste modo, o desempenho estatístico parece ser o mais directamente afectado pelas práticas de sala de aula com que os alunos são confrontados. Das 135 díades e 1 tríade que constituíram a amostra do presente estudo, num total de 273 alunos, 94 encontravam-se num nível de desempenho máximo no pré-teste, pelo que já não podiam progredir. Os alunos que o podiam fazer, 145 apresentaram um nível de desempenho mais elevado no pós-teste.

Quanto ao desenvolvimento lógico, embora se verifiquem menos progressos (em 273 alunos, 152 progrediram), não se verificam regressões, podendo significar que este critério é menos plástico que o desempenho estatístico.

Comparando os diferentes tipos de díades vemos que o Tipo 1, a que correspondem as díades simétricas para os dois critérios, é o que apresenta mais sujeitos do Padrão I (evolução nos dois critérios), mas também o que tem mais sujeitos no Padrão II (sujeitos que não evoluem). Assim, as díades simétricas revelam-se favoráveis para uns pares, mas não para outros.

As díades de Tipo II têm comportamentos diferentes nos dois anos lectivos considerados. No primeiro ano, há tantas díades do Padrão I como do II (4 díades) e há ainda uma díade em que os dois sujeitos regridem quanto ao desempenho estatístico. No segundo ano, qualquer um dos padrões menos favoráveis (Padrão

II e VII) não existem, o que significa que conseguimos ter melhores critérios para a formação das díades.

As díades de Tipo III revelam-se as menos vantajosas, pois são as que apresentam mais casos de regressão (4 díades), que não são compensados por um elevado número de díades do Padrão I (10 díades). Assim, ter o mesmo nível de desempenho inicial na E.C.D.L. (desenvolvimento lógico) e nível diferente quanto ao desempenho estatístico parece ser o caso em que o trabalho colaborativo se revela menos favorável para os alunos, embora mesmo neste caso haja bastantes díades que conseguem apresentar progressos (26 díades em 32).

O Tipo IV, díades assimétricas quanto aos dois critérios considerados, parece ser aquele que proporciona mais progressos, pois o Padrão II é inexistente e apenas se encontra uma díade no Padrão VII. Assim, num total de 34 díades só uma tem um sujeito que regride quanto ao seu desempenho estatístico, mas progredindo quanto ao desenvolvimento lógico. Portanto, em todas as díades há pelo menos um dos elementos que progride, em pelo menos um dos critérios considerados. Estes resultados confirmam o que temos observado no nível de investigação-acção do projecto *Interacção e Conhecimento*, onde sempre que possível se formam díades assimétricas quanto a um número ainda mais alargado de critérios (César, 2000a, 2000b, 2000c; César et al. 2000).

De realçar o facto de que a diferenciação entre a eficácia relativa dos quatro tipos de díade considerados apenas se torna mais difícil pelos progressos massivos que se verificaram: haver 85% de díades em que se verificam progressos. Assim, o dado mais saliente desta investigação é que quando se utilizam critérios bem definidos para a formação das díades, tarefas que promovem os conflitos socio-cognitivos e a co-elaboração de resoluções e se estbelece um contrato didáctico (nível 2 do projecto) ou experimental (caso deste estudo) bem adaptado ao trabalho colaborativo, este se revela uma forma muitíssimo eficaz de promover nos alunos o desenvolvimento lógico e os desempenhos estatísticos.

CAPÍTULO 7

ANÁLISE DE ALGUNS CASOS

Numa tentativa de enriquecer e aprofundar a compreensão dos desempenhos dos alunos em termos do seu eventual progresso em função dos seus resultados na E.C.D.L. e nas tarefas habituais que serviram para o pré-teste e para o pós-teste, analisaram-se seis interacções escolhidas entre as 136 díades que constituíram o grupo experimental.

Os ganhos e os progressos dos sujeitos também podem ser captados numa dimensão mais subtil e difícil de apreender, resultante da observação dos comportamentos dos alunos,

> durante o desenrolar de uma interacção os comportamentos verbais e não verbais que acompanham as acções dos sujeitos constituem indicies que permitem a sua avaliação. A repetição da mesma actividade num contexto novo pode ser considerado como a procura de uma regularidade ou como a consolidação de um saber fazer que, mesmo mínima, faz parte de um processo cognitivo. (Verba, 1999, p. 188)

Assim, cada uma destas interacções foi considerada como um caso, atendendo às suas particularidades. Para Abrantes (1994) a escolha de um caso obriga a tomar decisões que têm de estar subordinadas a "critérios que permitam aprender o máximo possível sobre os problemas em estudo" (p. 218). Na presente investigação o objectivo de analisar alguns casos ou interacções foi escolher exemplos de díades que ajudassem a identificar algumas particularidades da

dinâmica interactiva que nos permitissem explicar os desempenhos dos alunos. Como afirma Roux (1999),

> o que nos interessa (...) é um estudo dos enunciados emitidos ao longo das trocas verbais, é a conversação interactiva que pode ser considerada como um local onde simultaneamente se elaboram relações sociais e se constroem conteúdos de pensamento. Toda a interacção pode, por isso mesmo, estar na origem de uma estruturação (ou de uma reestruturação) das cognições dos intervenientes. É nesta perspectiva que a análise das sequências conversacionais pode fornecer dados que permitem uma aproximação aos processos cognitivos (p. 265).

1. O caso da Cátia e do Aleixo

1.1. Caracterização da díade

Quando se inicia o 7º ano, em Setembro de 1997, a Cátia tem 12 anos, a idade esperada para frequentar este ano de escolaridade. Transita sempre de ano, frequentado a escola do primeiro e do segundo ciclo sem grandes sobressaltos, obtendo classificações em Matemática, como para a maioria das outras disciplinas, entre os níveis 3 e 4. Gosta de todas as disciplinas, não preferindo uma ou outra *tenho de as estudar a todas... não interessa gostar mais de uma ou de outra. Todas servem para saber mais coisas* (Cátia).

A Matemática é mais uma disciplina que não lhe desperta grandes paixões ou ódios, considerando-se uma *aluna que faz os trabalhos que o professor manda em casa... ele gosta que se faça os trabalhos... é a maneira de ter de estudar*. Para a Cátia, estudar *é fazer os trabalhos de casa... para os testes tenho de estudar pelo livro... a Matemática não é só estudar o livro tem de se fazer os exercícios*. Não se considera com grandes dificuldades nesta disciplina *é preciso estar com atenção quando o stôr explica... senão depois não se consegue perceber... na segunda vez o stôr já não explica tão bem... está mais confusão na sala... se estiver com*

atenção é menos difícil. Quando lhe perguntamos se gosta de Matemática diz que *é uma disciplina como as outras, só que tem de se trabalhar mais por causa dos exercícios* em relação à Estatística refere *é aquilo dos gráficos, não é? Eu cá achei fácil... mas também tem que se fazer exercícios.*

O professor de Matemática da Cátia considera-a *uma aluna muita esforçada... o que quero dizer com isto?... que é das poucas que traz os trabalhos de casa feitos... só marco de vez em quando... é escusado.* No final da unidade, a primeira a ser leccionada *foi uma aluna que trabalhou sempre... não me parece ser uma aluna que venha a ter dificuldades nas outras unidades do programa...*

Na última semana de Setembro de 1997 quando a Cátia realiza a primeira aplicação da E.C.D.L., tem um desempenho que se classifica no estádio operatório concreto e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível fraco. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual do pós-teste, o seu nível na tarefa habitual encontra-se no nível elevado. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, apresenta um desempenho que se situa no estádio formal A. Assim, a Cátia revela um progresso acentuado tanto a nível cognitivo (concreto → formal A) como do desempenho estatístico (fraco → elevado).

No início de Setembro de 1997, o Aleixo tinha 14 anos de idade e no ano lectivo anterior não tinha transitado de ano. Não gosta particularmente de Matemática, achando-a uma disciplina *que faz falta a muita coisa... menos a mim* (Aleixo). A Matemática não é a disciplina que mais gosta *eu até não me importo de ter de estudar... senão tinha que ir trabalhar aqui sempre se está com os amigos... é fixe... só não gosto é de ter de estudar a Matemática... mas o Português e a Geografia também não são melhores... têm de se estudar muito.* Quando lhe perguntamos se é bom aluno a Matemática diz-nos *só gostei, gostei mesmo de Matemática até à 4ª classe... porque se aprende as contas e isso faz falta para a vida... agora só é coisas e mais coisas.* Em relação há Estatística o Aleixo diz-nos *achei giro saber as médias e isso... os gráficos também é importante... aparecem nos jornais e se não aprendemos não vemos o que lá está.*

Estudar Matemática é ter *pachorra de fazer os trabalhos e os exercícios dos livros.*

Para o professor de Matemática, o Aleixo é um *aluno que beneficia de ser repetente... mas mesmo assim é muito preguiçoso... parece que está sempre na lua... também só o conheço de umas 8 ou 9 aulas... é pouco.* Quando lhe perguntamos como é o Aleixo na unidade de Estatística refere *participou pouco... não sou capaz de ter uma ideia para dizer.*

No final de Setembro de 1997 quando o Aleixo realiza a primeira aplicação da E.C.D.L., tem um desempenho que se coloca no estádio operatório concreto e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível fraco. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual encontra-se no nível elevado. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, obtém um desempenho que se situa no estádio intermédio. Deste modo, o trabalho colaborativo também fomentou consideráveis progressos neste sujeito: em termos de desenvolvimento lógico passou de desempenhos concretos para desempenhos intermédios e, nos desempenhos estatísticos, tal como aconteceu com o seu par, passou de um nível fraco para um elevado.

No início do trabalho empírico, a Cátia e o Aleixo tinham desempenhos do mesmo estádio de desenvolvimento lógico e do mesmo nível da tarefa de pré-teste, o que permitiu formar uma díade de Tipo 1. No final do trabalho empírico, quando se realiza a tarefa do pós-teste e, mais tarde em Maio, a segunda aplicação da E.C.D.L. o comportamento da díade situa-se de acordo com o Padrão Ia, ou seja, ambos os elementos que constituíam a díade tinham evoluído, quer em termos do desempenho na escala do desenvolvimento lógico quer no desempenho nas tarefas habituais (Figura 6, D1).

Tal como todas as díades, a Cátia e o Aleixo gostaram de ser gravados e não se pode inferir pelo à vontade com que estavam na sala que tenham ficado inibidos com o gravador.

1.2. Análise da interacção

Uma primeira leitura da interacção que se estabeleceu entre a Cátia e o Aleixo revela uma participação equitativa de ambos os parceiros conseguida graças a uma dinâmica de co-construção que, de acordo com Gilly, Fraisse e Roux (1988), nos permite assistir ao desenvolver de uma resolução, sem uma clara manifestação observável de desacordos ou contradições entre os dois elementos. A interacção, tal como os autores referem, começa com uma frase de Cátia (fala 3) que o Aleixo desenvolve (fala 4),

(...)

3. C.: *Agora vamos fazer ...*
4. A.: *Um estudo... sobre ...*
5. C.: *Um estudo... de Estatística... uma estatística...* [Risinhos]
6. A.: *Sobre o quê? Sobre a guerra... né?*
7. C.: *A guerra...*
8. A.: *Sobre os motivos para acabar com a guerra...*
9. C.: *O motivo que escolhemos foi as mortes...*
10. A.: *Pois, as mortes é o motivo mais forte para acabar com as guerras.*

(...)

A Cátia retoma novamente a sua ideia inicial quando o Aleixo termina, e assim sucessivamente, co-elaborando uma solução a dois, assistindo-se assim a um início da negociação de uma resolução. Ao longo da interacção não é fácil saber se cada um dos alunos chegaria à mesma solução ou a uma resolução se estivesse a trabalhar sozinho. No entanto, este aspecto já é claro quando lemos o episódio da interacção referente à terceira parte da tarefa onde os alunos têm de descobrir qual o número que falta a uma distribuição de 3 elementos para que a média seja igual a 25.

(...)

168. A.: *Temos que fazer uns números que tem de dar a média arredondada a 25, né?*

169. C.: *É. Então vá... a gente tem de acrescentar um número aqui...*

170. A.: *Aqui, aqui a estes... a estes três [15, 25 e 50]*

171. C.: *E depois temos que dividir...*

172. A.: *É, é uma média. A gente mete...*

173. C.: *15 mais 50 mais 25 mais...4*

174. A.: *Quatro? Mas só cá estão 3...*

175. C.: *Sim, sim, mas agora temos que meter o número... temos que achar o número que falta.*

176. A.: *E é o 4? O número que falta.*

177. C.: *Ainda não sei, temos que achá-lo.*

178. A.: *Achar o número que falta, mas porque é que metes o 4?*

179. C.: *Porque já tínhamos três números e por isso pensei que faltava o 4.*

180. A.: *Então temos estes três números e depois metemos o 4. É isso?*

181. C.: *Sim, vamos começar pelo 4, foi o que me veio primeiro.*

(...)

217. A.: *97 a dividir por 4...* [Faz os cálculos na calculadora] *23,5.*

218. C.: *Então a gente não pode meter meios?*

219. A.: *Meios? Então para quê?*

220. C.: *Se não podemos não ter o 25 bem?*

221. A.: *Mas eles dizem que é o 25, não pode ser o meio. É todo.*

222. C.: *Então mete o 8.*

223. A.: *É o 10.*

224. A. e C.: *90 mais 10 dá 100... É igual... é igual...*

(...)

15 + 25 + 30 + 10 = 100 ÷ 4 = 25

Quando observamos a folha de respostas dos alunos vemos que ambos escreveram aí informações, não se encontrando em nenhuma das respostas escritas um só tipo de letra. Assim, também quando tinham de escrever a resolução da tarefa cada um completava a parte do colega, sem que isso fosse interpretado pelo outro como um sinal de incompetência da sua parte, uma vez que na interacção não se regista qualquer tipo de censura a este comportamento de completar algum argumento escrito. Esta co-elaboração pode, então, prolongar-se ao nível da escrita, não sendo exclusiva do plano verbal.

O episódio anterior permite-nos encontrar várias características interessantes. Primeiro, pelo facto de estarem a trabalhar colaborativamente, os dois alunos conseguem ter êxito na tarefa. A estratégia que utilizam é de tentativa e erro, podendo-se encontrar o que César (1994) refere como sendo uma fraca intuição matemática, pois os alunos andam a testar diversos números desde a fala 169 até há 222, passando por todos os números desde o quatro até ao oito, para encontrar o que falta. A Cátia chega mesmo a propor [fala 218] se não é possível ter os números decimais, ou seja, aumentar o número de possibilidades a testar. Assim, durante muito tempo o facto de não encontrarem a solução pretendida não é compreendido quanto às suas causas e eles limitam-se a revelar uma grande persistência na tarefa, testando todos os números.

Só depois de terem experimentado do 1 ao 8 o Aleixo percebe que o número que falta é o 10, sendo imediatamente acompanhado no seu raciocínio pela Cátia, pelo que dizem em simultâneo:

90 mais 10 dá 100 ... É igual ... é igual.

Neste momento, ambos parecem ter tido um *insight* que os levou a uma compreensão súbita de qual é a solução.

O que é saliente, neste episódio, é que o facto de estarem a trabalhar colaborativamente os fez persistir na tarefa, pois sentiam o apoio um do outro. Caso estivessem a trabalhar individualmente, é pouco provável que continuassem durante tanto tempo as suas tentativas, tanto mais que das falas 173 à 222 eles não têm um critério que não se limite a tentarem adicionar o inteiro seguinte. Deste modo, sendo o Aleixo descrito pelo professor como um aluno que se envolve pouco nas tarefas, não seria de prever que ele trabalhasse empenhadamente durante tanto tempo se a resolução fosse individual.

No episódio anterior é possível encontrar uma situação de conflito sócio-cognitivo que começa com a fala 173 da Cátia, que começa por introduzir um número para ser utilizado no algoritmo da média, mas sem explicar como ele surge. Aleixo [fala 174] pede à colega para explicar como se tinha lembrado do número 4. Verifica-se que o Aleixo, através de uma tentativa de perceber o raciocínio que esteve por detrás da escolha daquele número, consegue que a Cátia clarifique verbalmente o seu raciocínio, o que só acontece na fala 179.

Este processo de confronto e de negociação de uma intersubjectividade comum entre os dois elementos traduz a interiorização de uma regra do contrato experimental: ter de explicar tudo um ao outro. Assiste-se, simultaneamente, a um ganhar confiança nas capacidades do outro. Neste processo de negociação os alunos utilizam simultaneamente competências linguísticas e matemáticas, nomeadamente lexicais, resultantes da própria construção frásica e da necessidade de apresentar um argumento claro para o parceiro, o que se verifica, quando lemos o diálogo presente neste episódio. Além destas competências lexicais, os alunos também recorrem a competências matemáticas, o que está presente quando têm de utilizar e aplicar o algoritmo da média.

Ao longo da interacção assistimos a uma liderança subtil da Cátia. Esta liderança tanto pode ser social como cognitiva (Roux, 1999). No caso da Cátia ela tende a ser social, como podemos ver nas falas seguintes:

(...)

3. C.: *Agora vamos fazer...*

(...)

9. C.: *O motivo que escolhemos foi as mortes...*

(...)

86. C.: *Escreve...*

(...)

Para César (1994), as raparigas geralmente só assumem alguma liderança social quando apresentam um estatuto académico superior ao do seu par masculino, o que parece ser o caso da Cátia, pois é uma aluna que nunca ficou retida e que faz os trabalhos de casa e que, por ser das poucas a fazê-lo, acaba por ser elogiada pelo professor como uma aluna exemplar. Contudo, tal como afirma César (1994), a liderança feminina tende a ser menos vincada que a masculina, o que facilita o aparecimento de uma co-construção de resolução (Gilly, Fraisse e Roux, 1988).

Com o desenrolar da interacção assiste-se também a uma liderança de Aleixo, como podemos ver no seguinte episódio, referente à segunda parte da tarefa e que se refere à questão dos salários.

(...)

46. C.: *Agora a gente tem de fazer a média.*

47. A.: *Sim, temos de fazer a média.*

48. C.: *A média é aquele X com a coisinha em cima?*

49. A.: *É.*

[C. faz os cálculos na calculadora enquanto A. dita os algarismos]

50. C.: *54 mais... 42 mais...*

51. A.: *Mil... 60 mil...*

52. C.: *60...*

53. A.: *48 mil...*

54. C.: *Quarenta?*

55. A.: *E 8 mil e 180 mil...*

56. C.: *180 mil é três zeros, né?* [A. acena positivamente com a cabeça] *a dividir por...*

57. A.: *Cinco, são cinco empregados.*

58. C.: *É por 5?*

59. A.: *Agora faz a conta.*

(...)

O excerto do episódio anterior, retirado do início da resolução da tarefa dos salários, mostra que o Aleixo assume alguma liderança cognitiva, sendo ele quem esclarece as dúvidas da Cátia e valida as noções estatísticas necessárias para a continuação da resolução da tarefa. No entanto, ambos sabem o algoritmo necessário para o cálculo da média, uma vez que o vão utilizando, sem pedir esclarecimentos ao colega, ou seja, o algoritmo está interiorizado para estes alunos. Deste modo, podemos afirmar que ambos aprenderam o que Skemp (1978) designa por conhecimento instrumental.

(...)

47. A.: *Sim, temos de fazer a média.*

(...)

49. A.: *É.* [referindo-se ao símbolo utilizado para representar o conceito de média aritmética]

(...)

54. C.: *180 mil é três zeros, né?* [A. acena positivamente com a cabeça]

55. A.: *Cinco, são cinco empregados.*

(...)

Na continuação da tarefa dos salários, os alunos vão ter de emitir uma opinião acerca do parâmetro estatístico que melhor representa aquela distribuição. Isto significa analisar os dados em função não apenas dos aspectos computacionais, usuais nas aulas de Matemática, onde o cálculo domina as actividades estatísticas realizadas, mas ter uma interpretação em função de um conhecimento de tipo relacional (Skemp, 1978). Para isso, o aluno tem recorrer a uma análise da tarefa em função de um contexto alargado, onde outro tipo de informações ajudam a interpretar a tarefa.

(...)

76. C.: *Não sei. Não vão estar de acordo porque os empregados ganham pouco.*

77. A.: *É que não é justo... há uns que...*

78. C.: *Ganham mais do que os outros?*

79. A.: *Ganham mais do que os outros... a fazer o mesmo.*

80. C.: *Mas uns... mas uns prontos, se calhar, fazem mais, trabalham mais que os outros. É por isso uns aqui têm mais... têm mais dinheiro, ganham mais.*

81. A.: *Achas?*

82. C.: *Prontos é assim, eu trabalho numa coisa... que tem mais importância... prontos sou arquitecta e ele é empregado de mesa, eu ganho mais do que ele.*

83. A.: *Pois. Se o trabalho é diferente.*

84. C.: *Eu acho que... o trabalho é diferente porque eles não ganham o mesmo dinheiro.*

(...)

Tal como tinha acontecido com a terceira parte da tarefa, assistimos que o Aleixo ajuda a Cátia a elaborar melhor o seu raciocínio através da pertinência da sua argumentação. Neste processo desenha-se a negociação do significado da resolução da tarefa, no jogo entre o inter-individual, quando um dos parceiros

questiona o outro acerca do seu raciocínio, como por exemplo, quando [fala 78] a Cátia questiona o Aleixo *Ganham mais do que os outros?* e este se confronta com a necessidade de precisar o seu argumento. Assiste-se a uma passagem ao intra-individual (Roux, 1999) quando o Aleixo tem de reorganizar o seu próprio pensamento e responde à Cátia, *Ganham mais do que os outros...a fazer o mesmo* [fala 79].

Neste extracto do episódio da tarefa dos salários assistimos à influência que os conhecimentos sociais dos alunos têm na elaboração da sua resolução. A marcação social presente na segunda parte da tarefa desencadeia no Aleixo e na Cátia uma resolução baseada numa análise sociológica dos salários e do trabalho. Para estes alunos, o que estava presente nesta tarefa não era tanto uma questão estatística: a forma como recolhemos os dados pode influenciar a nossa análise, a distribuição ser assimétrica origina cuidados a ter quando se escolhe os parâmetros estatísticos que melhor representam os dados naquele contexto. Mas, antes, um facto social: a justiça moral subjacente a um salário. Podemos pensar em duas situações. Primeiro, o lado social presente nos argumentos dos dois alunos. Para o Aleixo, é claro que as pessoas quando fazem o mesmo trabalho devem ter o mesmo salário; para a Cátia, existirem salários distintos resulta da possibilidade de os trabalhadores poderem ter trabalhos diferentes, que ela até consegue hierarquizar e valorizar socialmente de forma diferente. O extracto que vai da fala 76 da Cátia até há 84, também da Cátia, é fortemente revelador de como as representações sociais dos alunos acerca de questões em torno do conceito de trabalho orientaram esta parte do diálogo.

Porém, é a partir deste contexto social que os alunos criam que conseguem compreender o significado estatístico da tarefa, ou seja, perceber que a média não é o melhor parâmetro para representar a distribuição daqueles salários. Como verificamos no seguinte extracto,

(...)

86 A. – *Se ganham diferente porque o trabalho não é o mesmo eles não vão querer a média. Não vão concordar.*

87 C. – *Pois não, nem podem. Uns ganham mais do que os outros.*

88 A. – *Ficam mal e estão... a...*

89 C. – *A ser... enganados...*

(...)

Na continuação da pergunta, os alunos tinham de comparar os dois parâmetros de média e mediana e avaliar qual dos dois representava melhor aquela amostra. É o Aleixo quem começa a delinear uma estratégia, mas é a Cátia quem avança com uma proposta concreta.

(...)

104. A.: *Isto agora temos que fazer...*

105. C.: *Temos que fazer a mediana... a mediana é aquilo que corta... e que depois tenho que meter por ordem?* [começa a escrever os salários, mas sem os ordenar]

(...)

Quando lemos a fala 105 da Cátia verificamos que para esta aluna o conceito de mediana se resume a um procedimento e como este é associado a uma metáfora: "aquilo que corta". Para esta aluna o significado associado à noção de mediana é a tradução de um procedimento concreto e visual de contagem, com algumas semelhanças aos esquemas de contagem a que as crianças recorrem quando se começam a familiarizar com as operações aritméticas e com a noção de número. Mas esta prática enunciada mostra-nos um procedimento habitual associado ao conceito de mediana e permite fazer inferências acerca do contrato didáctico existente na sala de aulas destes alunos: a influência do computacional.

Os alunos começam a abordar a tarefa pelo que ela tem de procedimental e de computacional, é esta a primeira pista que os alunos procuram.

(...)

106.A.: *Há aqui uma coisa que está mal.*

107.C.: *O quê?*

108.A.: *Não metemos por ordem...*

(...)

As três falas anteriores mostram-nos que o Aleixo foi capaz de detectar que a colega se tinha esquecido de ordenar os valores, apesar de ter focado a necessidade de o fazer [fala 105]. Assim, este curto excerto mostra-nos de forma nítida, como um aluno descrito como "muito preguiçoso e que está sempre na lua" (professor de Matemática) quando se encontra a realizar trabalho colaborativo, com tarefas do tipo não-habitual e sujeito a um contrato experimental inovador, apresenta características completamente diferentes: atento, reflexivo, empenhado e disposto a aprender. Assim, o trabalho colaborativo revelou potencialidades que, quer professores quer alunos, demonstraram desconhecer, que aqueles últimos possuíam. Este facto não é típico desta díade, é um denominador comum, além de ser descrito por outros investigadores (César, 1994, 2000b, 2000c; César e Torres, 1998; César e Silva de Sousa, 2000; Gilly, Fraisse e Roux, 1988; Perret-Clermont e Schubauer-Leoni, 1981; Schubauer-Leoni e Perret-Clermont, 1985; van der Linden et al., 2000).

(...)

146. C.: *Eu escolhia a média e tu?*

147. A.: *Eu também.*

148. C.: *Porquê?*

149. A.: *Sei lá!*

150. C.: *Mas tens de saber porque metias a média...*

151. A.: *Escolhia média porque...*

152. C.: *Porque representa os salários...*

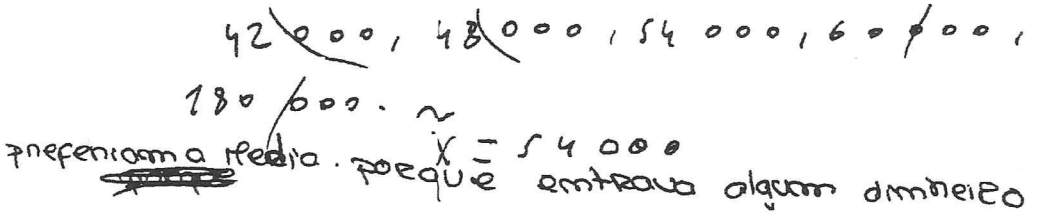
153. A.: *Iguais, iguais para todos...*

154. C.: *Não, porque entrava mais algum... dinheiro para os empregados.*

155. A.: *Entrava mais dinheiro, o que é isso?*

156. C.: *Ganhavam mais.*

(...)



Neste pequeno excerto verificamos que o Aleixo, quando a Cátia lhe pede para explicar o seu raciocínio, responde com *Sei lá!* [fala 149]. A Cátia aparenta mais facilidade em explicar o seu raciocínio do que o Aleixo que, por sua vez, revela uma boa capacidade de contra-argumentar com a colega, levando-a a reflectir sobre os seus raciocínios iniciais.

Do diálogo anterior podemos inferir que os alunos apresentam um conhecimento instrumental dos conceitos de média e de mediana. No entanto, este conhecimento não lhes permite decidir quando é que se deve utilizar um conceito de média ou de mediana "já que não se pode dizer, em termos absolutos, qual destas medidas é preferível, dependendo do contexto da tarefa em que estão a ser utilizados" (Martins et al. 1997, p.80). Porém, o facto dos desempenhos destes alunos se encontrar no estádio de desenvolvimento lógico operatório concreto (E.C.D.L.) pode ajudar a perceber que algumas das dificuldades sentidas pelos alunos sejam o resultado de não dominarem o pensamento hipotético-dedutivo, com o respectivo alargamento de possibilidades necessárias à compreensão plena do contexto que enquadra a tarefa que devem realizar.

A quarta parte da tarefa pedia aos alunos para tentarem descobrir o que poderia estar mal num gráfico e, por fim, teriam de construir o gráfico de forma que julgassem mais correcta. O Aleixo é quem inicia a resolução da tarefa, começando por ler a informação presente nos dois gráficos existentes na figura, enumerando os aspectos que considera estarem incorrectos. A Cátia vai co-construindo a estratégia de resolução, como podemos confirmar no seguinte episódio,

(...)

255. A.: *Aqui tem a temperatura* [referindo-se ao eixo das ordenadas no gráfico A].

256. C.: *Aqui isto está mal no outro gráfico... aqui meteu o 6 no lugar do 0... não meteu o 20* [referindo-se ao segundo gráfico]. *Está aqui* [apontando para os dados] *...então está mal... este 20 é 19.*

(...)

266. C.: *Mas está aqui o 19... falta-lhe é o coiso* [referindo-se à barra do gráfico] *... por isso está mal.*

267. A.: É os dias que está mal.

(...)

Uma situação de conflito sócio-cognitivo surge quando os alunos têm de construir a escala, como podemos constatar,

(...)

288. C.: *Não é preciso meter o fi e o xi, pois não?*

289. A.: *É.* [C. coloca a variável no eixo das ordenadas] *Isso está mal.*

290. C.: *Acho que não, aqui é o fi* [referindo-se ao eixo das ordenadas] *e aqui é o xi.*

291. A.: *O fi é aqui* [referindo-se ao eixo das abcissas].

292. C.: *Porquê que é aí?*

293. A.: *Porque aqui é que...*

294. C.: *É o quê?*

295. A.: *Os números... os números que nos dão.*

296. C.: *Mas os números que nos dão é o xi...*

297. A.: *Os outros números também nos dão. Estão ao lado desses.*

298. C.: *Ai já estou toda duvidosa...*

299. A.: *Espera, este pôs* [referindo-se ao gráfico B] *o fi em baixo...*

300. C.: *Acho que aqui é o fi* [apontando para o eixo das ordenadas] *e aqui é que é o xi* [apontando para o eixo das abcissas]

301. A.: *O fi é aqui* [apontando para o eixo das abcissas].

302. C.: *Não é nada, que aqui é o xi* [apontando para o eixo das abcissas] *e aqui é que é o fi* [apontando para o eixo das ordenadas]... *eu fiz isto nos testes e o stôr nunca disse nada.*

303. A.: *Está bem prontos. Fazemos assim como tu dizes.*

O diálogo atrás descrito ilustra uma situação que Gilly, Fraisse, Roux (1988) referem como sendo uma co-elaboração por confrontações contraditórias. A Cátia emite uma opinião acerca de em qual dos eixos se pode colocar a variável em estudo. O Aleixo discorda, argumentando com outra possibilidade para colocar a variável. A partir da fala 289 do Aleixo verifica-se uma oposição de respostas e não somente um desacordo. Este confronto que, como vimos, traduz uma dificuldade dos alunos em decidir em qual dos dois eixos se pode colocar a variável, está bem presente no pequeno diálogo entre a Cátia e o Aleixo. O desfecho desta situação, para a qual os alunos não possuem argumentos matemáticos, reside na Cátia recorrer ao seu estatuto de melhor aluna (nunca ficou retida e faz os trabalhos de casa) e a uma regra implícita na maior parte dos contratos didácticos: a última palavra é a do professor *eu fiz isto nos testes e o stôr nunca disse nada* [fala 300]. Mais do que um outro tipo de argumento, o que a Cátia enunciou convence o Aleixo: *está bem, prontos. Fazemos assim como tu*

dizes [fala 301]. Portanto, a Cátia procurou uma legitimação da sua escolha através do apelo a actuações anteriores do professor.

1.3. Reflexões gerais

Ao lermos a interacção e observarmos a folha de resposta do Aleixo e da Cátia constatamos que, quando os alunos trabalham em díade, ao co-elaborarem resoluções entre si, criam uma dinâmica interactiva que parece destabilizar e perturbar o seu modo de funcionamento habitual. Esta destabilização é necessária ao seu progresso cognitivo e social, já que os obriga a fazer centrações e descentrações, a levantar conjecturas, a justificar argumentos e pontos de vista, aprendendo a respeitar novos ritmos de trabalho pessoais e dos outros e a desenvolver e a descobrir capacidades que não sabiam possuir. Esta situação parece ser a grande responsável pela evolução que é possível encontrar nestes alunos, comparativamente ao início do trabalho empírico.

O Aleixo, ao conseguir contra-argumentar com a Cátia, levando-a a ser capaz de justificar, reflectir e desenvolver os seus raciocínios teve, provavelmente, um efeito positivo nas suas competências estatísticas e cognitivas. Porém, verificamos que a Cátia não se mostrou tão hábil nesta contra-argumentação, pois raramente conseguiu que o seu par desenvolvesse um argumento inicial. Interessante seria averiguar em situações futuras o que pode estar por detrás desta situação, nomeadamente o estatuto académico dos alunos envolvidos, o género dos parceiros. A falta de competências verbais dos alunos menos competentes nas aulas de matemática verifica-se ser, muitas vezes, uma falsa questão, uma vez que quando são confrontados com outro tipo de tarefas, instruções de trabalho e contratos (didácticos ou experimentais), estes alunos revelam ter competências que os professores não conseguem identificar em aulas com um contrato didáctico tradicional. É o que acontece com o Aleixo, que ao questionar a Cátia e ao explicitar algumas das suas sugestões demonstra ser capaz não só de compreender

as tarefas propostas, mas também de discutir com profundidade as resoluções da díade.

Quando se analisam interacções sociais verifica-se que a questão do estatuto e dos papéis sociais dos parceiros envolvidos estão presentes e como determinam quer a organização formal das interacções quer a sua intersubjectividade (Grossen, 1988), ou seja, o tipo de co-elaboração que os dois sujeitos conseguem. Como afirma Roux (1999), quando se analisam as trocas verbais entre os sujeitos assiste-se ao imbricado dos processos mentais e sociais presentes graças ao,

> duplo papel da linguagem que é simultaneamente um meio de comunicação, mas também uma ferramenta para pensar, permitindo-nos assim formular hipóteses explicativas acerca dos efeitos dos processos sócio-cognitivos em jogo (...) esta dinâmica sócio-cognitiva parece-nos poder estar na origem da evolução positiva das cognições individuais apreciadas no pós-teste (p. 271).

Assim, a análise das interacções pode ser um dos meios para mostrar a tipicidade da dinâmica das trocas interactivas, relativas à gestão dos aspectos sociais e dos aspectos de resolução, que ocorrem durante actividades sócio-cognitivas de co-elaboração e que nos permitem compreender os progressos que se observam nos alunos quando trabalham de acordo com práticas colaborativas quer em pequenos períodos, como durante um trabalho de investigação, quer quando esta forma de trabalhar passa a fazer parte do dia-a-dia dos alunos.

2. O caso da Susana e do Tiago

2.1. Caracterização da díade

Quando iniciou o 7º ano, em Setembro de 1997, a Susana tinha 13 anos. Estava a frequentar o 7º ano pela segunda vez. As suas classificações em

Matemática, como para a maioria das outras disciplinas, estão entre os níveis 2 e 3. Não tinha nenhuma paixão por andar na escola nem elegia uma disciplina como a sua favorita *gostar mais, mais talvez do Inglês... gosto de saber o que os cantores cantam... e as outras disciplinas tem de se estudar a todas muito... e eu não sou muito boa nas coisas do estudo.* Quando lhe perguntamos porquê que ela tem essa opinião é extremamente incisiva *ora, quem tem jeito para os estudos não tem as minhas notas...* (Susana).

A Matemática é a disciplina que lhe dá mais dissabores, mas o português e a geografia também. *Nunca percebi nada... nem percebo como há pessoas que gostam...*, considerando-se uma *aluna que não percebe nada e o professor sabe disso... Como é que eu sei? Ele nunca me manda ao quadro... para mim ainda melhor... também não gosto de ir.* Para a Susana estudar Matemática é *fechar o livro logo a seguir* [Risos]. Fazer os trabalhos de casa *é copiar pelos colegas* quando lhe perguntamos quando tem um teste confessa *para os testes olho para o caderno e tento fazer sozinha os exercícios.* Quanto ao professor a Susana refere *é preciso estar com atenção quando o stôr explica... senão depois não se consegue perceber... o problema é quando já não se percebe o que está antes... a ligação das coisas...* Quando lhe perguntámos se gostava de Matemática disse *detesto se eu mandasse, acabava com ela... faz falta... mas não é para a gente aprender na escola* em relação à Estatística referiu *é aquilo dos gráficos e das médias, não é? Eu cá achei menos-mal... mas também é um bocado seca.*

O professor de Matemática da Susana considera-a *uma aluna muito pouco esforçada... nunca traz os trabalhos de casa feitos... gosta de estar no seu canto... não perturba... é o tipo de alunos que entra calada, calada fica e no final calada sai.* No final da unidade, a primeira a ser leccionada, *foi uma aluna com muitas dificuldades.*

Na última semana de Setembro de 1997 quando a Susana realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um desempenho que a coloca no estádio operatório concreto e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível fraco. Quando, sensivelmente, um mês e meio depois realiza a tarefa

habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual encontra-se no nível médio. No fim de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, obtém um resultado que situa o seu desempenho no estádio intermédio.

No início de Setembro de 1997, o Tiago tem 13 anos de idade. Nunca ficou retido durante a sua escolaridade. Considera-se um aluno que *vou-me safando... safar? É ir passando mesmo à justa... são as notas entre o 2 e o 3, mais 3*. Não gosta particularmente de Matemática, achando-a uma disciplina *que faz falta a muita coisa e é importante para o nosso futuro... mas mesmo assim não gosto é difícil... mas o Português e a História também não são melhores... tem de se estudar muito*. Quando lhe perguntamos se é bom aluno a Matemática diz-nos *só gostei, gostei mesmo de Matemática até há 4ª classe... porque as contas percebemos o que estamos a fazer... é mais, menos e vezes e dividir. É fácil e percebemos o que temos de fazer*. Em relação à Estatística o Tiago diz-nos *não achei nada de especial... saber as médias e isso... dos gráficos é importante... quando é isso das eleições*. Estudar Matemática é *fazer os trabalhos e os exercícios dos livros*.

Para o professor de Matemática o Tiago é *um aluno que não consigo dizer muito sobre ele... só o conheço de umas 8 ou 9 aulas... é pouco*. Quando lhe perguntamos como era o Tiago na unidade de Estatística diz, *participou pouco... não sou capaz de ter uma ideia precisa*.

No final de Setembro de 1997 quando o Tiago realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um desempenho do estádio operatório concreto e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível fraco. Quando sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de pós-teste, o seu nível na tarefa habitual continua no nível fraco. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, obtém um resultado que permite situar o seu desempenho no estádio intermédio.

No início do trabalho empírico a Susana e o Tiago estão ambos no mesmo estádio de desenvolvimento lógico e no nível da tarefa de pré-teste o que permite formar uma díade de Tipo 1. No final do trabalho empírico, quando se realiza a

tarefa do pós-teste e, mais tarde em Maio, a segunda aplicação da E.C.D.L. o comportamento da díade situa-se de acordo com o Padrão IIIa, ou seja, um dos elementos que constituía a díade (Susana) tinha evoluído quer em termos do desenvolvimento lógico quer no desempenho nas tarefas habituais, enquanto o outro (Tiago) progride apenas em termos do estádio lógico da E.C.D.L., mas o seu desempenho permanece no nível fraco quanto às tarefas habituais do pós-teste (Figura 6, D11).

Tal como todas as díades, a Susana e o Tiago gostaram de ser gravados e não se pode inferir pelo à vontade com que estavam na sala que tenham ficado inibidos com o gravador. No final pediram para ouvir a interacção.

2.2. Análise da interacção

A primeira leitura da interacção que se estabeleceu entre a Susana e o Tiago revela, em geral, uma dinâmica de co-construção que, de acordo com Gilly, Fraisse e Roux (1988), nos permite assistir ao desenrolar de uma resolução, sem uma clara manifestação observável de desacordos ou contradições entre os dois elementos. A interacção, tal como os autores referem, começa com uma frase de Susana (fala 2). O Tiago (fala 3) continua, acrescentando uma forma de a completar: fazer um gráfico. A Susana retoma essa sugestão na sua fala seguinte (fala 4), mas tornando a sua primeira ideia mais específica: a lista já dá origem a um quadro.

(...)

2. S.: *Vamos fazer assim... apresentamos uma lista com várias opções para conhecer melhor os resultados das pessoas acerca das razões para acabar com as guerras. Apresentamos uma lista com várias opções e cada pessoa tinha que assinalar a opção certa.*

3. T.: *Ou então fazemos um gráfico.*

4. S.: *Um gráfico que assinale as opções das pessoas. Agora esta vamos pensar bem como é que fazíamos. Apresentava uma lista com várias opções, num quadro.*

5. T.: *Opções? Quais opções?*

6. S.: *Para acabar com as guerras.*

7. T.: *Então metemos quatro opções no quadro.*

8. S.: *50% das pessoas querem acabar com a guerra.*

9. T.: *Podia ser assim, fazer um contracto de paz, e era segunda opção para acabar com as guerras violentamente.*

(...)

Na fala 5 do Tiago encontramos um pedido de esclarecimento acerca da palavra *opção* e das várias ideias que lhe poderiam estar associadas. Esclarecer qual o significado que a colega lhe estava a atribuir era o primeiro passo para o Tiago elaborar um sentido para a resolução da tarefa. O facto de não serem indicadas explicitamente as formas de resolução esperadas nas tarefas não-habituais leva os alunos a terem de negociar frequentemente os significados, quer em termos lexicais quer em termos conceitos estatísticos, a fim de construírem uma resolução para a tarefa. Quando a Susana explícita o que quer dizer com *opções,* o Tiago retoma a ideia da colega, de fazer um quadro, concretizando-a: metemos quatro opções no quadro. Assim, os dois alunos vão co-construindo uma solução, assistindo-se ao início duma negociação da resolução da primeira proposta, não sendo fácil saber se cada um dos alunos chegaria à mesma resolução ou a outra diferente se estivesse a trabalhar sozinho.

Na continuação da interacção, estes alunos prosseguem a tentativa de explicitar como podem construir o quadro:

(...)

21. S.: *Fazemos assim...*

22. T.: *Fazemos um quadro e depois...*

23. S.: *Pomos aqui em cima o título... não é opções.*

24. T.: *Devem-se acabar com as armas.*

25. S.: *Porque é que se devem acabar com as armas* [escreve o título do quadro. O Tiago estava a construir o quadro]. *Na primeira linha mete... morrem muitas pessoas.*

26. T.: *E à frente escreves, porque morrem muitas pessoas.*

27. S.: *Elas morrem, se levam um tiro... se levam uma bomba em casa...depois metemos as pessoas que morrem de susto em casa...*

(...)

34. S.: *Então é assim, 10% sobrevivem... 50% das pessoas morrem... a outra é...*

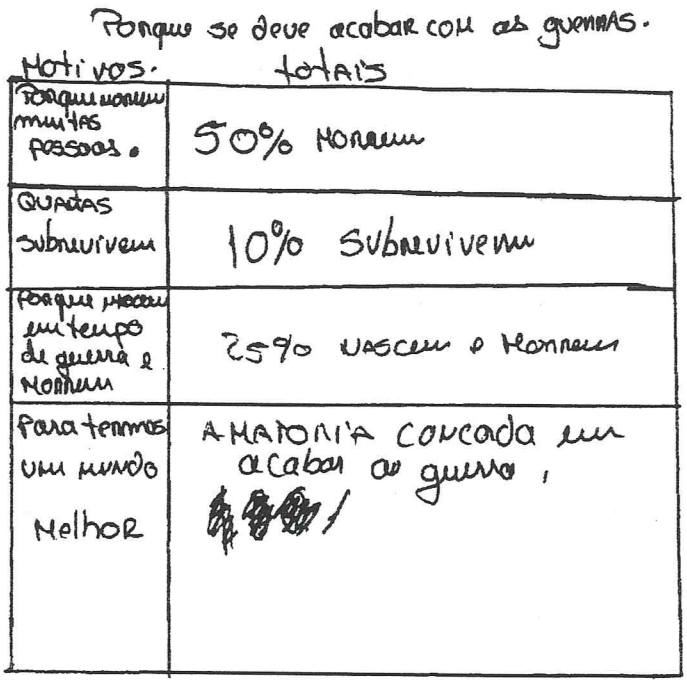
35. T.: *Quantas pessoas morrem de susto...*

36. S.: *Então metemos... estas que morrem de susto já está nas que morreram...*

37. T.: *Então são os 50%. As que morrem, morrem e é por muitas razões...*

38. S.: *As razões para acabar com as guerras.*

(...)


Porque se deve acabar com as guerras.

Motivos.	totais
Porque morrem muitas pessoas.	50% Morrem
Quantas sobrevivem	10% sobrevivem
Porque nascem em tempo de guerra e morrem	25% nascem e morrem
Para termos um mundo Melhor	A maioria concorda em acabar as guerra,

Quando analisamos o extracto anterior verificamos que os alunos vão co-construindo uma estratégia de resolução onde cada um retoma e acrescenta algo ao argumento do colega, *Fazemos assim* [fala 21 da Susana] *Fazemos um quadro e depois* [fala 22 do Tiago] *Pomos aqui em cima o título* [fala 23 da Susana]. Ao longo de toda a interacção referente ao episódio da primeira parte da tarefa encontramos situações semelhantes às anteriores, onde os dois elementos vão negociando uma resolução, embora com alguma liderança cognitiva, por parte da Susana. Vejamos, então, a interacção resultante da segunda parte da tarefa, referente à questão dos salários.

(...)

74. S.: *Então vamos fazer a média. Sabes fazer a média?*

75. T.: [Tiago acena negativamente com a cabeça]

76. S.: *Não sabes fazer a média?...* [admirada] *espera aí que eu já te digo.* [começa a realizar os cálculos na calculadora]

77. T.: *Fala alto que eu não te ouço.*

78. S.: *Então é 54 mais 42 mais 60 mais 48 mais 54 mais 180 igual ... faz aí* [Tiago faz os cálculos na calculadora, no fim mostra a calculadora à Susana].

79. S.: *Então é 384 mil a dividir por 5.*

80. T.: *É 76 mil e 800.*

81. S.: *Então achas que os empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados tem um salário igual à média?*

82. T.: *Não.*

83. S.: *Não, porquê?*

84. T.: *Porque tinha que receber mais que os outros.*

85. S.: *Porque todos os empregados gostam de receber mais do que o salário que recebem. Tens que ver o resultado que a média dá e comparar com... se a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média. Tem?*

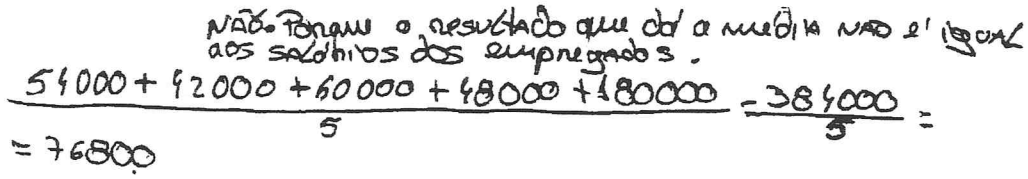
86. T.: *Não, uns têm mais e outros têm menos.*

87. S.: *Pois, nenhum tem o salário igual ao da média... por isso eles*

88. T.: *Não vão concordar.*

89. S.: *Porque o resultado que dá a média não é igual aos salários dos empregados.*

(...)



Este episódio começa com a Susana a apresentar uma estratégia de resolução ao Tiago. Esta estratégia é a aplicação do algoritmo para o cálculo da média aritmética. Nesta pergunta, e ao contrário da anterior, ao ser referido no enunciado a palavra média, apesar de não ser explícito que tem de ser calculada, os alunos efectuam esse cálculo.

