DM-INAC.1

INSTITUTO SUPERIOR DE PSICOLOGIA APLICADA

Dissertação de Mestrado em Psicologia Educacional

COMO OS PROFESSORES LIDAM COM OS ERROS DOS ALUNOS

MARIA ALICE PEREIRA INÁCIO

Orientadora: Professora Doutora Maria Glória Ramalho

1997

Centro de Documentação do I.S.P.A.
Telf. 881 17 00
Reg. 11678 C.

AGRADECIMENTOS

Não posso deixar de começar por expressar os meus mais sinceros agradecimentos à minha orientadora, Professora Doutora Glória Ramalho, pelos seus conselhos e sugestões e pela disponibilidade que sempre mostrou, ao longo da realização deste trabalho.

Queria também agradecer aos Alunos e Professores que colaboraram neste estudo, sem os quais ele não teria sido possível. Também queria manifestar o meu apreço aos Conselhos Directivos das escolas que colaboraram neste trabalho, bem como aos Funcionários Auxiliares de Acção Educativa, sem os quais os contactos entre mim e os Professores teriam sido bem mais complicados.

Queria ainda agradecer ao Centro de Formação de Professores de Loures Oriental e ao seu Presidente pelo apoio na impressão deste trabalho.

RESUMO

Este trabalho pretende contribuir para a compreensão da forma como os professores lidam com os erros dos alunos. Considerando que o erro pode ser um elemento fundamental para o desenvolvimento do sistema cognitivo do sujeito, parece-nos importante perceber como os professores a ele reagem, e de que modo ele influencia a forma como estes planeiam as suas actividades para a sala de aula.

Limitamos o nosso trabalho a um grupo de professores (cerca de 20) do 5° e 6° anos de escolaridade, e fizemos incidir o nosso estudo em erros relativos aos Números Decimais.

Numa primeira fase, aplicamos um instrumento piloto a um grupo de alunos, de forma a determinarmos padrões de erros frequentes. Com base neste estudo, elaboramos uma Ficha de Trabalho constituída por quatro grupos de questões já respondidas, sendo o padrão de erro o mesmo em cada um desses grupos. Esta ficha foi, então, entregue a professores, sendo-lhes pedido que planificassem uma sessão de correcção de cada um dos grupos de questões da referida ficha, primeiro para a situação de classe, em seguida supondo que se referiam a um único aluno. Posteriormente foi pedido aos mesmos professores que respondessem a um breve questionário e a uma entrevista, relacionados com a mesma problemática.

Pela análise efectuada parece poder-se concluir que os professores - embora manifestando grandes diferenças qualitativas no tratamento do erro quando em conversa individual com um aluno ou quando noutra situação - consideram, na sua generalidade, que a razão dos erros dos alunos é estes desconhecerem a teoria matemática implicada, ignorando possíveis causas inerentes ao funcionamento cognitivo humano. Neste trabalho, justifica-se a afirmação acima feita, explicitando-se as diferenças acima referidas.

Esta investigação abre perspectivas para outras investigações e aponta para várias medidas que se considera urgente implementar, quer ao nível da formação inicial ou contínua de professores, quer ao nível do funcionamento da Escola. Estas perspectivas e mudanças são explicitadas neste trabalho.

ÍNDICE

LISTA DE TABELAS

INTRODUÇÃO

O nosso trabalho tem como tema o estudo da forma como os professores lidam com os erros dos aluno. Ao escolhermos este tema, fizemo-lo por considerarmos que é urgente alterar a forma como os erros são olhados. É importante que eles passem a considerados como podendo ser um passo no crescimento cognitivo e não como um índice da incapacidade daqueles que os fazem. Esta posição baseia-se, por um lado em teorias da Psicologia Cognitiva que a autora considera que melhor enquadram o problema do Desenvolvimento Cognitivo humano, e, por outro lado, na experiência da autora quer como Professora de Matemática, quer como Professora Conselheira de Orientação. Efectivamente, a autora tem-se confrontado muitas vezes com uma grande dificuldade em conseguir que os alunos reflictam sobre os seus erros, quando lhe é possível evitar que os alunos impeçam a possibilidade desta reflexão, destruindo a sua resposta errada. Tem, também, verificado que, muitas vezes, os alunos evitam responder aos professores sempre que não têm a certeza de que a sua resposta é a correcta e que aqueles referem que, por vezes, não põem algumas dúvidas aos professores por medo de que, ao fazê-lo, possam prejudicar-se, em termos de avaliação.