Os alunos sabem das regras do contrato didáctico habitual na sala de aula que se começa por calcular a média. É esta pista, presente na pergunta, que determina a estratégia que a Susana vai iniciar [fala 74]. Na continuação ela pergunta ao Tiago se sabe como se calcula a média. A resposta negativa do colega leva a Susana a trabalhar sozinha e a prometer ao colega que quando acabar lhe explicará [fala 76]. Esta fala permite-nos inferir a presença de regras do contrato didáctico *já te explico*, ou seja, primeiro faz quem sabe e é capaz de fazer sozinho; depois faz quem precisa de ser ajudado. Porém, o Tiago, descrito pelo professor como um aluno que participa pouco e de quem não sabe dizer quase nada, não aceita o seu papel passivo ao referir, *fala alto que eu não te ouço* [fala 77], ou seja, a regra implícita no contrato didáctico habitual de que faz quem sabe e os outros esperam calados, mas sem entender o que se está a passar, já não lhe agrada. Por isso, este exemplo constitui uma ilustração nítida de como os professores através da implementação de um contrato didáctico inovador, associado à utilização de tarefas de natureza aberta, poderiam resolver alguns dos problemas de desmotivação e de falta de participação dos alunos.

Mas, simultaneamente, este comportamento da Susana também abre a possibilidade de uma outra interpretação resultante do contrato experimental: quando um colega não sabe temos que lhe explicar a resolução que estamos a pensar. Se esta aparente "pequena" modificação do novo contrato experimental não fosse introduzida ficaríamos sempre na dúvida se a Susana diria em voz alta o algoritmo que estava a utilizar para o cálculo da média. Esta "pequena" modificação do contrato foi a responsável por uma grande modificação na compreensão que se operou no Tiago, como constatamos na sua fala 86, *Não, uns têm mais e outros têm menos...* que a Susana retoma e acrescenta algo *Pois, nenhum tem o salário igual ao da média...* [fala 87], pois foi ele quem descobriu a resposta. O mais interessante é que essa modificação ocorre devido às características da própria tarefa: se apenas fosse solicitado que calculassem a média como acontece nos exercícios, provavelmente a Susana ter-se-ía limitado a dizer o algoritmo em voz alta, sem qualquer explicação suplementar. Assim,

dificilmente se daria uma modificação na compreensão que o Tiago tinha do conceito de média. Ele apenas poderia, quanto muito, aprender a calculá-la.

Porém, a tarefa não é um exercício. Deste modo, a Susana que, enquanto calcula o valor da média, utilizando o respectivo algoritmo, adere facilmente ao contrato didáctico habitual — fazer sozinha, ignorar o par, falar em voz alta apenas quando solicitada — limitando-se a indicar as operações que efectuou na calculadora, sem nunca explicar porque as faz, assume agora uma atitude didáctica, questionando o colega, fazendo com que ele chegue a formas mais elaboradas de argumentação e compreensão da tarefa que têm de realizar.

Mais uma vez, aparece de uma forma clara o papel desempenhado pela natureza da tarefa, pelas instruções de trabalho e pelo contrato experimental ou didáctico fornecido. Fornecer apenas instruções diferentes, sem alterar a natureza das tarefas, não produz grandes modificações, como se nota quando os alunos calculam a média. Porém, apresentar tarefas de natureza diferente, sem introduzir um novo contrato experimental também não resulta como demonstrou César (1994, 2000b).

Esta modificação introduzida com o contrato experimental permite-nos observar um aspecto extremamente pertinente: não é só o par mais competente [que no início da interacção era a Susana] que beneficia com a interacção. A Susana, ao dizer ao colega qual era o algoritmo da média, possibilitou-lhe que ele persistisse na tarefa, beneficiando assim com a própria dinâmica interactiva que se estabelece entre os dois elementos quando ambos se envolvem na resolução da tarefa. Além de que quando os alunos se inter-ajudam desenvolvem valores e atitudes que promovem valores inerentes a uma cidadania mais crítica e participativa presente nos actuais currículos (César et al., 2000).

Verificamos que o argumento utilizado pelo Tiago faz apelo a uma propriedade estatística do conceito de média: a média situa-se entre os valores extremos da amostra. Parece-nos que o facto do Tiago poder reflectir com a Susana lhe possibilitou a oportunidade de não ficar com mais um algoritmo decorado, mas com um significado para o conceito mais completo do que só saber

uma fórmula. Vejamos o que acontece quando os alunos têm de comparar a média e a mediana.

(...)

115. T.: *A média ou a mediana?*

116. S.: *A média, porque a maioria dos empregados tem um salário igual à média.*

117. T.: *Não tem.*

118. S.: *Não tem?* [admirada] *Como?*

119. T.: *Porque eles ganham menos que o 76 e...*

120. S.: *E 800. Então não pode ser a média é a mediana. Prontos. Sabes como se faz a mediana?*

(...)

Deste pequeno excerto do episódio referente à pergunta dos salários verificamos que o conhecimento que a Susana tinha acerca do conceito de média era instrumental (Skemp, 1978), ou seja, limitava-se à aplicação mecânica de um algoritmo. Mas também verificamos que, quando o Tiago diz que não pode ser a média porque os empregados ganham menos, a Susana percebe imediatamente a sua resposta [fala 118]. Contudo, quando o Tiago inicia a sua explicação ela percebe-a imediatamente, completando-a [fala 120]. No final, a Susana mostra estar mais preocupada com a resolução da tarefa segundo a rotina habitual do contrato didáctico que vive quotidianamente na sala de aula de Matemática: os algoritmos e os procedimentos antecedem a compreensão da estratégia que se vai utilizar.

(...)

121. T.: *Mais ou menos.*

122. S.: *É assim, metes primeiro os salários menores, não é?..começa a pôr por ordem decrescente, do mais pequeno para o maior, não é?... depois*

divides por quantos, estão aqui, no meio. No lado esquerdo e no direito tem de estar os mesmos... depois metes a bolinha no meio para dizer qual é a mediana. Escolhias a média ou a mediana?

(...)

A explicação anterior mostra como o procedimento para o cálculo da mediana foi apropriado pela Susana. A preocupação em ser explícita para o colega está em patente na sua explicação, pois ela aderiu facilmente às novas regras propostas pela investigadora e que se referem ao contrato experimental.

(...)

123. T.: *A mediana.*

124. S.: *Porquê?*

125. T.: *Porque o salário podia ser igual.*

126. S.: *Eu acho que seria a média. Acho que é a maneira mais fácil de apresentar as contas. Mas explica.*

127. T.: *Então é a mediana, prontos...*

128. S.: *Mas porquê? Se é a mediana tens de saber porquê. Sabes porquê?*

129. T.: *Porque a mediana representa melhor os salários dos empregados, prontos.*

(...)

Na continuação da tarefa dos salários os alunos vão ter de emitir uma opinião acerca do parâmetro estatístico que melhor representa aquela distribuição, o que significa comparar ambos os parâmetros e analisar os dados em função não apenas dos aspectos computacionais, usuais nas aulas de Matemática, onde o cálculo domina as actividades estatísticas realizadas, mas também de uma interpretação em função do contexto da tarefa. É o contexto onde a situação se está a desenrolar que determina, naquele momento, qual o melhor parâmetro estatístico para representar um conjunto de dados. Da fala da Susana inferimos

que para ela a escolha entre a média e a mediana resulta da facilidade dos cálculos. Como refere Balacheff (1982), quanto mais universal um algoritmo for, no sentido de ser idêntico nas diferentes situações onde se pode utilizar, mais garantias dá para explicar um resultado ou mostrar como seria obtido. A escolha da Susana resulta da simplicidade da aplicação de um algoritmo e não tanto de um conhecimento onde o contexto da tarefa influencia a decisão que se tem de tomar, como acontece com o Tiago. Neste excerto da interacção verificamos que a Susana lidera cognitivamente enquanto estão a aplicar o algoritmo da média ou da mediana. Contudo, quando é necessário um outro tipo de conhecimento, resultante de uma análise contextual da tarefa, assistimos a uma alteração dos papéis. Não deixa de ser curioso como esta díade parece completar-se de forma tão perfeita, contribuindo o trabalho colaborativo para que ambos progridam nos seus desempenhos estatísticos, mesmo quando voltam a trabalhar individualmente e em tarefas de outra natureza (pós-teste). Mais uma vez é de salientar o empenho e a aderência às tarefas propostas.

No episódio referente à terceira parte da tarefa, onde os alunos têm de descobrir qual o número que falta a uma distribuição de 3 elementos para que a média seja igual a 25, surge algo inédito. Como podemos observar:

(...)

148. S.: *15, 25 e 50. Qual é o número que falta?*

149. T.: *É...*

150. S.: *Espera... espera. Mete aqui 15 mais 10 que é igual a 25. Agora 25 mais 25 que é igual a...*

151. T.: *Não sei...*

152. S.: *Não sabes?* [admirada]... *é 50. Agora 50 mais 50. É 100, 100 a dividir por 4 dá 25. O número que falta é o 10.*

(...)

é 10.

25+10=25+25=50+50=100:4=25.

A intuição matemática que a Susana revelou neste episódio permitiu-lhe rapidamente, através de uma estratégia aritmética, descobrir qual o número que faltava àquela distribuição para que a média fosse 25. A facilidade com que elaborou a resolução da tarefa não permitiu ao Tiago ter espaço para participar na interacção ou para apresentar as suas eventuais dúvidas. A Susana parte imediatamente para a pergunta seguinte, sem procurar saber se o colega tinha ou não tido qualquer dificuldade em compreender a questão que estava a ser discutida. A única vez que o Tiago interage é para responder a uma pergunta directa da Susana e para a qual não sabe responder, sendo censurado pela colega quando não sabe. Contudo, deste episódio não é possível deduzir se o Tiago ficou ou não a compreender a estratégia da sua colega já que não apresentou nenhum pedido de esclarecimento. Aqui o contrato experimental foi ignorado e o que prevaleceu foi a contaminação do contrato didáctico habitual: quem sabe faz e quem não sabe devia saber. Curioso é notar que, neste caso, a rapidez de raciocínio e execução da Susana é muito maior, o que cria uma maior distância entre os dois elementos da díade. Este facto pode ser responsável pelo silêncio do Tiago, pois é possível que a Susana tenha, neste momento, deixado de trabalhar na zona proximal de desenvolvimento do Tiago, impedindo-o assim de beneficiar da interacção com um par mais competente.

Este episódio alerta-nos para um aspecto essencial no trabalho colaborativo: a distância entre os dois elementos de uma díade assimétrica não deve ser demasiada, para que a interacção funcione, ou seja, para que seja possível estabelecer uma intersubjectividade entre os dois elementos e para que ambos possam trabalhar na sua zona proximal de desenvolvimento. Só assim a interacção entre pares consegue ser facilitadora de progressos para ambos os parceiros.

A partir do episódio anterior verificamos que a co-construção que até ao episódio anterior tinha acontecido ao longo de toda a interacção se vai ressentir, como podemos constatar na quarta parte da tarefa, quando os alunos têm de descobrir o que pode estar incorrecto num gráfico e depois construí-lo da forma que julgassem mais adequada.

(...)

153. S.: *Os gráficos estão mal. Os gráficos estão mal representados.*

153. T.: *No primeiro a temperatura...*

154. S.: *Os dias têm de ser em baixo. Como é que achas que têm de ser os dias, de lado ou em baixo?*

155. T.: *A temperatura em baixo.*

156. S.: *Achas? Eu acho que não. Eu acho que a temperatura de lado é que está bem. Eu acho que é como o primeiro, a temperatura devia vir de lado e os dias em baixo.*

157. T.: *Eu acho que é ao contrário.*

158. S.: *Achas que eles se enganaram?*

159. T.: *Sim.*

(...)

No excerto anterior, referente ao início da quarta parte da tarefa esboça-se uma situação de conflito sócio-cognitivo que os alunos não conseguem ultrapassar, já que a forma que encontram para o fazer é deixar cair a situação que criou esse conflito, ou seja, em qual dos eixos se coloca a variável. Como refere Gilly (1988), a forma como este conflito é tratado pela Susana e pelo Tiago, não traduz uma dimensão dinâmica, ou seja, não se assiste a uma cooperação na procura de uma solução cognitiva. "A dinâmica do conflito sócio-cognitivo supõe que os sujeitos se envolvam activamente numa confrontação cognitiva e que essa confrontação seja uma ocasião de divergências e oposições manifestas" (Gilly, Fraisse e Roux, 1988, p. 81).

Convém referir que este episódio sucede após a terceira parte da tarefa, quando a Susana não solicita a ajuda do colega, e na única vez que lhe pede para colaborar, face à dúvida do colega, emite uma opinião de censura. No fim dessa sua resolução, também não pergunta ao colega se compreendeu a sua resolução. Esta alteração na dinâmica de co-construção dos dois alunos pode ser o resultado de uma quebra no contrato experimental, onde tinha sido referido que ambos tinham de explicar ao colega o que estavam a fazer e que, quando um não compreendesse, deveria pedir para ser esclarecido.

A Susana, quando pergunta ao Tiago se ele acha que os alunos da tarefa se enganaram [fala 158] procura sair do impasse criado com a não resolução do conflito. Em vez de procurar contra-argumentar com o seu par, como acontecia na interacção da Cátia e do Aleixo, onde assistimos a situações de conflito onde os alunos procuram sempre esclarecer os argumentos do colega quando este lhe levanta dúvidas, agora estamos perante um caso onde os alunos não resolvem a situação de conflito. Porém, a questão de qual dos eixos se deve escolher também não é um tema sobre o qual os alunos facilmente consigam argumentar, surgindo como uma das dificuldades identificadas na presente investigação (ver ponto 4 do presente Capítulo). A literatura sugere como uma necessidade no trabalho com os gráficos os alunos terem a oportunidade para verbalizar as relações e os padrões que encontram enquanto uma forma de melhorar o seu conhecimento acerca das relações matemáticas neles presentes (Ainley, 1994, 2000; Curcio, 1987).

Assim, o conflito sócio-cognitivo que surge entre a Susana [fala 153] e o Tiago [fala 159] pode não ser resolvido pelos alunos pelo facto de se ter criado um impasse entre os dois alunos, resultante da situação de nenhum deles apresentar argumentos matemáticos acerca dos gráficos que consigam modificar a opinião do seu parceiro.

A partir deste episódio assistimos a uma liderança cognitiva por parte da Susana,

(...)

160. S.: *Porque no primeiro gráfico eles enganaram-se, esqueceram-se de pôr o dia 5... não a temperatura, os 6 graus... não está cá... esqueceram-se foi de meter a temperatura no dia 25 no segundo gráfico...*

161. T.: *No 20 devia estar 14 graus.*

162. S.: *No 20 devia era estar 10.*

163. T.: *10?*

164. S.: *O 14 está no segundo gráfico está aqui* [aponta para o eixo das abcissas]. *O que está mal é que no 20 devia estar o 10.* [a Susana não detecta que a informação existente em cada um dos eixos não é a mesma nos dois gráficos].

165. T.: *Se fosses um aluno desta turma como tinhas feito o gráfico?* [lendo o enunciado]

166. S.: *Tinha feito como o primeiro gráfico, e com uma régua, não é?*

[o Tiago estava construir o gráfico, sem utilizar a régua que tinham em cima da mesa] *Primeiro ali* [apontando para o eixo das abcissas] *6 graus, 10... 14... 19... e 10* [torna a ditar um número já existente na escala]. *Agora metes os dias aqui* [apontando para o eixo das ordenadas] *espera... espera* [tira a folha ao colega e continua a construir o quadro] *agora vai-me dizendo...*

167. T.: *Dia 5 teve 6 graus, dia 10 teve 10 graus...*

168. S.: *Fizeste isto mal, Tiago.*

169. T.: *Tu é que não soubeste pôr direito* [referindo-se ao eixo das abcissas].

170. S.: *Tu não deixaste espaços nenhuns para a gente fazer isto* [referindo-se aos traços que o Tiago tinha colocado no eixo das abcissas para marcar os valores da escala].

É a Susana quem avança com o primeiro argumento acerca dos gráficos [fala 160] e é ela quem corrige o Tiago *No 20 devia era estar 10* [fala 162] ou avalia o desempenho do colega *Fizeste isto mal, Tiago* [fala 168 S]. Contudo, neste episódio, talvez pelo tipo de tarefa, não se assiste à necessidade da Susana

verbalizar a sua estratégia, o que corrobora aquilo a que Curcio (1989) designa por "ler os gráficos". Os dois alunos limitam-se a descrever visualmente a informação que encontram nos gráficos, mais do que procurar descobrir e depois explicar os motivos que poderiam estar na origem daqueles dois gráficos. Esta liderança sente-se também no tipo de expressões usadas pela Susana, *Fizeste... não soubeste... não é Tiago...*

Na fala 166 a Susana comete um erro, quando dita ao colega os valores que ele deve colocar na escala, não se apercebendo que o fez. O Tiago, preocupado com a construção, também não descobre o erro que a colega cometeu e coloca o valor que a Susana lhe dita na escala. Esta situação pode ter origem numa distracção dos alunos, mas também pode significar que ambos têm dificuldades com a elaboração da escala, uma vez que, quando a Susana retira a folha de resposta ao Tiago, não encontra o erro e este também não o identifica quando está construir a escala.

Convém ainda salientar que o tom desta última resolução é muito mais azedo [falas 168 a 170], o que provavelmente resulta de uma quebra no processo interactivo colaborativo provocada pela resolução da terceira parte da tarefa. É possível que a rapidez de resolução da tarefa tenha dado à Susana uma maior sensação de poder, que se traduz numa liderança cada vez mais acentuada e em comentários depreciativos em relação à execução do Tiago. Para o Tiago, deve ter existido uma sensação de insatisfação, que ele não soube gerir pedindo à colega que lhe explicasse o que tinha feito. Neste caso, a intervenção do professor ou da investigadora poderia ter sido essencial, mas não corresponde ao plano empírico, nem às instruções de trabalho fornecidas nesta investigação. Por isso mesmo, apenas se planificaram três sessões de trabalho colaborativo, pois em intervenções mais longas a não participação da investigadora nas interacções estabelecidas pelas díades poderia penalizante para alguns alunos.

2.3. Reflexões gerais

Quando lemos a interacção e observarmos a folha de resposta do Tiago e da Susana constatamos que os alunos, ao trabalharem em díade, co-elaboram resoluções entre si, criando uma dinâmica interactiva que parece destabilizar e perturbar o modo de funcionamento habitual dos alunos. Esta destabilização é necessária ao seu progresso cognitivo e social, já que os obriga a fazer centrações e descentrações, a levantar conjecturas, a justificar argumentos e pontos de vista, aprendendo a respeitar novos ritmos de trabalho pessoais e dos outros e a desenvolver e a descobrir capacidades que não sabiam possuir. Esta situação parece ser a grande responsável pela evolução encontrada no estádio de desenvolvimento lógico destes dois alunos quando realizam a E.C.D.L. em Maio.

No entanto, se a Susana evolui no pós-teste, o mesmo já não acontece com o Tiago, que permanece num nível fraco. Como podemos constatar quando analisamos a interacção verificamos que existem poucas contra-argumentações entre os dois elementos da díade, ao contrário do que acontecia no caso da Cátia e do Aleixo.

Quando tentamos compreender porque num caso o trabalho colaborativo levou os dois elementos a progredir (a Cátia e o Aleixo) e no outro só um dos elementos beneficiou nas duas condições (a Susana) temos de procurar identificar o que de diferente acontece entre as duas interacções. Assim conseguimos verificar que: (a) no caso da Cátia e do Aleixo é possível encontrar situações claras onde se detecta a presença de situações de conflitos sócio-cognitivos que os alunos conseguem resolver através de uma contra-argumentação, conseguida na maior parte das vezes pelo Aleixo. No caso da Susana e do Tiago os conflitos sócio-cognitivos que surgem ao longo da resolução da tarefa tendem a não ser resolvidos, principalmente pela Susana, que revela ser o elemento com mais momentos de liderança cognitiva; (b) no caso da Cátia e do Aleixo as argumentações tendem a ser esclarecedoras no sentido de só serem terminadas quando os dois elementos consideram que estão esclarecidos acerca do raciocínio

do colega. Por oposição, na díade composta pela Susana e pelo Tiago esta dinâmica argumentativa entre os dois elementos tende a ser mais pobre; (c) a Cátia e o Aleixo tinham um nível de partida fraco os dois em termos dos seus desempenhos estatísticos mas ambos dominavam conhecimentos computacionais. No caso da Susana e do Tiago isto não acontecia, ou seja, o Tiago ao não ter esses conhecimentos e a Susana sim, criou um desequilíbrio que gerou, como vemos quando a Susana se limita ao conhecimento instrumental dos conceitos, uma liderança cognitiva por parte desta. Este estatuto era só aparente já que não era capaz de desenvolver os argumentos do Tiago, levando-o a ser capaz de justificar, reflectir e desenvolver os seus raciocínios. A Susana não se mostrou hábil nesta contra-argumentação, pois raramente conseguiu que o seu par desenvolvesse um argumento inicial, além de frequentemente, censurar a seu desconhecimento acerca de algo que ele não domina.

3. O caso da Sandra e do Hugo

3.1. Caracterização da díade

Quando inicia o 7º ano, em Setembro de 1997, a Sandra tem 13 anos. Está a frequentar o 7º ano pela primeira vez. As suas classificações em Matemática, como para a maioria das outras disciplinas, estão entre os níveis 4 e 5. Sempre gostou de andar na escola e gosta de todas as disciplinas *gosto de saber mais coisas... em todas as disciplinas há coisas importantes para o nosso futuro.* Quando lhe perguntamos se gosta estudar diz *claro, porque é que não havia de gostar?*.

A Matemática é a disciplina de que gosta mais *agrada-me a magia dos números de uns aparecerem outros... não percebo como há pessoas que não gostam*, considerando-se como *uma boa aluna. Nunca é preciso mandarem-me estudar ou ir ao quadro... gosto muito de ir.* Para a Sandra estudar Matemática é

fazer os exercícios do livro... gosto de chegar ao fim e ver se tenho certo... é assim... um desafio. Fazer os trabalhos *faço tudo sozinha.* Quanto ao professor a Sandra refere *é preciso estar com atenção ao que o stôr explica... senão depois não se consegue perceber.* Quando lhe perguntamos se gosta de Matemática diz *imenso. Para mim os números dão-se muito bem comigo e eu com eles* [risos] em relação à Estatística refere *a Estatística é muito útil para a nossa vida, alerta-nos quando os da política nos querem enganar... como? Quando nos mentem sobre os resultados das eleições ou os da televisão com os anúncios.*

O professor de Matemática da Sandra considera-a *uma aluna excelente muito esforçada... traz os trabalhos de casa feitos... gosta de participar e sabe o que diz... foi uma aluna sem qualquer dificuldade.*

Na última semana de Setembro de 1997 quando a Sandra realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um resultado que a o seu desempenho coloca no estádio intermédio e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível elevado. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual encontra-se no mesmo nível. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, obtém um resultado que permite situar o seu desempenho no estádio formal A.

No início de Setembro de 1997, o Hugo tem 13 anos de idade. Nunca ficou retido durante a sua escolaridade. Considera-se um aluno *razoável com as notas entre os 3 e os 4, acho que podia tirar mais... assim já chega.* Não gosta particularmente de Matemática, achando-a uma disciplina *que faz falta a muita coisa e é importante para o nosso futuro... e é por isso que a estudo porque quero ser engenheiro... de aviões.* Quando lhe perguntamos se gosta de Matemática diz-nos *gostar... gostar não, mas não tenho dificuldades e vou tirando quatros.* Em relação à Estatística o Hugo diz-nos *gostei dos gráficos, é importante saber o que eles dizem.* Estudar Matemática é *estar com atenção as aulas, ouvir o stôr, fazer os trabalhos e os exercícios dos livros.*

Para o professor de Matemática o Hugo é *um aluno que podia fazer mais se se aplicasse*. Quando lhe perguntamos como é o Hugo na unidade de Estatística disse, *não teve grandes dificuldades*.

No final de Setembro de 1997 quando Hugo realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tinha um resultado que coloca o seu desempenho no estádio intermédio e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível elevado. Quando, sensivelmente, um mês e meio depois realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual continua no nível elevado. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, obtém um resultado que o permite situar no estádio Formal A.

No início do trabalho empírico, a Sandra e o Hugo estão ambos no mesmo estádio de desenvolvimento lógico e no nível da tarefa de pré-teste o que permite formar uma díade de Tipo 1. No final do trabalho empírico, quando se realiza a tarefa do pós-teste e, mais tarde em Maio, a segunda aplicação da E.C.D.L. o comportamento da díade situa-se de acordo com o Padrão Ic, ou seja, os seus desempenhos encontram-se ambos num nível elevado da tarefa, subindo ambos no desenvolvimento lógico da E.C.D.L. (Figura 6, D8).

Tal como todas as díades, a Sandra e o Hugo gostaram de ser gravados e não se pode inferir pelo à vontade com que estavam na sala que tenham ficado inibidos com o gravador. No final pediram para ouvir interacção.

3.2. Análise da interacção

Uma análise da interacção que se estabeleceu entre a Sandra e o Hugo revela uma participação equitativa de dos dois alunos conseguida graças a uma dinâmica de co-construção que, de acordo com Gilly, Fraisse e Roux (1988), nos permite assistir ao desenvolvimento de uma resolução onde não é clara uma manifestação observável de desacordos ou contradições entre os dois elementos. A interacção, tal como os autores referem, começa com uma frase de Hugo [fala 3] que a Sandra desenvolve [fala 4],

(...)

3. H.: *Como achas que vamos fazer... talvez umas perguntas*

4. S.: *Sim, um estudo... sobre ...*

5. H.: *Um estudo... de Estatística*

6. S.: *Sobre a guerra...*

7. H.: *Sobre os motivos para acabar com a guerra...*

8. S.: *São muitos os motivos para acabar com as guerras...*

9. H.: *O motivo mais forte é as mortes...*

10. S.: *Pois, as mortes é o motivo principal porque é triste ver as pessoas que gostamos a morrer... os pais... os filhos...*

11. H.: *Para fazermos um estudo temos que começar por fazer...*

12. S.: *As perguntas. Temos que ter as perguntas que íamos fazer às pessoas para acabar com guerras. Onde achas que íamos fazer isso? Aqui na escola ou na rua?*

13. S.: *Podia ser na escola assim era os resultados dos alunos da escola... de...*

14. H.: *Tá. Agora temos que ir pensar nas perguntas...*

(...)

A Sandra retoma novamente a sua ideia inicial quando o Hugo termina, e assim sucessivamente, co-elaborando uma solução a dois, assistindo-se a um início da negociação de uma resolução. Deste modo, o processo interactivo ajuda-os a progredirem nas suas resoluções, gerando-se um diálogo estimulante para ambos, que se traduz nos seus desempenhos.

O excerto da interacção do Hugo e da Sandra referente à primeira parte da tarefa permite-nos verificar que existe uma dinâmica de co-construção muito eficaz entre os dois alunos. O ritmo que estes a dois alunos imprimem à interacção é muito rápido, o que denota que não têm dificuldades em compreender a tarefa e que dominam o conteúdo que estão a tratar. A interacção mostra-nos como os

alunos conseguem ir desenhando um plano sobre o que é esperado fazerem num trabalho de Estatística.

(...)

37. S.: *Como achas que metemos os resultados na forma de tabela, de gráfico... barras... circular...*

38. H.: *Para mim penso que os gráficos é melhor.*

39. S.: *Melhor como?*

40. H.: *Melhor não... vê-se melhor o que nós queremos é mais visual... é isso mais visual...*

41. S.: *Visual... ou mostra melhor às pessoas os resultados...*

42. H.: *É isso, mostra melhor às pessoas os resultados...*

(...)

Verificamos pelo episódio anterior que o pedido de esclarecimento da Sandra levou ou Hugo a clarificar a sua opção e os argumentos que a sustentam. A situação anterior não pode ser considerada um conflito sócio-cognitivo uma vez que o que está em causa não é uma oposição de resoluções que tem de ser esclarecida através de um processo de contra-argumentação. O que nos parece estar em jogo é uma valorização de um procedimento por oposição a um outro e que a Sandra pretende que o Hugo a esclareça.

Um outro aspecto extremamente interessante que se encontra na folha de respostas desta díade é que ambos escrevem a resolução, não se encontrando em nenhuma das respostas um só tipo de letra. Ambos completam ou acrescentam algo ao que o colega acabou de escrever, sem que isso trouxesse alguma perturbação à interacção que estava acontecer, como constatamos quando lemos a transcrição da interacção da Sandra e do Hugo. O exemplo que a seguir apresentamos permite ilustrar o que acabamos de referir:

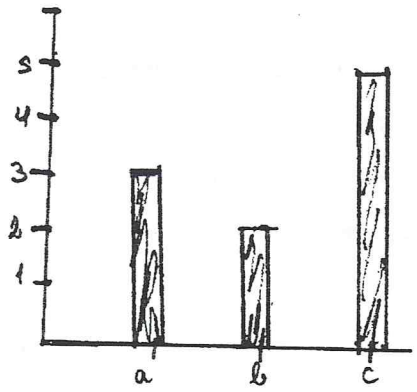
Fazia as perguntas às pessoas e se as respostas fossem iguais somava no gráfico.

Porque é que não se deve fazer guerras?

3 diziam para o Mundo ficar melhor = a

2 diziam para não haver miseria no Mundo = b

5 diziam para não haver pessoas a sofrer = c



No episódio que a seguir iremos analisar encontramos a influência que os conhecimentos sociais dos alunos têm na elaboração da sua resolução. A marcação social presente na segunda parte da tarefa desencadeia no Hugo e na Sandra uma resolução baseada numa análise sociológica dos salários e do trabalho. Para estes alunos, o que estava presente nesta tarefa era simultaneamente uma questão estatística, pois a forma como recolhemos os dados pode influenciar a nossa análise, a distribuição ser assimétrica origina cuidados a ter quando se escolhe os parâmetros estatísticos que melhor representam os dados naquele contexto. Porém, também era uma questão social, visto que existe uma justiça moral subjacente a um salário. Como podemos observar, estes dois alunos, ao combinarem estas duas fontes de informação, conseguiram um desempenho que

aprofundou o contexto em que são recolhidos e analisados os parâmetros estatísticos:

(...)

112. S.: *Eu quando olho para estes salários vejo que estes empregados ganham muito pouco e tu?*

113. H.: *Ganham pouco ou não tu não sabes o que eles fazem. Tens aqui um que ganha menos-mal 180 contos já não é mau.*

114. S.: *Sim, mas para os outros é pouco. Já viste como este, o B, sustenta a família?*

115. H.: *De certeza que mal, mas pode estar a aprender a profissão e assim já não é tão mal porque vive com os pais.*

116. S.: *Pode ser... mas os salários da empresa são muito baixos...*

117. H.: *Mas não são os salários da empresa.*

118. S.: *Não?* [admirada]

119. H.: *Diz aqui "escolheram-se ao acaso cinco salários de uma empresa" pode haver outros salários.*

120. S.: *Então foram mas foi mal escolhidos...*

121. H.: *Ou bem porque assim parece que os empregados ganham mais salário...*

122. S.: *O que é mentira. Eu acho que foi o chefe da empresa que mandou os salários para o sindicato...*

123. H.: *Pois tens razão. Foi isso era para os empregados não fazerem greve.*

124. S.: *Eu acho que temos que fazer a média...*

125. H.: *Sim, é melhor senão parece que não sabemos como se faz* [risos].

(...)

Da interacção anterior vemos como a dinâmica de co-elaboração que se cria entre o Hugo e a Sandra é muito viva, cada um dos elementos acrescenta

sempre algo ao argumento do colega completando-o. A interacção, ao contrário do que é habitual, começa com os alunos a discutir e a alargar o seu campo de informações acerca do contexto onde a tarefa está inserida. Quando a Sandra propõe que se faça a média, já as principais questões estatísticas em torno da tarefa tinham sido discutidas pelos dois, nomeadamente, a representatividade da amostra *escolheram-se ao acaso cinco salários de uma empresa* [Hugo 119] *Então foram mas foi mal escolhidos* [Sandra 120]. Contudo, a última frase do Hugo [fala 125] ainda denota uma pequena contaminação do contrato didáctico habitual: necessitam de calcular a média para provarem que sabem como se faz.

É a partir do contexto social já referido que os alunos conseguem compreender o significado estatístico da tarefa, ou seja, perceber que a média não é o melhor parâmetro para representar a distribuição daqueles salários, como verificamos no seguinte extracto:

(...)

135. S.: *Não vão concordar porque os salários são muito diferentes.*

136. H.: *Pois não, nem podem. Uns ganham mais do que os outros estão a ser...*

137. S.: *Enganados...*

(...)

Na continuação da pergunta, os alunos tinham de comparar os dois parâmetros de média e mediana e avaliar qual dos dois representava melhor aquela amostra. É Sandra quem começa a delinear uma estratégia, mas é o Hugo quem avança com uma proposta concreta.

(...)

147. S.: *Isto agora temos que fazer...*

148. H.: *Temos que fazer a mediana temos de meter por ordem e depois...*

149. S.: *Temos que ver se há dois ou um no meio.*

150. H.: *Não é preciso porque é impar, diz aqui que são cinco empregados.*

(...)

Verificamos que a Sandra e o Hugo dominam o algoritmo da mediana e conseguem não se esquecer de todas as informações presentes no enunciado, como acontece com o Hugo quando diz *Não é preciso... diz aqui* [fala 150], o que revela que ele consegue não se esquecer do contexto e atribuir um significado à tarefa que está a realizar.

(...)

152. H.: *Escolhias a média ou a mediana?*

153. S.: *A média.*

154. H.: *Eu acho que é a mediana.*

155. S.: *Porquê?*

156. H.: *Porque é o que está mais perto do que eles ganham.*

157. S.: *Mas a média é mais dinheiro.*

158. H.: *Mas não diz aqui o que eles gostavam de ganhar. Tens de ver o que eles ganham.*

159. S.: *Eu sei, mas eles também ganham os salários que somas e fazes a média.*

160. H.: *Claro, senão tinhas a média mal. Não vês que a média sobe porque está aqui um que faz isto subir? É por isso que a média é mais alta.*

161. S.: *E é por isso que eles vão querer a média.*

162. H.: *Mas não é o que eles vão querer, é o que representa melhor esses salários... não é o que eles querem, é o que representa melhor esses salários.*

163. S.: *Estava a baralhar-me com o que era representa melhor*

164. H.: *Pensavas que era gostar?*

165. S.: *Era.*

(...)

O excerto da interacção que acabámos de reproduzir mostra-nos como o facto dos alunos terem debatido os seus argumentos ajudou a Sandra a corrigir a sua resolução. Esta situação começa com um conflito sócio-cognitivo que, através da contra-argumentação que o Hugo vai desencadeando, consegue ser resolvido. Da interacção atrás referida não fica claro se o conflito resulta de uma dificuldade da Sandra em relação ao conceito estatístico de representatividade, ou ao próprio significado lexical da palavra, se a ambos. O que fica claro é que durante uma situação de interacção estão simultaneamente em jogo, quando os alunos resolvem uma tarefa estatística, competências linguísticas, como as competências semânticas e lexicais, e ainda competências estatísticas que se prendem com o próprio conceito estatístico que se está a estudar (Trognon, de Almeida e Grossen, 1999).

A noção de representatividade das medidas de tendência central é considerada na literatura como uma noção mais difícil para os alunos, comparativamente à noção de localização (Batanero, 2000; Goodchild, 1988; Leon e Zawojewski, 1991), pois os alunos têm de recorrer a outros conhecimentos além dos de cálculo. Assim, é necessário recorrer ao que Skemp (1978) designa por conhecimento relacional, o que leva os sujeitos a conseguir atribuir um significado à tarefa e a considerá-la de uma forma contextualizada, o que dá origem a resoluções e interpretações mais complexas e melhor adaptadas.

Vemos ainda que, mais uma vez, os argumentos do Hugo e da Sandra vão além da simples computação, pois não revelam dificuldades sobre os algoritmos ou acerca dos procedimentos que lhes estão associados, começando assim a abordar a tarefa sem ser pelo seu lado procedimental ou instrumental.

Nesta procura do Hugo esclarecer o que pode estar a originar a dificuldade da colega desenha-se a negociação do significado da resolução da tarefa, no jogo entre o inter-individual, quando um dos parceiros questiona o outro acerca do seu raciocínio, como por exemplo, quando o Hugo refere [fala 158] *Mas não diz aqui o que eles gostavam de ganhar. Tens de ver o que eles ganham* e a Sandra tem de

reflectir acerca da sua resposta [fala 159] *Eu sei, mas eles também ganham os salários que somas e fazes a média.* Deste modo, ao confrontar com a necessidade de precisar o seu argumento, assiste-se a uma passagem ao intra-individual (Roux, 1999), quando a Sandra reflecte acerca da sua resolução, como podemos verificar na fala da Sandra *Estava a baralhar-me com o que era, representa melhor* [Sandra fala 163].

O facto dos desempenhos destes alunos se encontrarem no estádio de desenvolvimento intermédio quanto ao desenvolvimento lógico pode ajudar a perceber que o domínio do pensamento hipotético-dedutivo possibilita o alargar necessário à compreensão do contexto que enquadra a tarefa que devem realizar. No Hugo é particularmente notória uma enorme capacidade de argumentação, de atenção aos vários elementos a considerar numa resposta e capacidade para compreender e discutir as dificuldades do seu par, o que constitui um indicador de um acesso a algumas características do pensamento formal.

A terceira parte da tarefa pedia aos alunos para descobrirem o número que falta numa distribuição cuja média é 25. A Sandra propõe uma resolução:

(...)

177. S.: *Temos de tentar descobrir o número para meter aqui. Para juntar a estes e ver se dá a média de 25.*

178. H.: *Temos que somar aqui um número temos que ter uma boa ideia senão nunca mais daqui saímos... temos que nos ir aproximando do número que falta...*

179. S.: *Ou então temos que meter isto numa conta para ser mais depressa...*

180. H.: *Pois uma conta é que era... uma conta é que era.*

181. S.: *Dum lado já sabemos que tem de ser o 25. Porque é tudo somado vai dar o 25. Quando tu metes tudo para fazer a média metes o X da média depois o igual e metes os números todos a somar e depois a dividir pelo total.*

182. H.: *Então metemos X igual a 15 mais 25 mais 50 mais que número é que metemos...*

183. S.: *Estes somados dão o 90... e falta aqui um número que somado e depois dividido vai dar o 25.*

184. H.: *Somado e vai dar o 25...*

185. S.: *Somado e dividido vai dar o 25...*

186. H.: *Somado ao 90 e dividido por 4 vai dar o 25...*

187. S. e H.: *O 10* [em simultâneo, risos]

188 H.: *Boa, afinal foi rapidíssimo. Somos muito bons nisto* [radiante]

(...)

Mais uma vez, o episódio anterior, transcrito integralmente, permite-nos verificar como estes alunos trabalham colaborativamente ao longo de toda a interacção de forma a irem co-construindo toda a resolução de uma forma dinâmica. A Sandra começa a construir uma estratégia que o Hugo retoma e completa. Verificamos como estes alunos elaboram uma estratégia aritmética, para eles era claro que tinha de existir uma conta que lhes permitisse chegar rapidamente a um resultado, ou seja, para o Hugo e para a Sandra é claro que o ter um algoritmo serve para encontrar e resolver um problema, sem ter de ensaiar uma estratégia por tentativa e erro, *Pois, uma conta é que era... uma conta é que era* [fala 180 do Hugo]. Possivelmente se o *insight* matemático destes dois alunos não tivesse ocorrido [fala 187] teriam conseguido elaborar uma estratégia de resolução algébrica, partindo de uma estratégia aritmética, tanto mais que essa mesma estratégia algébrica (a variável χ seria o número que falta) já está muito próxima do modo como expressam verbalmente o seu raciocínio.

(...)

181. S.: *Dum lado já sabemos que tem de ser o 25. Porque é tudo somado vai dar o 25. Quando tu metes tudo para fazer a média metes o X da média depois o igual e metes os números todos a somar e depois a dividir pelo total.*

182. H.: *Então metemos X igual a 15 mais 25 mais 50 mais que número é que metemos...*

(...)

A quarta parte da tarefa pedia aos alunos para averiguarem o que poderia estar mal num gráfico e, por fim, teriam de construir o gráfico da forma mais correcta. O Hugo é quem inicia a resolução da tarefa, começando por ler a informação presente nos dois gráficos existentes na figura, enumerando os aspectos que considera estarem incorrectos. A Sandra vai co-construindo a estratégia que o Hugo começou, como podemos confirmar no seguinte episódio:

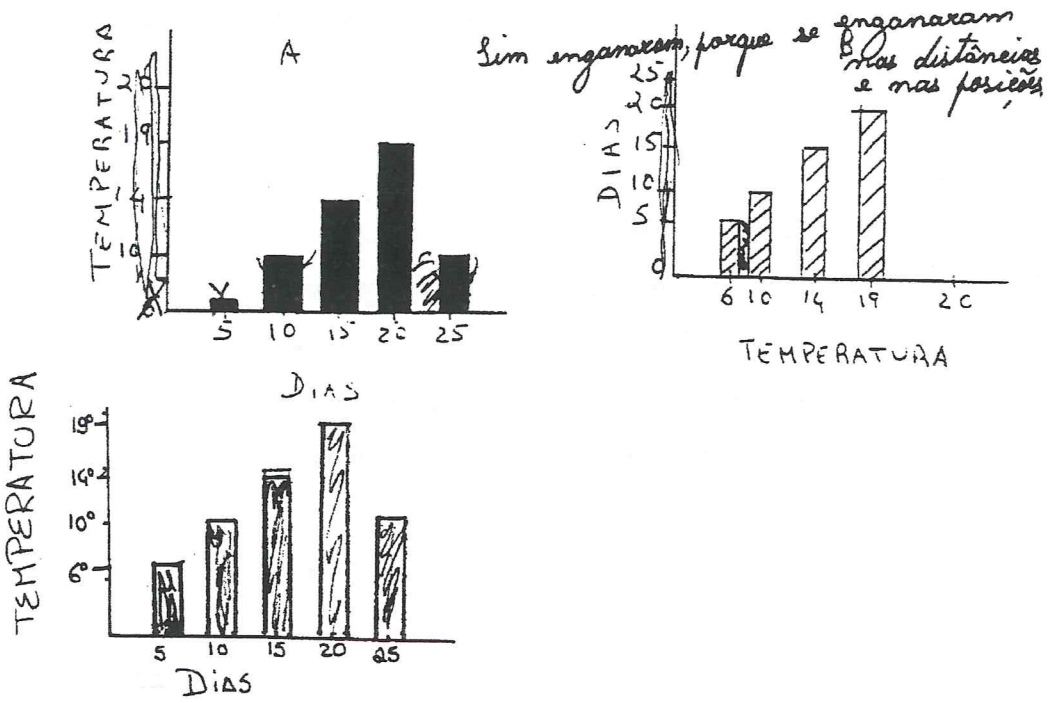
(...)

225. H.: *Aqui tem a temperatura* [referindo-se ao eixo das ordenadas no segundo gráfico] e está mal.

226. S.: *No outro gráfico... aqui está mal, meteu o 6 no lugar do 0* [referindo-se ao primeiro gráfico] *...aqui não meteu o 20* [referindo-se ao segundo gráfico]. *Está aqui* [apontando para os dados] *...então está tudo mal, que burros... não sabem fazer um gráfico bem.*

227. H.: *Eles enganaram-se e não foi pouco... enganaram-se a meter, o segundo, as temperaturas no eixo certo... e depois ficam com tudo mal.*

228. S.: *E enganaram-se os dois nas escalas meteram tudo ao calhas... umas vezes o espaço é muito na outra é pequeno... numa barra 'tá numa marca e na outra está noutra, nunca é igual nos dois lados do mesmo gráfico.*



O excerto do episódio anterior mostra-nos que ambos os alunos identificam as incorrecções presentes nos dois gráficos que existem na tarefa. Verificamos que os alunos vão comparando os dois gráficos e, ao mesmo tempo, avaliando a sua correcção. Interessante é que, pelo facto de serem ambos bons alunos, o seu estatuto académico permite-lhes avaliar o desempenho de outros alunos e se o Hugo é mais tolerante acerca da possibilidade de um colega poder apresentar resoluções incorrectas, a Sandra revela-se menos condescendente, *que burros... não sabem fazer um gráfico bem* [fala 228]. A questão das diferenças individuais baseadas no rendimento leva-nos até à necessidade de compreender como o contrato didáctico existente na sala de aula se constrói, pois como lembram alguns autores, nas salas de aula com uma prática lectiva competitiva os alunos nunca estão em igualdade de circunstâncias devido às diferenças prévias existentes (Johnson e Johnson, 1984; Johnson et al., 1990; Slavin 1980, 1994). Consequentemente, o papel do professor e o contrato didáctico estabelecido irão acentuar, ou não, essas diferenças iniciais.

Quando têm de construir o novo gráfico os alunos conseguem mais uma vez co-construir uma resolução,

(...)

230. S.: *Quem faz o gráfico?*

231. H.: *Tanto faz. Posso fazer eu ou queres fazer tu?*

232. S.: *Está bem. Como é que vamos fazer, tem de ser como o primeiro.*

233. H.: *Claro, queres ter mal? É que eu não.*

234. S.: *E eu também não. Então em baixo meto os dias. Dá-me aí a régua.*

235. H.: *Podemos meter a escala de 1 em 1 é o melhor.*

236. S.: *Dita-me aí os números.*

Na fala 232 verifica-se alguma hesitação da Sandra acerca de como construir o gráfico. Mas para o Hugo estava claro que só o primeiro gráfico estava correcto, não dando a possibilidade da Sandra explicar ou esclarecer melhor a sua hesitação: subjacente à hesitação da Sandra poderia estar o esboçar de um conflito sócio-cognitivo, mas que pela atitude do Hugo acabou por não se concretizar.

3.3. Reflexões gerais

A interacção da Sandra e do Hugo mostra-nos uma harmonia em termos da dinâmica interactiva entre os dois alunos. Quando os alunos co-elaboram uma resolução como esta díade confirma-se o que Gilly, Fraisse e Roux (1988) afirmam

> a observação dos comportamentos de resolução a dois convida a pensar que a co-elaboração beneficia de diferentes formas os parceiros da relação e que não é forçosamente necessário que se estabeleça num modo de conflito sócio-cognitivo típico em sentido estrito, mesmo quando este modo estrito possa ter um carácter particularmente eficaz. Com, ou sem, conflito sócio-cognitivo

> expresso, a co-elaboração é susceptível de perturbar ou destabilizar os funcionamentos individuais. Mas esta destabilização é mais eficaz quando se insere numa estrutura interactiva onde se combina com outras como: estimulação, reforço, controlo, alargamento do campo de possibilidades (p. 91).

Mas para estes autores a tarefa e as instruções de trabalho que lhe estão associadas surgem como elementos fundamentais para o funcionamento cognitivo dos sujeitos pois, para estes autores, o modo de funcionamento cognitivo é induzido pela tarefa. É ela que pode fazer com que se instale uma dinâmica interactiva capaz de favorecer um ou outro tipo de acção dos sujeitos e, assim, dar origem a uma melhoria das suas competências.

Este exemplo ilustra de forma clara como o trabalho colaborativo pode ser benéfico não só para alunos com dificuldades, mas também para aqueles que já estão associados a um estatuto de bons alunos. Neste caso, o desempenho estatístico dos alunos já se encontrava num nível elevado quando realizaram o pré-teste. Contudo, o facto de terem trabalhado colaborativamente permitiu-lhes evoluir quanto aos seus desempenhos na escala de desenvolvimento lógico, ou seja, quando os desempenhos dos alunos são típicos do estádio intermédio, que corresponde à co-existência de características do estádio operatório concreto e do estádio operatório formal, o facto de trabalharem colaborativamente facilita a passagem para o estádio formal A, tal como acontece com esta díade.

4. O caso da Rute e da Sónia

4.1. Caracterização da díade

Quando inicia o 7º ano, em Setembro de 1996, a Rute tem 13 anos. Está a frequentar o 7º ano pela segunda vez. As suas classificações em Matemática, como para a maioria das outras disciplinas, estão entre os níveis 2 e 3. Não tem nenhuma paixão por andar na escola e muito menos pelos professores. Não tem

disciplinas favoritas *não tenho... não gosto de saber o que se aprende na escola... é uma seca... além do mais não gosto de estudar*. Quando lhe perguntamos porquê que ela responde *para quê? Quero ir trabalhar numa loja, e para isso não é preciso ter grandes estudos...* (Rute).

A Matemática é a disciplina que lhe dá *vontade de não ir às aulas*. Quando lhe perguntamos como é com as outras disciplinas ri-se e diz *se fosse professora eu não lhe podia dizer... eu não gosto mas é de ir a nenhumas aulas... às de Matemática temos mais desculpa porque é mais fácil que a directora de turma não ralhe quando lhe digo que não percebo nada.* Considera-se uma *aluna que percebe pouco de Matemática.* Fazer os trabalhos de casa *é não fazer... porquê? a princípio fazia e nesses dias a stôra não pedia, quando não fazia ela pedia... e depois deixei-me disso. Não fazia e prontos.* Quando lhe perguntamos quando tem um teste confessa *para os testes olho para o caderno e tento fazer os exercícios que estão no caderno. Tapo o resultado, faço e depois vejo se fiz bem. Quando faço bem fico contente.* Quanto à professora, a Rute refere *é preciso estar com atenção quando a stôra explica... senão depois não se consegue perceber... o problema é que eu canso-me depressa e depois não percebo a ligação das coisas...* Quando lhe perguntamos se gosta de Matemática diz, *detesto* e em relação à Estatística refere *foi poucas aulas não deu para enjoar.*

Para a professora de Matemática da Rute ela é *uma aluna muito irreverente, com uma língua muito afiada... que facilmente arma confusões... não lhe peço nada nas aulas porque nunca sei para que lado está virada...quase todos os dias no recreio anda à bulha com alguém... a directora de turma vê-se aflita... a fama já vem do ano passado.* Em relação à Matemática *nunca traz os trabalhos de casa feitos... gosta de perturbar... é o tipo de alunos que dá tudo por uma boa zaragata... sobressai mais pelo comportamento do que pelo resto.*

Na última semana de Setembro de 1996, quando a Rute realiza a primeira aplicação da E.C.D.L., tem um resultado que coloca o seu desempenho no estádio intermédio e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível médio. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de

pós-teste, o seu nível na tarefa habitual encontra-se no nível fraco. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, encontra-se no estádio intermédio.

No início de Setembro de 1996, a Sónia tem 12 anos de idade. Nunca ficou retida durante a sua escolaridade. Considerando-se uma aluna *média... vou passando com as notas no 3*. Não gosta particularmente de Matemática, achando-a uma disciplina *que faz falta a muita coisa e é importante para o nosso futuro... e que tem de se estudar muito*. Quando lhe perguntamos se é boa aluna a Matemática diz-nos *não, senão não precisava de estudar tanto*. Em relação à Estatística diz-nos *não sei bem... saber as médias e isso... dos gráficos é importante... para estarmos informados do que a televisão nos diz*. Estudar Matemática é *estar com atenção nas aulas, fazer os trabalhos e os exercícios do livro*.

Para a professora de Matemática a Sónia é *do melhorzinho que tenho nesta turma... está atenta não vai atrás de confusão, faz os trabalhos... os poucos que passo*. Quando lhe perguntamos como ela é na unidade de Estatística diz, *participou bastante... foi das que teve melhores resultados*.

No final de Setembro de 1996 quando a Sónia realiza a primeira aplicação da E.C.D.L., tem um resultado que coloca o seu desempenho no estádio intermédio e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível médio. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de pós-teste, o seu nível na tarefa habitual passa para o nível fraco. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, situa-se no estádio intermédio.

No início do trabalho empírico, a Rute e a Sónia estão ambas no mesmo estádio de desenvolvimento lógico e no nível da tarefa de pré-teste, o que permite formar uma díade de Tipo 1. No final do trabalho empírico, quando se realiza a tarefa do pós-teste e, mais tarde em Maio, a segunda aplicação da E.C.D.L., verificamos que em relação ao estádio de desenvolvimento lógico os desempenhos das alunas permaneciam no mesmo estádio, mas regridem para o

nível fraco nas tarefas habituais do pós-teste, o que corresponde ao Padrão VIIa. (Figura 2, D21).

Tal como todas as díades, a Rute e a Sónia gostaram de ser gravadas e não se pode inferir, pelo à vontade com que estavam na sala, que tenham ficado inibidos com o gravador. No final pediram para ouvir a gravação da interacção.

4.2. Análise da interacção

A leitura da interacção entre a Rute e a Sónia referente à primeira parte da tarefa indica-nos que as duas alunas foram co-elaborando uma resolução (Gilly, Fraisse e Roux, 1988). A Rute esboça uma resolução que a propõe à Sónia que, sem oposição ou desacordo, a escuta e lhe dá *feedback*, que tanto pode ser verbal como não verbal positivo, como verificamos na fala 6 da Sónia, quando diz *pois*. A interacção começa com uma frase da Rute [fala 1],

1. R.: *Agora vamos começar por fazer um inquérito. Qual é a pergunta que começamos por fazer? Por que motivo surge uma guerra... ai não, as perguntas só podem ser sim ou não... as respostas... Então escreve...*

2. S.: *Acha que a guerra resolve alguma... sei lá...*

3. R.: *Resolve-se algum problema a fazer guerras. A primeira pergunta é, acha que a guerra resolve algum problema? ou pelo contrário. Vamos fazer três perguntas, acham que deviam acabar com as guerras em todo o mundo?... Acha que as guerras deviam acabar em todo o mundo? Acha que a guerra deve ser proibida? Não fica melhor assim... Acha que a guerra não leva a nada...*

4. S.: [vai escrevendo o que a Rute diz] *Acha que a guerra resolve algum problema... mais...*

5. R.: *Acha que devia ser uma medida proibida... os efeitos da guerra são muitos... acha que é preciso tantas mortes... não é melhor... não acha que morrem muitas pessoas. Nas causas da guerra podíamos falar do geral...*

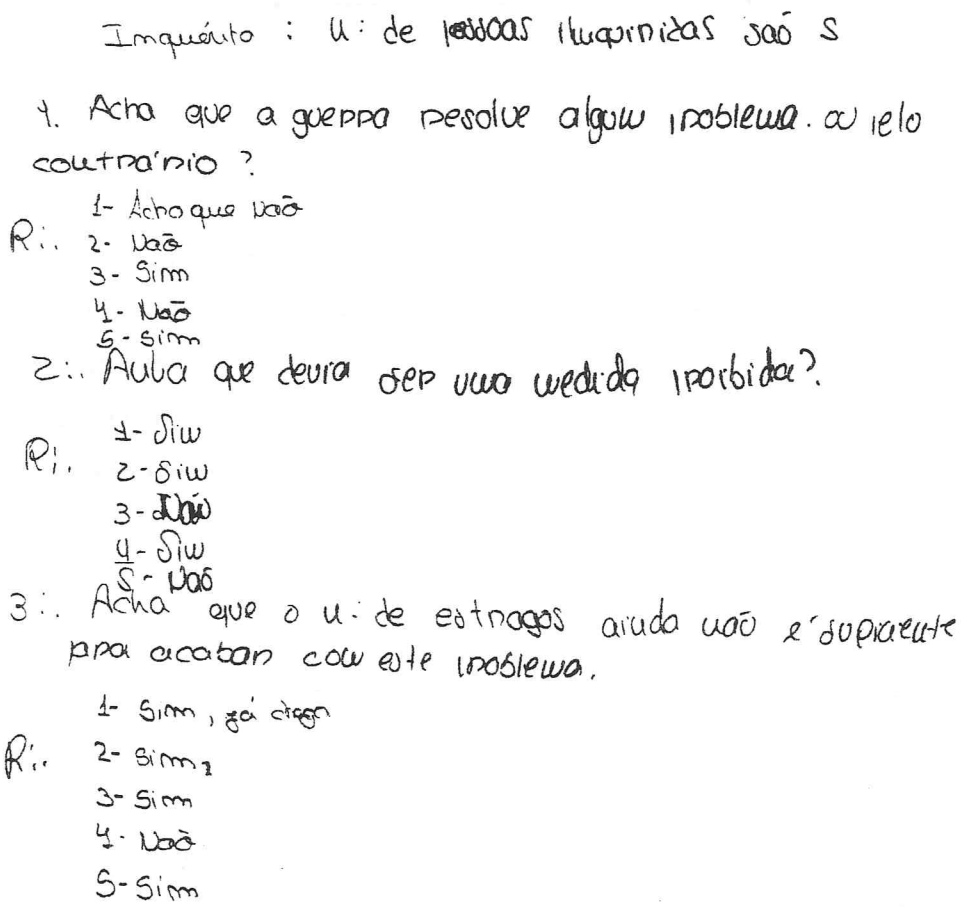
6. S.: *Pois.*

7. R.: *Acha que o que foi destruído no mundo já não foi o suficiente para acabarem com isso?*

8. S.: *Acha que os estragos ainda não foram suficientes para acabar com este problema. Acho que é melhor assim.*

9. R.: *Sim. Mas é melhor pores, grande problema. Pronto, agora temos que ter o número de pessoas inquiridas.*

(...)



No entanto, como referem os autores já citados, a Sónia não tem uma atitude passiva, uma vez que vai seguindo tudo o que a colega vai dizendo, construindo uma resposta em paralelo ao da colega, podendo propor pequenas alterações ao argumento da Rute, como encontramos na fala 8 da Sónia *Acha que*

os estragos ainda não foram suficientes para acabar com este problema. Acho que é melhor assim. O argumento inicial da Rute não foi modificado, sofreu apenas como que uma "correcção de estilo literário". A sugestão da Sónia é aceite pela Rute. Verifica-se, assim, que a adesão da Sónia às propostas da Rute não é falsa nem pode ser entendida como concordância por falta de uma melhor proposta para resolver a tarefa. Como referem Gilly, Fraisse e Roux (1988),

> a adesão à resposta do colega não é falsa, sendo pelo contrário, um acordo cognitivo na forma de co-elaboração por consentimento onde o aceitar dos argumentos do colega funciona como um reforço positivo que controla a resposta proposta por um, mas aceite pelos dois. (p. 84)

No entanto, assiste-se a uma nítida liderança cognitiva da Rute, uma vez que é sempre ela quem propõe mais sugestões e que legitima as decisões que são tomadas em termos da resolução da tarefa. Este facto irá ser responsável por uma certa insatisfação da Sónia no processo de negociação da resolução da tarefa, resultante da Rute dificilmente aceitar discutir ou integrar na resolução as suas sugestões (Gilly e Deblieux, 1999). Com o continuar da própria interacção esta situação irá acentuar-se, como podemos constatar no seguimento da interacção anterior,

(...)

10. S.: *Pois, tinha que se fazer aqui o coiso, não é?*

11. R.: *O quê?*

12. S.: *O gráfico.*

13. R.: *Não, nós depois podemos fazer aqui atrás* [Sónia acena positivamente] *e agora o número de pessoas inquiridas pode ser cinco para não ser muitas...*

(...)

Nos diálogos anteriores verifica-se que a Rute, ao contrário do que acontece com a Sónia, não aceita que a colega possa ter uma opinião diferente da sua e também não lhe pede para explicar porque estava a pensar em gráficos.

Tentar compreender as causas que poderão estar neste comportamento da Rute obriga a analisar a descrição que a professora fez desta aluna, enquanto um elemento revelador dos implícitos daquela relação didáctica. Convém relembrar a descrição que a professora faz da Rute é *uma aluna muito irreverente... nunca sei para que lado está virada... não lhe peço nada nas aulas*, ou seja, a Rute parece ter poucas oportunidades para mostrar à professora aquilo que sabe. Pelo contrário, quanto à Sónia a professora diz que *é do melhorzinho que tenho nesta turma* e a interacção que estabelece com a Rute mostra que de facto apropriou os conteúdos esperados para a unidade de Estatística. O presente estudo pode ter sido o momento, há muito esperado pela Rute, para mostrar que sabe algumas coisas e que esse facto lhe traz satisfação, *quando faço bem fico contente.*

Por outro lado, como a professora afirma, a fama da Rute, quanto ao seu comportamento irreverente, já vem do ano anterior, o que se pode traduzir numa desconfiança dos colegas quanto às suas intenções, reforçada pelo facto de a verem como par pouco competente, uma vez que ela poucas vezes expor perante a turma as suas resoluções, pois a professora afirma que nunca lhe pede que faça nada.

Assim, a interacção desta díade foi fortemente contaminada por aspectos decorrentes do contrato didáctico habitual, que o mero estabelecimento — e aparente aderência — de um contrato experimental inovador não conseguiu resolver. Por isso mesmo, o exemplo desta díade ilustra um aspecto que César (2000b, 2000c) tem realçado: sem um profundo trabalho de inclusão, por parte do professore, feito desde a primeira aula, não se conseguem estabelecer formas de trabalho colaborativo que evitem a rejeição (ainda que implícita) de alguns alunos e que promovam o pleno desenvolvimento de todos eles.

A situação descrita nos parágrafos anteriores chama a atenção para a necessidade de na formação das díades existirem critérios que contemplem os

aspectos relacionados com o funcionamento afectivo dos sujeitos, principalmente, quando os alunos têm de trabalhar com outro durante períodos prolongados no tempo, nomeadamente, com o colega de quem se tem o número contíguo.

Na presente investigação, uma vez que os alunos trabalharam com um colega por nós escolhido durante um número de sessões determinado, esta questão parecia, à partida, não ser pertinente. Porém, no caso da Rute e da Sónia viria a colocar-se, atendendo aos implícitos atrás referidos.

No entanto, como podemos verificar apesar da Rute não ter aceite discutir a opinião da colega, mais à frente retoma a ideia como podemos constatar:

(...)

41. R.: *Agora temos de fazer o gráfico.*

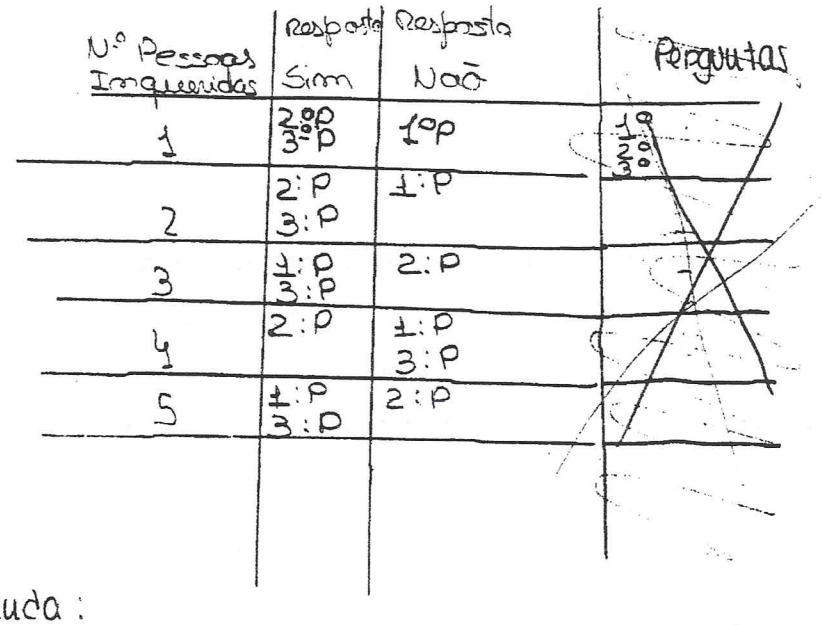
42. S.: *Fazemos de barras ou circular.*

43. R.: *Não, uma tabela... não, um gráfico de barras.*

44. S.: *Então fazemos os dois.*

45. R.: *Tá. Agora aqui metemos o número de pessoas inquiridas... tem de ser respostas sim... não... isto está complicado.*

(...)



Legenda:

1:P = primeira pergunta
2:P = segunda "
3:P = terceira "

O excerto anterior mostra-nos que, para estas duas alunas, não é muito claro decidir acerca de qual a melhor forma de apresentar os dados. Somos levados a pensar que a hesitação que elas encontram na passagem dos dados, brutos, resultantes de um hipotético inquérito, para a forma de dados organizados se deve a não terem tido a possibilidade de trabalhar os conteúdos de Estatística na sala de aula sem ser com dados fornecidos de forma já organizada. Verifica-se, ainda, que estas alunas estão mais habituadas a trabalhar dados numéricos *Por que motivo surge uma guerra... ai não, as perguntas só podem ser sim ou não... as respostas* [fala 1] e em número reduzido *pode ser cinco para não ser muitas* [fala 13 Rute].

Da fala 45 até à 80 as alunos debatem-se acerca da construção da tabela, não sendo muito claro para elas qual a melhor maneira de a fazer,

(...)

46. S.: *Por isso é que eu digo que é melhor em frequências... não achas?*

(...)

As alunas, que revelam grande persistência na tarefa, sobretudo a Rute, procuram que a tabela contenha simultaneamente diferentes tipos de informações: número de pessoas inquiridas e respectivas respostas e para cada pergunta quantas respostas de tipo sim ou não se verificaram. A Rute, ao não aceitar a sugestão da Sónia de trabalhar com as frequências absolutas para cada um dos dois tipos de resposta, não consegue construir a tabela como podemos observar,

(...)

47. R.: *Espera. Depois aqui, no número de pessoas inquiridas metes a primeira, a segunda, a terceira, a quarta e a quinta pessoa... e o que elas responderam uma é não e a outra é sim.* [A Sónia constrói a tabela]

48. S.: *Mas não fazemos uma tabela de frequência?*

49. R.: *É melhor para este caso fazermos como eu digo. Agora temos aqui o primeiro problema. A primeira pessoa respondeu à primeira pergunta...*

50. S.: *Ah, pois. Há aqui um problema, outra vez ...*

51. R.: *Quantas vezes meteu sim metemos aqui, na coluna do sim. Na coluna do não metemos os não.*

52. S.: *E nas outras perguntas como fazemos?*

53. R.: *Metemos assim, na primeira pergunta temos que ver as perguntas que eles responderam sim.*

54. S.: *E se fosse um gráfico.*

55. R.: *Um gráfico de barras?*

56. S.: *Púnhamos no gráfico* [desenha um gráfico com um dedo na folha] *primeiro em baixo a primeira pergunta, segunda pergunta e depois os sim púnhamos de lado... não era melhor o gráfico?*

57. R.: *Oh pá, mas depois como é que eles sabem que são cinco pessoas...vamos mas é fazer como eu estava a dizer, fazíamos...*

58. S.: *Vamos, mas é fazer outro... isto não nos vai levar a lado nenhum...*

59. R.: *Outro?*

(...)

Pelo excerto do episódio referente à construção da tabela identifica-se uma confrontação de ideias entre as duas alunas. Neste momento, verificamos que já não estão a co-elaborar na resolução da tarefa desde a fala 46 da Sónia, *Por isso é que eu digo que é melhor em frequências... não achas?*. Face ao impasse que se gerou com a dificuldade em construir a tabela e a falta de negociação de uma resolução alternativa devido há liderança da Rute, encontramos uma confrontação com desacordo (Gilly, Fraisse e Roux, 1988).

A Sónia, desde a fala 12 que propõe o gráfico como a melhor forma para apresentar os resultados. Apesar da Rute concordar, não discute a ideia da colega, persistindo na sua, originando assim um desgaste na Sónia que, na fala 58, diz: *Vamos, mas é fazer outro.* A Rute [fala 57] exprime o seu desacordo e insiste na sua estratégia, mas sem argumentar ou propor algo de novo, *vamos mas é fazer como eu estava a dizer,* observando-se então que a Sónia propõe passar para outra parte da tarefa depois de já ter procurado justificar o seu ponto de vista repetindo a sua ideia inicial, *e se fosse um gráfico* [fala 54] ou exprimindo-a de uma outra forma *púnhamos no gráfico* [desenha um gráfico com um dedo na folha] *primeiro em baixo a primeira pergunta, segunda pergunta e depois os sim púnhamos de lado... não era melhor o gráfico?* [fala 56]. Nas falas seguintes, a Rute vai emitindo orientações para a Sónia ir construindo a tabela, sem que contudo fique claro para ela a ideia da colega, assistindo-se, assim, a uma aderência difusa da Sónia às sugestões da Rute, como se constata, *esta tua ideia é um bocado confusa* [fala 75 da Sónia].

Na fala 82, a Rute diz:

(...)

82. R.: *Bem agora podemos passar para a questão seguinte... A média é soma-se tudo e depois divide-se os dois.*

83. S.: *O quê?*

84. R.: *Não é aquele que se mete assim numa linha e depois se multiplica os do meio? Não é esse?*

85. S.: *Metes...*

86. R.: *Como é que metemos afinal?*

87. S.: *Mete esse primeiro o 42...*

88. R.: *42*

89. S.: *Mais duas vezes...*

90. R.: *Não, duas vezes não, só quando tem algum repetido.*

(...)

Neste início do episódio, resultante da segunda parte da tarefa, verifica-se que mais uma vez é a Rute que esboça a estratégia que vão utilizar. Este pequeno excerto verificamos alguma confusão entre o conceito de média e de mediana que, no entanto, pelo facto de estarem a trabalhar em conjunto, conseguem ultrapassar. A fala 89 da Sónia ilustra o que Watson e Moritz (1999) chamam familiaridade com o procedimento do cálculo da média, ou seja, os alunos são confrontados habitualmente com tarefas onde o principal objectivo é o cálculo do algoritmo, em detrimento da compreensão do conceito no contexto da tarefa e, nesses casos, é comum o valor da variável repetir-se *Mais duas vezes....* [fala 89 da Sónia]. Nesta tarefa o valor da variável não aparece repetido *Não, duas vezes não, só quando tem algum repetido* [fala 90 da Rute].

Em todo este episódio, que se iniciou com a fala 82 da Rute, assistimos à sua liderança simultaneamente cognitiva [fala 96 a 100] e social [fala 110 a 119]

(...)

96. R.: *Não, eu acho que eles não vão estar de acordo porque eles têm...*

97. S.: *Os salários diferentes.*

98. R.: *Pois, mas aqui não diz.*

99. S.: *Mas deve ser para terem salários diferentes.*

100. R.: *Aqui não há nenhum que tem assim como o da média ou têm muito menos ou muito mais.*

(...)

110. R.: *Então agora podes escrever tudo.*

(...)

119. R.: *Sim, podes escrever que escolhíamos a mediana.*

(...)

Na terceira parte da tarefa é a Sónia que marca o seu início, não se assistindo a uma liderança clara da Rute, apesar de ir trocando ideias com a Sónia. Este diálogo não origina uma co-construção, pois não se assiste a um interiorizar na sua resposta das ideias da Sónia, como podemos constatar.

(...)

120. S.: *Agora vamos fazer a 3.*

121. R.: *A média de quatro números...*

122. S.: *Se fosse a média de cinco.*

123. R.: *A média de quatro números é metade, então é 50.*

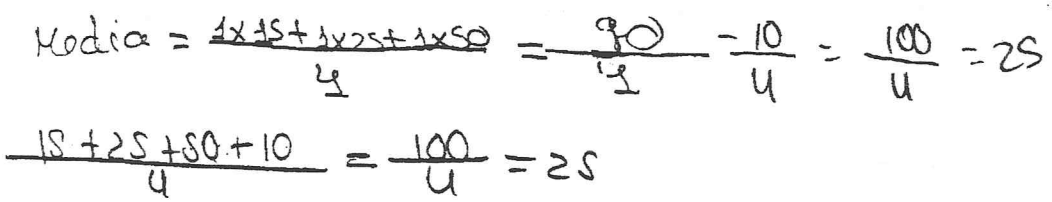
124. S.: *Os números são estes 15, 25 e 50. Falta aqui um número... e depois isto tinha que se dividir por um número..*

125. R.: *Quatro números.*

126. S.: *Podíamos fazer assim, a média é igual a 1 vezes 15 mais 1 vezes 25 mais 1 vezes 50 a dividir por quatro... a máquina* [a Rute estava fazer cálculos na calculadora]

127. R.: *Ah, já sei o que falta é o 10... soma-se 10 ao 90 que é o total dos números e divide-se por quatro e dá 25... agora como vou fazer a conta... como vou meter mais 10...*

(...)



Assim, embora as alunas estejam a trabalhar as duas, o contrato experimental estabelecido entre a investigadora e a díade previa que as estratégias deveriam ser discutidas por ambas. No entanto, a Rute, ao não esclarecer os argumentos que a Sónia vai sugerindo e esta ao não conseguir impor à Rute o seu ponto de vista, dá origem a uma ruptura do contrato experimental, uma vez que para a Rute o contrato didáctico que se estabelece entre ela e a professora é de que *não lhe peço nada nas aulas porque nunca sei para que lado está virada,* ou seja, a Rute parece estar pouco habituada a exprimir a sua opinião, ter de ouvir a opinião de terceiros ou a trabalhar com outros parceiros porque *facilmente cria confusões.*

Consequentemente, a negociação do significado da resolução da tarefa fica comprometido, uma vez que o jogo entre o inter-individual, quando um dos parceiros questiona o outro acerca do seu raciocínio e este se confronta com a necessidade de precisar o seu argumento, e a passagem ao intra-individual não acontece (Roux, 1999), o que pode explicar o desempenho mais fraco que estas alunas têm no pós-teste. Alerta, ainda, para o facto de não bastar sentar alunos lado a lado e explicitar regras de um contrato inovador para que uma interacção entre pares seja frutuosa.

A quarta parte da tarefa pedia aos alunos para avaliar o que poderia estar mal num gráfico e, por fim, a díade teria de construir o gráfico como pensavam

que era a forma mais correcta. A Rute é quem inicia a resolução da tarefa, começando por ler a informação presente nos dois gráficos existentes na figura, enumerando os aspectos que considera estarem incorrectos, indo co-construindo a estratégia com a Sónia, como podemos confirmar no seguinte episódio. Aliás, só na parte final da tarefa é possível assistir a uma co-construção entre as duas alunas:

(...)

138 R. – *Está mal, olha lá* [referindo-se ao segundo gráfico]. *Este está mal.*

139 S. – *Pois está. Temos de detectar os erros... no primeiro gráfico a temperatura está bem.*

140 R. – *Então este está certo.* [aponta para o primeiro gráfico]

(...)

148. R.: *Aqui está 6, 10, 14, 19 e 20. Devia existir assim um número correcto de intervalo entre eles.*

149. S.: *Tinha de ser o mesmo espaço e o mesmo número que eles metiam aqui.* [aponta para o primeiro gráfico para o eixo das ordenadas]

150. R.: *Sim, mas aqui os números não estão bem.* [eixo das ordenadas do primeiro gráfico] *Não, estão bem, mas o espaço...*

151. S.: *Não pode ser o mesmo no 19 e no 20.*

152. R.: *Mas onde eles foram buscar o 20.*

153. S.: *Pois, falta um número ou então está mal... faltam números.*

154. R.: *Não, não falta. Aqui era um 10 em vez de ser o 20.* [no eixo das ordenadas do primeiro gráfico, depois do valor 19]

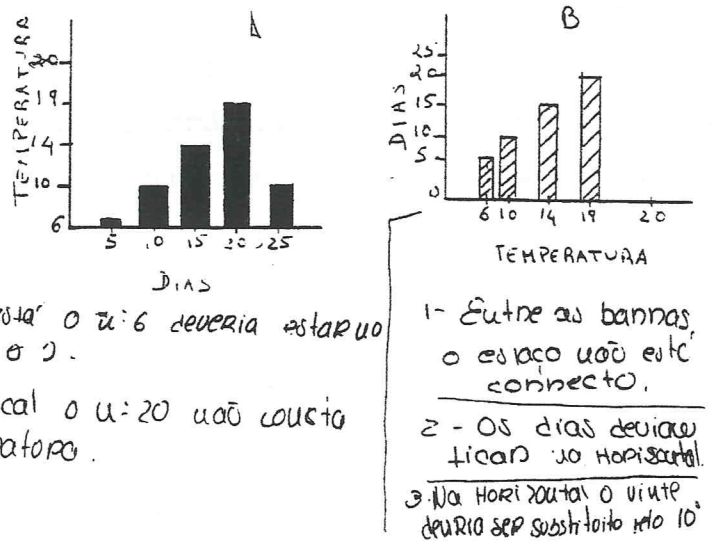
155. S.: *Aqui no A no lugar do 6 é o 0. Não tínhamos posto.*

156. R.: *No outro gráfico* na *temperatura não há 20, devia estar aqui o 10.*

157. S.: *É novamente um erro.*

158. R.: *Vamos fazer como o A, mas no sítio do 20 metemos o 10.*

159. S.: *E o 6 vai mais para cima para caber o 0.*



O excerto do episódio anterior mostra-nos que ambas as alunas identificam as incorrecções presentes nos dois gráficos. Verificamos que as alunas vão comparando os dois gráficos e, ao mesmo tempo, avaliando a sua correcção.

4.3. Reflexões gerais

No trabalho colaborativo pressupõe-se a partilha necessária à colaboração, sendo fundamental a aceitação e a compreensão mútua entre os dois sujeitos: as ideias, as intenções devem ser expressas e clarificadas para permitir a construção de um quadro de significados comuns aos dois parceiros da interacção. "A partilha é baseada essencialmente na trocas informativas e nas negociações e constitui a condição principal da co-construção dos saberes" (Verba, 1999, p. 187). A Rute, ao assumir uma liderança ao longo de toda a interacção, comprometeu a partilha e a construção da intersubjectividade. "Central na transmissão-apropriação dos saberes (...) a intersubjectividade constrói-se ao longo da elaboração conjunta entre a comunicação verbal e não verbal e a

compreensão partilhada da tarefa e do que se pretende com ela" (Verba, 1999, p. 187).

A Rute e a Sónia, ao não conseguirem construir significados novos a partir da interacção estabelecida, tiveram um percurso semelhante ao da maioria dos alunos do grupo de controlo, que com o tempo esqueceram o que aparentemente tinham apreendido nas aulas de estatística, num fenómeno raro nos alunos que integravam o grupo experimental. No entanto, o facto de se assistir, no final da interacção, a um momento de co-elaboração por co-construção pode ser um indicador de que trabalhar colaborativamente não é uma aprendizagem imediata para alguns alunos, como pode ser o caso da Rute e da Sónia. O que poderá equivaler a dizer que, estes alunos, atendendo ao seu passado académico, o tempo necessário para fazer esta aprendizagem deve ser um elemento a valorizar.

5. O caso da Cláudia e do António

5.1. Caracterização da díade

Quando inicia o 7º ano, em Setembro de 1996, a Cláudia tem 12 anos. Está a frequentar o 7º ano pela primeira vez. As suas classificações em Matemática, como para a maioria das outras disciplinas, estão entre os níveis 4 e 5. A Matemática é uma das disciplinas favoritas, mas a História e o Inglês também o são, *gosto de Matemática porque é importante no nosso futuro e não é preciso estudar muito, basta estar com atenção quando o professor explica...mas se não fizermos os trabalhos de casa e quando temos dúvidas não pedirmos para o stôr nos tornar a explicar depois é mais difícil fazer os trabalhos em casa. Gosto também da História porque gosto de saber as coisas do nosso país como aparecemos...são histórias...do Inglês é porque toda a gente fala tem de se saber senão não compreendemos o que dizem os cantores e os programas na TV Cabo.* Considera-se uma *aluna que gosta de Matemática e não se importa de ter de fazer*

os trabalhos de casa ou de ir ao quadro. Quando lhe perguntámos se tinha gostado da Estatística referiu *gosto de tudo nas aulas de Matemática, também gostei.*

Quando o professor fala da Cláudia refere *é uma excelente aluna...é daquelas que percebe tudo à primeira...é o género de aluno que por vezes pensamos que já não existe...* Porquê? *Está sempre disposta a fazer o que peço, mesmo quando é para ir ao quadro, a trazer os trabalhos feitos, quando não percebe é das poucas que diz...e quando ela não percebe fico com a certeza de que os outros de certeza que não perceberam, a diferença é que ficam calados.*

Na última semana de Setembro de 1996 quando a Cláudia realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um desempenho do estádio formal A e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível elevado. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual encontra-se no mesmo nível. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, o seu desempenho é do estádio formal B.

No início de Setembro de 1996, o António tem 12 anos de idade. Nunca ficou retido durante a sua escolaridade. Considerando-se um aluno *médio bom...vou tendo notas no 4 e no 5, mas é mais no 4*. Gosta particularmente de Educação Visual, pois *o que eu quero é mesmo fazer desenhos*. Da Matemática, diz *faz falta para tudo...é o futuro*. Porquê? *Por causa dos computadores...eu também gosto muito de computadores...é o que eu mais gosto os desenhos e o computador*. Quando lhe perguntamos se trabalha com os computadores na escola e nas aulas de Matemática diz-nos *não, os professores não gostam de ir para a sala dos computadores...têm medo que se estrague alguma coisa...mas também há muitos que não têm computador em casa...eu cá tenho um no meu quarto...não, não é só para os jogos é para fazer os trabalhos...ficam bem...os professores gostam...mas eu tenho jogos para pensar não são só de lutas. Os meus pais não me compram desses*. Em relação à Estatística diz-nos *não sei bem...saber as médias e isso...dos gráficos é importante...para estarmos informados do que os políticos dizem*. Estudar Matemática é *estar com atenção*

nas aulas e quando não percebemos perguntar ao stôr, fazer os trabalhos e os exercícios do livro.

Para o professor de Matemática o António é *um bom aluno, mas muito inseguro...gosta de ser elogiado...mas também amua quando recebe críticas.* Quando lhe perguntamos como é na unidade de Estatística diz, *participou bastante...foi dos que teve melhores resultados.*

No final de Setembro de 1996, quando o António realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um desempenho do estádio intermédio e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível elevado. Quando, sensivelmente um mês e meio depois, realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual mantém-se. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, o seu desempenho situa-se no mesmo estádio da primeira aplicação.

No início do trabalho empírico a Cláudia e o António tinham desempenhos próprios de estádios de desenvolvimento lógico diferente e no mesmo nível da tarefa de pré-teste, o que permitiu formar uma díade de Tipo 2. No final do trabalho empírico, quando se realizou a tarefa do pós-teste e, mais tarde em Maio, a segunda aplicação da E.C.D.L., verificamos que em relação ao estádio de desenvolvimento lógico, os desempenhos da Cláudia tinham evoluído para o estádio formal B e os do António permaneciam no mesmo estádio em que se encontravam na primeira aplicação. Nas tarefas habituais do pós-teste os dois alunos continuaram no nível elevado, o que os faz integrar o Padrão VIc (Figura 3, D17).

Tal como todas as díades, a Cláudia e o António gostaram de ser gravados e não se podendo inferir, pelo à vontade com que estavam na sala, que tenham ficado inibidos com o gravador. No final pediram para ouvir a gravação da interacção.

5.2. Análise da interacção

A análise da interacção entre a Cláudia e o António, referente à primeira parte da tarefa, indica-nos que os dois alunos foram co-elaborando uma resolução (Gilly, Fraisse e Roux,1988). Contudo, assiste-se a um delinear de uma liderança, da Cláudia, simultaneamente cognitiva e social, desde os primeiros momentos da interacção. Esta liderança está patente no tempo verbal que ela utiliza: o imperativo *Agora diz tu uma... Agora escreve aí... Depois mete aqui.*

Quer este tempo verbal quer a expressão temporal *Agora* indicam a urgência de ser obedecida, apesar de ela cumprir o contrato experimental quando procura a concordância do par *não é?*. O António, que o professor descrevera como inseguro, submete-se facilmente à liderança da Cláudia, escrevendo o que ela diz [fala 6] e procurando o apoio dela *Está bem assim?*. No início, ela ainda se preocupa em elogiá-lo *Está bem* [fala 7]. Mas, depois, a liderança começa a ser muito mais marcada, havendo dificuldades, da parte da Cláudia, em aceitar as sugestões de perguntas do António [falas 12 e 13], o que o faz olhar para ela admirado, pois não entende porque motivo ela não aceita a sua questão.

No entanto, o que se poderia ter transformado num conflito afectivo é ultrapassado e o esquema interactivo volta a ter as características iniciais da liderança da Cláudia e a aceitação dessa mesma liderança por parte do António [falas 33 a 42]. A Cláudia esboça uma resolução que propõe ao António que, sem oposição ou desacordo, a escuta e lhe dá o seu consentimento para que ela a continue. A interacção, começa com uma frase da Cláudia [fala 3],

(...)

3. C.: *Para sabermos as razões vamos começar por fazer um inquérito. Acha que devia de haver guerras... agora diz tu uma.*

4. A.: *Acha que a guerra matam as pessoas inocentes...*

5. C.: *Agora escreve aí as perguntas para fazermos o inquérito. Depois mete aqui à frente um porquê. Mas a tua pergunta podia ser a resposta para a pergunta, não é?*

6. A.: [vai escrevendo o que a Cláudia diz, não respondendo à pergunta dela] *Está bem assim?* [mostra à Cláudia o que escrevera, que acena positivamente com a cabeça] *Pode servir e pode não servir.*

7. C.: *Está bem, mas se as pessoas respondessem porque matam pessoas inocentes era porque tinhas perguntado, acha que a guerra mata pessoas inocentes.*

8. A.: *Pois.*

9. C.: *Ah, então vês.*

10. A.: *Então vou anular a segunda pergunta.*

11.C.: *Outra pergunta pode ser, já participou numa guerra?*

12. A.: *Ou então, já viu muitas mortes...na guerra já viu muitas mortes?*

13. C.: *Oh pá, não.* [António olha admirado para Cláudia] *Acha que fez bem.*

14. A.: *Isso é se fosse sim.*

(...)

33. C.: *Temos agora que fazer uma tabela e meter quantas pessoas é que responderam ao nosso inquérito. Mete uma tabela com 3 colunas, uma para as perguntas outra para o sim e outra para o não* [António desenha a tabela].

34. A.: *Assim?* [Cláudia, acena positivamente com a cabeça]. *Agora faltam os número das pessoas que disseram sim e as que disseram não.*

35. C.: *Então mete, na primeira pergunta 5 no sim e 30 no não, na segunda 15 e 20.*

(...)

42. C.: *Na 3 é 12 e...*

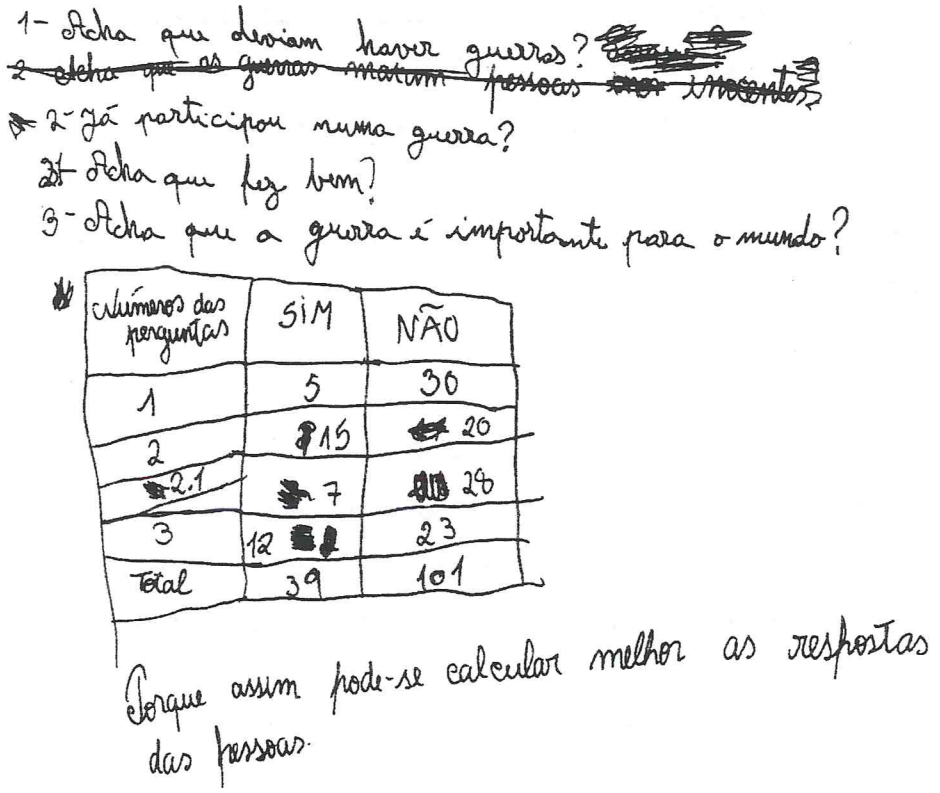
43. A.: *O dobro.*

44. C.: *O dobro não, não há respostas tão óbvias.*

45. A.: Então, 23.

46. C.: Pode ser.

(...)



1- Acha que deviam haver guerras?
~~2- Acha que as guerras matam pessoas mas inocentes~~
2- já participou numa guerra?
2.1 Acha que fez bem?
3- Acha que a guerra é importante para o mundo?

números das perguntas	SIM	NÃO
1	5	30
2	15	20
2.1	7	26
3	12	23
Total	39	101

Porque assim pode-se calcular melhor as respostas das pessoas.

No entanto, como referem estes autores, o António não tem uma atitude passiva, uma vez que vai propondo pequenas alterações aos argumentos da Cláudia como encontramos na fala 12 do António quando refere *ou então*. Porém, a Cláudia revela a uma liderança desde os primeiros momentos como podemos verificar, *agora escreve aí... depois mete aqui*. O tempo verbal utilizado pela Cláudia marca a posição que quer assumir no processo interactivo e que vai manter ao longo de toda a interacção estabelecida com o António que, talvez devido à insegurança que o professor identifica na sua personalidade, não consegue contrariar.

Contudo, com o desenrolar da tarefa assistimos a uma mudança gradual na atitude da Cláudia, que continua na segunda parte da tarefa:

(...)

52. A.: *Tem que se calcular a média.*

53. C.: *A média é somar o valor dos ordenados e dividir o total por 5... dá 76 mil e 800 escudos... Achas que os empregados vão estar de acordo quando se disser que ganham um ordenado igual ao da média?*

54. A.: *Não.*

55. C.: *Porque este aqui o B e o D ganham muito para baixo do valor da média. O E está muito para cima.*

56. A.: *Mas estar muito para baixo ou muito para cima vai depender do que eles fazem na empresa. Se forem da limpeza ganham menos que se forem os chefes. Eu não acho que eles vão estar em desacordo por causa disso. Eles sabem que há sempre uns que ganham mais.*

57. C.: *Pode ser. Então porque achas?*

58. A.: *Porque quem escolheu os salários, escolheu mal.*

59. C.: *Mas escolheu mal como? Foi escolher as profissões mais baixas e meteu depois o chefe desses?*

60. A.: *Pois, eu não estava a pensar assim, mas pode ser.*

61. C.: *Como estavas a pensar?*

62. A.: *Que tinham escolhido era poucos ordenados eram só cinco empregados.*

(...)

Tanto a Cláudia como o António concordam que a média não é o parâmetro mais adequado para representar os salários. No entanto, a explicação que cada um encontra para justificar o seu ponto de vista é diferente: *porque este aqui o B e o D ganham muito para baixo do valor da média. O E está muito para cima* [fala 55, da Cláudia]. Para a Cláudia a diferença dos salários depende de uma comparação que faz em torno dos próprios valores que os salários apresentam, sem fazer interferências a partir de outras informações

complementares. Para o António, a questão social sobre a problemática dos salários leva-o até uma outra interpretação para esses valores, *se forem da limpeza ganham menos que se forem os chefes. Eu não acho que eles vão estar em desacordo por causa disso* [fala 56]. Da conjugação destes dois aspectos os alunos vão co-construir toda uma resolução, discutindo a questão da representatividade dos salários, ou seja, da representatividade da amostra, atingindo então um conhecimento relacional (Skemp, 1978).

(...)

70. C.: *Aqui diz "escolheram-se ao acaso cinco salários de uma empresa" pode haver outros salários.*

71. A.: *Então foram mas foi mal escolhidos... bem me parecia.*

72. C.: *Ou bem, porque assim parece que os empregados tinham mais ordenado...*

73. A.: *O que é mentira. Eu acho que quem escolheu os salários e a média queria enganar os trabalhadores...*

74. C.: *Queria mostrar que eles ganham mais...*

(...)

Da interacção anterior vemos como a dinâmica de co-elaboração que se cria entre os dois alunos permite que cada um acrescente algo ao argumento do colega, completando-o. O facto de conseguir completar o argumento do colega, apropriando-o ao mesmo tempo que se lhe adiciona algo, característica da dinâmica de co-construção, vai permitir ao António negociar um novo papel social na interacção, mais influente nas decisões que vão ser tomadas, levando a Cláudia a ter menos momentos de clara liderança.

Na continuação da pergunta, os alunos tinham de comparar os dois parâmetros de média e mediana e avaliar qual dos dois representava melhor aquela amostra.

(...)

82. A.: *Vou pôr por ordem os salários para fazer a mediana.*

83. C.: *Eu acho que já estavam mais de acordo... porque os ordenados na média já estão... como é que eu hei-de dizer...*

84. A.: *Na mediana ou na média?*

85. C.: *Na mediana, eles aqui na pergunta estão a falar na mediana.*

86. A.: *Mas temos que comparar a mediana com a média para escolhermos o que eles vão achar melhor. Não é?*

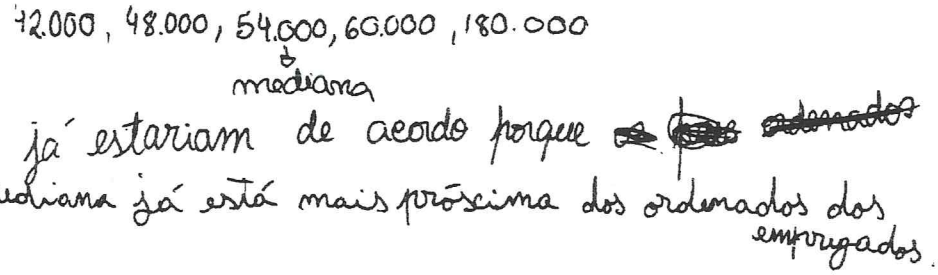
87. C.: *É. Eu acho que eles vão querer a mediana porque já está mais de acordo com os ordenados.*

88. A.: *A mediana já liga mais...*

89. C.: *Aos ordenados mais baixos. Podes escrever... a mediana porque...*

90. A.: *Traduz melhor os ordenados...*

(...)



Verificamos que os alunos dominam o algoritmo da mediana, procurando no contexto da tarefa as informações que lhes permitem escolher qual o parâmetro estatístico que naquele contexto representa melhor aquela distribuição. Apesar destes dois alunos não revelarem dificuldades sobre os algoritmos ou acerca dos procedimentos que lhes estão associados, começam por abordar a tarefa pelo seu lado procedimental, talvez devido a uma rotina presente no contrato didáctico que os alunos vivenciam nas aulas de Matemática.

Ao contrário do que acontecia com a primeira parte da tarefa, a liderança da Cláudia *Podes escrever* [fala 89] apresenta-se de forma mais esbatida,

abandonando, pelo menos agora, um tom imperativo. Assim, assume um sentido não tanto de ordem, mas mais de convite.

A terceira parte da tarefa pedia aos alunos para descobrirem o número que falta numa distribuição cuja média é 25. A Cláudia revela uma forte intuição Matemática, que lhe permite rapidamente encontrar a solução. Interessante é o facto de ser capaz de reflectir acerca da sua própria estratégia e de a justificar matematicamente. A resposta da aluna permite-nos observar a sua preocupação de precisar a sua linguagem e em transmitir um argumento que não seja ambíguo para o António e, seja, ao mesmo tempo, mais rigoroso.

(...)