Por outro lado, resolveu-se centrar este trabalho nos números decimais tendo em mente várias ordens de razões:

. em primeiro lugar, por ser um assunto relativamente pouco estudado, excepto como um caso particular dos números fraccionários;

. em segundo lugar, por ser um tipo de numeração cada vez mais usada, por ser aquela com que todos os dias se trabalha nas máquinas de calcular ou nos computadores; assim sendo, um mau domínio da conceptualização deste tipo de números pode trazer consequências graves do ponto de vista prático - Margaret Brown (1981) afirma "The advent of the calculator will obviously make children more familiar with decimal representation, but without careful structuring of the work it may just be used to produce meaningless answers which can be copied down faithfully to eight decimal places".

. em terceiro lugar, da experiência da autora como professora e do conhecimento que tinha dos programas curriculares de Matemática, parecia-lhe que os decimais eram tratados de uma forma bastante superficial; tanto quanto lhe foi dado observar, essa é efectivamente a situação, pois os erros feitos pelos alunos são, realmente, muitos (os resultados obtidos aquando da aplicação do Second International Assessment of Educational Progress no nosso país (Ramalho, 1994), comprovam-no: somente a título de exemplo, apenas cerca de 15% das crianças de 13 anos testadas assinalou 0,125 como sendo o menor de entre os números decimais: "0,625; 0,25; 0,3753; 0,125", enquanto que 50% assinalou 0,3753); os professores que colaboraram neste estudo confirmam a grande dificuldade que os alunos têm e o pouco se trabalha este assunto no 2° ciclo.

Esta foi uma primeira abordagem a este problema. O percurso aqui descrito levantou várias questões que será importante aprofundar em futuros trabalhos.

CAPÍTULO 1

A PSICOLOGIA COGNITIVA E O ERRO

1. BREVE RETROSPECTIVA HISTÓRICA

Desde o final do séc. passado que tem sido dada alguma importância ao erro, na literatura científica sobre o Ensino/Aprendizagem. Bélanger (1988) considera que, no fundamental, tem havido duas posições a partir da qual o erro tem sido visto:

a. uma centrada no assunto a ensinar, olhando o erro como um índice da dificuldade desse assunto;

b. outra, centrada no aluno, podendo o erro ser, agora, visto também em duas perspectivas diferentes:

   b1. como resultado de uma deficiência do aluno;

   b2. como índice visível do processo mental utilizado pelo aluno.

1.1 O ERRO COMO ÍNDICE DE DIFICULDADE DO ASSUNTO A ENSINAR

Os autores que se posicionaram nesta perspectiva - Bélanger cita o trabalho de 1925 de Buswell & Judd (que sumariam um conjunto de trabalhos publicados até àquela data na América) e de Frank Clap (1924) - procuram fazer listas o mais possível exaustivas dos erros dados pelos alunos, quer ordenando-as pelos número de erros registados - é o caso, por exemplo, da listagem das 100 combinações das adições dos 10 números de um dígito, dois a dois -, quer classificando-os. Estas classificações são feitas segundo critérios muito variados, mas comparando várias listas pode observar-se que certos tipos de erros é comum a praticamente todas elas, independentemente do critério usado e da data dos estudos - um exemplo é o do erro na subtracção sempre que o algarismo do subtractivo é maior que o correspondente algarismo do subtraendo.

A ideia subjacente a esta forma de estudar o erro é a de que, conhecendo quais os assuntos em que os alunos demonstram maior dificuldade, será possível dedicar-lhes mais tempo de explicação e de prática, bem como tentar encontrar para esses assuntos novos processos de ensino que possam conduzir a uma aprendizagem mais eficiente. *Produto, medida, eficiência, construção de uma autêntica ciência do ensinar baseada em métodos experimentais*, são, segundo Bélanger, expressões muito frequentes nestes estudos.

Ainda segundo Bélanger, muito pouco esforço foi feito para tentar perceber a razão pela qual, por exemplo, uma soma de dois números de um dígito era errada com mais frequência do que uma outra.

1.2 O ERRO COMO RESULTADO DE DEFICIÊNCIAS DO ALUNO

Paralelamente a este movimento de estudo estatístico dos erros, outros investigadores olharam para o erro como sendo o resultado de alguma deficiência do aluno. Bélanger denomina esta perspectiva como sendo um "modelo médico", caracterizado por:

(1) a existência de uma norma para o resultado do aluno; esta seria consensual no seio de um grupo dominante;

(2) a tolerância de um certo grau de desvio relativamente a essa norma, para além do qual deveria haver uma intervenção especializada de forma a remediar a situação;

(3) a necessidade de estudar métodos e técnicas que

. categorizem os desvios observados

. estabeleçam índices para a identificação do tipo de desvio

. "renormalizem" a situação do aluno em causa.