95. A.: *Temos de tentar descobrir o número para meter aqui. Para juntar a estes e ver se dá a média de 25.*

96. C.: *Falta o 10... 25 mais 15 mais 50 mais 10 a dividir por 5 deixa-me ver* [agarra na calculadora] *dá. Foi o 10.*

96. A.: *Como é que chegaste ao 10.*

(...)

O António não percebe imediatamente o raciocínio da Cláudia, mas não se inibe de lhe perguntar como é que ela chegou ao número 10, o que nos permite inferir a interiorização das regras do contrato experimental.

(...)

97. C.: *Lembrei-me do 10, mas também o 10 é múltiplo de 5 e estes são tudo múltiplos de 5. Os números acabam todos em 0 ou 5.*

98. A.: *Pois é, tens razão.*

(...)

É o 10.

$$\frac{10+15+25+50}{4} = \frac{100}{4} = 25$$

A quarta parte da tarefa pedia aos alunos para averiguarem o que poderia estar mal num gráfico e, por fim, teriam de construir o gráfico da forma mais correcta. A Cláudia é quem inicia a resolução da tarefa, começando por ler a informação presente nos dois gráficos existentes na figura, enumerando os aspectos que considera estarem incorrectos. O António vai concordando com a Cláudia através de frases curtas, mas que vão reforçando a sua resolução, permitindo-lhe assim co-elaborar por consentimento uma resolução como podemos confirmar no seguinte episódio,

(...)

111. C.: *Aqui tem a temperatura* [referindo-se ao eixo das ordenadas no segundo gráfico] e está mal.

112. A.: *No outro gráfico... aqui também está mal,*

113. C.: *Meteu o 6 no lugar do 0* [referindo-se ao primeiro gráfico] *...aqui não meteu o 20* [referindo-se ao segundo gráfico]. *Está aqui* [apontando para os dados] *...então está tudo mal, que burros... não sabem fazer um gráfico bem.*

114. A.: *Eles enganaram-se...*

115. C.: *A meter, no segundo, as temperaturas no eixo certo... e depois ficam com tudo mal. E nas escalas meteram tudo ao calhas... o espaço... uma barra nunca é igual nos dois lados do mesmo gráfico.*

116. A.: *Eles enganaram-se e baralharam tudo... Fazemos como?*

117. C.: *Como este* [Aponta para o segundo gráfico].

118. A.: *Como vais meter as temperaturas?*

119. C.: *Como este. Vou copiar como este eles têm bem.*

O excerto do episódio anterior mostra-nos que ambos os alunos identificam as incorrecções presentes nos dois gráficos que existem na tarefa. Verificamos que os alunos vão comparando os dois gráficos e, ao mesmo tempo, avaliando a sua correcção. No final da interacção a Cláudia torna a liderar, decidindo qual o gráfico que devem construir.

5.3. Reflexões gerais

Na interacção da Cláudia e do António identificamos alguns aspectos que, de certa forma, a distinguem das restantes que analisamos: não se encontram conflitos sócio-cognitivos. O facto de se verificar uma forte liderança da Cláudia associada a alguma dificuldade do António em contra-argumentar com a colega, faz com que se assista a poucos momentos de co-construção, havendo diversos momentos de co-elaboração por consentimento. Este papel mais passivo, por parte do António, não teve consequências negativas quanto ao seu desempenho estatístico, pois no pós-teste ele também tem um desempenho de nível elevado, mas explica o facto de ele não ter evoluído quanto ao seu desempenho lógico. Assim, é a Cláudia que elabora a maioria das soluções encontradas e é também ela, apesar de na primeira aplicação já ter um nível bastante avançado para a sua idade e nível de escolaridade (formal A), quem progride quanto ao desenvolvimento lógico (formal B).

6. O caso da Paula e da Vera

6.1. Caracterização da díade

Quando inicia o 7º ano, em Setembro de 1997, a Paula tem 12 anos. Está a frequentar o 7º ano pela primeira vez. As suas classificações em Matemática, como para a maioria das outras disciplinas, estão entre os níveis 2 e 3, às vezes 4.

A Matemática não é uma das disciplinas favoritas *só gosto de História.* Quando lhe perguntamos se gosta de Matemática diz, *não gosto de Matemática, mas sei que é importante no nosso futuro. É preciso estudar muito e é difícil fazer os trabalhos de casa.* Gosto da *História gosto porque gosto de saber as coisas que aconteceram há muito tempo.* Considera-se uma *aluna que não gosta de Matemática e detesta ter de fazer os trabalhos de casa ou de ir ao quadro.* Quando lhe perguntamos se gosta da Estatística refere *nem por isso.*

Quando a professora fala da Paula refere *é uma aluna bem comportada...mas com dificuldades em seguir o que se passa nas aulas...detesta ir ao quadro e raramente faz os poucos trabalhos que peço.* Em relação ao seu desempenho na unidade de Estatística diz *só sei o que teve no teste...ainda são poucas aulas.*

Na última semana de Setembro de 1997 quando a Paula realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um desempenho do estádio operatório concreto e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível fraco. Quando, sensivelmente, um mês e meio depois realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual encontra-se no elevado. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, o seu desempenho encontra-se no estádio intermédio.

No início de Setembro de 1997, a Vera tem 12 anos de idade. Nunca ficou retida durante a sua escolaridade. Considera-se uma aluna *média com notas entre o 3 e o 4.* Gosta particularmente de Educação Física *o que eu quero é mesmo é ser professora de física* da Matemática, diz *faz falta para tudo...mas só a estudo porque sou obrigada.* Em relação à Estatística diz-nos *não sei bem...saber as médias e isso...dos gráficos é importante...para estarmos informados do que os jornais dizem.* Estudar Matemática é *estar com atenção nas aulas e quando não percebemos perguntar.*

Para a professora de Matemática a Vera é *uma aluna razoável...que se trabalhasse mais podia conseguir melhores notas.* Na unidade de Estatística *foi bem, conseguiu dos melhores testes.*

No final de Setembro de 1997 quando a Vera realiza a primeira aplicação da E.C.D.L. tem um resultado que coloca o seu desempenho no estádio operatório concreto e um desempenho na tarefa habitual do pré-teste situado no nível elevado. Quando, sensivelmente um mês e meio depois realiza a tarefa habitual de pós-teste o seu nível na tarefa habitual situa-se no nível fraco. No final de Maio, quando realiza a E.C.D.L. pela segunda vez, o seu desempenho situa-se no estádio intermédio.

No início do trabalho empírico a Paula e a Vera estão em estádios de desenvolvimento lógico igual e em diferentes níveis da tarefa de pré-teste o que permite formar uma díade de Tipo 3. O padrão a que pertence é o VIIe (Figura 8, D11).

Tal como todas as díades, a Paula e a Vera gostaram de ser gravadas, não se podendo inferir, pelo à vontade com que estavam na sala, que tenham ficado inibidos com o gravador. No final pediram para ouvir a gravação da interacção.

6.2. Análise da interacção

A análise da interacção entre a Paula e da Vera referente à primeira parte da tarefa indica-nos que as duas alunas foram co-elaborando por consentimento uma estratégia de resolução na forma de um texto escrito, recorrendo exclusivamente a conhecimentos sociais. Na primeira parte da tarefa, as alunas não utilizaram qualquer tipo de conhecimentos estatísticos leccionados nesta unidade, embora na fala 5 a Vera tenha referido a necessidade de *fazer uma estatística...para mostrar que se fica com menos população*. Contudo, esta ideia acaba por não ser concretizada pelas alunas.

(...)

3. V.: *Então como é que a gente fazia para que não houvesse guerra? Tentávamos acabar com a guerra, mas como?*

4. P.: *O problema é as mortes e ficar com menos população.*

5. V.: *Então como a gente fazia para acabar com a guerra? Podíamos fazer pondo uma Estatística.*

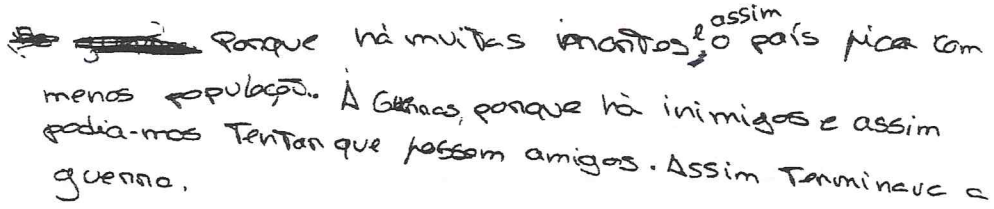
6. P.: *Sim, mas como?*

7. V.: *Olha para mostrar que fica com menos população, porque há muitas guerras, não é?*

8. P.: *Mas como fazemos a estatística da média e isso assim.*

9. V.: *Também não sei. O melhor é fazermos uma redacção de como fazíamos para acabar com as guerras.*

(...)



É a Vera quem inicia a estratégia e que sugere o recurso a uma *estatística*, mas a Paula não a ajuda a desenvolver este argumento, propondo algo de novo. Pelo contrário, questiona-a acerca de como seria possível concretizar essa *estatística*. A dificuldade em operacionalizar esta estratégia faz com que seja rapidamente abandonada por ambas, demonstrando uma falta de persistência no materializar da ideia da Vera. O facto da Paula não conseguir expandir a ideia da Vera pode ser o resultado de uma fraca apropriação de conhecimentos estatísticos, como constatamos com a continuação da interacção. No entanto, apesar deste facto empobrecer a discussão que as alunas podem ter, não impede a Paula de participar empenhadamente na construção da intersubjectividade que irá dar origem à resolução da tarefa. Esta situação ilustra como "quando os alunos se envolvem pessoalmente na tarefa conseguem níveis de desempenho mais elevados" (Grossen e Perret-Clermont, 1984, p. 54).

Na segunda parte da tarefa verifica-se que, mais uma vez, é a Vera quem lê o enunciado, mas é a Paula quem propõe a estratégia que vão utilizar. Mais uma vez as alunas co-elaboram por consentimento o que vão fazer, o que de acordo com Gilly, Fraisse e Roux (1988), significa que a Paula [fala 12] traça a estratégia que vão utilizar e que a Vera, sem desacordo, a escuta [fala 13] e lhe dá *feedbacks* positivos *então vamos fazer*. Na fala seguinte, a Paula assume que é a colega quem tem o estatuto de melhor aluna quando diz, *faz tu* [fala 14] e na sequência da interacção observamos que não se apropriou correctamente do procedimento para o cálculo da média, ao confundi-lo com o da mediana. O facto de estar a trabalhar colaborativamente cria-lhe a oportunidade da colega trabalhar na sua zona de desenvolvimento proximal (Z.P.D.). Como Vygotsky (1962, 1978) afirmou, aquilo que as crianças fazem hoje com auxílio de um par mais competente, saberão mais tarde fazer sozinhas, ou seja, aquilo que hoje é desenvolvimento potencial tenderá a tornar-se desenvolvimento real. Assim, quando a aprendizagem se faz na Z.P.D. dos alunos o próprio desenvolvimento tende a ser implementado, conseguindo-se desta forma atingir-se um dos principais objectivos dos actuais documentos de política educativa: o desenvolvimento de capacidades e aptidões (Abrantes, Serrazina e Oliveira, 1999; Ministério da Educação, 1991; National Council of Teachers of Mathematics, 1991).

Apesar da Paula não saber o algoritmo da média consegue responder adequadamente à segunda parte da tarefa. No entanto, neste episódio é nítido que o facto de estar a trabalhar colaborativamente é o elemento facilitador para que a Paula continue o seu desempenho. Ela não sabe como se calcula a média, mas o seu par esclarece-a. Resolvido, assim, o aspecto computacional da tarefa, a Paula é capaz de continuar a raciocinar sobre o que é pedido, respondendo correctamente à segunda parte da questão. Se esta aluna estivesse a trabalhar individualmente, quando confrontada com o facto de não saber calcular a média, tal como era pedido, é bem provável que acabasse por abandonar a tarefa.

(...)

13. V.: *Temos que fazer a média dos salários.*

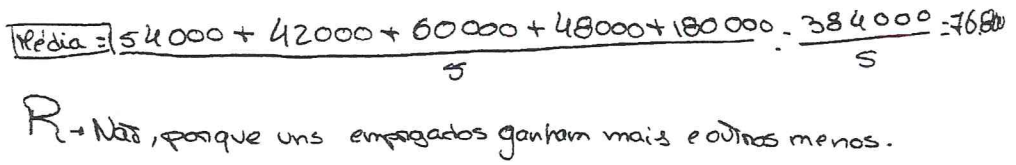
14. P.: *Não sei como se faz a média*

15. V.: *Então somas tudo e depois divides pelo número dos salários.* [realiza os cálculos na calculadora]. *Dá 76 mil e 800. O que achas, eles vão ou não estar de acordo?*

16. P.: *Eu acho que não vão estar de acordo porque uns empregados ganham mais e outros ganham menos, e tu?.*

17. V.: *Pois, também acho. Eles não ganham todos o mesmo.*

(...)



O excerto anterior mostra-nos que o facto da tarefa ter uma marcação social ajudou as alunas a resolverem-na correctamente, pois o que orientou a sua resposta não foi a assimetria da distribuição, mas sim a diferença entre os salários, ou seja, o seu aspecto social.

Na fala 22 da Paula verificamos que ela está familiarizada com o procedimento para o cálculo da mediana. No entanto, na fala 26, constatamos que este conhecimento é computacional, uma vez não lhe permite ultrapassar o aspecto social e concreto presente na tarefa.

(...)

22. P.: *Agora temos que fazer a mediana.*

23. V.: *Sabes como se* faz a mediana?

24. P.: *Sei, tens de meter por ordem e depois vês o número que está no meio. Aqui era... 54.*

25. V.: *Sim, agora qual achas que era a opinião dos empregados?*

26. P.: *Então, se era escudos por mês estava bem. Acho que sim, cada um tem um salário. É bom. A opinião dos empregados seria boa em relação à média.*

27. V.: *Mas porquê que era bom em relação à media?*

28. P.: *Porque é bom ter um salário.*

29. V.: *Não é por isso. É porque a mediana, que é 54, é menos do que a média que dá mais é 76 e 800.*

30. P.: *Então, a opinião dos empregados é que a mediana é pior em relação à média?*

31. V.: *Pois, é pior porque ganham menos salário. Por isso é pior.*

32. P.: *Então podes escrever isso.*

(...)

Escolheria a média, porque os empregados desta empresa tinham o salário maior do que a mediana.

Pelo excerto anterior vemos que a Paula, na sua análise da tarefa, se baseia nos aspectos sociais concretos dos salários, *Cada um tem um salário. É bom* [fala 26 da Paula] *Porque é bom ter um salário* [fala 28 da Paula]. Por sua vez, a Vera tenta introduzir na discussão uma dimensão que contempla conteúdos estatísticos. Nomeadamente, quando procura alargar o argumento da colega para a diferença entre ambos os parâmetros estatísticos, a média e a mediana, *Não é por isso. É porque a mediana, que é 54, é menos do que a média que dá mais é 76 e 800.* [fala 29 da Vera]. Na fala seguinte a Paula acrescenta uma informação ao argumento da Vera, mas que não é suficiente para ultrapassarem o contexto social dos salários, *a opinião dos empregados é que a mediana é pior em relação à média?*, e analisarem-nos de acordo com uma conjugação entre os dois aspectos: o social, as questões relacionadas com os aspectos sociológicos relacionados com o trabalho; e estatísticos, decidir qual o parâmetro mais adequado para representar a distribuição daqueles salários.

Esta dificuldade das alunas relacionarem ambas as dimensões, social e estatística, presente na tarefa talvez seja o resultado de apresentarem desempenhos na E.C.D.L. típicos do estádio operatório concreto. Assim, os sujeitos não dominam raciocínios característicos do pensamento hipotético-dedutivo, o que ainda não lhes permite relacionar simultaneamente diversas hipóteses para analisar uma determinada problemática. Este facto pode ajudar a compreender a dificuldade da Paula e da Vera em ultrapassarem os aspectos concretos impostos pelos valores dos salários.

As alunas não conseguem resolver a terceira parte da tarefa, apesar de haver um esforço da Vera para incentivar a colega a persistir na sua resolução.

(...)

30. V.: *Agora vamos fazer a 3. A média de quatro números é 25... qual é o número que falta? Olha então temos que fazer a média... é por os números todos e dividir pelo total. Não sei se é por 4 ou por 5.*

31. P.: *Não percebo como se faz.*

32. V.: *Pensa lá que eu também não sei.*

33. P.: *Então mete duas vezes o 25, porque está aqui o 25 duas vezes.*

34. V.: *Então temos que meter...não sei não sei.*

35. P.: *Então mete duas vezes o 25.*

36. V.: *Mas como?*

37. P.: *Soma duas vezes o 25.*

38. V.: *Mas para quê? E somo a quê?*

39. P.: *Não sei, mas como estão aqui dois 25...*

40. V.: *Mas, um é dos números e outro é o que dá a média.*

41. P.: *Ah!*

42. V.: *Não sei para que queres somar duas vezes o 25.*

43. P.: *Era porque havia aqui dois.*

44. V.: *Mas é coisas diferentes. Pensa lá como podemos fazer...*

45. P.: *Não sei, não sei. Não tenho nenhuma ideia.*

46. V.: *Eu também não.*

47. P.: *Então passamos para a outra.*

(...)

No excerto da interacção anterior constatamos como a dificuldade das alunas em delinear uma estratégia associada a uma falta de persistência, origina uma desistência precoce da mesma. No início, verificamos que a Paula começa a esboçar uma estratégia aritmética *Então mete duas vezes o 25, porque está aqui o 25 duas vezes* [fala 33 da Paula]. No entanto, a Vera não percebe o seu raciocínio *Então temos que meter* [fala 34 da Vera] e ao não conseguir perceber a estratégia da colega, e na ausência de uma estratégia alternativa sua, assiste-se a um abandonar da tarefa *...não sei, não sei* [fala 34 da Vera]. A Paula ainda procura que a colega compreenda o seu raciocínio *Então mete duas vezes o 25* [fala 35 da Paula], mas sem sucesso, porque também não tem um argumento suficientemente convincente para a Vera *Mas para quê? E somo a quê?* [fala 38 da Vera] e quando esta lhe pede para a esclarecer acerca do seu raciocínio somos confrontados com a dificuldade da Paula em perceber a sua própria estratégia *Não sei, mas como estão aqui dois 25* [fala 39 da Paula].

Esta situação permite-nos constatar como os argumentos das duas alunas não desencadearam uma situação de conflito sócio-cognitivo. Como referem Baudier, Nanty e Trottmann (1988) "a interacção sócio-cognitiva permite aos sujeitos encontrar os elementos pertinentes para a compreensão do problema e, ao mesmo tempo, desenvolver a estratégia e os procedimentos mais relevantes à sua resolução" (p. 18). Neste caso, a Vera compreende que não se pode somar uma das frequências absolutas com o resultado que dava a média. Porém, ao não ser capaz de propor uma estratégia alternativa quando rejeita a hipótese da Paula e ao assumir por diversas vezes uma atitude de insegurança, desistência e pedido de colaboração [falas 32, 34 e 44], acaba por arrastar a Paula para uma posição de dúvida e desconforto, que a leva também a desistir.

Neste episódio faltou um líder que sugerisse uma estratégia de resolução de forma clara ou, então, uma maior capacidade de co-construir uma resolução, por parte dos dois elementos da díade. Esta ausência levou a Paula e a Vera ao abandono da tarefa, apesar de não a terem resolvido, o que nos pode indicar que quanto aos seus traços de personalidade esta díade não tinha as características mais facilitadoras para o estabelecimento de uma interacção rica.

A quarta parte da tarefa pedia aos alunos para avaliar o que poderia estar mal num gráfico e, por fim, a díade teria de construir o gráfico como pensavam que era a forma mais correcta. A Vera é quem inicia a resolução da tarefa, começando por ler a informação presente nos dois gráficos existentes na figura, enumerando os aspectos que considera estarem incorrectos. A Paula ao aceitar o que a colega vai propondo dá origem uma dinâmica de interacção de co-elaboração por consentimento (Gilly, Fraisse e Roux, 1988), que vai originar a estratégia de resolução da díade,

(...)

48. V.: *Esta já é mais fácil, tem aqui os gráficos... aqui está mal, olha lá* [referindo-se ao segundo gráfico]. *Este está mal.*

49. P.: *Pois.*

50. V.: *Este está certo* [aponta para o primeiro gráfico]

51. P.: *Sim*

52. V.: *Sim, mas aqui os números não estão bem...*[eixo das ordenadas do primeiro gráfico]

53. P.: *Mas onde eles foram buscar o 20?*

54. V.: *Pois, falta um número ou então está mal...faltam números.*

55. P.: *Não, não falta. Aqui era um 10 em vez de ser o 20* [no eixo das ordenadas depois de existir o valor 19, referente à temperatura].

56. V.: *Vamos fazer. Eu faço como o primeiro.* [A Paula olha para a colega].

15 + 25 + 30 + 10 = 100 ÷ 4 = 25

O excerto do episódio anterior mostra-nos que a atitude da Paula não é passiva, uma vez que vai acompanhando o raciocínio da Vera e, quando não percebe o desenvolvimento que a colega está a imprimir à resolução a questiona, como acontece na fala 53 da Paula *Mas onde eles foram buscar o 20?*. As alunas vão detectando algumas das incorrecções presentes nos dois gráficos, comparando-os. No final, a Vera revela alguma liderança cognitiva, ao assumir que desenhará o gráfico. Porém, a Paula também não contraria a decisão da colega e não irá interferir até que a Vera dê o gráfico por terminado.

6.3. Reflexões gerais

Na interacção da Vera e da Paula encontramos alguns aspectos que, de certa forma, a distinguem das restantes que analisámos: ausência de momentos ricos onde os dois elementos da díade desenvolvem uma estratégia de resolução, apesar de não se encontrar uma liderança clara e forte de algum dos elementos. Uma outra situação presente é o facto das duas alunas serem pouco persistentes na tarefa, talvez devido a algum desinteresse pela disciplina de Matemática, associado a uma fraca apropriação dos conteúdos da unidade de Estatística por parte da Paula, como verificamos pelo seu nível de desempenho na tarefa de pré-teste.

Porém, o facto de a Paula ter tido a oportunidade de trabalhar colaborativamente com a Vera, um par mais competente (Vygotsky, 1962, 1978) pode ajudar a explicar os seus progressos no pós-teste. Contudo, para a Vera, esta situação veio a revelar-se negativa, pois não conseguiu, aparentemente, beneficiar com o facto de ter trabalhado com uma colega com um estatuto académico inferior ao seu, como refere a professora quando fala da Paula, *é uma aluna com*

dificuldades em seguir o que se passa nas aulas... detesta ir ao quadro. Por seu lado, a Vera é *uma aluna razoável*. Esta aluna é ainda descrita como alguém que *se trabalhasse mais podia conseguir melhores notas*, o que aponta para a mesma falta de persistência que encontramos ao longo desta interacção.

Assim, neste caso, o que dificulta o processo interactivo desta díade não são as características de cada um dos elementos quanto ao desenvolvimento lógico e desempenho estatístico, são antes características de personalidade, que não foram consideradas neste plano empírico. Contudo, sabemos que são também um elemento a considerar pelas evidências empíricas encontradas no projecto *Interacção e Conhecimento*, no nível da investigação-acção, que está ser implementado desde há 7 anos.

CAPÍTULO 8

CONSIDERAÇÕES FINAIS

1. Balanço do Trabalho

O problema tratado nesta investigação consistia em estudar e compreender qual o papel das interacções entre pares no desenvolvimento lógico e no desempenho estatístico de alunos do 7º ano de escolaridade, que frequentavam duas escolas da grande Lisboa. Para investigar esta questão, elaborou-se um plano empírico em que os sujeitos respondiam a uma escala de desenvolvimento lógico e realizavam tarefas habituais (pré-teste e pós-teste) e não-habituais de estatística (utilizadas durante as sessões de trabalho colaborativo). O plano do trabalho era o de um estudo *quasi experimental*, em que após uma etapa de pré-teste se procedia a uma intervenção (sessões de trabalho colaborativo; e uma discussão geral entre toda a turma e a investigadora), seguido de um momento de pós-teste. Assim, foi possível efectuar algumas análises de índole quantitativa, mas dada a complexidade do fenómeno em estudo pareceu-nos também essencial proceder a análises mais qualitativas, nomeadamente à interpretação de alguns protocolos, incluindo as gravações que tinham sido registadas em áudio para uma posterior transcrição.

O resultado mais saliente de toda a investigação é o papel facilitador que o trabalho colaborativo tem na promoção dos desempenhos dos sujeitos quanto ao

seu desenvolvimento lógico e aos conteúdos estatísticos abordados neste ano de escolaridade. Este aspecto é confirmado pelo teste de Jonkheere (1954), que apresenta sempre resultados significativos ou muito significativos quando comparamos as evoluções dos sujeitos que integravam o grupo experimental, ou seja, aqueles que trabalhavam colaborativamente durante três sessões e que participavam na discussão geral com a investigadora, e o grupo de controlo, em que apenas respondiam à prova de desenvolvimento lógico, ao pré-teste e ao pós-teste. Assim, em qualquer dos anos lectivos considerados e para os dois critérios, são os alunos que puderam trabalhar colaborativamente aqueles que apresentam progressos mais nítidos.

Por outro lado, as análises que fizemos das respostas que os alunos deram no pré-teste e no pós-teste reforçam esta constatação, ou seja, quando os sujeitos que integram cada um dos grupos respondem ao pré-teste, o número de respostas incorrectas ou em branco é muito semelhante nos dois grupos. Porém, quando se analisam as respostas do pós-teste, verificamos que os alunos do grupo experimental apresentam uma menor percentagem de respostas incorrectas ou em branco. Assim, o facto de terem trabalhado em díade durante as três sessões de trabalho colaborativo facilitou a apropriação de conhecimentos e a mobilização de competências estatísticas, nomeadamente porque há estratégias que são descobertas através de uma co-elaboração e que os alunos se revelam capazes de continuar a utilizar quando voltam a trabalhar individualmente, em tarefas de tipo habitual, como acontece no pós-teste. Deste modo, os progressos conseguidos são estáveis no tempo, ou seja, não se limitam aos desempenhos conseguidos nas sessões de trabalho colaborativo. Manifestam-se também nos desempenhos do pós-teste, que se realiza cerca de um mês e meio após o pré-teste.

No que se refere ao desenvolvimento lógico, os progressos não são tão diferenciados entre os dois grupos, o que não é de estranhar se tivermos em conta que este mesmo desenvolvimento irá ocorrendo por acção de elementos diversos e não sofre uma influência tão determinante da educação formal como a apropriação de conhecimentos estatísticos. Como tal, embora ainda sejam os sujeitos que

fazem parte do grupo experimental aqueles que mais progridem quanto ao seu desenvolvimento lógico, há também sujeitos do grupo de controlo para quem esses progressos se verificam, de acordo com as leis gerais do desenvolvimento.

Em qualquer dos casos temos ainda que considerar que havia sujeitos que já não poderiam progredir quanto ao seu desempenho estatístico — caso dos que já tinham obtido o nível máximo de desempenho no pré-teste e que seria pouco provável que ainda o fizessem — caso dos que já tinham desempenhos lógicos avançados para a sua idade e nível de escolaridade, por muito que as idades e o ano de escolaridade sejam apenas indicadores, logo susceptíveis de sofrerem flutuações.

Tendo em consideração todos estes elementos, existirem progressos em 85% das díades consideradas, numa amostra de 136 díades (grupo experimental) parece-nos um resultado que abre um leque de possibilidades de actuação que importa analisar e discutir.

Este facto é tanto mais relevante quanto é certo que é corroborado por muitas investigações realizadas até hoje, tanto em Portugal como noutros países. Não se trata, por isso mesmo, de algo que deva ser interpretado isoladamente. Antes podemos falar de um movimento, iniciado na década de 70, com os estudos pioneiros de Doise, Mugny e Perret-Clermont (1975, 1976) e que foi continuado por diversos investigadores. Como tal, podemos falar de um percurso de aprendizagem, que se nota numa compreensão mais aprofundada dos mecanismos inerentes às interacções sociais, da necessidade de assumir uma perspectiva cada vez mais sistémica e ecológica, em que os alunos não são vistos como uma unidade de análise isolada, mas antes como participantes de uma comunidade educativa, em que o contexto de realização das tarefas, as instruções de trabalho, a natureza das tarefas, o estatuto de quem as apresenta e de quem as resolve, os contratos didácticos ou experimentais existentes, os meta-contratos que os regem, são elementos fundamentais para compreender e interpretar uma realidade que se afigura complexa e dinâmica.

O facto dos progressos serem tão massivos levou-nos a ter mais dificuldade em identificar o(s) tipo(s) de díade que se afiguravam mais facilitadores de progressos por parte dos alunos. Assim, não há um tipo de díade que claramente se destaque quando analisamos os quadros referentes aos progressos conseguidos entre a primeira e a segunda aplicação da prova de desenvolvimento lógico, entre o pré-teste e o pós-teste ou as figuras que se referem aos diversos padrões de desempenho das díades. Nota-se uma leve tendência para que as díades assimétricas promovam mais progressos quanto ao desempenho estatístico, mas o que é mais saliente é, como já foi dito, o facto de todos os tipos de díades, ou seja, o trabalho colaborativo aplicado com os cuidados necessários no que se refere à coerência entre a natureza das tarefas, as instruções de trabalho e o contrato experimental estabelecido, ser profundamente facilitador da promoção do desenvolvimento lógico e dos desempenhos estatísticos dos sujeitos.

O nosso próprio trabalho é também ele fruto de um percurso de desenvolvimento pessoal e profissional, no sentido em que houve uma evolução que foi sendo feita ao longo destes anos: quando nos dedicámos à formação inicial e contínua de professores de Matemática, o que implica um momento de reflexão e de viragem em algumas das opções de investigação feitas até então devido a termos uma formação de base em Psicologia; quando passamos a integrar uma equipa que há cerca de 15 anos estuda as interacções sociais e o seu papel na apropriação de conhecimentos e mobilização de competências matemáticas; o facto de experimentarmos, desde esse data, o que é trabalhar colaborativamente e podermos apreciar, em nós próprios, as potencialidades desta forma de trabalho; quando optámos por inserir a dissertação de doutoramento no projecto *Interacção e Conhecimento*, começando então um trabalho que tinha já um antes e que tudo faria prever que teria igualmente um depois.

Os resultados desta investigação estão inseridos no nível 1 do projecto *Interacção e Conhecimento*, ou seja, contribuem para o estudo detalhado dos mecanismos em jogo quando se estabelecem interacções entre pares, tendo por

base tarefas que apelam para conhecimentos estatísticos. Tratando-se de um nível de micro-análise, pretende-se que sirva para reforçar a consistência entre o quadro de referência teórico que pretendemos ir construindo, num constante movimento de vai vem entre as práticas e a conceptualização. Isto equivale a assumir uma posição em que as teorias não são tomadas como um todo acabado, mas antes como ferramentas de que nos podemos servir para compreender a realidade. Nesse sentido, os constructos também são encarados como dinâmicos, o que nos leva, por exemplo, a falar de zona proximal de desenvolvimento mas a reconhecer que não é preciso interagir com um par mais competente, nem sequer se pensarmos exclusivamente no domínio da Estatística, para podermos progredir. Por isso mesmo, podemos afirmar que é da riqueza resultante dos diversos trabalhos simultaneamente em curso, entre eles o nível 2 do projecto, que já é um nível de intervenção-acção, que resulta a possibilidade de ir desconstruindo obstáculos e dificuldades e reconstruindo formas de actuação que permitam criar cada vez condições mais adaptadas para podermos tentar promover o pleno desenvolvimento dos alunos e o seu sucesso escolar.

Trabalhos anteriores efectuados com alunos portugueses indicavam já as potencialidades do trabalho em díade na promoção de desempenhos matemáticos (César, 1994). Permitiram também encontrar uma evidência empírica para a necessidade de ter critérios na formação das díades, na concepção das tarefas propostas e nas instruções de trabalho fornecidas que facilitassem o aproveitamento das potencialidades desta modalidade de interacção. Na actual investigação podemos partir do ponto em que a anterior tinha ficado, conjugando no nosso plano de trabalho aspectos que interessava estudar detalhadamente e que vinham deste primeiro estudo e das questões que nos iam surgindo no nível de investigação-acção, nomeadamente quanto ao papel desempenhado pela discussão geral, que é um aspecto que os professores indicam como essencial quando se trabalha de forma colaborativa na sala de aula.

Trabalhar num projecto permitiu-nos também contactar com as questões relacionadas com o ensino da Estatística de uma dupla perspectiva: a da literatura

que consultámos; a dos professores de Matemática que fazem parte da equipa e que nos fizeram reflectir sobre as questões que se lhes afiguram significativas no que se refere a este conteúdo. Daí termos retomado a diferenciação entre tarefas habituais e não-habituais (César, 1994), pois se a literatura defende de forma clara — e há muito anos! — a necessidade de recorrer à análise exploratória de dados (Batanero, 1999b; Cobb, 1999; Scheaffer, 2000; Tuckey, 1977), a tarefas que tenham em conta os contextos e a problemas abertos (Watson e Moritz, 2000), a verdade é que o que nos foi dado observar nas aulas a que assistimos privilegia essencialmente o cálculo, a mecanização de algoritmos e procedimentos, raramente fazendo apelo à necessidade de ter em conta o contexto para poder resolver a tarefa. Assim, parece-nos existir uma grande distância entre o que a literatura, incluindo os documentos de política educativa, preconiza e entende como mais adaptado ao ensino da Estatística e o que são as práticas dos professores.

Contudo, quando se confrontam os alunos com tarefas mais estimulantes, instruções de trabalho que apelam para o trabalho colaborativo, estabelecendo um contrato experimental inovador, verificamos existirem grandes diferenças entre as descrições que os professores fazem dos alunos mais desmotivados (geralmente designados como preguiçosos pelos professores), com dificuldades de aprendizagem e comportamentos disruptivos e o que se passa nas sessões em que trabalham connosco. Aí, revelam-se empenhados, dispostos a aprender — apesar daqueles conteúdos já terem sido avaliados e, por isso mesmo, nem sequer irem contar eventualmente para uma melhoria de nota na disciplina de Matemática, ou seja, não existiam contrapartidas académicas — e até disponíveis para trabalharem em tarefas estatísticas num horário extra-curricular, que por vezes os faziam ficar até bastante mais tarde na escola ou ter de vir muito mais cedo.

Esta constatação não pode ser encarada como algo de menor importância, pois corrobora aquilo que César e seus colaboradores referem tanto em relação aos estudos *quasi experimentais* já efectuados (César, 1994), quer em relação ao nível de investigação-acção do projecto, onde este fenómeno é ainda mais

massivo (César, 2000b, 2000c). Assim, tratando-se de uma disciplina com altos índices de insucesso e rejeição, descobrir formas de trabalho que os levem a ter uma atitude mais positiva face à Matemática é um aspecto importante a ter em consideração.

Por tudo o que até agora foi dito, para que se consiga promover o desenvolvimento lógico e os desempenhos estatísticos com base no trabalho colaborativo é preciso não descurar o papel que a natureza da tarefa e as instruções de trabalho também têm nos desempenhos dos alunos e na sua aderência às tarefas que lhes propomos. Outros autores tinham já encontrado resultados semelhantes, afirmando mesmo que há fortes indícios de que, muitas vezes, os alunos não são suficientemente desafiados pelos professores para fornecerem respostas mais estruturadas (Watson e Moritz, 1999). Como tal, o facto de termos obtido desempenhos melhores do que os que os professores nos descreveram não deve ser encarado como um acontecimento estranho, mas antes como algo que seria previsível face à revisão de literatura efectuada e à concepção do próprio plano empírico. O que permanece em aberto é a forma de tornar estes resultados mais disseminados na comunidade de educadores matemáticos entendida num sentido muito lato, ou seja, englobando os diversos professores que se dedicam ao seu ensino.

Outra questão que se torna patente neste trabalho é a riqueza dos processos interactivos quando se promovem interacções entre pares tendo em consideração os aspectos já citados. Neste caso, os sujeitos têm de gerir um duplo processo: social, porque têm de conseguir estabelecer e manter uma interacção entre pares, ou seja, têm de decidir quando concordam, quando contra-argumentam, quando cedem, quem lidera, etc.; por outro lado, são confrontados com processos de raciocínio e estratégias de resolução diferentes dos seus e este facto fá-los ter acesso a uma possibilidade de enriquecimento do seu repertório de competências, que de outro modo não existiria.

Além disso, entre pares é mais fácil expor dúvidas, assumir desconhecimento de conteúdos, dizer que se precisa de mais tempo para pensar,

emendar algo que se percebeu que não é correcto, encontrar quem nos ajude a completar uma ideia que tivemos mas que não somos capazes de levar até ao fim. Trabalhar entre pares facilita o estabelecimento de uma intersubjectividade, sendo então possível atribuir significado a tarefas que até aí lhes pareciam destituídas dele. Por isso mesmo, trabalhar colaborativamente cria a oportunidade de alargar os momentos de apropriação do conhecimento matemático.

Na literatura que consultámos, incluindo os documentos de política educativa, os trabalhos em grupo aparecem frequentemente referidos como constituindo a forma ideal de trabalhar conteúdos estatísticos (Abrantes, 1994; Batanero, 1999a). Contudo, nenhum dos professores que observámos (n=25), durante dois anos lectivos e em duas escolas diferentes, recorreram ao trabalho de grupo nesta unidade, o que pode revelar algum desconforto por parte dos professores em implementar este tipo de trabalho. Este facto pode também ajudar a explicar o impacto que o trabalho colaborativo teve para estes alunos e os resultados francamente favoráveis que observamos quanto aos progressos dos seus desempenhos.

Vygotsky (1962, 1978) realçou que o saber é social antes de ser pessoal e que quando se trabalha na zona proximal de desenvolvimento de uma criança se pode promover o seu desenvolvimento, pois transforma-se em desenvolvimento real aquilo que era desenvolvimento potencial. Em diversos excertos dos protocolos que analisamos se pode constatar que os alunos estão ambos a trabalhar na sua zona proximal de desenvolvimento, co-elaborando resoluções, muitas vezes por co-construção (Gilly, Fraisse e Roux, 1988), o que lhes permite apropriar conhecimentos, nomeadamente relacionais (Skemp, 1978) em vez de apenas recorrem a algoritmos e a procedimentos de uma forma mecânica, não indo além do que este autor designa por conhecimentos instrumentais. Como tal, a análise detalhada das interacções estabelecidas, permite-nos compreender como funcionam as dinâmicas de interacção, ao mesmo tempo que apontam para a necessidade de ter critérios cada vez mais finos, para a formação das díades.

Por tudo o que foi dito, verificamos também que o trabalho em díade constitui uma das hipóteses possíveis para que se atinjam os objectivos mais ambiciosos dos actuais currículos do ensino básico e documentos de política educativa: desenvolver atitudes mais positivas face à Matemática, promover o pleno desenvolvimento dos alunos, incluindo a sua socialização e o seu sucesso escolar, aumentando o nível de literacia. Trabalhar colaborativamente pode, como objectivo último, contribuir para que os princípios da escola inclusiva deixem de ser apenas ideias e passem a ser práticas que funcionam nas nossas escolas, pois foi nítido que nenhum dos alunos se negou a trabalhar com o par designado, pelo que não existiram alunos rejeitados; que todos afirmaram ter gostado de resolver estas tarefas; que muitos deles pediram aos professores para trabalharem desta forma nas aulas de Matemática, o que não estava previsto no plano empírico; que muitos dos alunos apontados como pouco empenhados e que rejeitavam a Matemática tiveram desempenhos estatísticos superiores aos que habitualmente tinham nas aulas de Matemática.

Se este fosse um estudo isolado, poderíamos pensar que, em apenas três sessões de trabalho, efectuadas com uma investigadora, os resultados tinham sido estes, mas que tudo mudaria quando se passasse às práticas de sala de aula. Porém, como o nível 2 do projecto está em curso há 7 anos, sabemos que estes resultados são também visíveis quando se implementa esta forma de trabalho durante pelo menos um ano lectivo completo. Assim, a inequívoca aderência dos alunos ao trabalho em díade, o facto de ele estar muito bem adaptado às exigências da sociedade actual, que realçam a necessidade de se trabalhar em equipa, tornam particularmente interessante este domínio de estudo, alertando-nos para as suas potencialidades na preparação de uma cidadania plena.

A Estatística aparece também frequentemente focada como um domínio que permite uma forte ligação ao real, por regular uma parte da vida de todos os cidadãos, pelo menos nas sociedades ocidentais. A necessidade de ser crítico face à imensa informação disponível, de saber tomar decisões e de saber comunicar estatisticamente é realçada como algo essencial por diversos autores (Almeida,

2000; Lajoie, Jacobs e Lavigne, 1993; Shaughnessy, 1996). A conjugação do trabalho colaborativo com a apropriação de conhecimentos estatísticos e com a mobilização de competências neste domínio parece-nos poder ser particularmente frutuosa, como se pode depreender dos resultados que obtivemos na presente investigação.

2. Sugestões para Investigações Futuras

Como já afirmámos, este trabalho tem um passado e esperamos que tenha um futuro, quer no que se refere ao nosso próprio trabalho de investigação quer para outros elementos da nossa equipa de trabalho e demais investigadores. Assim, há aspectos que julgamos interessante estudar ou aprofundar em futuras investigações.

Nesta investigação cingimo-nos ao 7º ano de escolaridade, embora a Estatística e as Probabilidades sejam também abordadas noutros níveis de ensino. Como tal, pensamos que seria frutuoso analisar os contributos do trabalho colaborativo em relação a outros anos de escolaridade e a outros conteúdos. Inerente a este domínio está também a necessidade de investigar de forma mais detalhada o papel da natureza das tarefas propostas nos progressos conseguidos em relação aos desempenhos dos alunos.

Por outro lado, o trabalho colaborativo é essencial na implementação do trabalho de projecto, que frequentemente também aparece referido pelos autores que estudam o ensino da Estatística. No entanto, os estudos que lemos até agora, não analisam de forma detalhada os critérios de formação dos grupos nem os processos interactivos que decorrem desta forma de trabalho. Porém, tratando-se o trabalho de projecto de uma forma de trabalho particularmente bem adaptada à Estatística, seria interessante fazer uma investigação que relacionasse esta forma de trabalho com o trabalho colaborativo.

Nas investigações que realizámos até agora no nível 1 do projecto *Interacção e Conhecimento* apenas considerámos de forma nítida critérios de índole cognitiva, tendo havido um tratamento menos aprofundado dos de índole afectiva. Assim, neste campo há também um leque de investigações a realizar e que nos permitirão compreender melhor o papel da dimensão afectiva nos desempenhos académicos dos alunos.

Diversos autores têm salientado o papel da discussão geral na apropriação do conhecimento. Contudo, poucas investigações foram até hoje realizadas neste âmbito, nomeadamente para compreender o papel que o contrato didáctico joga na forma como esta mesma discussão geral decorre, na sua eficácia para promover os desempenhos dos alunos ou a sua auto-estima. Compreender mais detalhadamente os mecanismos em jogo num processo deste tipo, as expectativas dos diversos parceiros da cena educativa, como elas se constroem e alteram, seria um contributo relevante para a promoção do sucesso escolar.

Até agora temos distinguido o estatuto de quem apresenta as tarefas no nível 1 do projecto e no nível 2, ou seja, quando se trata de estudos *quasi experimentais* as tarefas das sessões de trabalho colaborativo têm sido apresentadas por uma investigadora e no nível de investigação-acção pelo professor dessa turma, ao longo das suas práticas de sala de aula. Contudo, visto o estatuto de quem apresenta a tarefa não ser neutro para os desempenhos dos alunos, seria interessante fazer estudos *quasi experimentais* em que as tarefas fossem apresentadas pelo professor.

No que refere aos processos interactivos em si, há detalhes que podem ser estudados, como o modo de resolução dos conflitos sócio-cognitivos em diferentes tipos de díades; o papel da linguagem (riqueza vocabular, capacidade de argumentação; capacidade de comunicar matematicamente; capacidade de negociar significados) que poderiam ser estudados de forma mais fina. Neste caso, também seria possível estudar de forma mais aprofundada as estratégias de resolução dos alunos, nomeadamente as influências dos conhecimentos de tipo

social na resolução de tarefas estatísticas que implicassem uma análise do contexto em que os dados foram recolhidos.

Actualmente discute-se a necessidade de tornar o ensino profissional mais amplo face ao crescente alargamento da escolaridade obrigatória e à necessidade de mão de obra especializada. Até agora, os estudos que efectuámos apenas contemplaram alunos do ensino regular diurno. Porém, seria interessante estudar os contributos do trabalho entre pares nos escolas profissionais, nomeadamente na Matemática, pois os alunos que frequentam este tipo de ensino têm muitas vezes um passado de insucesso nesta disciplina, o que os leva a rejeitá-la e a encará-la como uma obrigação. O trabalho colaborativo poderia, por isso mesmo, dar contributos valiosos neste tipo de ensino, que seria interessante investigar, nomeadamente implementando projectos de investigação-acção.

3. Recomendações

A investigação realizada permitiu compreender a relevância da natureza das tarefas na aderência que as mesmas provocam, no empenho dos alunos, na qualidade dos argumentos apresentados quando interagem. Por tudo isso, no que se refere à Estatística, as actividades a desenvolver com os alunos deveriam incluir aquilo que de mais significativo pode ser feito com estes conteúdos, nomeadamente actividades que desenvolvam a capacidade de proceder a análises críticas da informação vinculada, a escolha entre parâmetros estatísticos que melhor representam uma determinada distribuição, ou a planificação e execução de um trabalho estatístico e não apenas exercícios de aplicação de algoritmos ou procedimentos. Nesta investigação, apesar de contarmos apenas com três sessões de trabalho colaborativo e em que os alunos resolviam tarefas não-habituais, os progressos nos seus desempenhos foram notórios. Assim, o que desejamos é que aquilo que (ainda) designamos por tarefas não-habituais sejam, em estudos

futuros, designadas por tarefas habituais, ou seja, que este tipo de tarefas passem a fazer parte efectiva das práticas de sala de aula.

Os temas que se podem explorar em Estatística, neste nível de escolaridade, são muitos e, alguns deles, aliciantes para os alunos e relevantes para a sua formação enquanto cidadãos plenos e críticos. Como tal, os conteúdos de Estatística adaptam-se particularmente bem a que os temas possam ser escolhidos pelos alunos, permitindo-lhes trabalhar dimensões como a autonomia e a criatividade. Nesse sentido, seria também uma forma de implementar o trabalho colaborativo conceber as aulas de forma a que fossem desenvolvidos trabalhos em díade onde os alunos tivessem oportunidade de escolher as temáticas em estudo, nomeadamente considerando a execução de trabalhos de projecto.

Apesar dos desenvolvimentos curriculares recentes e das novas tecnologias fazerem cada vez mais parte do nosso quotidiano, elas estavam bastante arredadas das práticas de sala de aula destes alunos. A utilização de novas tecnologias é também um momento privilegiado para implementar interacções entre pares e para libertar os alunos dos aspectos mais procedimentais (Shaughnessy, Garfield e Greer, 1996), deixando-lhes espaço para que possam desenvolver a capacidade de tomada de decisão e de inferência estatística. Deste modo, uma última recomendação vai para que as novas tecnologias passem a fazer parte mais integrante das práticas quotidianas de sala de aula, o que implica proporcionar aos professores condições materiais favoráveis à sua utilização. Por outro lado, o recurso mais frequente às novas tecnologias constitui, também, uma ponte entre o que se faz na escola e o que se terá de vir a fazer fora dela, nomeadamente na vida profissional, uma vez que desempenham um papel crescente, na sociedade actual.

Pertencer a um projecto permitiu-nos compreender como se ultrapassam necessidades de formação e receios quando se trabalha colaborativamente e como isso é difícil de fazer quando se trabalha isoladamente. Nas escolas em que recolhemos os nossos dados os professores desenvolveram poucos hábitos de trabalho colaborativo. Quando nunca se experimentou trabalhar colaborativamente, nem se teve formação inicial ou continuada que nos faça sentir

menos desconfortáveis perante formas de trabalho que nem sempre sabemos gerir, dificilmente aderimos às propostas de experiências de aprendizagem consignadas nos actuais currículos e nos documentos de política educativa. Se não temos critérios para a formação das díades, não compreendemos as mudanças que é preciso introduzir quanto à natureza das tarefas, às instruções de trabalho ou ao contrato didáctico, a tendência é não implementar interacções entre pares na sala de aula. Contudo, o trabalho colaborativo revelou proporcionar progressos significativos no desenvolvimento lógico e nos desempenhos estatísticos dos alunos. Assim, a nossa primeira recomendação vai para que sejam proporcionadas aos professores mais oportunidades de contactarem directamente com formas de trabalho colaborativo ao nível da formação inicial e contínua, de modo a que, num futuro, se sintam capazes de aderir às propostas existentes nos actuais currículos.

Este trabalho foi desenvolvido com uma profunda colaboração de uma equipa multidisciplinar. A concepção do plano empírico foi feita por psicólogas, mas as tarefas habituais e não-habituais foram sugeridas e discutidas com professores de matemática. Partes deste trabalho foram também discutidas pela equipa de trabalho, onde co-existem diversas formações de base e níveis de formação (alunos da licenciatura, estagiários, mestrandos, doutorandos, professores já doutorados) o que nos permitiu melhorá-las e tornar as análises mais ricas. De todas estas vivências resulta a convicção de que trabalhar em equipas multidisciplinares é essencial para promover o desenvolvimento pessoal e profissional dos investigadores e dos professores. Assim, uma recomendação que resulta deste trabalho é a necessidade de criar mais equipas onde diversos olhares se debrucem sobre os fenómenos educativos, enriquecendo as análises e as compreensões que deles temos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Abrantes, P. (1994). *O Trabalho de projecto e a relação dos alunos com a matemática. A experiência do projecto Mat 789.* Lisboa: Associação dos Professores de Matemática.

Abrantes, P. et al. (1988/1990). *Mat 789 -Um projecto de inovação curricular. Estatística 7º e 8º anos.* [Texto policopiado - versão preliminar]

Abrantes, P. et al. (1997). *MAT 789 Inovação Curricular em Matemática.* Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian - Serviço de Educação.

Abrantes, P. et al. (1998). *Matemática 2001 Diagnóstico e Recomendações para o Ensino e Aprendizagem da Matemática.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

Abrantes, P. et al. (1999). *Investigações de matemática na aula e no currículo.* Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Abrantes, P. & Carvalho, R. (1995). *A aventura matemática.* Lisboa: Texto Editora.

Abrantes, P., Serrazina, L. & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica.* Lisboa: Ministério da Educação.

Abreu, G. (1993). *The relationship between home and school mathematics in a farming community in Brazil.* Cambridge: Cambridge University. [Tese de doutoramento-documento policopiado]

Abreu, G. (1995). A teoria das representações sociais e a cognição matemática. *Quadrante, 4*(1), 25-41.

Abreu, G. (1996). *O papel mediador da cultura na aprendizagem da matemática: a perspectiva de Vygotsky.* Comunicação apresentada no VII Seminário de Investigação em Educação Matemática, Almada, Portugal, Novembro de 1996.

Abreu, G. (1998). Relationships between macro and micro socio-cultural contexts: implications for the study of interactions in the mathematics classrooms. In P. Abrantes, J. Porfírio & M. Baía (Eds.), *The interactions in the mathematics classroom - Proceedings of the CIEAEM 49* (pp. 15-26). Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

Abreu, G. (2000a). Práticas sócio-culturais e aprendizagem da matemática: a necessidade de estudar as transições. *Actas do ProfMat 2000* (pp. 23-40). Funchal: Associação de Professores de Matemática.

Abreu, G. (2000b). Relationships between macro and micro socio-cultural contexts: implications for the study of interactions in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics, 4,* 1-29.

Achen, C. (1986). *The Statistical Analysis of Quasi-Experiments*. Berkeley: University of California Press.

Ainley, J. (1994). Building on children's intuitions about line graphs. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Educational* (vol. 2, pp. 1-8). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Ainley, J. (1995). Re-viewing Graphing: Traditional and Intuitive Approaches. *For the Learning of Mathematics, 15*(2), 10-16.

Ainley, J. (2000). Exploring the transparency of graphs and graphing. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *PME 24 Proceedings* (vol. 2, pp. 2-9). Hiroshima: Hiroshima University.

Allal, L. & Ducrey, G. P. (1996). *Assessment of - or in - the zone of proximal development*. Comunicação apresentada na 2nd Conference for Sociocultural Research. Genève, Suiça, Setembro de 1996.

Allal, L. & Ducrey, G. P. (2000). Assessment of - or in - the zone of proximal development. *Learning and Instruction, 10*(2), 137-152.

Almeida, R. (2000). Imagens sobre o ensino e a aprendizagem da Estatística. Lisboa: Lisboa: Universidade de Lisboa. [Tese de mestrado - documento policopiado]

António, C. et al. (2000). Estatística 10° ano: (H)isto gramas tu!. *Actas do ProfMat 2000* (pp. 181-188). Funchal: Associação de Professores de Matemática.

Armendáriz, A. M., Azcárate, C. & Deulofeu, J. (1993). Didáctica de las Matemáticas y Psicología. *Infancia Infancia y Aprendizaje, 62*(63), 77-99.

Arsac, G., Balacheff, N. & Mante M. (1992). Teacher's Role and Reproducibility of Didactical Situations. *Educational Studies in Mathematics, 23*, 5-29.

Artigue, M. (1990). Épistémologie et Didactique. *Recherches en Didatique Mathématiques, 10*(23), 241-286.

Artzt, A. & Armour-Thomas E. (1992). Development of a Cognitive-Metacognitive Framework for Protocol Analysis of Mathematical Problem Solving in Small Groups. *Cognition and Instruction, 9*(2), 137-175.

Askew, M. (2000). Mathematics as a social practice: Implications for interactions and "grouping". In C. Monteiro et al. (Eds.), *Interacções na aula de matemática* (pp. 35-45). Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação - Secção de Educação Matemática.

Associação de Professores de Matemática (1995). *Renovação do Currículo de Matemática* (4ª ed). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Azevedo, M. (1994). *Teses, Relatórios e Trabalhos Escolares. Sugestões para a sua elaboração*. Lisboa: Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa. Departamento de Educação.

Balacheff, N. (1982). Preuve et demonstration en mathématiques au collège. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 3*(3). 261-304.

Balacheff, N. (1991). Benefits and limits of social interaction: The case of teaching mathematical proof. In A. Bishop, S. Mellin-Olsen & J. van Dormolen (Eds.), *Mathematical knowledge: Its growth through teaching* (pp. 175-192). Dordrecht: Kluwer Academic.

Balacheff, N. et al. (1993). What is research in mathematics education and what are its results. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 13*(12), 191-204.

Balacheff, N. & Laborde, C. (1985). Langage symbolique et preuvre dans l'enseignement mathématiques: une approche sociocognitive. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie social du développement cognitif* (pp. 203-224). Berna: Peter Lang.

Baldy, R. & Paterne, J. (1979). Réflexions sur un Test Opératoire: l 'ECDL. *Feuillets Documentaire du SAIO de Rouen, 127/128*, 29-49.

Bang, V. (1988). Différences intra-individuelles et différences inter-individuelles. *Archives de Psychology, 56*(219), 289-294.

Barbella, P., Denby, L. & Landwehr, J. (1990). Beyond Exploratory Data Analysis: The Randomization Test. *Mathematics Teacher, 83*(2), 144-149.

Barnett, V. (1982). *Teaching Statistics in Schools throughout the World.* Voorburg: International Statistical Institute.

Barr, G. (1980). Some Student Ideas on the Median and the Mode. *Teaching Statistics, 1*(2), 38-41.

Barrett, G. B. (1999). Investigating Distributions of Sample Means on the Graphing Calculator. *The Mathematics Teacher, 92*(8), 744-747.

Bartolini Bussi, M. G. (2000). Linee di tendenza della ricerca per l'innovazione in Italia. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da Escola de Verão -1999* (pp. 235-254) Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.

Bastos, R. (1999). Um demonstração colectiva. *Educação e Matemática, 51,* 33.

Batanero, C. (1998a). Recursos para educación estadística en Internet. *Uno, 15*, 13-25.

Batanero, C. (1998b). *Situación Actual y Perspectivas Futuras de la Educación Estadística.* Comunicação apresentada nas Jornadas Thales de Educación Matemática, Jaén, Espanha, 1998.

Batanero, C. (1999a). *Didáctica de la Probabilidade y de la Estadística.* Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática. [Texto policopiado]

Batanero, C. (1999b). *Mini Curso sobre análise exploratória de dados nos cursos de segundo grau.* Apresentado na Conferência Internacional Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística Desafios para o século XXI. Florianópolis, Brasil, Setembro de 1999.

Batanero, C. (2000) Difficultades de los Estudiantes en los Conceptos Estadísticos Elementales: El Caso de Las Medidas de Posición Central. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 31-48). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Batanero, C. et al. (1994). Errors and difficulties in understanding elementary statistical concepts. *International Journal of Mathematical Educational Science and Techonology*, *25*(4), 527-547.

Batanero, C., Estepa, A. & Godino, J. (1991). Análisis Exploratorio de Datos: Sus Posibilidades en la Enseñanza Secundaria. *Suma*, *9*, 25-31.

Baudier, A., Nanty, I., & Trottmann, A. (1988). Une approche de l'interaction socio-cognitive chez des adolescents à travers des preuves de quantification de probabilité. *Enfance, 41*(1), 3-20.

Bednarz, N. & Garnier, C. Introduction. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Constrution des Savoires — Obstacles & Conflits* (pp. 13-30). Quebec: d'Agence d'Arc.

Bell, N., Grossen, M. & Perret-Clermont, A.-N. (1985). Sociocognitive Conflict and Intellectual Growth. In M. W. Berkowitz (Ed.), *Peer Conflict and Psychological Growth*: *New Directions for Child Development* (pp. 41-54). São Francisco: Jossey-Bass.

Bennett, N. & Dunne, E. (1991). The nature and quality of talk in co-operative classroom groups. *Learning and instruction, 1*(2), 103-118.

Bensalah, L. (1995). Dyades asymétriques et relation amicale entre enfants. *Enfance, 1,* 53-69.

Ben-Zeev, T. (1996). When Erroneous Mathematical Thinking is Just as "Correct": The Oxymoron of Rational Errors. In R. Sternberg. & B. Zeev T. (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 55-79). Nova Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Ben-Zvi, D. & Arcavi, A. (1998). Towards a Characterization and Understanding of Students' Learning in an Interactive Statistics Environment. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 2, pp. 647-654). Voorburg: International Statistical Institute.

Ben-Zvi, D. & Friedlander, A. (1996). Statistical thinking in a technological environment. In *IASE Round Table Conference Papers* (pp. 57-67). Granada: Universidade de Granada.

Bernicot, J. (1994). Speech Acts in Young Children: Vygotsky Contribution. *European Journal of Psychology of Education, IX(4),* 311-319.

Bernstein, B. (1995). Prefácio. In H. Daniels (Ed.), *Vygotsky em Foco* (pp. 9-22). São Paulo: Papirus Editora.

Berthoud-Papandropoulou, I. & Kilcher, H. (1996). Relationships between the clinical method and the zone of proximal development in a constructivist approach to language acquisition. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.),

Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought (pp. 171-187). Hove: Psychology Press.

Berzin, C., Cauzinille-Marmèche, C. & Winnykamen, F. (1995). Effet des interactions sociales dans la résolution d'une tâche de combinatoire auprès d'enfants de CM1. *Archives de Psychologie, 63*(244), 17-42.

Bibby, J. (1986). *Notes towards a ...History of Teaching Statistics*. Edinburgh: John Bibby Books.

Biehler, R. (1989). Educational perspectives on exploratory data analysis. In R. Morris (Ed.), *Studies in mathematics education. The teaching of Statistics* (vol. 7, pp. 185-202). Paris: Unesco.

Bishop, A. (1985). The social psychology of mathematics education. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the 9th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-13). Noordwijkerbout: Utrecht University.

Bishop, A. (1988). Mathematics Education in its Cultural Context. *Educational Studies in Mathematics, 19,* 179-191.

Bishop, A., Brew, C., Leder, G. & Pearn, C. (1996). The influences of significant others on student attitudes to mathematics learning. In L. Puig & A. Gutiérres (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 89-96). Valencia: Universitat de Valencia.

Boaler, J., William, D. & Zevenbergen, R. (2000) The Construction of Identity in Secondary Mathematics Education. In J. F. Matos & M. Santos (Eds.), *Proceedings of the Second International Mathematics Education and Society Conference* (pp. 192-202). Lisboa: Centro de Investigação em Educação da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Boland, P. J. & Nicholson, J. (1996). The Statistics and Probability Curriculum at the Secondary School Level in the USA, Ireland and the UK. *The Statistician, 45*(4), 437-446.

Bonsangue, M. (1994). Symbiotic Effects of Collaboration, Verbalization, and Cognition in Elementary Statistics. *Research Issues in Undergraduate Mathematics Learning, 33*, 109-117.

Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics, 17*, 125-141.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics throught the analysis of errors. *For the Learning of Mathematics, 7*(3), 2-8.

Borasi, R. (1990). The Invisible Hand Operating in Mathematics Instruction: Students' Conceptions and Expectations. In T. J. Cooney & C. R. Hirsch (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s* (pp. 174-190). Reston: NCTM.

Borel, M.-J. & Miéville, D. (1996). Lógica natural e Jean Piaget. In J.-M. Barrelet & Perret-Clermont, A.-N. (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 265-283). Lisboa: Instituto Piaget.

Borralho, A. (1992). Probabilidades e Estatística - Grupo de Trabalho. *Actas do ProfMat 92*, (pp. 267-269). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Borralho, A. et al. (2000). Painel " A Estatística no Currículo". In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 57-70). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Botella, J., León, O. G. & San Martín, R. (1993). *Análisis de datos en psicología.* Madrid: Ediciones Pirámide.

Bowen, G. M. & Wolff-Michael, R. (1999). *Graph interpretation practices of university students - implications for science teacher education programs.* Comunicação apresentada na 8th Conferece of the European Association for Research on Learning and Instruction, Göteborg, Suécia, Agosto, 1999.

Branco, J. (2000). Estatística no Secundário: o Ensino e seus Problemas. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 11-30). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Branco, J., Angelino, N. & César, M. (1995). Tarefas matemáticas - Trabalho em díade vs. individual. *Actas do ProfMat 95* (pp. 175-181). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Brandt, B. (1998). Forms of participation in elementary mathematics classroom interaction. In P. Abrantes, J. Porfírio & M. Baía (Eds.), *The interactions in the mathematics classroom - Proceedings of the CIEAEM 49* (pp. 157-163). Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

Bratton, G. N. (1999). The Role of Technology in Introductory Statistics Classes. *The Mathematics Teachers, 92*(8), 666-669.

Bright, G. & Friel, S. (1998a). *Interpretation of data in a bar graph by students in grades 6 and 8.* Comunicação apresentada no Annual Meeting of American Educational Research Association. São Diego, Estados Unidos da América, Abril de 1998.

Bright, G. W. & Friel, S. N. (1998b). Students' (Grades 6-8) understanding of graphs. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 2, pp. 655-661). Vooburg: International Statistical Institute.

Bringuier, J.-C. (1977). *Conversation libres avec Jean Piaget.* Paris: Éditions Robert Laffont.

Brockmeier, J. (1996). Construction and interpretation: Exploring a joint perspective on Piaget and Vygotsky. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 125-143). Hove: Psychology Press.

Bronckart, J.-P. (1996). Units of analysis in psychology and their interpretation: Social interactionism or logical interactionism? In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 85-106). Hove: Psychology Press.

Bronckart, J.-P. (2000). *Les processus de socialisation. Le déterminisme culturel et son dépassement*. Conferência Plenária proferida na III Conferência para a Pesquisa Sócio-Cultural, Campinas, Brasil, Julho de 2000.

Brossard, M. (1989). Espace discursif et activités cognitives: un apport de la théorie vygotskienne. *Enfance, 42*(1/2), 49-56.

Brossard, M. (1992). Un cadre théorique pour aborder l'étude des élèves en situation scolaire. *Enfance, 46*(4), 189-200.

Brossard, M. & Wargnier, P. (1993). Role de certaines variables contextuelles sur le fonctionnement cognitif des elèves en situation scolaire. *Bulletin de Psychologie*, N° Especial.

Brousseau, G. (1980). L'échec et le contract. *Recherches, 41,*177-182.

Brousseau, G. (1983). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 4*(2), 165-198.

Brousseau, G. (1988). Le Contrat Didactique: Le Milieu. *Recherches en Didactiques Mathématiques*, *9*(3), 309-336.

Brousseau, G. (1989). Les obstacles épistémologiques et la didactique des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Construtions des Savoires — Obstacles et Conflits* (pp. 40-63). Quebec: d'Agence d'Arc.

Brousseau, G. (1996). Fundamentos e métodos da didáctica da matemática. In J. Brun (Eds.), *Didáctica das Matemáticas.* (pp. 35-113). Lisboa: Instituto Piaget.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in Mathematics*. Dordrechet: Kluwer Academic Publishers.

Brousseau, G. et al. (1980). Quel est l'âge du Capitaine?. *Bulletin de l'APMEP*, *323*, 235-243.

Brousseau, G. & Centeno, J. (1991). Rôle de la Mémoire Didactique de l'Enseignant. *Recherches en Didactique Mathématiques*, *11*(2-3), 167-210.

Brown, A., Metz, K. & Campione, J. (1996). Social interaction and individual understanding in a community of learners: The influence of Piaget and Vygotsky. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 145-170). Hove: Psychology Press.

Brown, M. (1981). Buts de la formation en mathématiques et besoins de l'élève. In R. Morris (Eds.), *Etudes sur l'enseignement des mathématiques* (vol. 2, pp. 25-43). Paris: Les Presse de l'Unesco.

Brown, T. (1988). Why Vygotsky? The Role of Social Interaction in Constructing Knowledge. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, 10*(4), 111-116.

Brun, J. (1996). Evolução das relações entre a psicologia do desenvolvimento cognitivo e a didáctica da matemática. In J. Brun (Eds.), *Didáctica das Matemáticas.* (pp. 17-34). Lisboa: Instituto Piaget.

Brun, J. & Conne, F. (1990). Analyses didactiques de protocoles d'observation du déroulement de situations. *Education et Recherche, 3*, 261-285.

Bruner, J. (1988). *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Visor.

Bruner, J. (1997a). *La educación, puerta de la cultura*. Madrid: Morata.

Bruner, J. (1997b). *Actos de significado para uma psicologia cultural*. Lisboa: Edições 70.

Bryant, P. (1982). The role of conflict and of agreement between intellectual strategies in children's ideas about measurement. *British Journal of Psychology, 73*, 243-251.

Burgess, T. (1995). Ler Vygotsky. In H. Daniels (Ed.), *Vygotsky em Foco* (pp. 31-68). São Paulo: Papirus Editora.

Burrill, G. (1990). Statistics and Probability. *Mathematics Teacher, 83*(2), 113-118.

Burrill, G. (1991). Quantitative literacy in the United States. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education* (vol. 4, pp. 81-94). Paris: UNESCO.

Cabrita, I. (1998). *Resolução de problemas: Aquisição do modelo de proporcionalidade directa apoiada num documento hipermédia*. Aveiro: Universidade de Aveiro. [Tese de doutoramento - documento policopiado]

Cai, J. (1995). Beyond the Computational Algorithm: Student's Understanding of the Arithmetic Average Concept. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 144-151). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Calzada, M. E. & Scariano, S. M. (1999). What is Normal, Anyway? *The Mathematics Teacher, 92*(8), 682-689.

Caño, M. (1990). Interacción entre iguales, medio social y desarrollo cognitivo. *Infancia y Aprendizaje, 50*, 27-42.

Carraher, T, Carraher, D.& Schliemann, A. (1989). *Na vida dez na escola zero*. São Paulo: Cortex Editora.

Carugati, F. (1988). Perspectives: Interactions, déstabilisations, conflits. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 93-100). Fribourg: Del Val.

Carugati, F. & Mugny, G. (1985). La théorie du conflit sociocognitif. In G. Mugny (Ed.), *Psychology social du développement cognitif* (pp. 57-70). Berna: Peter Lang.

Carvalho, C. (1996a). The use of two differents types of graphs in a statistical task (7th grade). *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, p. 162). Valencia: Universidad de Valencia.

Carvalho, C. (1996b). Algumas questões em torno de tarefas estatísticas com alunos do 7º ano. *Actas do ProfMat 96* (pp. 165-171). Almada: Associação de Professores de Matemática.

Carvalho, C. (1998). Tarefas estatísticas e estratégias de resposta. *Actas do VI Encontro de Educação Matemática* (pp. 127-134) Portalegre: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação –Secção de Educação Matemática.

Carvalho, C. & César, M. (1996a). *Time Comprehension in a Mathematical Task.* Comunicação em painel apresentada na Conferência Internacional Mind and Time, Neuchâtel, Suiça, Setembro de 1996.

Carvalho, C. & César, M. (1996b). Concepções de futuros professores sobre os professores, os alunos e a matemática: um estudo exploratório. *Revista de Educação, VI*(1), 63-70.

Carvalho, C. & César, M. (1999). *Peer interaction, mathematics and cognitive development.* Poster apresentado na 8th European Conference for Research on Learning and Instruction. Göteborg, Suécia, Agosto 1999.

Carvalho, C. & César, M. (2000a). As aparências iludem: Reflexões em torno do Ensino da Estatística no Ensino Básico. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 212-225). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Carvalho, C. & César, M. (2000b). Reflexões em torno de dinâmicas de interacção: o caso do trabalho em díade em tarefas não-habituais de Estatística. In C. Monteiro et al. (Eds.), *Interacções na aula de Matemática* (pp. 85-97). Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação - Secção de Educação Matemática.

Carvalho, C. & César, M. (2000c). *Are two better than one? The role of the relational context in pupils' performance in statistical tasks.* Poster apresentado na III Conferência de Pesquisa Sócio-cultural organizada pela Society for Socio-Cultural Studies. Campinas, Brasil, Julho de 2000.

Carvalho, C. & César, M. (2000d). The Game of Social Interactions in Statistics Learning and in Cognitive Development. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *PME 24 Proceedings* (vol. 2, pp. 153-160). Hiroshima: Hiroshima University.

Carvalho, C. & César, M. (in press a). Co-constructing Statistical Knowledge. In S. Starkings (Ed.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-9,* Londres: IASE.

Carvalho, C. & César, M. (in press b). Interacções Sociais, Desenvolvimento Cognitivo e Matemática. *Actas do 5º Congresso S.P.C.E.* Faro: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Carvalho, C. & César, M. (in press c). Uma resposta correcta é só uma resposta correcta?: Algumas questões para o ensino da estatística no ensino básico. *Quadrante* [Número temático sobre o ensino da Estatística].

Cassell, D. (1989). What do we Mean by the Mean? *Teaching Statistics, 11*(2), 38-39.

Cave, R. C. (1995). Graphing, Bit by Bit. *The Mathematics Teacher, 88*(5), 372-373 e 431.

Cazden, C. (1986). Classroom Discourse. In M. Wittrock (Ed.), *Handbook of Research on Teaching* (pp. 432-463). Nova York: Macmillan Publishing Company.

Cerdeira, F. & Romariz, G. (1995). *Matemática. Exercícios 7º ano* (pp. 138-170). Lisboa: Texto Editora.

César, M. (1988). Locus de controlo e sucesso escolar: Alguns dados, alguns problemas. Lisboa: Universidade de Lisboa [Provas de Aptidão Pedagógica e Capacidade Científica - documento policopiado]

César, M. (1994). *O Papel da Interacção entre Pares na Resolução de Tarefas Matemáticas Trabalho em Díade vs. Trabalho Individual em Contexto Escolar*. Lisboa: Universidade de Lisboa [Tese de doutoramento - documento policopiado]

César, M. (1996a). Interacção entre pares e resolução de tarefas matemáticas. *Actas do VI Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 225-240). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

César, M. (1996b). Antologia-Vygotsky. *Revista da Educação VI*(1), 135-144.

César, M. (1996c). *Peer interaction and Mathematical Knowledge*. Comunicação em painel apresentada na ICME-8 – 8th International Congress of Mathematics Education. Sevilha, Espanha, Julho 1996.

César, M. (1997). Interacção entre pares e resolução de tarefas matemáticas. *Actas do VII Seminário de Investigação em Educação Matemática*, (pp. 225-240). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

César, M. (1998a). Social interactions and mathematics learning. *MEAS 1 Proceedings* (pp. 110-119). Nottingham: Nottingham University.

César, M. (1998b). Y se aprendo contigo? Interaciones entre parejas en la aula de matemáticas. *Uno*, 16, 11-23.

César, M. (1998c). Schooling as a Way for Implementing Social Participation: The role of peer interacion in the Maths class. In L. Y. Pak, L. M. Ferrer & M. Quigley (Eds.), *Science, Mathematics and Technical Education for National Development* (pp. 275-283). Darussalam: Universiti Brunei Darussalam.

César, M. (1998d). Investigação contextualizada, interacções entre pares e Matemática. *Actas do VIII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 7-33). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

César, M. (1999). *Peer interactions in maths classes: new challenges of an action research project.* Comunicação apresentada na Conferência da European Association for Research on Learning and Instruction, Göteborg, Suécia, Agosto de 1999.

César, M. (2000a). Interacções na aula de Matemática: Um percurso de 20 anos de investigação e reflexão. In C. Monteiro et al. (Eds.), *Interacções na aula de matemática* (pp. 13-34). Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação -Secção de Educação Matemática.

César, M. (2000b). Interacções sociais e apreensão de conhecimentos matemáticos: a investigação contextualizada. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da*

Escola de Verão - 1999. (pp. 5-46) Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.

César, M. (2000c). Interaction and knowledge: Where are we going in the 21st century?. In A. Clements, H. Tairab & W. Yoong (Eds.), *Science, Mathematics and Techinical Education in the 20th and 21st centuries* (pp. 317-328). Darussalam: Universiti Brunei Darussalam.

César, M. (in press). Peer interactions in mathematics classes: their importance for knowledge production and pupils' performances. *Actas da III Conferência de Pesquisa Sócio-Cultural* organizada pela Society for Socio-Cultural Studies. Campinas: UNICAMP.

César, M. et al. (2000). Interacções sociais e Matemática: Ventos de mudança nas práticas de sala de aula. In C. Monteiro et al. (Eds.), *Interacções na aula de matemática* (pp. 47-83). Viseu: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação -Secção de Educação Matemática.

César, M., Camacho, H. & Marcelino, T. (1993). Desenvolvimento cognitivo e sucesso escolar num meio sócio-culturalmente desfavorecido. *Revista Aprendizagem e Desenvolvimento, III*(13/14), 149-152.

César, M. & Esgalhado, A. (1986). *Symbolisme et Developpement Cognitif: Quelques Données à Propos de la Traduction et de L'Adaptation de L'E.C.D.L.*. Comunicação apresentada no 8ème Cours Avancé des Archives Jean Piaget, Genève, Suiça, Setembro de 1986.

César, M. & Esgalhado, A. (1987a). *An Example of Psychological Intervention: How Useful Can Educational Psychology Be in a "Difficult" Class.* Comunicação apresentada no 10th International Coloquium of School Psychology, Interlaken, Suiça, Agosto de 1987.

César, M. & Esgalhado, A. (1987b). *L'E.C.D.L. et les Différences Individuelles.* Comunicação em painel apresentada no 9ème Cours Avancé de la Fondation des Archives Jean Piaget, Genève, Suiça, Setembro de 1987.

César, M. & Esgalhado, A. (1988). Desenvolvimento Cognitivo e Insucesso Escolar. *Actas do Encontro Internacional de Intervenção Psicológica na Educação* (pp. 365-371). Porto: A.P.P.O.R.T.

César, M. & Esgalhado, A. (1991). Desenvolvimento Cognitivo e Percurso Escolar. *Revista de Educação, II*(1), 57-61.

César, M. & Torres, M. (1998). Student Interactions in Math Class. *Actas do C.I.E.A.E.M. 49* (pp. 76-85). Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

César, M. & Silva de Sousa, R. (2000). Estatística e Interacções Sociais: Jura que não vai ser (só) uma Aventura!. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 195-211). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

César, M. & Silva de Sousa, R. (in press). Matemática para Todos?: Contributos do projecto Interacção e Conhecimento para a escola inclusiva. In *Actas do*

5º Congresso da Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação. Faro: SPCE.

César, M., Perret-Clermont, A.-N., & Benavente, A. (2000). Modalités de travail en dyades et conduites à des tâches d'algèbre chez des élèves portugais. *Revue Suisse des Siences, 22*(3), 441-466 [Thema: L'apprentissage par le dialogue].

Chartier, D. & Lautrey, J. (1992). Peut-on apprendre à connaître et à contrôler son propre fonctionnement cognitif? *L'orientation scolaire et professionnelle, 21*(1), 27-46.

Cio de Tours (1979). Refletions sur une pratique des conseiller. Portées et limites des tests Piagetiens. *Bulletin de Liaison SAIO-Dronisep d'Orleans*, Juin 1979, 50-53.

Clegg, F. (1995). *Estatística para todos. Um manual para ciências sociais.* Lisboa: Gradiva.

Cobb, P. (1994). A summary of four case studies of mathematical learning and small group interaction. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Educational* (vol. 2, pp. 201-208). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Cobb, P. (1996). Accounting for mathematical learning in the social context of classroom. In C. Alsina et al.(Eds.), *Actas del 8º Congresso Internacional de Educación Matemática* (vol. 2, pp. 85-99). Sevilha: S.A.E.M. 'THALES'.

Cobb, P. (1997). Learning from distributed theories of intelligence. *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 169-176). Lahiti: University of Lahiti.

Cobb, P. (1999). Individual and collective mathematical development: The case of statistical data analysis. *Mathematical Thinking and Learning, 1*(1), 5-43.

Cobb, P., Boufi, A. & Whitenack, K. (1998). *Reflective Discourse and Collective Reflection.* [Texto policopiado]

Cobb, P., McClain, K. & Gravemeijer, K. (1999). *Learning about statistical covariation.* Nashville: Vanderbilt University. [Texto policopiado]

Cobb, P. & Whitenack, J. (1996). A method for conducting longitudinal analysis of classroom video recordings and transcripts. *Educational Studies in Mathematics, 30*, 213-228.

Cobb, P., Wood, T. & Yackel, E. (1993). Discourse, Mathematical Thinking, and Classroom Practice. In Forman, E. A., Minick, N. & Stone C. A. (Eds.), *Contexts for Learning: Sociocultural Dynamics in Children's Development* (pp. 91-119). Nova York: Oxford University Press.

Cobb, P., Yackel, E. & Wood, T. (1992). Interaction and learning in mathematics classroom situations. *Educational Studies in Mathematics, 23,* 99-122.

Cobo, B. (1998). *Estadisticos de orden en la enseanza secundaria.* Granada: Universidade de Granada. [Memória de Terceiro Ciclo, documento policopiado]

Cobo, B. & Batanero, C. (in press). La Mediana en la Educación Secundaria Obligatoria: Un Concepto Sencillo? *Uno*.

Cockcroft, W. (1982). *Mathematics counts*. London: HMSO.

Cohen, L. & Manion, L. (1998). *Research Methods in Education* (4ª ed). Londres: Routledge.

Cole, M. (1990). Cognitive development and formal schooling: the evidence from cross-cultural research. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky and Education* (pp. 89-109). Cambridge: Cambridge University Press.

Cole, M. (1991). A cultural theory of development: What does it imply about the application of scientific research?. *Learning and instruction, 1*(3), 187-200.

Coll, C. & Onrubia, J. (1996). La construcción de significados compartidos en el aula: actividad conjunta y dispositivos semióticos en el control y seguimiento mutuo entre profesor y alumnos. In C. Coll y D. Edwards (Eds.), *Enseñanza, aprendizaje y discurso en el aula: Aproximaciones al el estudio del discurso educacional* (pp. 53-73). Madrid: Aprendizaje.

Collins, K. (1982). La mathemática escolar y los estadios de desarrollo. *Infancia y Aprendizaje*, *19*(20), 39-74.

Conne, F. (1987). Un Canard dans les Marés. *Education et Recherche*, *9*(3), 301-328.

Conne, F. (1992). Un grain de sel à propos de la transposition didactique. *Education et Recherche, 14*(1), 57-71.

Conne, F. (1992). Savoir et connaissance dans la perspective de la transposition didatique. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 12*(2/3), 221-270.

Cool, C. (1993). Psicología y Didácticas: una relación a debate. *Infancia y Aprendizaje*, *62*(63), 59-75.

Cook, T. & Campbell D. (1979). *Quasi-Experimentation Design and Analysis Issues for Field Setting*. Chicago: Rand McNally College Publishing Company.

Correia, A. L., Eusébio, C. M. & Albuquerque, T. (1992). *Matemática 7º ano -3º Ciclo do ensino básico -novos programas* (pp. 178-196; 222-224). Lisboa: Lisboa Editora.

Crawford, K. (1996). Vygotskian approaches in human development in the information era. *Educational Studies in Mathematics*, *31*, 43-62.

Crook, C. (1995). On Resourcing a Concern for Collaboration within Peer Interactions. *Cognition and Instruction*, *13*(4), 541-547.

Cros, F. (1985). Le développement intellectuel des eléves de 6 ème. *L'Orientation Scolaire et Professionnelle, 14*(3), 183-203.

Cruz, A. et al. (1992). *Matemática 7º Ano de Escolaridade* (pp. 138-158). Porto: Porto Editora.

Cudmore, D. (1996). *"The Middle of What?": Students' Images of Mean, Median and Mode*. Poster apresentado na 20th International Conference for the Psychology of Mathematics Education, Valencia, Espanha, Julho de 1996.

Curcio, F. (1987). Comprehension of Mathematical Relationships Expressed in Graphs. *Journal for Research in Mathematical Education, 1*(5), 382-393.

Curcio, F. (1989). *Developing Graph Comprehension: Elementary and Middle School Activities*. Reston: N.C.T.M.

Curcio, F. & Artzt, A. (1997). Assessing Students' Statistical Problem-Solving Behaviors in a Small-Group Setting. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 123-138). Voorburg: International Statistical Institute.

D'Ancona, M. A. (1996). *Metodologia quantitativa. Estratégias y técnicas de investigacion social.* Madrid: Editorial Síntesis.

Damásio, A. R. (1995). *O erro de Descartes - Emoção, razão e cérebro humano.* Lisboa: Publicações Europa -América.

Dane, F. C. (1990). *Research Methods*. Pacific Grove: Cole Publishing Company.

Davidson, N. (1990). Small-Group Cooperative Learning in Mathematics. In T. Cooney & C. Hirsch (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s* (pp. 52-61). Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Davis, G. (1990). Using Data Analysis to Explore Class Enrolment. *Mathematics Teacher*, *83*(2), 104 -106.

Davydov, V. (1962). An Experiment in Introducing Elements of Algebra in Elementary School. *Soviet Education*, *V*(1), 27-37.

Davydov, V. & Zinchenko, V. (1995). A contribuição de Vygotsky para o desenvolvimento da Psicologia. In H. Daniels (Ed.), *Vygotsky em Foco* (pp. 151-168). São Paulo: Papirus Editora.

De Corte, E. (1994). *The domain orientation in instructional psychology: the case of mathematics*. Comunicação apresentada no 23rd International Congress of Applied Psychology. Madrid, Espanha, Julho, 1994.

Degouys, J. & Postic, M. (1983). Les Représentations des Différents Partenaires de la Relation Éducative a L'Égard des Mathématiques en Sixième. *Revue Française de Pedagogie*, *62*, 15-26.

Deleau, M. (1989). Actualité de la notion de médiation sémiotique de la vie mentale. *Enfance, 42*(1/2), 31-38.

Dessart, D. (1991). Teaching probability and statistics in general secondary education. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education* (vol. 4, pp. 139-145). Paris: Unesco.

Dewey, J. (1989). *Cómo pensamos. Nueva exposición de la relación entre pensamiento reflexivo y proceso educativo*. Barcelona: Paidós.

Disessa. A. et al. (1991). Inventing Graphing: Meta-Representational Expertise in Children. *Journal of Mathematical Behavior, 10*, 117-160.

Doise, W. (1985). Le développement social de l'intelligence: aperçu historique. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie sociale du développement cognitif* (pp 39-56). Berna: Peter Lang.

Doise, W. (1988). Introduction: Pourquoi le marquage social? In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et*

régulations sociales dans le développement cognitif (pp. 103-106). Fribourg: Del Val.

Doise, W.; Deschamps, J.C. & Mugny, G. (1980). *Psicologia social experimental.* Lisboa: Moraes.

Doise, W. & Mugny, G. (1981). *Le développement social de l'intelligence.* Paris: InterEditions.

Doise, W., Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N. (1975). Social interaction and development of cognitive operations. *European Journal of Social Psychology, 5*(3), 365-383.

Doise, W., Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N. (1976). Social interaction and cognitive development: further evidence. *European Journal of Social Psychology, 6*(4), 245-247.

Doise, W. & Hanselmann C. (1991). Conflict and social marking in the acquisition of operational thinking. *Learning and instruction, 1*(2), 119-126.

Donaldson, M. (1978). *Children's minds.* New York: W. W. Norton.

Donaldson, M. (1988). The desire to learn. In A. Floyd (Ed.), *Developing mathematical thinking* (pp. 71-78). Addison: Wesly Publishers.

Donley, H. & George, E. (1993). Hidden behaviors in Graphs. *The Mathematics Teacher, 86*(6), 466-468.

Dooley, D. (1990). *Social Research Methods.* Nova York: Prentice Hall.

Douady, R. (1985). The interplay between different settings. Tool-object dialectic in the extension of mathematical ability. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the PME 9th* (pp. 33-52). Noordwijkerhout: Universidade de Noordwijkerhout.

Duarte, N. (2000). *Vygotsky e o "aprender a aprender" - Crítica às apropriações neoliberais e pós-modernas da teoria vigotskiana.* Campinas: Editora Autores Associados.

Ducret, J. (1996). O percurso intelectual de Jean Piaget depois do período de Neuchâtel. In J.-M. Barrelet & A.-N. Perret-Clermont (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 235-263). Lisboa: Instituto Piaget.

Duval, R. (1996). Quel Cognitif Retenir en Didactique des Mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16*(3), 349-382.

Eisenbach, R. (1994). *What Does The Mean Mean?* Comunicação apresentada na IV International Conference On Teaching Statistics, Marrakech, Marrocos, Junho de 1994.

Edwards, D. (1993). But What Do Children Really Think?: Discourse Analysis and Conceptual Content in Children's Talk. *Cognition and Instruction. 11*(3/4), 207-225.

Edwards, D. (1996). Hacia una psicología discursiva de la educación en aula. In C. Coll & D. Edwards (Eds.), *Enseñanza, aprendizage y discurso en el aula: Aproximaciones al el estudio del discurso educacional* (pp. 35-52). Madrid: Aprendizaje

Elbers, E. et al. (1992). Internalization and adult-child interaction. *Learning and instruction, 2*(4) 101-118.

Embse, C. V., & Engebretsen, A. (1996). Visual Representations of Mean and Standard Deviation. *The Mathematics Teacher, 89*(8), 688-692.

English, L. D., Charles, K. L. & Cudmore, D. H. (2000). Students' Statistical reasoning during a data modelling program. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *PME 24 Proceedings* (vol. 2, pp. 265-272). Hiroshima: Hiroshima University.

Ernest, P. (1994). Social Constructivism as a Philosophy of Mathematics. In C. Alsina et al.(Eds.) *Actas del 8º Congresso Internacional de Educación Matemática.* (vol. 2, pp. 153-171). Sevilha: S.A.E.M. 'THALES'

Estepa, A. et al. (1991). Los Ordenadores en la Enseñanza de la Estadística. *Guadalbullón, 6,* 51-58.

Feicht, L. (1999). Making Charts: Do you students Really Understand the Data? *Mathematics Teaching in the Middle School, 5*(1), 16-18.

Ferrer, C. (1995). Dificultades del alumnado a respecto de la media aritmética. *Uno, 5*, 29-36.

Fischbein, E. (1990). Introduction. In P. Nelson & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition: a Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1-13). Cambridge: Cambridge University Press.

Fischbein, E. (1999). Intuitions and schemata in mathematical reasoning. *Educational Studies in Mathematics, 38*, 11-50.

Fischbein, E & Schnarch, D. (1996). Intuitions and schemata in probabilistic thinking. *Proceedings of the 20th PME,* (vol. 2, pp. 353-360). Valencia: Valencia University.

Flieller, A. (1990). À Côté des Conflits Socio-Cognitifs. *Psychologie Scolaire, 71*, 21-32.

Fonseca, H. & Ponte, J. P. (2000). A Estatística no Ensino Básico e Secundário. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 179-194). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Forman, E. & McPhail, J. (1989). *What have we learned about the cognitive benefits of peer interaction?: A Vygotskian critique*. Comunicação apresentada na Annual Meeting of the American Educational Research Association, São Francisco, Estados Unidos da América, Março de 1989.

Forman, E. & McPhail, J. (1993). Vygotskian Perspective on Children's Collaborative Problem-Solving Activities. In E. Forman, N. Minick & C. A. Stone (Eds.), *Contexts for learning - sociocultural dynamics in children's development* (pp. 213-229). New York: Oxford University Press.

Forman, E. & Larreamendy-Joerns, J. (1995). Learning in the Context of Peer Collaboration: a Pluralistic Perspective on Goals and Expertise. *Cognition and Instrution, 13*(4), 549-564.

Fraisse, P. & Piaget, J. (1972). *Tratado de Psicologia Experimental*. Rio de Janeiro: Companhia Editora Forense.

François, F. (1989). Langage et pensée: dialogue et mouvement discursif chez Vygotsky et Bakhtin. *Enfance, 42*(1/2), 39-48.

Frank, M. L. (1992). Resolução de Problemas e Concepções Acerca da Matemática. *Educação e Matemática, 21*, 21-23

Frederiksen, N. (1984). Implications of Cognitive Theory for Instruction in Problem Solving. *Review of Educational Research, 54*(3), 363-407.

Freidman, H., Halpern, N. & Salb, D. (1999). Teaching Statistics Using Humorous Anedotes. *The Mathematics Teacher, 92*(4), 305-308.

Fuentes, M. & Fernándes, P. (1993). Estudio Microanálitico de los Cursos de Accíon Cooperativos y Competitivos en Niños y Adolescentes. *Infancia y Aprendizaje, 62*(63), 3-18.

Gal, I. (1996). Assessing student's interpretations of data: conceptual and pragmatic issues (pp. 49-58). In B. Philips (Eds.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-8*. Swinburne: Swinburne University of Technology.

Gal, I. & Garfield, J. (1997). Curricular goals and assessement challenges in statistics and education. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 37-51). Voorburg: International Statistical Institute

Gal, I. & Garfield, J. (1999). Assessment and statistics education: current challenges and directions. *International Statistical Review, 67*(1), 1-12.

Gal, I. & Ginsburg, L. (1994). The Role of Beliefs and Attitudes in Learning Statistics: Towards an Assessment Framework. *Journal of Statistics, 2*(2), 1-21.

Gal, I., Ginsburg, L. & Schau, C. (1997). Monitoring Attitudes and Beliefs in Statistics Education. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 37-51). Voorburg: International Statistical Institute.

Gallimore, M. (1989). Graphwork-Developing a Progression: Introduction. *Teaching Statistics, 11*(1), 4-5.

Garfield, J. (1995). How Students Learn Statistics. *International Statistical Review, 63*(1), 15-34.

Garfield, J. (1995). La Evaluación del Aprendizaje de la Estadística. *Uno, 5*, 5-14.

Garfield, J. (1998). The Statistical Reasoning Assessment: Development and Validation of a Research Tool. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 2, pp. 781-786). Vooburg: International Statistical Institute

Garfield, J. & Ahlgren, A. (1986). Difficulties in Learning Probability and Statistics. In *Second International Conference on Teaching Statistics - Proceedings* (pp. 270-274). Victoria: University of Victoria.

Garfield, J. & Ahlgren, A. (1988). Difficulties in Learning Basic Concepts in Probability and Statistics: Implication for Research. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(1), 44-63.

Garfield, J. & Gal, I. (1999). Teaching and Assessing Statistical Reasoning. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing Mathematical Reasoning in Grades K-12* (pp. 207-219). Reston: NCTM.

Gattuso, L. & Mary, C. (1995). *La moyenne, évident?*. Comunicação apresentada na Association Mathématique du Québec. Saint-Hyacinthe, Canadá, Outubro de 1995.

Gattuso, L. & Mary C. (1996). Development of Concepts of the Arithmetic Average from High School to University. *Proceedings of the Twentieth International Conference for the Psychology of Mathematics Education,* (vol.2, pp. 401-408). Valencia: Universitat of Valencia.

Gattuso, L. & Mary, C. (1998). Development of the concept of weighted average among highschool children. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 2, pp. 685-692).Vooburg: International Statistical Institute

Gerber, R., Boulton-Lewis, G. & Bruce, C. (1995). Children's understanding of Graphific Representations of Quantitative Data. *Learning and Instruction, 5*, 77-100.

Gete-Alonso, J. C. & Barrio, V. D. (1991). *Lenguaje Gráfico*. Madrid: Alhambra Longman.

Gilly, M. (1985). Preface. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie social du développement cognitif* (pp. 9-14). Berna: Peter Lang.

Gilly, M. (1988). Introduction: Interactions entre pairs et constructions cognitives: modèles explicatifs. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 19-28). Fribourg: Del Val.

Gilly, M. (1990). Mécanismes psychosociaux des constructions cognitives: perspective de recherche à l'âge scolaire. In G. Netchine-Grynberg (Ed.), *Développment et Fonctionnement Cognitifs Chez l'Enfant* (pp. 201-222). Paris: PUF.

Gilly, M. & Deblieux, M. (1999). Analyse des médiations langagières en situation dyadique de résumé de récit. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 95-120). Nancy: Presses Universitaires de Nancy & Publications de l'Université de Provence.

Gilly, M., Fraisse, J. & Roux, J.-P. (1988). Résolution de problèmes en dyades et progrès cognitifs chez des enfants de 11 à 13 ans: dynamiques interactives et socio-cognitives. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 73-92). Fribourg: Del Val.

Gilly, M. & Roux, J.-P. (1984). Efficacité comparée du travail individuel et du travail en interaction socio-cognitive dans l'appropriation et la mise en oeuvre de règles de résolution chez des enfants de 11-12 ans. *Cahiers de Psychologie Cognitive, 4*(2), 171-188.

Gilly, M., Roux, J.-P. & Trognon, A. (1999). Interactions sociales et changements cognitifs: fondements pour une analyse séquentielle. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 9-39).

Nancy: Presses Universitaires de Nancy et Publications de l'Université de Provence.

Girard, J. C. (1996). Pourquoi faire des statistiques? In Commission InterIREM (Eds.), *Aides pour l' Enseignement de la Statisque au Collège* (pp. 1-21). Paris: IREM

Glidden, P. L. (1990). From Graphs To Matrices. *Mathematics Teacher, 83*(2), 127-130.

Godino, J. (1995). Qué aportan los ordenadores a la enseñanza y aprendizaje de la estadística?. *UNO, 5*, 45-55.

Godino, J. (1996). Significado y comprensión de los objetos matemáticos. In L. Puig & A. Gutiérrez, (Eds.), *Proceedings of the 20th PME Conference,* (vol. 2, pp. 417-424). Valencia: Universat de Valencia.

Godino, J., & Batanero, C. (1993). Ordenadores y Enseñanza de la Estadística. *Revista de Education da Universidad de Granada, 7*, 173-186.

Godino, J. & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 14*(3), 325-355.

Godino, J. & Batanero, C. (1997). El análisis del significado de los objectos matemáticos como área prioritaria de investigación en educación matemática. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics education as a research domain: A search for identity* (pp. 177-195). Dordrecht: Kluwmer Academic.

Godino, J. & Batanero, C. (1998). *Funciones Semióticas en la Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*. Comunicação apresentada no IX Seminário de Investigação em Educação Matemática, Guimarães, Portugal, Novembro de 1998.

Godino, J., Batanero, C. & Cañizares, M. (1996). *Azar y probabilidad.* Madrid: Editorial Sintesis.

Goettz, J. P. & Lecompte, M. D. (1984*). Etnografía y Diseño Cualitativo en Investigación Educativa*. Madrid: Morata.

Gómes-Granell, C. & Fraile, J. (1993). Psychology and Mathematic Didactics. *Infancia y Aprendizaje, 62*(63), 101-113.

Gonzalez, A. (1998). Contexto, significações, contrato: algumas propostas conceptuais e metodológicas a partir da obra de Vygotsky. *Análise Psicológica, XVI*(4), 581-598.

González-Tejero, J., López, M. & Martínez, M. (1997). *Aprendizaje Cooperativo en matemáticas -Un método de aprendizaje cooperativo-individualizado para la enseñanza de las matemáticas*. Murcia: Universidad de Murcia.

Goodchild, S. (1988). School Pupils' Understanding of Average. *Teaching Statistics, 1*(10), 77-81.

Graham, A. (1987). *Statistical Investigations in the Secondary School.* Cambridge: Cambridge University Press.

Graham, A. et al. (2000). Using student´s statistical thinking to inform instruction. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *Proceedings of the 24th Conference*

of International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 3, pp. 95-102), Hiroshima: Hiroshima University.

Grass, J. A. (1981). *Diseños experimentales en psicología y educación.* México: Trillas.

Greco, P. (1979/1980). Comment ça marche? Réflexions préliminaires à quelques questions de méthode et aux problèmes dits "fonctionnels". *Bulletin de Psychologie, XXXIII*(345), 633-636.

Green, D. (1990). Using Data Analysis to Explore Class Enrolment. *Mathematics Teacher, 83*(2), 104-106.

Green, D. (1992). *Data analysis: What research do we need?* [Texto policopiado]

Greene, J. & d'Oliveira, M. (1991). *Testes estatísticos em psicologia.* Lisboa: Editorial Estampa.

Grossen, M. (1988). *L' intersubjectivité en situation de test.* Fribourg: Del Val.

Grossen, M. (1997). *Intersubjectivity in Teaching and Learning: the Institutional Framing and Identities Management.* Comunicação apresentada na Conferência da British Psychology Society Development Section, Loughborough, Reino Unido, Setembro de 1997.

Grossen M. & Bachmann K. (1999). *Studying Peer Interactions in Context: The Case of Peer-Tutoring in School.* Comunicação apresentada na 8th Conference of Conferência da European Association for Research on Learning and Instruction, Göteborg, Suécia, Agosto 1999.

Grossen, M. & Bell, N. (1988). Définition de la situation de test et élaboration d'une notion logique. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 233-250). Fribourg: Del Val.

Grossen, M. & Nicolet, M. (1988). Origine sociale et performances cognitives: contribution psychosociologique à une redéfinition de la problématique. Roux, J.-P. & Gilly, M. (1988). In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 217-230). Fribourg: Del Val.

Grossen, M. & Perret-Clermont, A.-N. (1984). Some elements of social psychology of operational development of the child. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, 6*(3), 51-57.

Grossen, M. & Py, B. (1997). *Pratiques sociales et médiations simboliques.* Berna: Peter Lang.

Gruber, H. & Vonèche, J. (Eds.), (1995). *The essential Piaget.* New Jersey: Jason Aronson.

Grupo Azarquiel (1993). *Estatística no 3º Ciclo do Ensino Básico.* Lisboa: Associação dos Professores de Matemática.

Guilford, J. P. & Fruchter, B. (1978). *Fundamental statistics in psychology and education.* Singapura: McGraw-Hill International Editions.

Harwell, M. R. et al. (1996). Evaluating Statistical Texts Used in Education. *Journal of Educational and Behavioural Statistics, 21*(1), 3-34.

Hatano, G. & Miyake, N. (1991). What does a cultural approach offer to research on learning? *Learning and Instruction, 1*(3), 273-281.

Hawkins, A. (1996). Teachers of Statistics-Needs and impediments. In B. Philips (Eds.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-8* (pp. 59-68). Swinburne: Swinburne University of Technology.

Hawkins, A., Jolliffe, F. & Glickman, L. (1991). *Teaching Statistical Concepts*. London: Longman.

Hedegaard, M. (1996). A zona de desenvolvimento proximal como base para a instrução. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação: Implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica* (pp. 341-362). Porto Alegre: Artes Médicas.

Heitele, D. (1975). An Epistemological view on Fundamental Stochastic Ideas. *Educational Studies in Mathematics, 6*, 187-205.

Hiebert, J. (1990). The Role of Routine Procedures in the Development of Mathematical Competence. In T. Cooney & C. Hirsch (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s* (pp. 31-40).Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Higele, P. (1978). Comment tenir compte des difficultés d'ordre intellectuel de nos élèves: Une approche par la théorie de Piaget. *Cahiers Pedagogiques, 162*, 24-28.

Hinders, D. C. (1990). Examples of the Use of Statistics in Society. *Mathematics Teacher, 83*(2), 136-141.

Holmes, E. (1990). Motivation: An Essential Component of Mathematics Instruction. In T. Cooney & C. Hirsch (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s* (pp. 101-108). Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics.

Holmes, P. (2000) What Sort of Statistics Should Be Taught in Schools - And Why? In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 49-56). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Hornemann, J. (1975). Aperçu sur les élèves de la filière III. *L'Orientation Scolaire et Profissionnelle, 4*, 161-177.

Hornemann, J. & Longeot, F. (1973). La Validité Prédictive des Tests d'Operations Formelles (T.O.F.). *L'Orientation Scolaire et Profissionnelle, 3*, 245-259.

Huteau, M. & Lautrey, J. (1975). Artefact et Réalité dans la Mesure de l'intelligence. *L'Orientation Scolaire et Profissionnelle, 4*(2),169-187.

Huteau, M., & Lautrey, J. (1978). L'utilisation des tests d'intelligence et de la psychologie cognitive dans l'éducation et l'orientation. *L'Orientation Scolaire et Profissionnelle, 7*(2), 99-174.

Inhelder, B. & Piaget, J. (1976). *Da lógica da criança à lógica do adolescente*. São Paulo: Livraria Pioneira Editora.

Innaccone, A. & Perret-Clermont, A.-N. (1993). Qu'Est-Ce Qui S'Apprend? Qu'Est-Ce Qui Se Développe? In J. Wassmann & P. R. Dasen (Eds.), *Les Savoirs Quotidiens, Les Approches Cognitives Dans le Dialogue Interdisciplinaire* (pp. 235-257). Friburg: Universitatsvelag Friburg.

Ireson, J. (1999). *Context in the Minds of Teachers and Learners: Influences on Social Interaction.* Comunicação apresentada na Conferência da European Association for Research on Learning and Instruction, Göteborg, Suécia, Agosto de 1999.

Jacobsen, E. (1991). Why in the world should we teach statistics? In R. Morris (Ed.), *Studies in mathematics education* (vol. 4, pp. 7-15). Paris: Unesco.

Jesuino, J. C., Pereira, O. G. & Joyce-Moniz, L. (1979). *Desenvolvimento psicológico da criança* (vol.2). Lisboa: Moraes Editores.

John-Steiner, V. (1995). Spontaneous and Scientific Concepts in Mathematics: A Vygotskian Approach. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol.1, pp. 30-44). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

John-Steiner, V. & Panofsky, C. (1985). Processus sociogenétiques de la communication verbale. In B. Schneuwly & J. P. Bronckart (Eds.), *Vygotsky Aujourd'hui* (pp. 203-219). Lausanne: Delachaux et Niestlé.

Johnson, D. & Johnson, R. T. (1984). Building acceptance of differences between handicaped and nonhandicaped students: The effects of cooperative and individualistic instruction. *The Journal of Social Psychology, 7*(122), 257-267.

Johnson, D. et al. (1990). Impact of Group Processing on Achievement in Cooperative Groups. *The Journal of Social Psychology, 4*(130), 507-516.

Johsua, S. (1996). Qu'est ce qu'un «résultat» en didactiques des mathématiques? *Recherches en Didactique des Mathématiques, 16*(2), 197-220.

Jolliffe, F. (1998). What Is Research In Statistical Education? In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 2, pp. 801-806).Vooburg: International Statistical Institute

Jonckheere, A. (1954). A distribution-free K-sample test against order alternatives. *Biometrica, 41*, 133-145.

Jones, G. et al. (2000). Using students' statistical thinking to inform instruction. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *PME 24 Proceedings* (vol. 3, pp. 95-102). Hiroshima: Hiroshima University.

Jorba, J. (1993). Síntesis de la discusión de las ponencias sobre psicología y didáctica de las matemáticas. *Infancia y Aprendizaje, 62*(63), 115-119.

Kahney, H. (1993). *Problem solving current issues.* Inckingham: Open University Press.

Kantowski, M. G. (1977). Processes Involved in Mathematical Problem Solving. *Journal for Research in Mathematics Education, 8*(3), 163-180.

Keeler, C. & Steinhorst, R. K. (1994). Cooperative Learning in Statistics. *Teaching Statistics, 16*(3), 81-84.

Keitel, C. (2000). Mathematical and Science Curricula: For Whom and for Whose Benefit? (Or, the Crisis of Mathematics and Science Education as Part of General Education). In M. A Clements, H Tairab,. & W. K. Yoong, (Eds.), *Science, Mathematics and Technical Education in the 20th and 21st Centuries* (pp. 299-316). Darussalam: Universiti Brunei Darussalam.

Kerkhofs, W. (1991). Statistics and probability for 12 to 16-year-olds. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education* (vol. 4, pp. 61-80). Paris: Unesco

Kieren, T., Pirie, S. & Calvert, L. (1996). *Growing Minds, Growing Mathematical Understanding: Mathematical Understanding, Abstraction and Interaction.* Comunicação apresentada na Conferência Growing Minds, Genève, Suiça, Setembro de 1996.

Kilpatrick, J. (2000). Research in Mathematics Education Across Two Centuries. In M. A. Clements, H. Tairab, & W. K. Yoong (Eds.), *Science, Mathematics and Technical Education in the 20th and 21st Centuries* (pp. 79-93). Darussalam: University Brunei Darussalam.

Kitchen, R. S. (1999). Analyzing and Making Sense of Statistics in Newspapers. *The Mathematics Teacher, 92*(4), 318-322.

Kuhn, D. (1972). Mechanism of change in the development of cognitive structures. *Child Development, 43,* 833-844.

Kuhn, D. (1979/1980) L'Etude des changements spontanés dans le raisonnement de l'adolescent par une méthode d'observation. *Bulletin de Psychologie, XXXIII*(345), 649-658.

Kuhn, D., Shaw, V. & Felton, M. (1997). Effects of dyadic interaction on argumentive reasoning. *Cognition and Instruction, 15*(3), 287-315.

Kumpulainen, K. & Mutanen, M. (1999). The situated dynamics of peer group interactions: An introdution to an analytic framework. *Learning and Instruction, 9*(5), 449-473.

Lacasa, P. (1989). Contexto y desarrollo cognitivo: Entrevista a Barbara Rogoff. *Infancia y Aprendizaje, 45*, 25-47.

Lacasa, P. (1989). Contexto y procesos cognitivos. La interacción niño-adulto. *Infancia y Aprendizaje, 45*, 5-23.

Lacasa, P. (1993). La construcción social del conocimiento: desarrollo y conflito socio-cognitivo Una entrevista a Willem Doise. *Infancia y Aprendizaje, 61*, 5-28.

Lacasa, P. & Herranz, P. (1989). Contexto y aprendizaje: el papel de la interacción en diferentes tipos de tareas. *Infancia y Aprendizaje, 45*, 49-70.

Lacasa, P. & Herranz, P. (1989). Contexto y procesos cognitivos. La interacción niño -adulto. *Infancia y Aprendizaje, 45*, 25-47.

Lacasa, P., Martín, B. & Herranz, P. (1995). Autorregulatión y relaciones entre iguales en tarefas de construcción: un análisis de las situaciones de interacción. *Infancia y Aprendizaje, 72*, 71-94.

Lajoie, S. (1996). The use of technology for modelling performances standards in statistics. In *IASE Round Table Conference Papers* (pp. 69-83). Granada: Universidade de Granada

Lajoie, S., Jacobs, V. & Lavigne, N. (1993). Empowering Children in the Use of Statistics. *Journal of Mathematical Behavior, 14*, 401-425.

Lampert, M. (1992). Practices and Problems in Teaching Authentic Mathematics. In F. Oser, A. Dick & J. L. Patry (Eds.), *Effective and Responsible Teaching -The New Synthesis*. (pp. 295-314). São Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Lautrey, J. (1979a). Notes sur l'Utilization de l'ECDL. *Feuillets Documentaire du SAIO de Rouen, 127/128*, 4 -23.

Lautrey, J. (1979b). Théorie Opératoire et Tests Opératoires. *Revue de Psychologie Appliquée, 29*(2), 161-177.

Lautrey, J. (1979/1980). La variabilité intra-individuelle du niveau du développment opératoire et ses implications théoriques. *Bulletin de Psychologie, XXXIII*(345), 686-697.

Lautrey, J. (1984). Diversité Comportementale et Développement Cognitif. *Psychologie Française, 29*(1), 16-21.

Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated Learning: Legitimate peripheral participation.* Cambridge: Cambridge University Press.

Lavoie, P. & Gattuso, L. (1998). An Historical Exploration of The Concept of Average. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol. 3, pp. 1051-1058). Voorburg: International Statistical Institute.

Leach, C. (1982). *Fundamentos de Estadistica: enfoque no paramétrico para ciencias sociales*. México: Editorial Limusa.

Leon, M. & Zawojewski, J. (1991). Use of the Arithmetic Mean: An Investigation of Four Properties Issues and Preliminary Results. *Proceedings of the Third International Conference on Teaching Statistics* (pp. 302-306). Voorburg: International Statistical Institute.

Leont'ev, A. N. (1981). The problem of activity in psychology. In J. V. Werstch (Ed.), *The concept of activity in soviet psychology* (pp. 31-71). Nova Iorque: M. E. Sharpe.

Lesh, R., Amit, M. & Schorr, R. Y. (1997). Using "Real-Life" Problems to Prompt Students to Construct Conceptual Models for Statistical Reasoning. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 65-83). Voorburg: International Statistical Institute.

Light, P., Gorsuch, C. & Newmann, J. (1987). Why do you ask? Context and communication in the conservation task. *European Journal of Psychology of Education, 2,* 73-82.

Light, P. & Perret-Clermont, A.-N. (1989). Social context effects in learning and testing. In A. Gellatly, D. Rogers & J. A. Sloboda (Eds.), *Cognition and Social Worlds* (pp. 99-112). Oxford: University Press.

Li, K. Y. & Shen, S. M. (1992). Students' Weaknesses in Statistical Projects. *Teaching Statistics, 14*(1), 2-8.

Lipson, K. (1996). Technology and the teaching of statistics. In B. Philips (Eds.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-8* (pp. 67-74). Swinburne: Swinburne University of Technology.

Liverta-Sempio, O. & Marchetti, A. (1997). Cognitive development and theories of mind: Towards a contextual approach. *European Journal of Psychology of Education, XII*(1), 3-21.

Londeix, H. (1985a). Les Relations entre Psychologie Génétique et Psychologie Differentielle: Aperçus sur les objectives et les méthodes. *L'Orientation Scolaire et Profissionnelle, 14*(1), 23-43.

Londeix, H. (1985b). Les Relations Entre Psychologie Génétique et Psychologie Differentielle: l'analyse d'un test opératoire, l'ECDL. *L'Orientation Scolaire et Profissionnelle, 14*(2), 105-144.

Longeot, F. (1964). Analyse statistique de trois tests génétiques collectifs. *Bulletin de l'Institut National d' Orientation Profissionnelle, 20*, 19-37.

Longeot, F. (1966). La filiation des opérations intellectuelles lors du passage du stade préformel au stade opératoire formel. *Enfance, XXI*(5), 367-378.

Longeot, F. (1977). Modèle psychogénétique de l'intelligence et psychologie différentielle. *Bulletin de Psychologie, XXX*(327), 264 -269.

Longeot, F. (1978). *Les Stades Opératoires de Jean Piaget et les Facteurs de l'Intelligence*. Grenoble: Presses Universitaires de Grenoble.

Longeot, F., Girard, P., Labert, J. L & Rouquier, C. (1964). Etude Comparative de la Nouvelle Echelle Métrique (Binet-Simon) et de l' Echelle de Développement de la Pensée Logique. *Bulletin de l'Institut Nationel d'Orientation Profissionnelle, 3*, 219-239.

Lopes, A. V. et al. (1992). *Matemática 7º ano* (pp. 131-151). Porto: Edições Contraponto.

Lopes, A. V. et al. (1993). *Matemática 8º* (pp. 136-148). Porto: Editora Contraponto.

Lopes, C. (1998). *A Probabilidade e a Estatística no ensino fundamental: Uma análise curricular*. Campinas: Universidade Estadual de Campinas Faculdade de Educação. [Tese de mestrado, documento policopiado]

Lopes. N. (2000). Painel "A estatística na formação inicial de professores". In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 77-81). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Lubeck, A. (1991). Which Mean Do You Mean?. *Mathematics Teacher, 84*(1), 24 -28.

Lucy, J. A. (1988). The Role of Language in the Development of Representation: A Comparison of the Views of Piaget and Vygotsky. *The Quarterly Newsletter of the Laboratory of Comparative Human Cognition, 10*(4), 99-103.

Lourenço, O. (1994). *Além de Piaget? Sim, mas devagar*. Coimbra: Livraria Almedina.

Lourenço, O. (1998). Além de Piaget? Sim, mas primeiro além da sua interpretação padrão!. *Análise Psicológica, XVI*(4), 521-552.

Mayer, C. A. (1998). Is This Game Fair? The Emergence of Statistical Reasoning in Young Children. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol.1, pp. 53-59). Voorburg: International Statistical Institute.

Marro-Clément, P. et al. (1996). *Acquisition of Conservation During an Interaction Between Children Regulated by an Adult.* Comunicação apresentada na IInd Conference for Socio-Cultural Research Vygotsky-Piaget, Genève, Suiça, Setembro 1996.

Martí, E. (1996). Mechanisms of internalisation and externalisation of knowledge in Piaget's and Vygotsky's theories. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 57-83). Hove: Psychology Press.

Martins, M. A. & Neto, F. C. (1990). A influência de factores sociais contextuais na resolução de problemas de problemas. *Análise Psicológica, VIII*(3), 265-274.

Martins, M. E. et al. (1997). *Estatística.* Lisboa: Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário.

Maher, C. A., Martino, A. M. & Pantozzi, R. S. (1995). Listening Better and Questioning Better: A Case Study. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 82-89). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Mayer, R. E. & Hegarty, M. (1996). The Process of Understanding Mathematical Problems. In R. Steruberg. & T. Ben-Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 29-53). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

McClain, K., Cobb, P. & Gravemeijer, K. (2000). Supporting Students' Ways of Reasoning about Data. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century* (pp. 174-187). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.

Mercer, N. (1996). Las perspectivas socioculturales y el estudio del discurso en el aula. In C. Coll & D. Edwards (Eds.), *Enseñanza, aprendizaje y discurso en el aula: Aproximaciones al estudio del discurso educacional* (pp. 11-21). Madrid: Aprendizaje.

Mercier, A., Sensevy, G. & Schubauer-Leoni, M. L. (1998). *How social interactions within a class depend on the teacher's assessment of the various pupils' mathematical capabilities: a case study.* [Texto Policopiado]

Mevarech, Z. (1983). A Deep Structure Model of Students' Statistical Misconceptions. *Educational Studies in Mathematics, 14,* 415-429.

Mevarech, Z. & Kramarsky, R. (1997). From verbal descriptions to graphic representations: stability and change in students' alternative conceptions. *Educational Studies in Mathematics, 32,* 229-263.

Miller, K. & Paredes, D. (1996). On the Shoulders of Giants: Cultural Tools and Mathematical Development. In R. Stennberg & B. Zeev (Eds.), *The Nature of Mathematical Thinking* (pp. 83-117). Nova Jersey: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Ming, N., Ng, V & Wong, K. (1999). Using simulation on the Internet to teach statistics. *The Mathematics Teacher, 92*(8), 729-733.

Ming, S. (1998). Mistakes and difficulties encountered by students participating an a statistical project competition: the trend of change. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 3, pp. 1157-1164). Vooburg: International Statistical Institute

Ministério da Educação (1990). *Programa do 1º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Editorial do Ministério da Educação.

Ministério da Educação (1991 a). *Organização curricular e programas (2º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (1991 b). *Organização curricular e programas (3º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (1991c). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (2º ciclo do ensino básico).* Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (1991d). *Programa de Matemática: Plano de organização do ensino-aprendizagem (3º ciclo do ensino básico)*. Lisboa: Imprensa Nacional Casa da Moeda.

Ministério da Educação (1997). *Matemática: Programas*. Lisboa: Ministério da Educação, Departamento do Ensino Secundário.

Ministério da Educação (1998). *Estatísticas de educação 1995-1996* (pp. 14-15; 74-76; 139-140). Lisboa: Ministério da Educação.

Moll, L. (1990). Vygotsy's zone of proximal development: Rethinking its instructional implications. *Infancia y Aprendizaje, 50*(51), 157-168.

Moll, L. C. & Greenberg, J. B. (1996). A criação de zonas de possibilidades: combinando contextos sociais para a instrução. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação: Implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica* (pp. 313-339). Porto Alegre: Artes Médicas.

Monero, C. (1990). Las estrategias de aprendizaje en la Educacion formal: enseñar a pensar y sobre el pensar. *Infancia y Aprendizaje*, *50*(51), 3-25.

Montero, L. (1997). *Diseño de Investigationes*. Madrid: McGraw Hill

Mopondi, B. (1995). Les Explications en la Classe de Mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *15*(3), 7-52.

Moreno, J. (1998). Statistical Literacy-Statistics Long After School. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 1, pp. 445-450). Voorburg: International Statistical Institute.

Morita, J. (1999). Capture and Recapture your Student's Interesting in Statistics. *Mathematics Teaching in the Middle School, 4*(6), 412-418.

Moritz, J. (1998). Statistical Literacy And Adolescent Risk. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol.1, pp. 455-458). Voorburg: International Statistical Institute.

Moro, C. & Rodriguez, C. (1994). Prelinguistic Sign Mixity and Flexibility in Interaction. *European Journal of Psychology of Education, IX*(4), 301-310.

Mousley, J. & Sullivan, P. (1995). Classroom Communication: Investigating Relationships Between Language, Subjectivity and Classroom Organisation. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 90-96). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Moysés, L. (2000). *Aplicações de Vygotsky à educação matemática.* Campinas: Papirus Editora.

Mugny, G. (1985). La psychologie social génétique: Une discipline en développement. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie Sociale du Développment Cognitif* (pp. 15-38). Berne: Peter Lang.

Mugny, G. & Doise, W. (1978). Factores Sociologicos y Psicosociologicos del Desarrollo Cognitivo. *Anuário de Psicologia, 1*(18), 21-40.

Mugny, G. & Doise, W. (1983). Le marquage social dans le development cognitif. *Cahiers de Psychology Cognitive, 3*, 89-106.

Mugny, G. & Paolis, P. (1986). *Faut-il enterrer la notion de conflit sociocognitif?* [Texto Policopiado]

Mugny, G. & Perret-Clermont, A.-N. & Doise, W. (1981). Interpersonal coordinations and sociological differences in the construction of the intellect. In G. M. Stephenson & J. M. Davies (Eds.), *Applied Social Psychology* (pp. 315-343). Londres: John Wiley & Sons.

Mullenex, J. L. (1990). Box Plots: Basic and Advanced. *Mathematics Teacher, 83*(2), 108-112.

Murphey, T. (1989). Sociocognitive Conflict: Confused? Don't Worry, You May Be Learning. *Review of General Semantics, 46*(4), 312-315.

Musatti, T. (1993). Meaning between Peers: the Meaning of the Peer. *Cognition and Instruction, 11*(3/4), 241-250.

Nassefat, M. (1963). *Etude quantitative sur l'evolution des opérations intellectuelles*. Neuchatel: Éditions Delachaux et Niestlé.

National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

National Council of Teachers of Mathematics (1994). *Normas profissionais para o ensino da matemática*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.

National Council of Teachers of Mathematics (1998). Principles and standards for school mathematics: Working draft. Reston VA: NCTM. «on line» http://www.nctm.org/standards2000/

Nemirovsky, R.; Tierney, C. & Wright, T. (1998). Body Notion and Graphing. *Cognition and Instruction, 16*(2), 119-172.

Nesher, P. (1996). School Stereotype word problems and the open nature of applications. In C. Alsina et al. (Eds.), *Actas del 8º Congresso Internacional de Educación Matemática.* (vol. 2, pp. 335-343). Sevilha: S.A.E.M. 'THALES'

Netchine-Grynberg, G. (1984). Développement-modèle et modèles de développement pluriel. *Psychologie Française, 29*(1), 22-28.

Newman D., Griffin, P. & Cole, M. (1989). *The construction zone: Working for cognitive change in school.* Cambridge: Cambridge University Press.

Nicholson, J. (1996). Understanding Statistical Concepts. *Micromath* Summer, 24-25.

Nicholson, J. & Mulhern, G. (2000a). Data Interpretation in the 21st Century: Issues in the Classroom. In A. Rogerson (Ed.), *Mathematics for Living Conference Proceedings* (pp. 220-225). Amman: The Mathematics Education into the 21st Century Project.

Nicholson, J. & Mulhern, G. (2000b). *Differences in Mathematical and Statistical Thinking: Interpretation and Uncertain: a discussion paper.* Comunicação apresentada na Conferência do PME 24, Hiroshima, Japão, Julho de 2000.

Nicolet, M. (1987) *Régulations sociales, enjeux relationnels et stratégies de partage dans l'étude du marquage social.* Comunicação apresentada nas Journées des Chercheurs du Séminaire de Psychologie, Neuchâtel, Suiça, Outubro de 1987.

Nicolet, M. & Iannaccone, A. (1988). Norme sociale d'équité et contexte relationnel dans l'étude du marquage social. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 139-152). Fribourg: Del Val.

Nicolet, M. (1988). *Le role des dynamiques sociales dans les processus cognitifs,.* Comunicação apresentada no Colóquio Psychosociologie des constructions cognitives et éducation, Aix-en-Provence, França, Dezembro 1988.

Nicolet, M., Grossen M. & Perret-Clermont, A.-N. (1988). Testons-nous des compétences cognitives: contribution psychosociologique à l'analyse de la situation de test à travers l'étude de conduites aux épreuves opératoires piagétiennes. *Revue Internationale de Psychologie Sociale, 1,* 72-91.

Ng, V. & Wong, K. (1999). Using simulation on the internet to teach statistics. *The Mathematics Teacher, 8*(92), 729-733.

Nisbett, R. E. et al. (1983). The use of statistical heuristics in everyday inductive reasoning. *Psychological Review, 90*(4), 339-363.

Niss, M. (1981). Buts de la formation en mathématiques et besoins de la société. In R. Morris (Eds.), *Études sur l'enseignement des mathématiques* (vol.2, pp. 1-23). Paris: Les Presses de l'Unesco.

Noble, T. & Nemirovsky, R. (1995). Graphs that go backwards. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2, pp. 256-263). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Nunes, T. (1995). Sistema de signos e aprendizagem conceptual. *Quadrante, 4*(1), 7-23.

Nunes, T. (1996). A matemática na escola da vida e na vida escolar. In H. Guimarães (Ed.), *Dez anos de ProfMat: Intervenções* (pp. 211-224). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Nunes, T. (1997). Systems of signs and mathematical reasoning. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. (pp. 29-44). Hove: Psychology Press.

Nunes, T. & Bryant, P. (1997). *Crianças fazendo matemática*. Porto Alegre: Artes Médicas.

Nunes, T., Light, P. & Mason, J. (1993). Tools for Thought: The Measurement of Lengh and Area. *Learing and Instruction, 3*(1), 39-54.

Oelkers, J. (1996). A educação nova. In J.-M. Barrelet & A.-N. Perret-Clermont, (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 219-233). Lisboa: Instituto Piaget.

Ohlsson, S. (1996). Learning from Error and the Design of Task Environments. *International Journal of Education Research, 25*(5), 419-447.

Ohtani, M. (1996). Telling definition and conditions: An ethnomethodological study of sociomathematical activity in classroom interaction. In L. Puig & A. Gutiérres (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol.4, pp. 75-82). Valencia: Universitat de València.

Orsolini, M. & Pontecorvo, C. (1992). Children's Talk in Classroom Discussions. *Cognition an Instruction, 9*(2), 113-136.

Oser F., Dick, A., & Patry, J. L. (1991). *Social Psychology of the Transmission of Knowledge: Implicit Negotiations in Teacher-Student Relationships*. Comunicação apresentada no Symposium on Research on Effective and Responsible Teaching. Fribourg, Suiça, Setembro de 1991.

Ottaviani, M. G. (1991). A history of the teaching of statistics in higher education in Europe and in the United States, 1660 to 1915. In R. Morris (Ed.), *Studies in mathematics education* (vol. 4, pp. 243-253). Paris: Unesco

Ottavani, M. G. (1999). *Promover la Enseñanza de la Estadística: La Función del Iase y su Cooperación com los Países en vias de Desarrollo*. Comunicação apresentada na Conferência Internacional Experiências e Perspectivas do Ensino da Estatística: Desafios para o Século XXI, Florianopólis, Brasil, Setembro de 1999.

Padilla, J., Mckenzie, L. & Shaw, E. (1986). An Examination of the Line Graphing Ability of Students in Grades Seven Through Twelve. *School Science and Mathematics, 86*(1), 20-25.

Palmonari, A. & Pombeni, M. L. (1989). Formes et fonctionnement des groupes de pairs à l'adolescence: Un étude sur le terrain en Italie. *L'Orientation Scolaire et Professionnelle, 18*(4), 299-313.

Panofsky, C., John-Steiner, V. & Blackwell, P. J. (1996) O desenvolvimento do discurso e dos conceitos científicos. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação: Implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica* (pp. 245-260). Porto Alegre: Artes Médicas.

Paolis, P. & Mugny, G. (1985). Régulations relationnelles et sociocognitives. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie social du développement cognitif* (pp. 93-108). Berna: Peter Lang.

Pereira-Mendoza, L. (1986). A Comparison of the Statistics Curriculum for Children Aged 5-11 in Britain, Canada and in the U.S.A. In *Second International Conference on Teaching Statistics-Proceedings* (pp. 40-45). Victoria: University of Victoria.

Pereira-Mendoza, L. (1991). A comparison of the statistics curriculum for young children in the United Kingdom, Canada and the United States. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education* (vol. 4, pp. 50-60). Paris: Unesco.

Pereira-Mendoza, L. (1995). Graphing in the Primary School: Algorithm versus Comprehension. *Teaching Statistics, 17*(1), 2-6.

Pereira-Mendoza, L. & Mellor, J. (1990). *Student's Concepts of Bar Graphs: Some Preliminary Findings.* Comunicação apresentada na ICOTS 3, Dunedin, Nova Zelandia, Agosto de 1990.

Pereira-Mendoza, L. & Swift, J. (1989). Porquê Ensinar Estatística e Probabilidades. *Educação e Matemática, 9*, 17-18 e 36.

Perret-Clermont, A.-N. (1976/1978). *A construção da inteligência pela interacção social*. Lisboa: Sociocultur.

Perret-Clermont, A.-N. (1985). Interactions Sociales et Processus Cognitifs. *Dossier Education du Monde Diplomatique*, 1-6.

Perret-Clermont, A.-N. (1988a). *La construction de l'intelligence dans l'interaction sociale.* Introdução e postface para a edição em lingua russa. [Texto policopiado]

Perret-Clermont, A.-N.(1988b). Perspectives: La structuration des échanges symboliques. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 265-269). Fribourg: Del Val.

Perret-Clermont, A.-N. (1991). La Interaccion Social Como Espacio de Pensamiento. *Anthropos, 124*, 45-47.

Perret-Clermont, A.-N. (1992a). Les Implicites dans les Situations d'Apprentissages. *Les Cahiers de l'I.S.P., 19*, 20-53.

Perret-Clermont, A.-N. (1992b). Transmitting knowledge: Implicit negotiations in the student-teacher relationship. In F. Oser, A. Dick & J.-L. Patry (Eds.), *Effective and responsible teaching: The new synthesis* (pp. 329-341). São Francisco: Jossey-Bass Publishers.

Perret-Clermont, A.-N. (1993). What is it that develops? *Cognition And Instruction, 11*(3/4), 197-205.

Perret-Clermont, A.-N. (1996). Piaget entre os seus antecessores e os seus pares. In J.-M. Barrelet & A.-N. Perret-Clermont, (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 337-380). Lisboa: Instituto Piaget.

Perret-Clermont, A.-N. (1999). Apprendre et enseigner avec efficience à l'école. Appproches psychosociales des possibilités et des limites de

l'apprentissage en situation scolaire classique. *Cahiers de Psychologie, 35*, 23-42.

Perret-Clermont, A.-N. & Bell, N. (1988). Learning processes in social and instructional interactions. In K. Richardson & S. Sheldon (Eds.), *Cognitive Development to Adolescence* (pp. 273-321). London: Open University Book.

Perret-Clermont, A.-N. & Brossard, A. (1985). On the interdigitation of social and cognitive processes. In R. Hinde, A.-N. Perret-Clermont & J. Stevenson (Eds.), *Social Relationships and Cognitive Development* (pp. 309-327). Oxford: Clarendon Press.

Perret-Clermont, A.-N., Brun, J. & Conne, F. (1981). *Decontextualisation du savoir dans l'enseigment des mathématiques à des jeunes élèves.* Comunicação apresentada no Colloque International du Laboratoire Européen de Psycologie Sociale: Représentation Sociales et Champ Educatif, Aix-en-Provance, França, Novembro/Dezembro de 1981.

Perret-Clermont, A.-N. & Mugny, G. (1985). En guise de conclusion: Effets sociologiques et processus didactiques. In G. Mugny (Ed.), *Psychology social du développement cognitif* (pp. 251-262). Berna: Peter Lang.

Perret-Clermont, A.-N. & Nicolet, M. (1988). Détour par un rêve. In A-N Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.) *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le dévelopment cognitif* (pp. 7-16). Fribourg: Del Val.

Perret-Clermont, A.-N., Perret, J.-F. & Bell, N. (1991). The social construction of meaning and cognitive activity in elementary school children. In L. B. Resnick, J. M. Levine, & S. D. Teasley (Eds.), *Perspectives on Socially Shared Cognition* (pp. 41-62). Washington: American Psychological Association.

Perret-Clermont, A.-N. & Schubauer-Leoni, M. L. (1981). Conflict and Cooperation as Opportunities for Learning. In P. Robinson (Ed.), *Communication in Development* (pp. 203-233). London: Academic Press.

Perret-Clermont, A.-N. & Schubauer-Leoni, M. L. (1988). *The Social Construction of Meaning in Math Class Interaction.* Conferência apresentada no Sixth International Congress on Mathematical Education, Budapeste, Hungria, Agosto de 1988.

Perret-Clermont, A.-N., Schubauer-Leoni, M. L. & Grossen, M. (1990). Contexte Social du Questionnement et Modalités d'Explication. *Cahiers d'Acquisition et de Pathologie du Langage, 7/8*, 37-53.

Perret-Clermont, A.-N., Schubauer-Leoni, M. L. & Grossen, M. (1992a). Interactions Sociales dans le Developpement Cognitif: Nouvelles Directions de Recherche. *Cahiers de Psycologie, 29*, 17-39.

Perret-Clermont, A.-N., Schubauer-Leoni, M. L. & Grossen, M. (1992b). The Construction of Adult Child Intersubjectivity in Psychological Research and in School. In M. von Cranach, W. Doise, & G. Mugny (Eds.), *Social Representations and the Social Bases of Knowledge* (pp. 70-77). Berne: Hogrefe & Huber Publishers.

Perret-Clermont, A.-N., Schubauer-Leoni, M. L. & Trognon, A. (1992). L'Extorsion des Réponses en Situation Asymétrique. *Verbum, 1/2*, 3-32.

Perry, B. et al. (2000). Elementary school students' statistical thinking: An international perspective. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), *PME 24 Proceedings* (vol. 4, pp. 65-72). Hiroshima: Hiroshima University.

Pesci, A. (1991). *Graphical Representations: A Study on Their Production and Interpretation.* Poster apresentado no PME 15, Assis, Itália, Junho de 1991.

Peterson, P. et al. (1989). Teachers' Pedagogical Content Beliefs in Mathematics. *Cognition and Instruction, 6*(1), 1-40.

Pfannkuch, M. & Wild, C. (1998). Investigating The Nature of Statistical Thinking. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 1, pp. 459-466). Voorburg: International Statistical Institute.

Phillips, B. (Eds.) (1996). *Papers on statistical education presented at ICME-8.* Swinburne: Swinburne University of Technology.

Piaget, J. (1924). *Le jugement et le raisonement chez l'enfant.* Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. (1932). *Le jugement moral chez l'enfant.* Neuchâtel: Delachaux & Niestlé.

Piaget, J. (1947). *La Psychologie de l'Intelligence.* Paris: Armand Colin

Piaget, J. (1955). The stages of intelectual development in childhood and adolescence. In H. Gruber & J. Vonèche (Eds.), *The essential Piaget* (pp. 814-819). New Jersey: Jason Aronson.

Piaget, J. (1965). *Etudes sociologiques.* Genève: Droz.

Piaget, J. (1971). The teory of stages in cognitive development. In D. Green, M. Ford & G. Flamer (Eds.), *Mesasurement and Piaget* (pp. 1-11). Nova York: McGraw-Hill.

Piaget, J. (1974). *Réussir et comprendre.* Paris: PUF.

Piaget, J. (1975). Comments on Mathematical Education. In H. Gruber & J. Vonèche (Eds.), *The essential Piaget* (pp. 726-732). Nova Jersey: Jason Aronson.

Piaget, J. (1977). *Psicologia e epistemologia.* Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Piaget, J. (1983). *Seis estudos de Psicologia.* Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Piaget, J. (1985). *O possível e o necessário.* Porto Alegre: Artes Médicas.

Piaget, J. (1985). Commentaires sur les remarques critiques de Vygotsky. In B. Schneuwly & J. P. Bronckart (Eds.), *Vygotsky Aujourd'hui* (pp. 120-137). Lausanne: Delachaux et Niestlé.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1951). *La genèse de l'idée de hasard chez l'enfant.* Paris: PUF.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1979). *A psicologia da criança do nascimento à adolescência.* Lisboa: Moraes Editores.

Piston, C. (1992). Supplementing the Graphing Curriculum. *The Mathematics Teacher, 85*(5), 336-341.

Pochon, L. O. (1991). Statistiques et Sciences Humaines. Notes de Travail. *Dossier de Psychologie*, nº 38, Neuchâtel: Université de Neuchâtel.

Pochon, L. O. (1997). ANASTAT: Un système dédié à la gestion et à l'analyse de donnés paramétriques. *Dossier de Psychology* nº 48, Neuchâtel: Université de Neuchâtel «online»http://www.unine.ch/psy/stat/anastat.zip.

Pollatsek, A., Lima, S. & Well, A. D. (1981). Concept or Computation: Student's understanding of the mean. *Educational Studies in Mathematics, 12*(402), 191-204.

Ponte, J. P. (1984). *Function reasoning and the interpretation of cartesian graphs*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (1988). Matemática, Insucesso e Mudança: Problema Possível, Impossível ou Indeterminado?. *Aprender, 6,* 10-19.

Ponte, J. P. (1991). Ciências da Educação, Mudança Educacional, Formação de Professores e Novas Tecnologias. In A. Nóvoa et al. (Eds.), *Ciências da Educação e Mudança*. Porto: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Ponte, J. P. (1992a). Problemas de Matemática e Situações da Vida Real. *Revista de Educação, II*(2), 95-107.

Ponte, J. P. (1992b). Concepções dos Professores de Matemática e Processos de Formação. In M. Brown et al. (Eds.), *Educação Matemática* (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional e Secção de Educação Matemática da sociedade Portuguesa de Ciências da Educação.

Ponte, J. P. (1993a). A Educação Matemática em Portugal: Os primeiros passos de uma comunidade de investigação. *Quadrante, 2*(2), 95-125.

Ponte, J. P. (1993b). Professores de Matemática: Das Concepções aos Saberes Profissionais. *Actas do IV Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 59-79). Ponta Delgada: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (1996a). Investigação, dinamização pedagógica e formação de professores: três tarefas para a renovação da educação matemática. In H. Guimarães (Eds.), *Dez anos de ProfMat: Intervenções* (pp. 9-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (1996b). Matemática e realidade: uma relação didática essencial. In H. Guimarães (Eds.), *Dez anos de ProfMat: Intervenções* (pp. 185-210). Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

Ponte, J. P. (1998). Como diversificar programas de matemática?. In D. Fernandes & M. R. Mendes (Eds.), *Conferência internacional projectar o futuro: Políticas, Currículos Práticas* (pp. 101-116). Lisboa: Ministério da Educação -Departamento do Ensino Secundário.

Ponte, J. P. (2000). A investigação em didáctica da matemática pode ser (mais) relevante?. In J. P. Ponte & L. Serrazina (Eds.), *Educação Matemática em Portugal, Espanha e Itália: Actas da Escola de Verão -1999* (pp.327-336). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Ciências da Educação – Secção de Educação Matemática.

Ponte, J. P. et al. (1998). *Projectos Educativos*. Lisboa: Ministério da Educação - Departamento do Ensino Secundário.

Ponte, J. P., Matos, J. M. & Abrantes, P. (1998). *Investigação em Educação Matemática*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional - Ministério da Educação.

Ponte, J. P. & Fonseca, H. (2000). A Estatística no Currículo do Ensino Básico e Secundário. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 179-194). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Pontecorvo, C. (1993). Forms of Discourse and Shared Thinking. *Cognition and Instruction, 11*(3/4), 189-196.

Porfírio, J. & Gordo, F. (in press). Estatística. In J. M. Matos (Ed.), *Relatório do Projecto AMEC*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Punch, K. F. (1998). *Introduction to Social Research Quantitative & Qualitative Approaches*. London: Sage Publications.

Rade, L. (1986). La Statistique. In R. Morris (Ed.), *Etudes sur l'enseignement des mathématiques* (vol. 4, pp. 123-134). Paris: Unesco.

Ramalho, G. (1994). Results from Portuguese participation in the "second international assessment of educational progress: mathematics. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Educational* (vol. IV, pp. 81-88). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Ramalhoto, M. F. (1986). The Teaching of Statistics in Portugal - Problems and Some Suggestions Towards its Solution. In *Second International Conference on Teaching Statistics Proceedings* (pp. 441-445). Victoria: University of Victoria.

Rangecroft, M. (1991a). Graphwork-developing a progression. Part 1: The early stages. *Teaching Statistics, 13*(2), 44-46.

Rangecroft, M. (1991b). Graphwork-developing a progression. Part 2 -A diversity of graphs. *Teaching Statistics, 13*(3), 90-92.

Rangel, A. C. (1992). *Educação matemática e a construção do número pela criança: uma experiência em diferentes contextos sócio-económicos* (2-58). Porto Alegre: Artes Médicas.

Reading, C. & Pegg, J. (1996). Exploring understanding of data reduction. In L. Puig & A. Gutiérres (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4, pp. 187-194). Valencia: Universitat de Valencia.

Resnick, L. (1987). *Education and Learning to Think*. Washington: National Academy Press.

Resnick, L. & Ford, W. (1990). *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Ediciones Paidós.

Resnick, L. et al. (1991). Thinking in Arithmetic Class. In B. Means, C. Chelemer, & M. S. Knapp (Eds.), *Teaching Advanced Skills to At Risk*

Students: Views from Research and Practice (pp. 27-53). São Francisco: Jossey-Bass.

Reusser, K. & Stebler, R. (1997). Every day problem has a solution: The Social Rationality of Mathematical Modeling in Schools. *Learning and Instruction, 7*(4), 309-327.

Revak, M. A. & Williams, J. G. (1999). The Double Stuff. *The Mathematics Teacher, 92*(8), 674-690.

Rico, L. (1995). Errores en el aprendizaje de las matemáticas. In J. Kilpatrick, P. Gómez & L. Rico (Eds.), *Educación Matemática* (pp. 69-108). México: Grupo Editorial Iberoméricana.

Rico, L. (Ed.), (1997). *La Educación Matemática en la Enseñanza Secundária.* Barcelona: Instituto de Ciències de la Education.

Rijsman, J. (1996). O panorama intelectual e tecnológico da cena piagetiana. In J.-M. Barrelet & A.-N. Perret-Clermont, (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 191-217). Lisboa: Instituto Piaget.

Lopes, N. et al. (2000). A Estatística na Formação Inicial de Professores. In C. Loureiro, F. Oliveira & L. Brunheira (Eds.), *Ensino e Aprendizagem da Estatística* (pp. 71-81). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Estatística, Associação de Professores de Matemática, Departamento de Educação e de Estatística e Investigação Operacional da Faculdade de Ciências da Universidade de Lisboa.

Rogerson, A. (1998). Innovative Secondary School Classroom Experiments With Statistics Education Using The Computer. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics*, (vol.1, pp. 115-120). Voorburg: International Statistical Institute.

Rogoff, B. (1993). *Aprendices del pensamiento. El desarollo cognitivo en el contexto social.* Barcelona: Ediciones Paidós.

Rommetveit, R. (1976). On the architecture of intersubjectivity. In L. H. Strickland, Gergen & F. J. Aboud (Eds.), *Social psychology in transition.* Nova York: Plenum Press.

Rommetveit, R. (1986). Language acquisition as increasing linguistic structuring of experience and symbolic behavior control. In J. V. Wertsch (Ed.), *Culture communication and cognition* (pp. 183-205). Cambridge: MA Cambridge University Press.

Roselli, N. (1981). Desarrollo de la inteligencia e interacción social. *Boletin Del Instituto Rosario de Investigaciones en Ciencias de la Educacion,* 9/10,89-97.

Roth, W.-M. & McGinn, M. K. (1997). Graphing: Cognitive Ability or Practice? *Science Education, 81*(1), 91-106.

Roth, W.-M. (in press). Professionals Read Graphs: A Semiotic Analysis. *Journal of Research in Mathematical Education.*

Rouiller, Y. (1996). *Structure d'interaction collaborative entre pairs et révision de textes écrits.* Comunicação apresentada na II Conference for

Socio-Cultural Research Piaget-Vygotsky, Genève, Suiça, Setembro de 1996.

Roux, J.-P. (1999). Contexte interactif d'apprentissage en mathématiques et régulations de l'enseignant. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 259-278). Nancy: Presses Universitaires de Nancy & Publications de l'Université de Provence.

Roux, J.-P. & Gilly, M. (1984). Aide apportée par le marquage social dans une procédure de résolution chez des enfants de 12-13 ans: données et réflexions sur les mécanismes. *Bulletin de phychologie, XXXVIII*(368), 145-155.

Roux, J.-P. & Gilly, M. (1988). Contribution à l'étude des mécanismes d'action du marquage social dans une tâche d'ordination à 12-13 ans. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 153-166). Fribourg: Del Val.

Roux, J.-P. & Gilly, M. (1993). Social significance of tasks, routines, and pragmatic schemas in distribution activities. *European Journal of Social Psychology, 23,* 355-371.

Rumsey, D. (1999). Cooperative teaching opportunities for introductory statistics teacher. *The Mathematics Teacher*, *92*(8), 734-737.

Russell, S. & Mokros, J. (1990). What's typical? Children's and teachers' ideas about average. *Proceedings of the ICOTS 3* (pp. 307-313). Voorbourg: International Statistical Institute.

Säljö, R. (1991a). Introduction: Culture and learning. *Learning and Instruction, 1*(3), 179-185.

Säljö, R. (1991b). Learning and meditation: fitting reality into a table. *Learning and Instruction, 1*(3), 261-272.

Säljö, R. (1996). Mental and physical artifacts in cognitive practices. In P. Reimann & H. Spada (Eds.), *Learning in human and machines: toward an interdisciplinary learning science* (pp. 83-96). Oxford: Elsevier Science.

Säljö, R. & Wyndhamn, J. (1987). The Formal Setting as Context for Cognitive Activities. An Empirical Study of Arithmetic Operations Under Conflicting Premisses for Communication. *European Journal of Psychology of Education, XI*(3), 233-245.

Säljö, R. & Wyndhamn, J. (1990). Problem Solving, Academic Performance and Situated Reasoning. A Study of Joint Cognitive Activity in the Formal Setting. *British Journal of Educational Psychology*, *60*, 245-254.

Säljö, R. & Wyndhamn, J. (1993). Solving Everyday Problems in the Formal Setting: An Empirical Study of the School as Context for Thought. In S. Chaiklin & J. Lave (Eds.), *Undestanding Practice: Perpectives on Activity and Context* (pp. 327-342). Cambridge: Cambridge University Press.

Santos, J. (1981). A família e o insucesso escolar. Psicopatologia da organização familiar e dificuldades na iniciação à aprendizagem escolar. *Revista Portuguesa de Psicanálise*, *9*, 5-18.

Satolini, A., Danis, A. & Tijus, C. (1996) Une méthode d'analyse des interactions cognitives dans l'environnement proximal du jeune enfant. *Enfance, 3*, 331-360.

Saxe, G. (1989). Selling candy: a study of cognition in context. *The Quarterly Newsletter of the Institute for Comparative Human Development*, *11*(1/2), 19-22.

Saxe, G. (1991) *Culture and Cognitive Development. Studies in Mathematical Understanding.* New Jersey: Lawrence Erlbaum & Associates.

Saxe, G. (1995). A interacção de crianças e o desenvolvimento das compreensões lógico-matemáticas: uma nova estrutura para a pesquisa e a prática educacional. In H. Daniels (Ed.), *Vygotsky em Foco* (pp. 169-218). São Paulo: Papirus Editora.

Saxe, G. et al. (1996). Culture and Children's Mathematical Thinking. In R. Stennberg & B. Zeev (Eds.), *The nature of Mathematical Thinking* (pp. 119-144). Nova Jersey. Lawrence Erlbaunn Associates Publishers.

Scheaffer, R. (1990). Why Data Analysis?. *Mathematics Teacher*, *83*(2), 90 -93.

Scheaffer, R. (1998). Statistics Education: Bridging The Gaps Among School, College and The Workplace. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics,* (vol. 1, pp. 19-26). Voorburg: International Statistical Institute.

Scheaffer, R. (2000). Statistics for a New Century. In M. J. Burke & F. R. Curcio (Eds.), *Learning Mathematics for a New Century* (pp. 158-173). Reston: NCTM.

Schliemann, A. (1995). Some Concerns About Bringing Everyday Mathematics: A Vygotskian Approach. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1, pp. 45-60). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Schneuwly, B. (1987). Les Capacités Humaines Sont des Constructions Sociales. Essai sur la Théorie de Vygotsky. *European Journal of Psychology of Education 1*(4), 5-16.

Schneuwly, B. (1989). Le 7ème chapître de pensée et langage de Vygotsky: esquisse d'un modèle psychologique de production langagière. *Enfance, 42*(1/2), 23-30.

Schneuwly, B. (1994). Contradiction and Development: Vygotsky and Paedology. *European Journal of Psychology of Education, IX*(4), 281-291.

Schoenfeld, A. H. (1989). Explorations of Students' Mathematical Beliefs and Behavior. *Journal for Research in Mathematics Education*, *20*(4), 338-355.

Schubauer-Leoni, M. L. (1986). Le contrat didactique: un cadre interprétatif pour comprendre les savoires manifestés par les eléves en mathématique. *European Journal of Psychology of Education*, *1*(2), 139-153.

Schubauer-Leoni, M. L. (1988a). *Des Recherches en Didactiques des Mathématiques avec un Regard de Psychologue Social des Situations d' Enseignement.* Comunicação apresentada no Colóquio Psychologie des

Constructions Cognitives et Education, Aix en Provence, França, Dezembro de 1988.

Schubauer-Leoni, M. L. (1988b). L'interaction expérimentateur-sujet à propos d'un savoir mathématique: la situation de test revisitée. In A.-N. Perret-Clermont & M. Nicolet (Eds.), *Interagir et connaître: Enjeux et régulations sociales dans le développement cognitif* (pp. 251-264). Fribourg: Del Val.

Schubauer-Leoni, M. L. (1989). Problématisation des notions de obstacle épistemologique et de conflit socio-cognitif dans le champ pédagogique. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Constrution des Savoires — Obstacles et Conflits* (pp. 350-366). Quebec: d'Agence d'Arc.

Schubauer-Leoni, M. L. (1997). Entre théories du suject et théories des conditions de possibilité du didactique: Quel "cognitif"?. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 17*(1), 7-27.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1980). Interactions sociales et répresentations symboliques dans le cadre de problèmes aditifs. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, *1*(3), 297-350.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1985). Interactions sociales dans l'apprentissage de connaissances mathématiques chez l'enfant. In G. Mugny (Ed.), *Psychologie sociale du développement cognitif* (pp. 225-250). Berna: Peter Lang.

Schubauer-Leoni, M. L. & Perret-Clermont, A.-N. (1997). Social Interactions and Mathematics Learning. In P. Bryant & T. Nunes (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics: An International Perspective* (pp. 265-283). Hove: Psychology Press.

Schubauer-Leoni, M. L., Perret-Clermont, A.-N. & Grossen, M. (1992). The Construction of Adult Child Intersubjectivity in Psychological Research and in School. In M. von Cranach, W. Doise & G. Mugny (Eds.), *Social Representation and the Social Bases of Knowledge* (pp. 69-77). Berna: Hogrefe & Huber Publishers.

Schubauer-Leoni, M. L. & Schubauer, R. (1979). La Balance Mathématique: Créer une situation suceptible de favoriser l'appropriation de la notion d'addition. *Maths-École, 80,* 2-8.

Schultz. J. E. & Rubenstein, R. N. (1990). Integrating Statistics into a Course on Functions. *Mathematics Teacher, 83*(8), 612-616.

Schupp, H. (1991). Appropriate teaching and learning of stochastics in the middle grades (pp. 5-10). In R. Morris (Ed.), *Studies in mathematics education* (vol. 4, 101-120). Paris: Unesco

Schwertman, N. C. (1999). Discovering an Optimal Property of the Median. *The Mathematics Teacher*, *92*(8), 692-703.

Seeger, F. (1991). Interaction and Knowledge in mathematics education. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 11*(23), 125-166.

Sempio, O. & Marchetti, A. (1997). Cognitive development and theories of mind: Towards a contextual approach. *European Journal of Psychology of Education*, *XII*(1), 3-21.

Sfard, A. (1994). The tale of two students: the interpreter and the doer. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Educational* (vol. 4, pp. 257-264). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Sfard, A. (2000a). Steering (Dis)Course Between Metaphors and Rigor: Using Focal Analysis to Investigate an Emergence of Mathematical Objects. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(3), 296-327.

Sfard, A. (2000b). *Intimations and implementations: The dialectic that keeps mathematical discourse going: long version.* Comunicação apresentada na III Conferência para a Pesquisa Socio-Cultural. Campinas, Brasil, Julho de 2000.

Sfard, A. & Linchevski, L. (1994a). The gains and the pitfalls of reitification: the case of algebra. *Educational Studies in Mathematics, 26*, 191-228.

Sfard, A. & Linchevski, L. (1994b). The tale of two students: The interpreter and the doer. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of PME XVIII* (pp. 257-266). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Sfard, A. et al. (1998). Learning mathematics through conversation: Is it as good as they say?.*For the Learning of Mathematics, 18*(1), 41-51.

Shachar, H. & Sharan, S. (1994). Talking, relating, and achieving: effects of cooperative learning and whole-class instruction. *Cognition and Instruction, 12*(4), 313-353.

Shaughnessy, M. (1992). Research in Probability and Statistics: Reflections and Directions. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research and Mathematics Teaching and Learning* (pp. 465-494). Nova York: Macmillan Publishing Company.

Shaughnessy, M. (1996). Emerging issues for research on teaching and learning probability and statistics. (pp. 39-48). In B. Philips (Eds.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-8*. Swinburne: Swinburne University of Technology.

Shaughnessy, M. & Bergman, B. (1993).Thinking about uncertainty: probability and statistics. In P. S. Wilson (Ed.), *Research ideas for the classroom: High school Mathematics* (pp. 177-197). New York: Macmillan Publishing.

Shaughnessy, J. M., Garfield, J. & Greer, B. (1996). Data Handling. In A. Bishop et al. (Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 205-237). Dordrecht: Kluwer Academic.

Shaughnessy, M. & Zawojewski, J. (1999). Secondary Student's Performance on Data and Chance in the 1996 NAEP. *The Mathematics Teacher, 92*(8), 713-718.

Shayer, M. (1996). *Piaget and Vygotsky: a necessary mariage for effective educational intervention.* Comunicação apresentada na Conferência do Centenary Piaget and Vygotsky. Brigthan, Reino Unido, Setembro de 1996.

Sheffield, L. J. & Cruikshank, D. E. (1996). *Teaching and Learning Elementary and Middle School Mathematics* (pp. 261-283). Englewood Cliffs N. J.: Prentice-Hall.

Siegel. L. (1979/1980). Le jeune enfant est-il vraiment "pré-operatoire"?. *Bulletin de Psychologie, XXXIII*(345), 637-644.

Sierpinska, A. (1996).Whither Mathematics Education? In C. Alsina et al. (Eds.) *Actas del 8º Congresso Internacional de Educación Matemática.* (vol. 1, pp. 21-46). Sevilha: S.A.E.M. 'THALES'.

Sierpinska, A. (1997). Formats of Interaction and Model Readers. *For the Learning of Mathematics, 17*(2), 3-12.

Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996). *Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education.* In A. Bishop et al.(Eds.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 827-876). Dordrecht: Klumer Academic Publishers.

Silva, M. (1989). Estatística nas aulas do 7º ano de Escolaridade. *Educação e Matemática, 9*, 3-6.

Skemp, R.(1978). Relational understanding and instrumental understanding. *Arithmetic Teacher*, November, 9-15.

Skemp, R.(1979). *Intelligence, learning and action: A foundation for theory and practice in education*. Chichester: Wiley.

Skemp, R. (1981). What is a good environment for the intelligent learning of mathematics? Do schools provide it? Can they?. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 2*(2), 257-266.

Skemp, R. (1988). The formation of mathematical concepts. In A. Floyd (Ed.), *Developing mathematical thinking* (pp. 79-86). Addison: Wesly Publishers.

Slavin, R. (1980). Cooperative Learning. *Review of Educational Research, 50*(2), 315-342.

Slavin, R. (1994). Quality, appropriateness, incentive, and time: A model of instructional effectiveness. *International Journal of Educational Research, 21*(2), 141-157.

Slavin, R. (1995). *Cooperative Learning*. Needham Heights MA: Simon & Schuster Company

Smith, L. (1996). The social construction of rational understanding. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 107-123). Hove: Psychology Press.

Smith, P. T. (1987). Levels of understanding and psychology student's acquisition of statistics. In J. Sloboda & D. Rogers (Eds.), *Cognitive Processes in Mathematics* (pp. 157-168). Oxford: Clarendon Press.

Socas, M. (1997). Dificultades, Obstáculos y Errores en el Aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria. In L. Rico et al. (Eds.), *La educación matemática en la enseñanza secundaria* (pp. 125-154). Barcelona: Institut de Ciències de l'Educación.

Sommers, J. (1992). Statistics in the Classroom: Written Projects Portraying Real-World Situations. *The Mathematics Teacher, 88*(4), 310-313.

Sorsana, C. (1999). Stratégies socio-cognitives dans la résolution de la tour de Hanoi. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 143-161). Nancy: Presses Universitaires de Nancy & Publications de l'Université de Provence.

Speed, T. (1986). Questions, Answers and Statistics. *Proceedings of the International Conference on Teaching Statistics* (pp. 18-28). Victoria: University of Victoria.

Starkings, S. (1996). An international overview of data analysis within the mathematics curriculum (pp. 7-14). In B. Philips (Ed.), *Papers on Statistical Education presented at ICME-8*. Swinburne: Swinburne University of Technology.

Starkings, S. (1997). Assessing Students Projects. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 139-151). Voorburg: International Statistical Institute.

Stebler, R. & Reusser, K. (1996). *Learning together: When good students underestimate the benefits of peer collaboration*. Poster apresentado na Conferência Growing Mind, Genève, Suiça, Setembro de 1996.

Steele, D. (1999). Learning mathematical language in the zone of proximal development. *Teaching Children Mathematics*, *6*(1), 38-42.

Steffe, L. P. & Wiegel, H. G. (1992). On Reforming Practice in Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, *23*, 445-465.

Steinbring, H. (1991). The interaction between teaching practice and theoretical conceptions – a co-operative model of in-service training in stochastics for mathematics teachers. In R. Morris (Ed.), *Studies in Mathematics Education* (vol. 4, pp. 202-212). Paris: Unesco.

Strauss, S. & Bichler, E. (1988). The Development of Children's Concepts of the Arithmetic Average. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*(1), 64-80.

Swan, M. & Philips, R. (1998). Graph Interpretation Skills among Lower-Achieving School Leavers. *Research in Education, 60*, 10-21.

Takis, S. L. (1999). Titanic: A Statistical Exploration. *The Mathematics Teacher, 92*(8), 660-664.

Trognon, A. (1993). How Does the Process of Interaction Work when Two Interlocutors Try to Resolve a Logical Problem? *Cognition and Instruction*, *11*(3/4), 325-345.

Trognon, A. (1999). Elements d'analyse interlocutoire. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 69-94). Nancy: Presses Universitaires de Nancy et Publications de l'Université de Provence.

Trognon, A. & Brassac, C. (1992). L'enchaînement conversationnel. *Cahiers de Linguistique Française, 13,* 76-107.

Trognon, A., de Almeida, V. S.-D. & Grossen, M. (1999). Résolution conjointe d'un problème arithmétique. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 121-141). Nancy: Presses Universitaires de Nancy et Publications de l'Université de Provence.

Tryphon, A. & Vonèche, J. (1996). Introduction. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 1-10). Hove: Psychology Press.

Tuckman, B. (1972). *Conducting Educational Research.* Nova York: Harcourt Brace Jovanovich, Inc.

Tudge, J. (1989). When collaboration leads to regression: some negative consequences of socio-cognitive conflict. *European Journal of Social-Psychology, 19,* 123-138.

Tudge, J. (1990). Vygotsky, the zone of proximal development, and peer collaboration: Implications for classroom practice. In L. C. Moll (Eds.), *Vygotsky and Education* (pp. 151-168). Cambrige: CUP.

Tukey, J. (1977). *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, Reading, MA.

Valsiner, J. (1996). Indeterminación restringida en los procesos de discurso. In C. Coll & D. Edwards (Eds.), *Enseñanza, aprendizaje y discurso en el aula: Aproximaciones al el estudio del discurso educacional* (pp. 23-34). Madrid: Aprendizaje.

van der Veer, R. (1994). The Concept of Development and the Development of Concepts. Education and Development in Vygotsky's Thinking. *European Journal of Psychology of Education, IX*(4), 293-300.

van der Veer, R. (1996a). A recepção das primeiras ideias de Jean Piaget na União Soviética. In J.-M. Barrelet & Perret-Clermont, A.-N (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 285-311). Lisboa: Instituto Piaget.

van der Veer, R. (1996b). Structure ad development. Reflections by Vygotsky. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 45-56). Hove: Psychology Press.

van der Linden, J. et al. (2000). Collaborative learning. In P. Simons, J. van der Linden & T. Duffy (Eds.), *New Learning* (pp. 37-54). Dordrecht: Kluwer Academic Publisher.

van Oers, B. (2000). *Continuous recontextualization and the generalization of knowledge and skills.* Comunicação apresentada na III Conferência para a Pesquisa Socio-Cultural. Campinas, Brasil, Julho de 2000.

Vários (1979). Journées académiques sur l'utilisation de l'E.C.D.L. *Feuillets Documentaires de SAIO de Rouen, 12*(128), 4-21.

Vários (1979). Reflexions sur une pratique de conseiller. *Bulletin de Liaison SAIO, Dronisep d'Orleans,* Juin, 50-54.

Verba, M. (1999). L'analyse des dynamiques interactives dans la construction des savoirs chez les jeunes enfants. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 181-200). Nancy: Presses Universitaires de Nancy et Publications de l'Université de Provence.

Vere-Jones, D. (1995). The Coming of Age of Statistical Education. *International Stastistical Review, 63*(1), 3-23.

Vere-Jones, D. (1998). Background Influences on the Development of Statistical Education. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol.1, pp. 27-42). Voorburg: International Statistical Institute.

Vergnaud, G. (1981). Quelques orientations théoriques et methodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques, 2*(2), 215-232.

Vergnaud, G. (1982). Cognitive and developmental psychology and research in mathematics education: some theoretical and methodological issues. *Learning of Mathematics, 3*(2), 31-41.

Vergnaud, G. (1987). Les fonctions de l'action et de la symbolisation dans la formation des connaissances chez l'enfant. In J. Piaget, P. Mounoud & J. P. Bronckart (Eds.), *Encyclopédie de la Pléiade Psychologie* (pp. 821-844). Paris: Editions Gallimard.

Vergnaud, G. (1989a). La formation des concepts scientifiques: Relire Vygotski et débattre avec lui aujourd'hui. *Enfance, 42*(1/2), 111-118.

Vergnaud, G. (1989b). Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles épistémologiques dans l'apprentissage des mathématiques. In N. Bednarz & C. Garnier (Eds.), *Construtions des Savoires — Obstacles et Conflits* (pp. 33-40). Quebec: d'Agence d'Arc.

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. *Recherches en Didatique des Mathématiques*, *10*(23), 133-170.

Vergnaud, G. (1992). Conceptual Fields, Problem Solving and Intelligent Computer Tools. In E. De Cortes, M. C. Linn, H. Mandal, & L. Verschaffel (Eds.), *Computer Based Learning Environments and Problem Solving* (pp. 287-308). Berlin: Springer-Verlag.

Vergnaud, G. (1997). The nature of mathematical concepts. In T. Nunes & P. Bryant (Eds.), *Learning and teaching mathematics: an international perspective*. (pp. 5-28). Hove: Psychology Press.

Vergnaud, G. et al. (1990). Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In P. Nelson & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and Cognition: a Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 14-30). Cambridge: Cambridge University Press.

Vila, I. & Boada, H. (1989). Vygotsky et l'ontogenèse du langage. *Enfance, 42* (1/2), 67-74.

Vincenzo, J. (1996). *Perturbations and compensations in social cognitive conflict: a functional analysis of cognitive development*. Comunicação apresentada na Conferência Growing Minds, Genève, Suiça, Setembro de 1996.

Vion, R. (1999). Linguistique et comunication verbale. In M. Gilly, J.-P. Roux & A. Trognon (Eds.), *Apprendre dans l'interaction* (pp. 41-67). Nancy: Presses Universitaires de Nancy et Publications de l'Université de Provence.

Voigt, J. (1985). Patterns and routines in classroom interaction. *Recherches en Didactique des Mahématiques, 6*(1), 69-118.

Voigt, J. (1994). Negotiation of mathematical meaning and learning mathematics. *Educational Studies in Mathematics, 26,* 275-298.

von Glaserfeld (1995). *Construtivismo radical*. Lisboa: Instituto Piaget.

Vosniadou, S. (1991). Are we ready for a psychology of learning and culture?. *Learning and Instruction, 1*(3), 283-287.

Vygotsky, L. S. (1962). *Thought and Languge.* Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology. [original publicado em russo em 1934]

Vygotsky, L. S. (1978). *Mind and society: The development of higher psychological process.* Cambridge MA: Harvard University Press. [original publicado em russo em 1932]

Vygotsky, L. S. (1985). Le problème de l'enseignement et du développment à l'âge scolaire. In B. Schneuwly & J-P. Bronckart (Eds.), *Vygotsky aujourd'hui* (pp. 95-117). Neuchâtel: Delachaux et Niestlé.

Wagemann, L. & Postic, M. (1993). Représentation des difficultés scolaires chez l'élève de 5ème. *Bulletin de Psychology, XLIX* (425), 487-493.

Wainer, H. (1992). Understanding Graphs and Tables. *Educational Researcher. 1*, 14-26.

Wallon, H. (1979). *Do acto ao pensamento-Ensaio de psicologia comparada.* Lisboa: Moraes Editores.

Watson, J. (1994). Multimodal functioning in understanding chance and data concepts. In J. P. Ponte & J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Educational* (vol. 4, pp. 369-376). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Watson, J. (1997). Assessing Statistical Thinking Using the Media. In I. Gal & J. Garfiel (Eds.), *The Assessment Challenges in Statistical Educational* (pp. 107-121). Voorburg: International Statistical Institute.

Watson, J. (1998). Assessment of Statistical Understanding in a Media Context. In L. Pereira-Mendoza et al. (Eds.), *Proceedings of the Fifth International Conference on Teaching of Statistics* (vol. 2, pp. 793-800).Vooburg: International Statistical Institute.

Watson, J. & Moritz, J. (1999). The Development on Concepts of Average. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 21*(4), 15-39.

Watson, J. & Mortiz, J. (2000). The Longitudinal Development of Understanding of Average. *Mathematical Thinking and Learning, 2*(1),9-48.

Weil-Barais, A. (1994). Heuristic Value of the Notion of Zone of Proximal Development in the Study of Child and Adolescent Construction of Concepts in Physics. *European Journal of Psychology of Education, IX*(4), 367-383.

Well, A. D., Pollatsek, A. & Boyce, S. J. (1990). Understanding the Effects of Sample Size on the Variability of the Mean. *Organizational Behavior and Human Decision Processes, 47*, 289-312.

Wertsch, J. (1985). La médiation sémiotique de la vie mentale: L. S. Vygotsky et M. M. Bakhtin. In B. Schneuwly & J. P. Bronckart (Eds.), *Vygotsky Aujourd'hui* (pp. 139-168). Lausanne: Delachaux et Niestlé.

Wertsch, J. (1988). *Vygotsky y la formación social de la mente.* Barcelona: Paidós.

Wertsch, J. (1991). *Voices of mind: A sociocultural approch to mediated action.* London: Harvester Wheatsheaf.

Wertsch, J. (1996a). A voz da racionalidade em uma abordagem sociocultural da mente. In L. C. Moll (Ed.), *Vygotsky e a Educação - Implicações pedagógicas da psicologia sócio-histórica* (pp. 107-121). Porto Alegre: Artes Médicas.

Wertsch, J. (1996b). The role of abstract rationality in Vygotsky's image of mind. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 25-43). Hove: Psychology Press.

Wertsch, J. & Minick, N. (1990). Negotiating sense in the zone of proximal development. In M. Schwebel, A. Mather & N. S. Fogley (Eds.), *Promoting cognitive growth over the life span.* Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Wertsch, J. & Rupert, L. (1993). The Authority of Cultural Tools in a Sociocultural Approach to Mediated Agency. *Cognition and Instruction, 11*(3/ 4), 227-239.

Wertsch, J. & Smolka, A. (1995). Continuando o diálogo: Vygotsky, Bakhtin & Lotman. In H. Daniels (Ed.), *Vygotsky em Foco* (pp. 121-151). São Paulo: Papirus Editora.

Wild, C., & Pfannkuch. M. (1999). Statistical thinking in empirical enquiry. *International Statistical Review, 67*(3), 223-265.

Wood, T. (1994). Patterns of interaction and the culture of mathematics classrooms. In S. Lerman (Ed.), *Cultural Perspectives on the mathematics classroom* (pp. 149-167). Dordrecht: Klumer Academic Publishers.

Wood, T. (1996). Events in learning mathematics: insights from research in classrooms. *Educational Studies in Mathematics, 30*, 85-105.

Wood, T. (1998). Creating classroom interactions for mathematical reasoning: beyond "natural teaching". In P. Abrantes, J. Porfírio & M. Baía (Eds.), *The interactions in the mathematics classroom - Proceedings of the CIEAEM 49* (pp. 34-43). Setúbal: Escola Superior de Educação de Setúbal.

Wolff-Michael, R. (in press). Professionals Read Graphs: A Semiotic Analysis. *Journal of Research in Mathematics Education.*

Wozniak, R. H. (1996). Qu'est-ce que l'intelligence? Piaget, Vygotsky and the 1920s crisis in psychology. In A. Tryphon & J. Vonèche (Eds.), *Piaget-Vygotsky: The Social Genesis of Thought* (pp. 11-24). Hove: Psychology Press.

Yackel, E. et al. (1990). The Importance of Social Interaction in Children's Construction of Mathematical Knowledge. In T. Cooney & C. Hirsch (Eds.), *Teaching and Learning Mathematics in the 1990s* (pp. 12-21). Reston: The National Council of Teachers of Mathematics.

Yackel, E. & Cobb, P. (1995). Classroom sociomathematical Norms and Intellectual Autonomy. In L. Meira & D. Carraher (Eds.), *Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 3, pp. 264-271). Recife: Universidade Federal de Pernambuco.

Zack, V. (1994). Vygotskian applications in the elementary mathematics classroom: looking to one's peers for helpful explanations. In J. P. Ponte &

J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for the Psychology of Mathematics Educational* (vol. IV, pp. 409-418). Lisboa: Universidade de Lisboa.

Zittoun, T., Perret-Clermont, A.-N. & Barrelet, J.-M. (1996). Introdução. In J.-M. Barrelet & A.-N. Perret-Clermont, (Eds.), *Jean Piaget Aprendiz e Mestre* (pp. 171-189). Lisboa: Instituto Piaget.

ANEXOS

ANEXO A

Caderno da Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico

CADERNO ECDL

(EPREUVE COLLECTIVE de DEVELOPPEMENT LOGIQUE)

3ª Versão Experimental

Tradução e adaptação: Helena d'Orey Marchand

Ana Cristina Rebordão

Margarida César

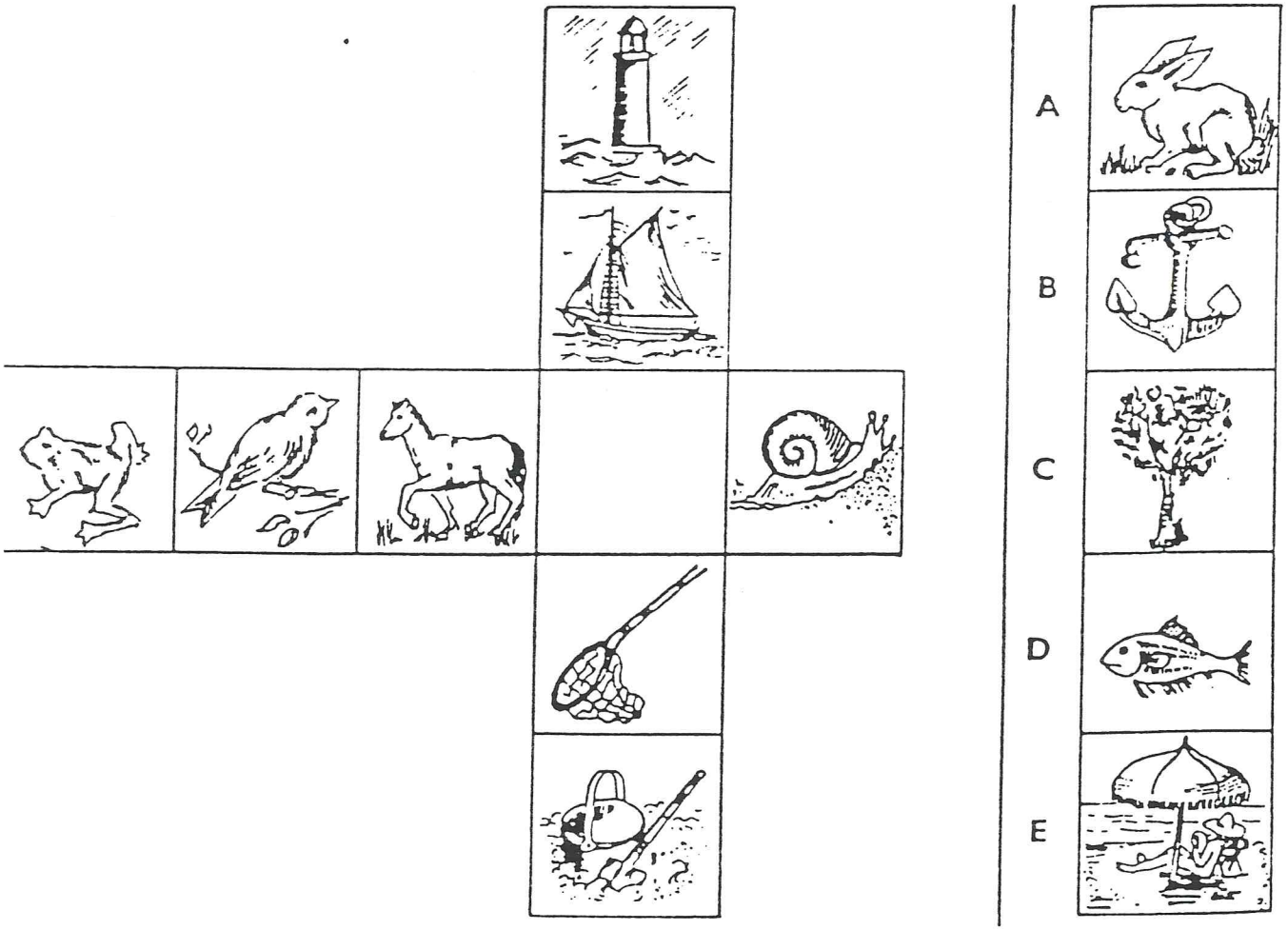
Lisboa, Dezembro de 1985

CRUZAMENTOS

Nos exercícios que se seguem são dadas duas séries de desenhos, de palavras ou de grupos de letras. Uma é vertical, a outra é horizontal. Cada uma destas séries é constituída por elementos que se podem ligar de certa maneira.

No cruzamento de duas das séries existe um quadrado vazio. Pede-se-lhe que encontre, entre os 5 quadrados que se situam à direita, o desenho que pertence simultâneamente às duas séries e que deveria estar no quadrado vazio.

Exemplo 1



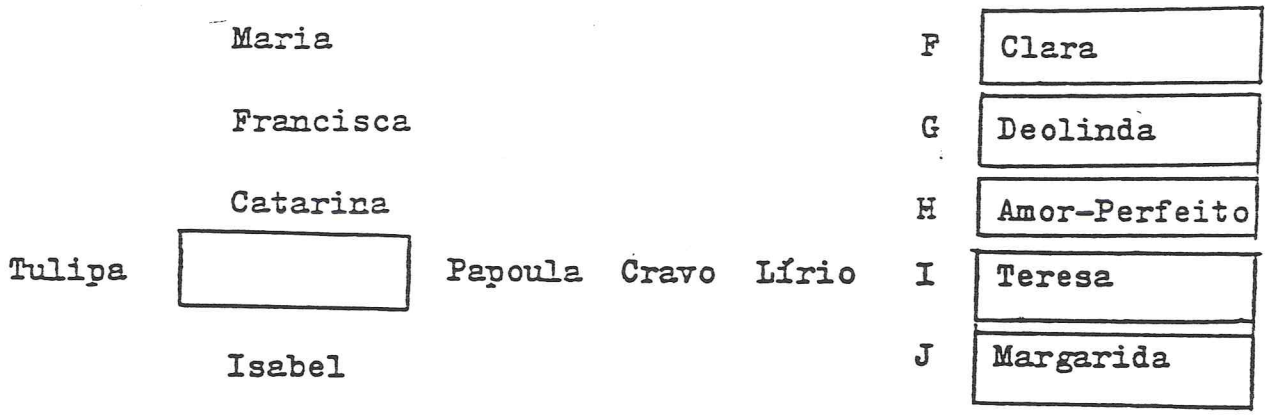
Se se procurar o que todos os desenhos da série vertical têm em comum, verifica-se que é a ideia de "mar". Todos os desenhos da série horizontal representam animais. No cruzamento deve-se colocar um desenho que represente um animal que viva no mar.

A resposta correcta é a resposta D.

E por essa razão que se fez uma cruz sobre a letra D na folha de respostas, no lugar correspondente ao exemplo 1 da prova"CRUZA-

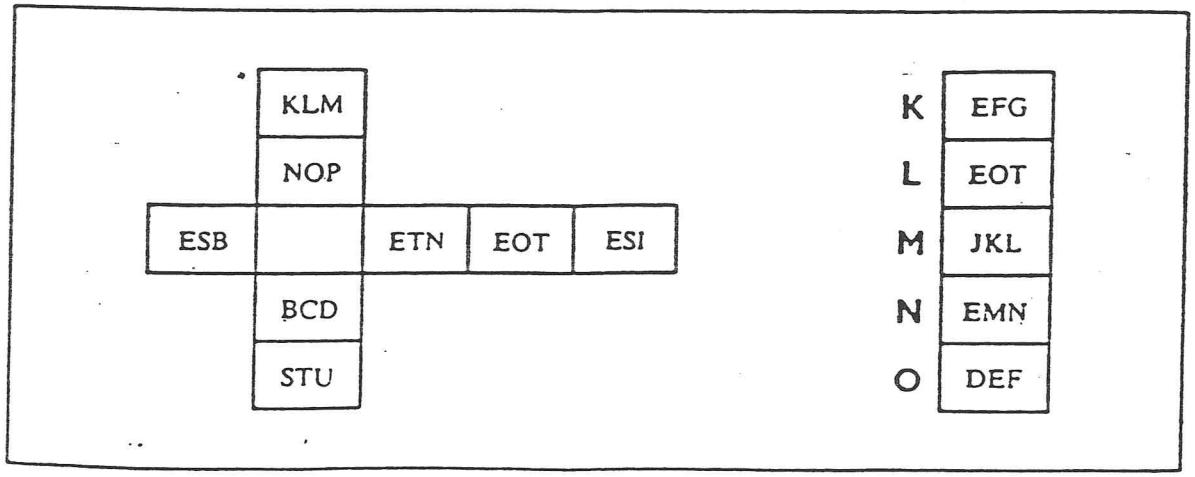
MENTOS".

Exemplo II



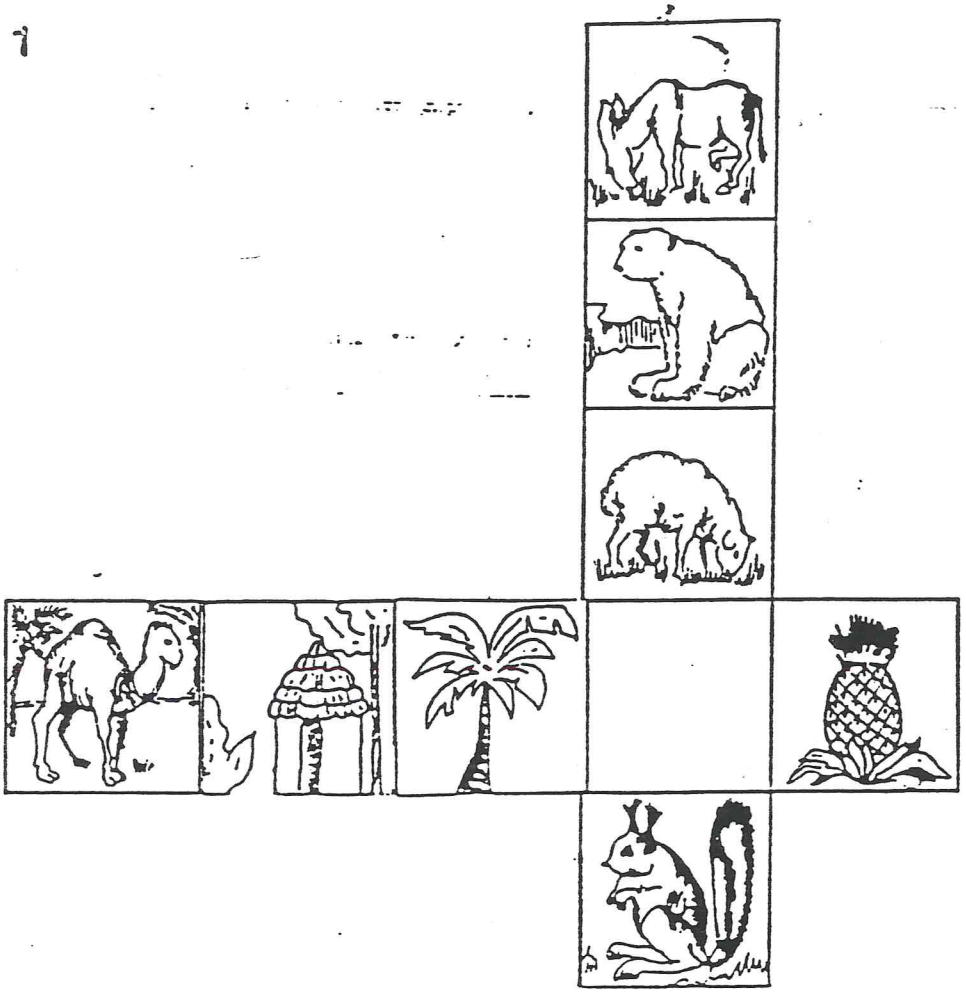
A resposta correcta é Margarida pois é simultâneamente um nome de rapariga (série vertical) e um nome de flor (série horizontal). Na folha de respostas no rectângulo "cruzamentos", ponha uma cruz sobre a letra J na linha Ex.II.

Exemplo III

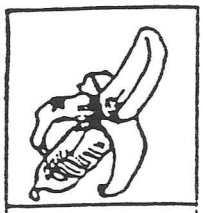


ESPERE PELO SINAL

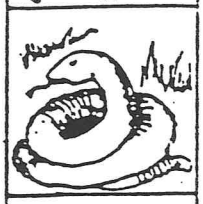
1



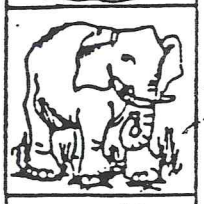
P



Q



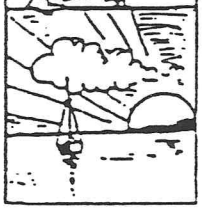
R



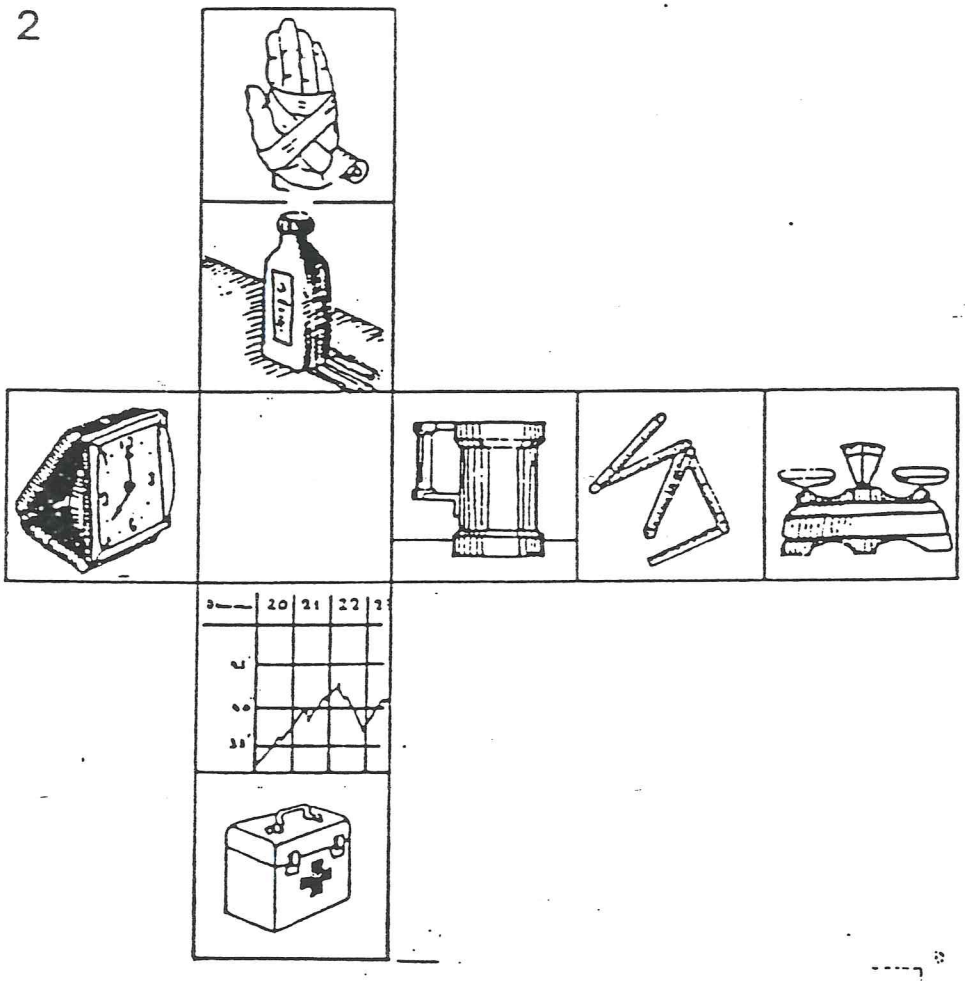
S



T



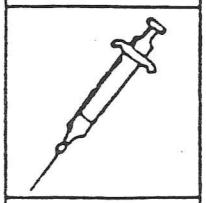
2



U



V



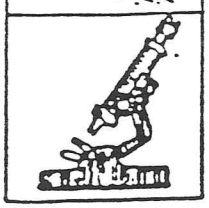
W



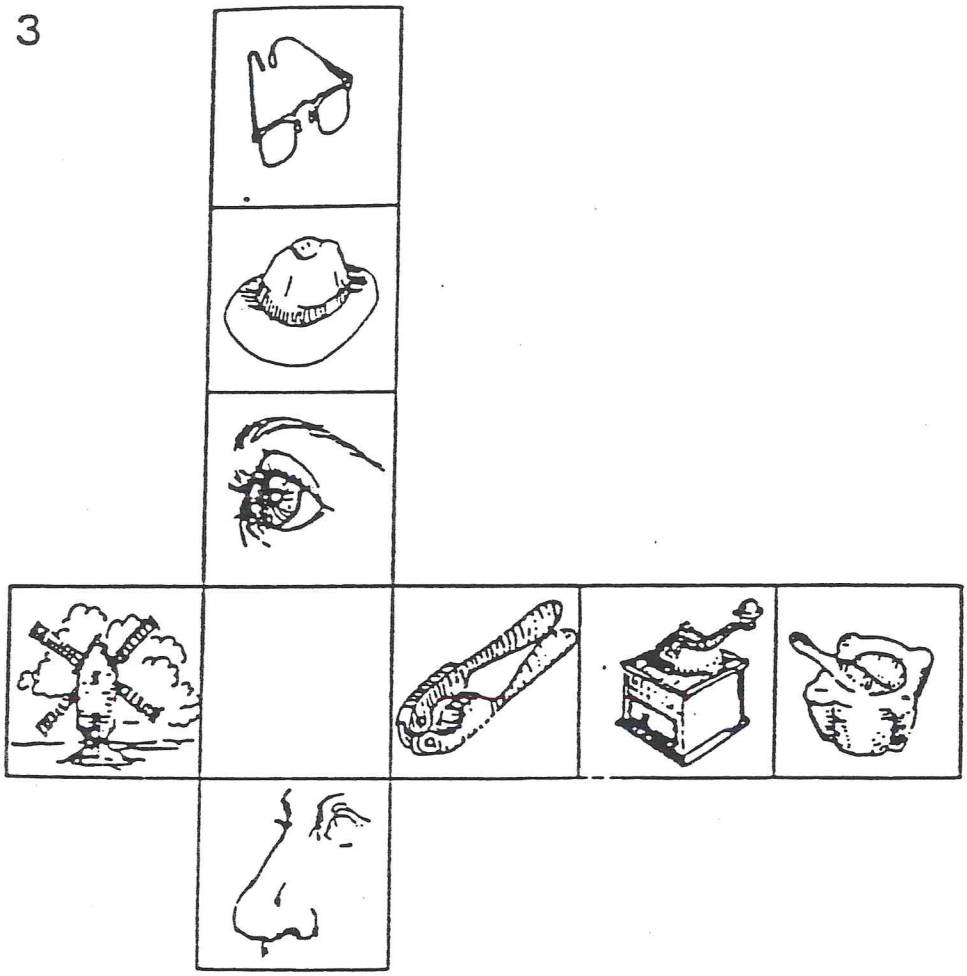
X



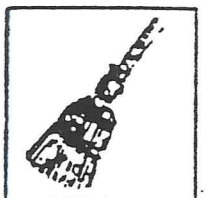
Y



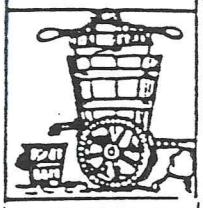
3



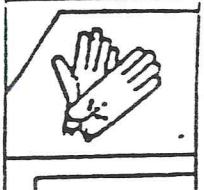
A



B



C

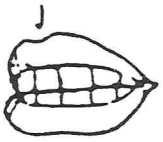


D

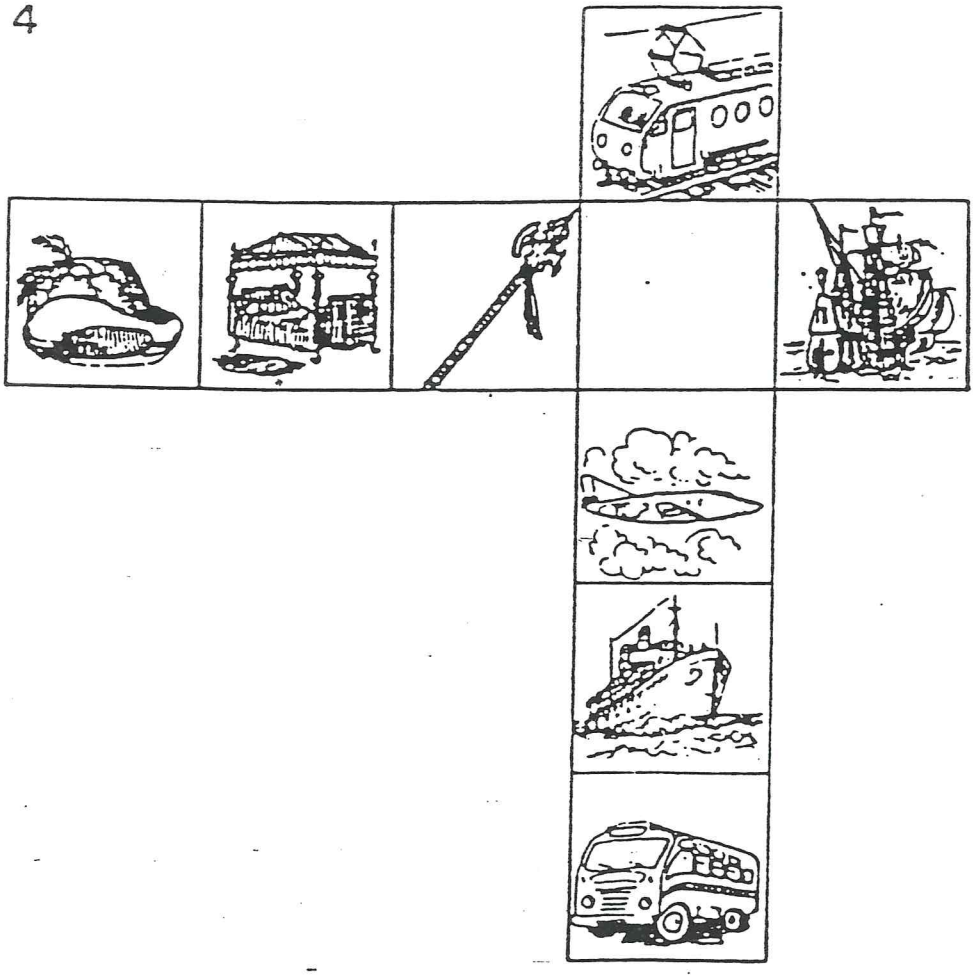


E

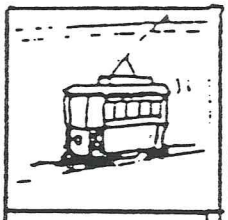
J



4



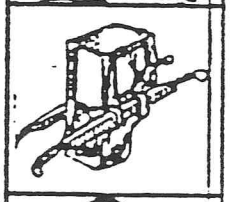
F



G



H



I



J



VIRE A PÁGINA E CONTINUE

5

Potro

Cordeiro

Leitão

Touro Boi Bezerro [ ] Vaca

Burrico

K Rebanho

L Vitelo

M Búfalo

N Cabrito

O Ruminante

6

Brisa

Nortada

Monção

Lestada

Avalanche Desmoronamento [ ] Inundação Explosão

P Suão

Q Incêndio

R Pânico

S Epidemia

T Ciclone

7

Capilar

Estrada [ ] Rua Caminho Alameda

Glóbulo

Veia

Coração

U Avenida

V Trajecto

W Artéria

X Peão

Y Circulação

PASSE À PÁGINA SEGUINTE

8

Pá

Alicate

Monte Pico [ ] Cordilheira Cume

Broca

Chave de parafusos

A Serra

B Martelo

C Picareta

D Balde

E Colina

9

Carvão

Água Vinho Tinta [ ] Leite

Madeira

Cartão

Papel

F Electricidade

G Gasolina

H Cerveja

I Butano

J Vinagre

10

Escudo

Are

Litro

Centímetro [ ] Kilómetro Légua Decímetro

Grama

K Milímetro

L Medida

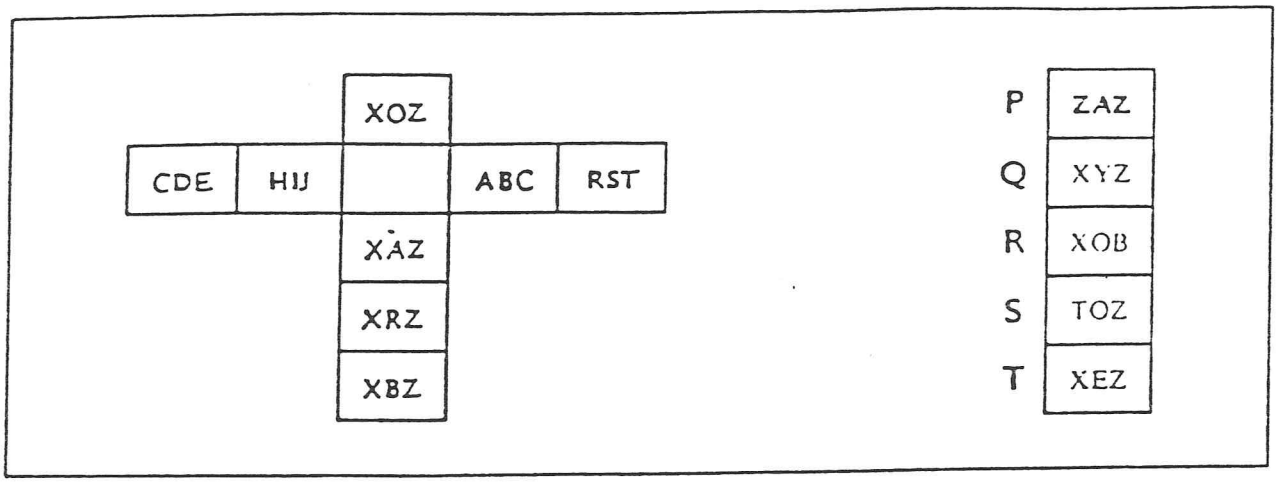
M Metro

N Unidade

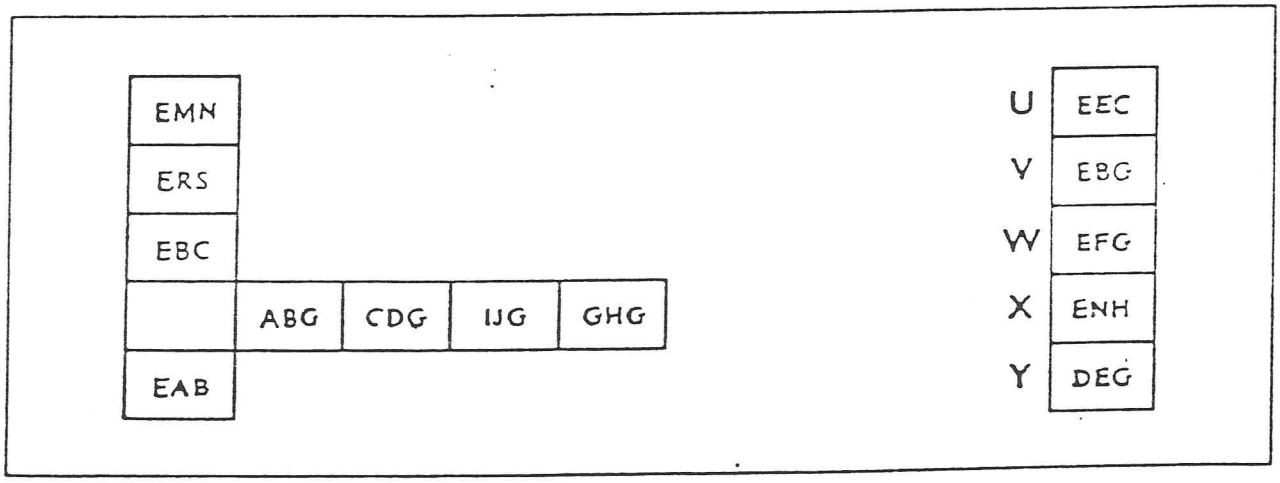
O Comprimento

VIRE A PÁGINA E CONTINUE

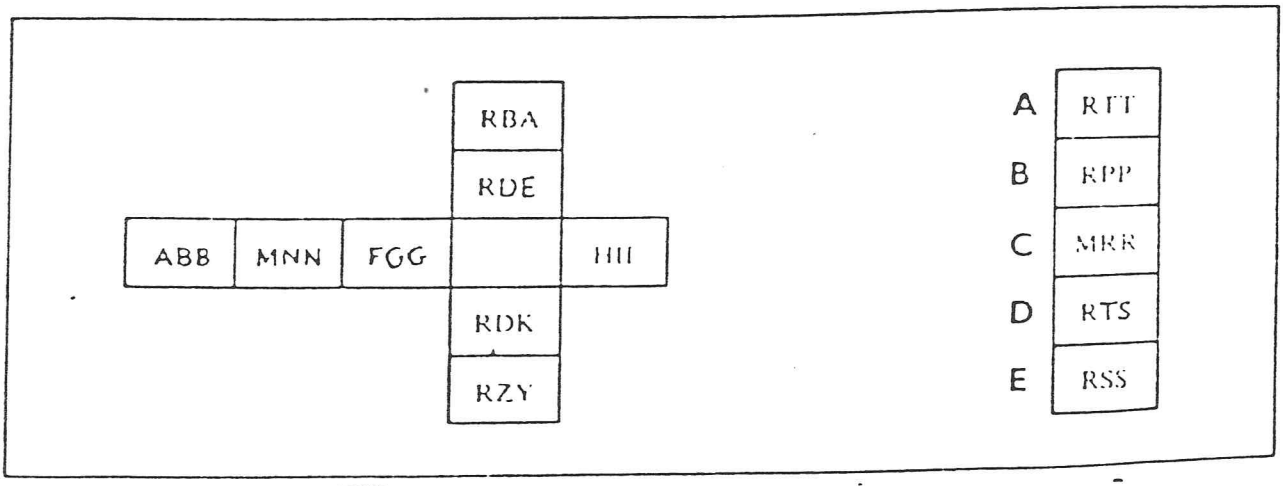
11


XOZ
CDE
HIJ
ABC
RST
XAZ
XRZ
XBZ
P
ZAZ
Q
XYZ
R
XOB
S
TOZ
T
XEZ

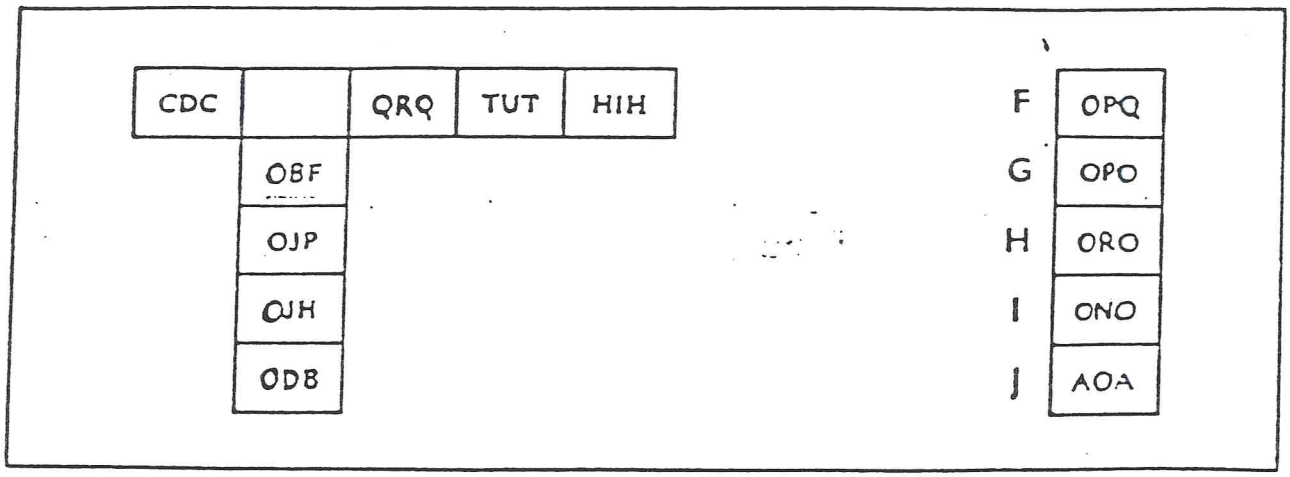
12


EMN
ERS
EBC
ABG
CDG
IJG
GHG
EAB
U
EEC
V
EBG
W
EFG
X
ENH
Y
DEG

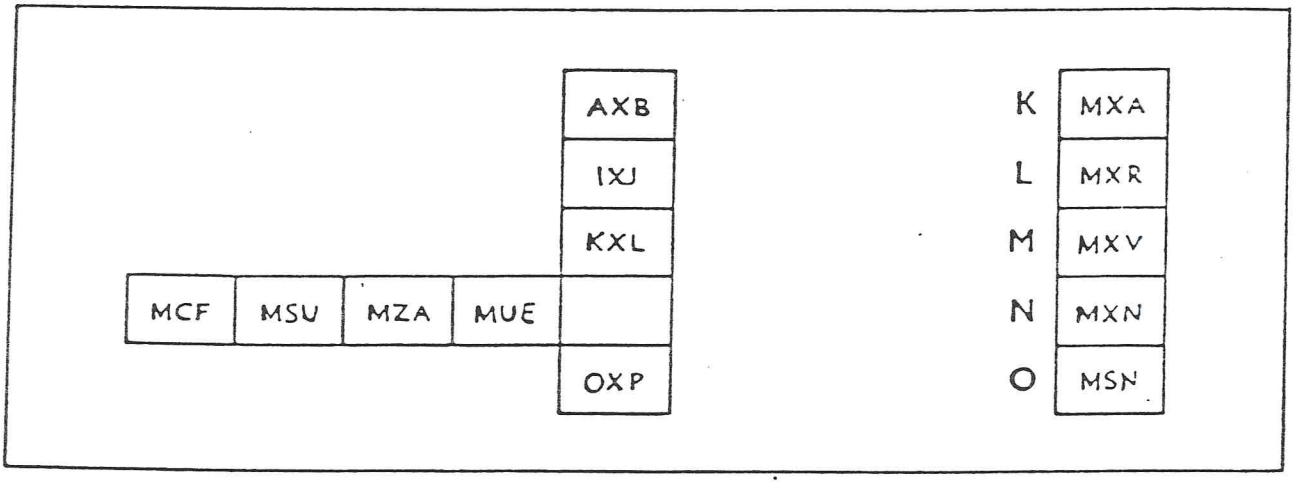
13


RBA
RDE
ABB
MNN
FGG
HII
RDK
RZY
A
RTT
B
RPP
C
MRR
D
RTS
E
RSS

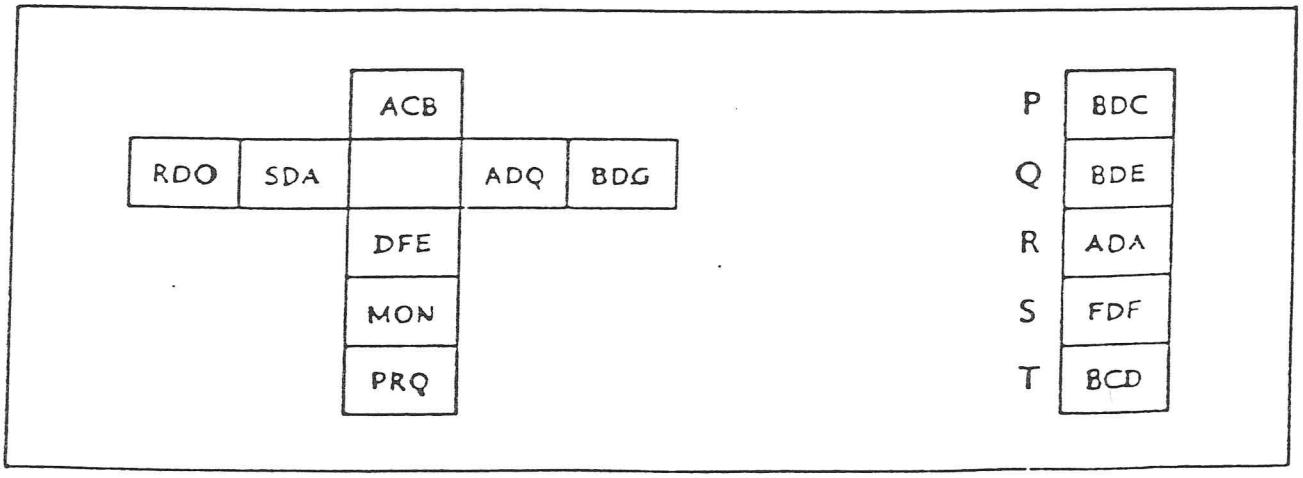
14



15



16



ESPERE PELO SINAL PARA VIRAR A PÁGINA

LÂMPADAS

Um sistema é composto por 2 lâmpadas, a lâmpada A e a lâmpada B, que se apagam ou acendem segundo certas regras. Uma abertura permite ver uma das lâmpadas. Pede-se-lhe para descobrir, através do raciocínio, como estará a outra.

Exemplo 1

Regra: | Uma só lâmpada está acesa |

A lâmpada A está apagada ; como está a lâmpada B?

Respostas possíveis:

a) A lâmpada B está acesa.

b) A lâmpada B está apagada.

c) Não se pode saber se a lâmpada B está acesa ou apagada.

Nota: A frase "Não se pode saber" não significa "não sei" mas "ninguém pode saber através do raciocínio".

Neste exemplo, a resposta correcta é a frase a) (A lâmpada B está acesa).É por isso que se fez uma cruz sobre a letra a) da folha de respostas, no lugar correspondente ao exemplo I da prova "lâmpadas".

Exemplo II

Regra: | As lâmpadas A e B estão sempre acesas ou apagadas ao mesmo tempo |

A lâmpada A está apagada; como está a lâmpada B?

d) A lâmpada B está acesa.

e) A lâmpada B está apagada.

f) Não se pode saber.

ESPERE PELO SINAL

Regra: Para que a lâmpada A se acenda , e´ preciso que a lâmpada B esteja acesa.

1. A lâmpada A está acesa; como está a lâmpada B?

g) A lâmpada B está acesa.

h) A lâmpada B está apagada.

l) Não se pode saber.

2. A lâmpada A está apagada; como está a lâmpada B?

j) A lâmpada B está acesa.

k) A lâmpada B está apagada.

l) Não se pode saber.

3. A lâmpada B está acesa; como está a lâmpada A?

m) A lâmpada A está acesa.

n) A lâmpada A está apagada.

o) Não se pode saber.

4. A lâmpada B está apagada; como está a lâmpada A?

p) A lâmpada A está acesa.

q) A lâmpada A está apagada.

r) Não se pode saber.

VIRE A PÁGINA E CONTINUE

Agora o sistema é composto por 3 lâmpadas: a lâmpada A, a lâmpada B e a lâmpada C.

A abertura permite ver como estão duas dessas lâmpadas. Pede-se-lhe para descobrir, através do raciocínio, como está a terceira.

Regra: Se a lâmpada A está acesa, então uma das lâmpadas B ou C está também acesa, mas não as duas.

5. A lâmpada B está acesa, a lâmpada C está acesa; como está a lâmpada A?

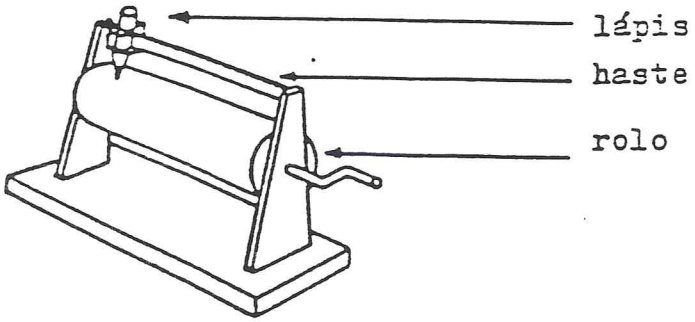
   s) A lâmpada A está acesa.
   t) A lâmpada A está apagada.
   u) Não se pode saber.

6. A lâmpada A está apagada, a lâmpada B está apagada; como está a lâmpada C?

   v) A lâmpada C está acesa.
   w) A lâmpada C está apagada.
   x) Não se pode saber.

PARE

DESENHOS



Isto é um rolo que se cobriu completamente com uma folha de papel.

Um lápis cuja ponta se apoia sobre o papel, pode deslocar-se, mantendo sempre a mesma velocidade, ao longo da haste de metal que se situa em cima.

Os deslocamentos serão indicados da seguinte maneira:

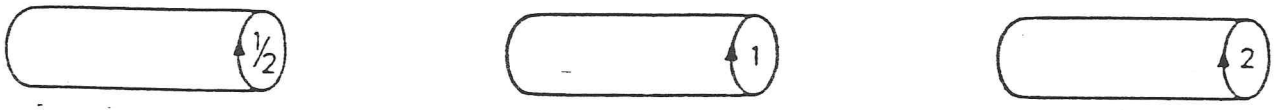


1/2 ida 1 ida 1 ida-~~retorno~~

O lápis sem flecha significa que fica imóvel.

O rolo pode girar à volta do seu eixo.

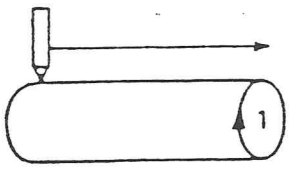
O número de voltas do rolo será indicado assim:



1/2 volta 1 volta 2 voltas

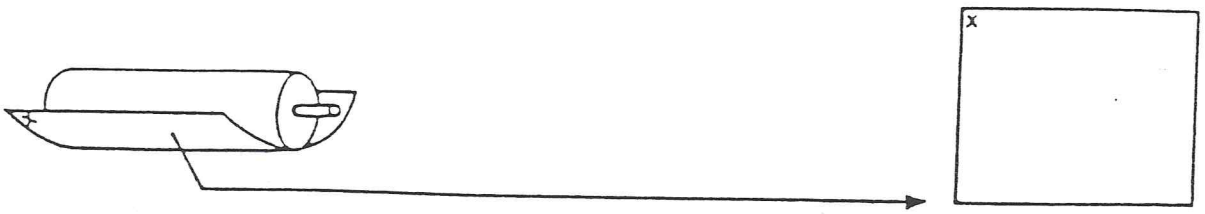
A seta indica o sentido de rotação.

Pode-se também combinar o movimento do rolo com o do lápis, por exemplo:



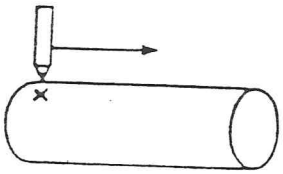
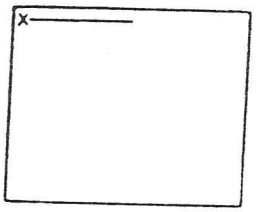
O rolo dá uma volta enquanto que o lápis faz uma ida. Os dois movimentos começam ao mesmo tempo, efectuam-se à mesma velocidade e acabam ao mesmo tempo

Estes movimentos diferentes (o do rolo e o do lápis) vão permitir fazer desenhos na folha de papel que envolve o rolo e que teria a forma dum rectângulo se fosse retirada do rolo e colocada sobre a mesa:



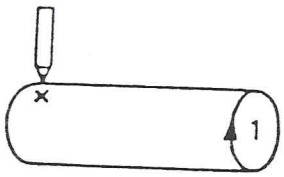
A cruz indica sempre o ponto de partida do lápis. Pede-se-lhe, em cada movimento ou conjunto de movimentos, para descobrir o desenho que o lápis pode efectuar sobre a folha de papel.

Exemplos:

Ex. 1:  1/2 ida do lápis 

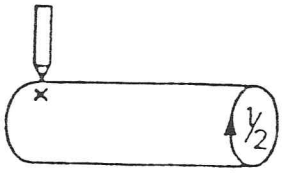
Responda aos exemplos II e III na folha de respostas.

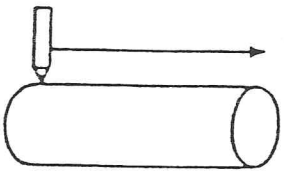
Ex. II:



1 volta do rolo

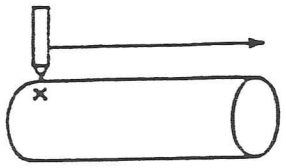
Ex. III:



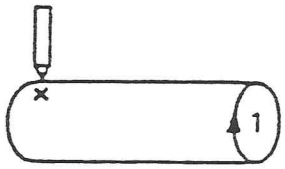


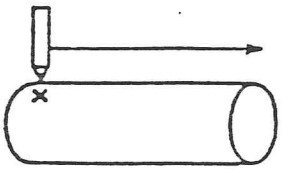
1/2 volta do rolo e depois 1 ida do lápis

ESPERE PELO SINAL

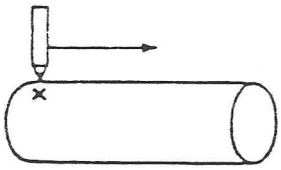
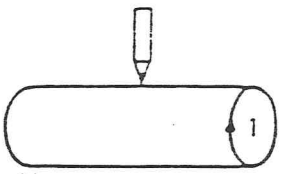
1 

1 ida do lápis

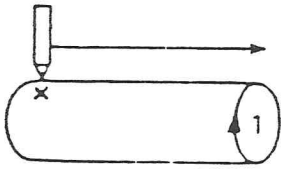
2 



1 volta do rolo <u>e depois</u> 1 ida do lápis

3 


1/2 ida <u>e depois</u> 1 volta do rolo

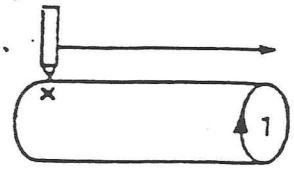
4 

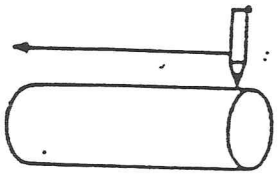
<u>Ao mesmo tempo</u>:

{ 1 volta do rolo
{ 1 ida do lápis

VOLTE A PÁGINA E CONTINUE

5

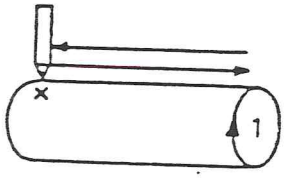




Ao mesmo tempo:
{ 1 volta do rolo
{ 1 ida do lápis

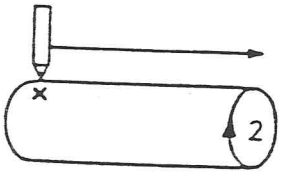
e depois 1 retorno do lápis

6



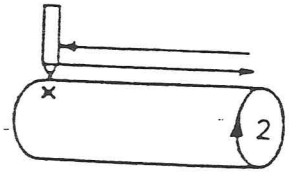
Ao mesmo tempo:
{ 1 volta do rolo
{ 1 ida e retorno do lápis

7



Ao mesmo tempo:
{ 2 voltas do rolo
{ 1 ida do lápis

8



Ao mesmo tempo:
{ 2 voltas do rolo
{ 1 ida e retorno do lápis

ANEXO B

Folha de Respostas da Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico

Nome .....

Data de Nascimento __/__/__ Idade .....

Ano ..... Turma ..... Número .....

Estabelecimento .....

Data de hoje __/__/__

ECDL

Folha de respostas

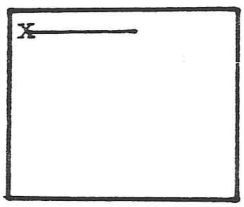
Estádio: .....

CRUZAMENTOS

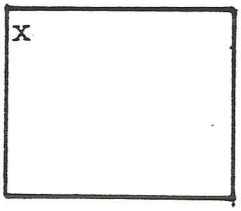
Ex. I	A B C ~~D~~ E	
Ex. II	F G H I J	
Ex. III	K L M N O	
1	P Q R S T	
2	U V W X Y	
3	A B C D E	
4	F G H I J	
5	K L M N O	
6	P Q R S T	
7	U V W X Y	
8	A B C D E	
9	F G H I J	I
10	K L M N O	
11	P Q R S T	
12	U V W X Y	I
13	A B C D E	
14	F G H I J	
15	K L M N O	
16	P Q R S T	I

DESENHOS

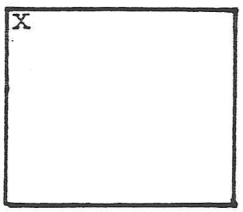
Exemplos:



Ex. I



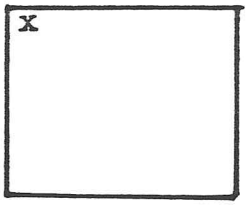
Ex. II



Ex. III

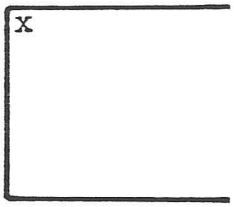
Ex. I	~~a~~ b c	
Ex. II	d e f	
1	g h i	C
2	j k l	FA
3	m n o	FA
4	p q r	C
5	s t u	I
6	v w x	FA

C



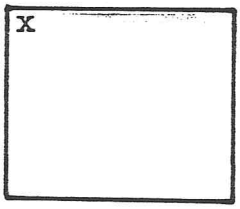
1

I



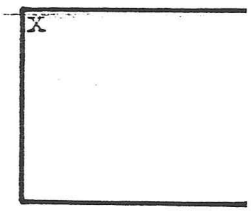
5

C



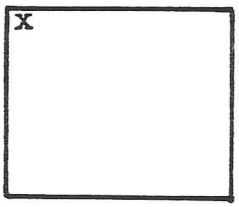
2

FB



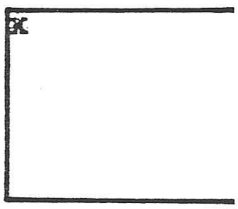
6

C



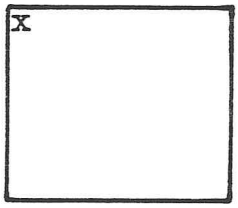
3

FB



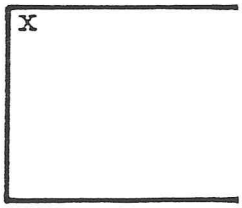
7

I



4

FB



8

Jogo de palavras

C	FA	FB

Conjunto das provas

____ sobre 6 C+ ____ sobre 6 I+ ____ sobre 4 FA+ ____ sobre 4 FB= ____

Nome .....

Data de Nascimento ___/___/___ Idade ..... Data de hoje ___/___/___

Ano ..... Turma ..... Número .....

Estabelecimento de ensino - .....

JOGO DE PALAVRAS

Trata-se de colocar letras em quadrados.

Por exemplo: podemos colocar de duas maneiras diferentes as letras S e N em dois quadrados

| S | N |

| N | S |

De quantas maneiras diferentes acha que se podem colocar as três letras S, N, R, em três quadrados?

Tente escrever essas diferentes possibilidades de colocação nos quadrados que se seguem. (Não se prenda ao número de séries de quadrados, pois não corresponde ao número total de arranjos possíveis).

| S | N | R |

| | | |

| | | |

| | | |

| | | |

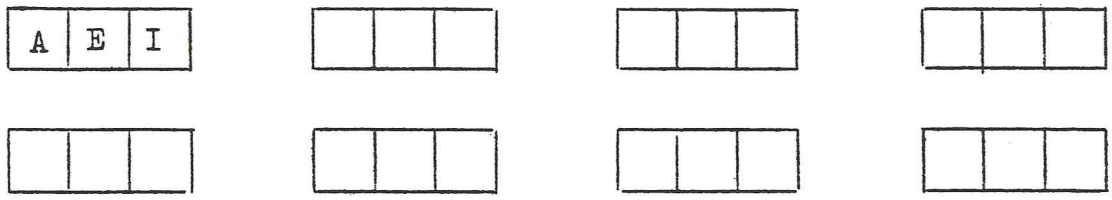
| | | |

| | | |

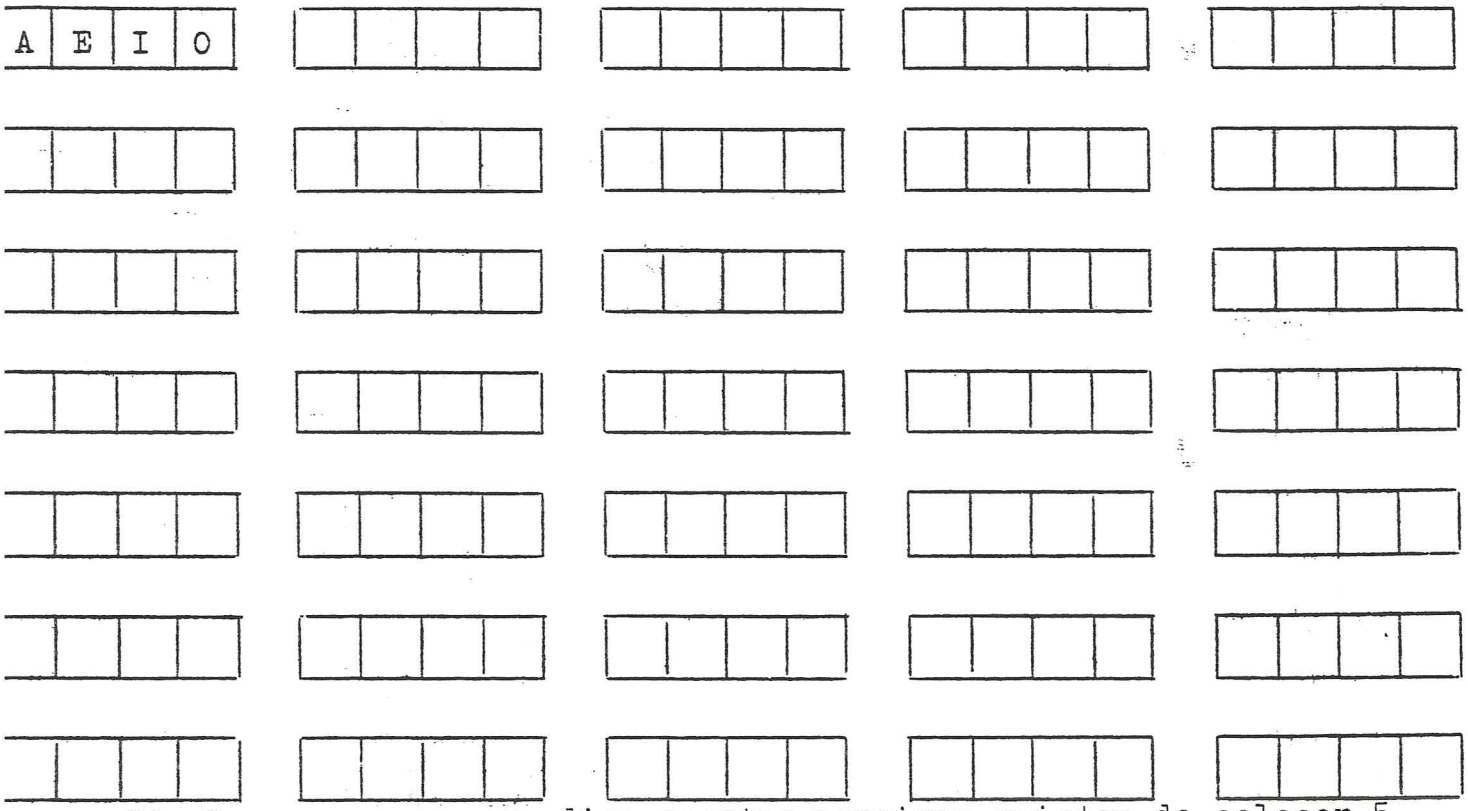
| | | |

ESPERE PELO SINAL PARA VIRAR A PÁGINA

1º Escreva todas as maneiras diferentes de colocar as 3 letras A, E, I, em três quadrados:



2º Escreva todas as maneiras diferentes de colocar as quatro letras A, E, I, O, em quatro quadrados:



3º Sem as escrever, diga quantas maneiras existem de colocar 5 letras em 5 quadrados. Indique como obteve esse número.

4º A mesma questão para 6 letras.

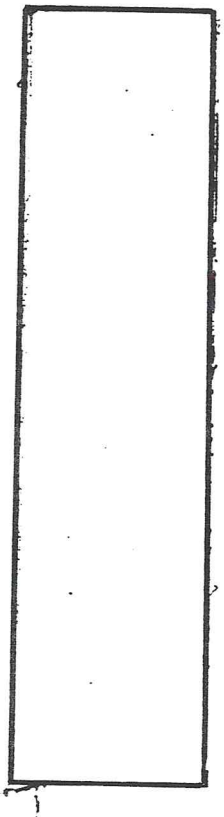
ANEXO C

Grelha de Correcção da Escala Colectiva de Desenvolvimento Lógico

Grille de correction

de l' **ECDL**

CROISEMENTS



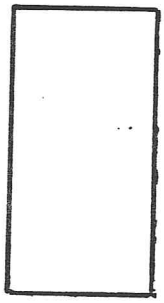
1 2 3 4 — R U E J — Entourer  si 2BR au moins

5 6 7 8 9 10 — L T W A G M —  si 3BR au moins

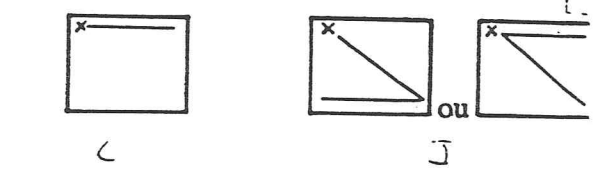
11 12 13 14 15 16 — Q W E G N P —  si 3BR au moins

LAMPES

1 2 3 4 5 6 — g l o q t x







Grelha de Correcção

Cruzamentos

Indicar as respostas correctas com um traço vermelho.

Contar um sucesso no estado intermédio (fazer um círculo à volta do I) se pelo menos a metade dos itens em cada grupo estiver correcta.

Lâmpadas e Desenhos

Se o item está correcto, fazer um círculo nas letras Concreto, Intermédio, Formal A e Formal B correspondentes.

Jogo de Letras

Contar um sucesso no estádio concreto para cada 6 arranjos na primeira questão e um sucesso no Formal A para 24 arranjos diferentes na segunda pergunta. Tolerar um erro de distracção ou de omissão se o sujeito utiliza um método analítico.

Contar um sucesso no Formal B se as respostas às questões 3 e 4 estão ambas correctas ou se apenas uma das duas está correcta, mas com uma justificação válida. Por exemplo, 120 porque é o resultado de 24x5 ou 720 porque é o resultado de 120x6.

Indicar nos quadrados respectivos (em baixo e à direita da folha de respostas da E.C.D.L.) os sucessos nos itens bem sucedidos.

ANEXO D

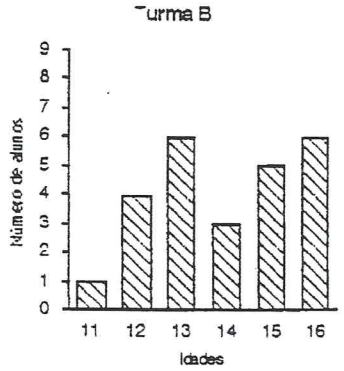
Tarefas Habituais (Pré-Teste)

Nome _____ Nº _____ Turma _____

Data de hoje ____/____/____ Idade _____ **(TH1 - 1ª parte)**

INDICA TODAS AS CONTAS QUE FIZERES E TUDO O QUE PENSARES

1. O gráfico representa a distribuição das idades dos alunos de uma turma do 7º ano com 25 alunos.



1.1. Calcula a moda, a mediana e a média das idades dos alunos dessa turma.

1.2. Qual é a percentagem de alunos da turma com 13 anos?

2. O António elaborou um inquérito sobre o "fruto preferido" dos rapazes do 8º ano da sua escola e obteve 100 respostas distribuídas como indica o quadro:

Banana 50	Laranja 25	Cerejas 15	Morangos 10

2.1 Faz um gráfico circular que represente os resultados obtidos pelo António.

Nome _____ Nº _____ Turma _____

Data de hoje ____/____/____ Idade _____ **(TH1 - 2ª parte)**

INDICA TODAS AS CONTAS QUE FIZERES E TUDO O QUE PENSARES

1. A altura em (cm) de 20 raparigas de uma turma do 7º ano é:

157	160	162	157	162	162	155	162	157	162
162	162	160	160	157	155	166	160	162	157

1.1. Constrói uma tabela de frequências absolutas e de frequências relativas.

1.2. Calcula a moda, a mediana e a média da altura das raparigas desta turma.

1.3. Qual é a percentagem de raparigas com a altura de 162 cm?

2. Constrói o gráfico de barras que represente a distribuição das alturas das raparigas desta turma.

ANEXO E

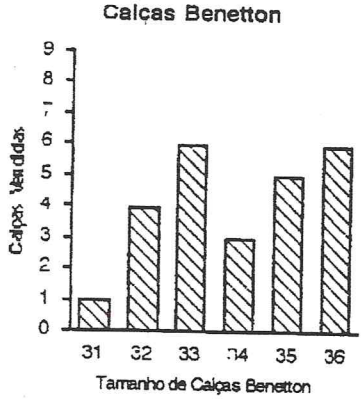
Tarefas Habituais (Pós-teste)

Nome _____ Nº _____ Turma _____

Data de hoje ____/____/____ Idade _____ **(TH2 - 1ª parte)**

INDICA TODAS AS CONTAS QUE FIZERES E TUDO O QUE PENSARES

1. Numa semana venderam-se numa loja 25 calças da marca Benetton. O gráfico representa os tamanhos mais vendidos.



1.1. Calcula a moda, a mediana e a média das calças vendidas.

1.2. Qual é a percentagem de calças Benetton do tamanho 33?

2. O Paulo elaborou um inquérito sobre "o que mais gosto de ver na televisão" aos rapazes do 7º ano da sua escola e obteve 125 respostas distribuídas da seguinte maneira:

Desporto	60
Filmes	35
Programas juvenis	15
Telediscos	15

2.1 Faz um gráfico circular que represente os resultados obtidos pelo Paulo.

Nome _____ Nº _____ Turma _____

Data de hoje ____/____/____ Idade _____ **(TH2 - 2ª parte)**

INDICA TODAS AS CONTAS QUE FIZERES E TUDO O QUE PENSARES

1. Numa escola a idade dos 20 professores de português é:

37	37	25	37	41	37	37	41	37	41
58	37	58	25	37	41	36	41	25	25

1.1. Constrói uma tabela de frequências absolutas e de frequências relativas.

1.2. Calcula a moda, a mediana e a média dos professores de português desta escola.

1.3. Qual é a percentagem de professores com uma idade igual a 37 anos?

2. Constrói o gráfico de barras que represente a distribuição das idades dos professores de português desta escola.

ANEXO F

Critérios de Classificação das Tarefas Habituais

Critérios de Classificação das Tarefas Habituais

Nível Fraco

Inclui desde os sujeitos que erram tudo, até aos sujeitos que sabem calcular a frequência absoluta, a frequência relativa, a moda, a média e a mediana, com pequenos erros quando os dados são brutos.

Nível Médio

Inclui os sujeitos do nível anterior, mais os que conseguem calcular as percentagens quando os dados são brutos, construir o gráfico de barras e o gráfico circular e ainda os sujeitos que conseguem resolver dois dos três parâmetros (moda, média e mediana) quando os dados estão na forma de gráfico, podendo cometer pequenos erros.

Nível Elevado

Inclui os sujeitos do nível anterior, mais os que conseguem calcular a moda, a média, a mediana e as percentagens, quando os dados surgem na forma de gráfico ou são dados brutos, mesmo fazendo pequenos erros.

ANEXO G

Tarefas Não-Habituais

Escola_____

Nome _____ Nº ___ Turma ___ Idade___

Nome _____ Nº ___ Turma ___ Idade___

Data de hoje ____/____/____ **(TNH1)**

DIGAM TUDO O QUE PENSAREM UM AO OUTRO E COMO FIZERAM.

1. A seguinte notícia apareceu numa revista de automóveis:

"Ao longo do ano de 1991 venderam-se em Portugal 192556 automóveis, enquanto que no ano de 1990 se venderam 213287. As cinco marcas mais vendidas foram: Citroën 15899 (15400); Fiat 26572 (29496); Opel 22659 (28518); Peugeot 14319 (14836); Renault 40909 (47648). Entre parêntesis encontram-se os valores correspondentes a 1990."

1.1. Escolhe outra maneira de apresentares estes resultados de modo a facilitar a leitura da notícia anterior

1.2. Achas que existem outras hipóteses de apresentação destes dados? Se sim, diz quais e como se fazem.

2. Calculou-se a média, a mediana e a moda dos seguintes dados:
7, 4, 6, 34, 5, 8
Se os dados forem alterados para: 7, 4, 6, 10, 5, 8 isso iria modificar as medidas calculadas? Porquê?

Escola_____

Nome _____ Nº ___ Turma ___ Idade___

Nome _____ Nº ___ Turma ___ Idade___

Data de hoje ____/____/____ **(TNH2)**

DIGAM TUDO O QUE PENSAREM UM AO OUTRO E COMO FIZERAM

1. Não se devem fazer guerras por muitos motivos. Imagina que queres fazer um trabalho para conhecer melhor as razões porque se deve acabar com as guerras e depois queres apresentar esses resultados.

Como fazias? Porquê?

2. Numa empresa escolheram-se ao acaso cinco dos seus empregados para se fazer um estudo acerca dos salários. Obtiveram-se os seguintes resultados:

Empregado	A	B	C	D	E
Salário (escudos/Mês)	54000	42000	60000	48000	180000

2.1. Achas que os cinco empregados estão de acordo quando se disser que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média? Porquê?

2.2. Se tu fosses o empregado D, como te sentirias quanto ao teu salário? Porquê?

2.3. Se em vez de dizermos que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à média dissermos que a maioria dos empregados dessa empresa tem um salário igual à mediana qual achas que seria a opinião dos empregados? Porquê?

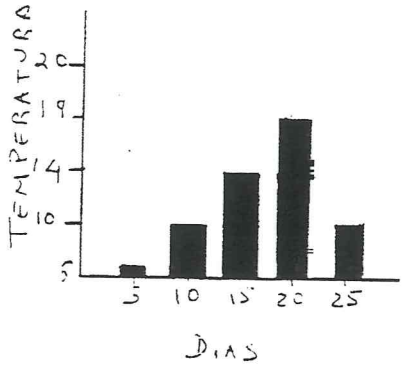
2.4. Escolhias a média ou a mediana para representar os salários dos empregados desta empresa. Porquê?

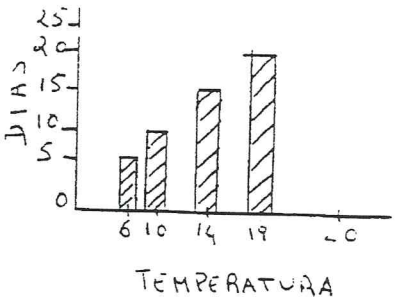
3. A média de quatro números é 25. Três desses números são: 15, 25, 50. Qual o número que falta?

4. Na aula de geografia a professora pediu aos alunos que construíssem em casa um gráfico de barras sobre a temperatura registada em Linda-a-Velha no mês de Janeiro de 95 às 15 horas dos seguintes dias:

Dia	Temperatura
5	6º
10	10º
15	14º
20	19º
25	20º

Quando a professora fez a correcção e pediu aos alunos para dizerem qual tinha sido a temperatura mais frequente no mês de Janeiro, o Vasco disse 10º e 25º e o Joaquim disse que não havia. Quando a professora viu os gráficos disse umas coisas ao Vasco e outras ao Joaquim. O que teria sido? Achas que eles se enganaram? Porquê? Se fosses um aluno desta turma como tinhas feito o gráfico?





Escola_____

Nome _____ Nº ___ Turma ___ Idade___

Nome _____ Nº ___ Turma ___ Idade___

Data de hoje ____/____/____ **(TNH3)**

DIGAM TUDO O QUE PENSAREM UM AO OUTRO E COMO FIZERAM

1. A média de cinco números é 25. Quatro desses números são: 5, 10, 50 e 45. Qual o número que falta?

2. O índice de preços de consumo informa o cidadão acerca do custo de vida. Num jornal diário aparecem dois gráficos, um do governo e outro da oposição:

Gráfico A

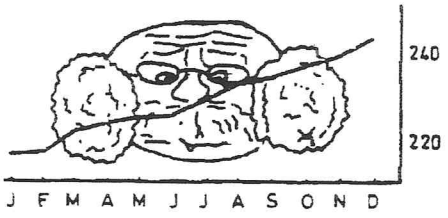
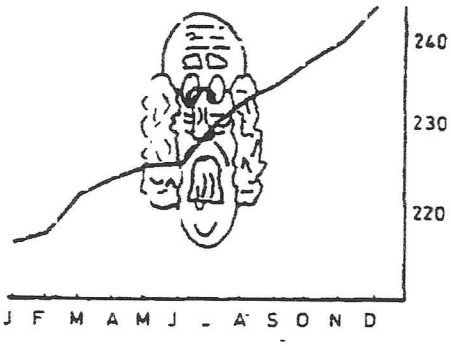


Gráfico B



2.1. Qual dos gráficos dá a ideia de ter existido um maior aumento de preços? Porquê?

2.2. Qual será o gráfico do governo e o da oposição? Porquê?

2.3. Será que a estatística permite manipular a opinião do público? Porquê?

2.4. Será que então devemos acabar com a estatística? Porquê?

Reprodução e Encadernação



Colibri – Soc. de Artes Gráficas, Lda.
Faculdade de Letras de Lisboa
Alameda da Universidade
1600-214 Lisboa
Tel./Fax: 21 796 40 38
colibri@edi-colibri.pt