Bélanger cita os trabalhos de Monique Vial (1979) em França, e de Brueckner (1930), nos Estados Unidos. As palavras chave são, agora, *realização, dificuldades, deficiências, técnicas científicas para o diagnóstico, exercícios de remediação*. Aliás, Brueckner usa o termo dificuldade em situações que Buswell & Judd classificavam como sendo de erro; acrescenta a estas situações como a de contar pelos dedos, mexer os lábios ou de fazer adições por combinações (ao fazer 66 + 47 + 99 = 212, o aluno diz: 9 + 3 são 12, 12 + 4 são 16, 16 + 6 são 22). Brueckner preocupa-se, pois, com os métodos usados pelos alunos, classificando-os como certos ou errados; estes últimos considera-os o resultado da adopção, por parte do aluno, de hábitos incorrectos, utilizando um constructo na altura muito considerado no campo da psicologia.

1.3 O ERRO COMO ÍNDICE VISÍVEL DO PROCESSO MENTAL UTILIZADO PELO ALUNO

Como já acima se referiu, inicialmente não era feito praticamente qualquer esforço para perceber porque é que os erros eram dados. Aliás, Buswell & Judd referem a fraqueza do constructo **ligação associacionista** para explicar a variedade de processos utilizados pelos alunos para, por exemplo, fazerem uma adição. Citam, contudo, um estudo de 1917, de W. L. Uhl, em que este sintetiza as suas investigações; nelas, Uhl observa e questiona os alunos enquanto estes trabalham, utilizando um método bastante aproximado do que hoje se denomina de entrevista clínica, com a finalidade de obter informação específica relativa aos processos mentais utilizados pelos alunos. Uhl refere-se a estes processos mentais como dificuldades; contudo, Buswell & Judd reconhecem que algo de mais subtil está envolvido.

Posteriormente, como também já se referiu, foi utilizado o conceito de **hábito incorrecto** para justificar os resultados errados dos alunos e/ou os processos considerados como errados que aqueles utilizam.

Já mesmo em 1924, alguns autores, como Meyers, notaram que, nalguns alunos, os erros eram sempre do mesmo tipo e tornavam-se bastante persistentes ao longo do tempo. Brueckner e Grossnickle (1939) debruçam-se também sobre este problema; em 1974, Linda Cox publicou um estudo bastante pormenorizado sobre o erro sistemático, definindo--o como sendo aquele que é evidente num cálculo e que ocorre pelo menos três vezes em cinco exercícios de um mesmo tipo. Seguindo esta linha de raciocínio, Graeber & Wallace, num estudo que publicaram em 1977, referem-se aos erros sistemáticos como sendo "erros que são dados repetidamente por aderência a alguma regra incorrecta", que as crianças constróem.

Também em 1977, Ginsburg publica uma obra em que refere

> " Tal como as suas respostas correctas, os erros das crianças são muitas vezes devidos a estratégias idiossincráticas mas significativas" (pg. 107, citado por Bélanger).

Vê-se, assim, que mais recentemente se assiste ao aparecimento de uma nova forma de olhar este problema, deixando o erro como tal de ser o foco das atenções, para passar a haver uma muito maior preocupação com o processo que a ele conduz. Aliás, Bélanger refere que, nos últimos vinte anos, se tem vindo a desenvolver todo um corpo de literatura relativa ao conhecimento que os jovens e os adolescentes constróem por si próprios, muitas vezes em discordância com o saber vulgarmente reconhecido no mundo dos adultos. Como consequência, vai agora assumir um papel fundamental a perspectiva a partir da qual o investigador procurar dar sentido à forma como se acede ao conhecimento. E se, como Bélanger refere, até 1970 a investigação sobre o erro se ressentiu da "pobre discussão teórica" existente, hoje em dia a investigação em Educação Matemática dispõe de um largo espectro de constructos, provenientes da Psicologia Cognitiva, das Ciências da Informação ou mesmo da Linguística, que podem possibilitar uma fértil controvérsia.

2. ALGUMAS PERSPECTIVAS ACTUAIS

2.1 A ZONA PROXIMAL DE DESENVOLVIMENTO

Quando Vygotsky (1977; 1991) elaborou a sua Teoria de Zona Proximal de Desenvolvimento (ZPD) poderia não ter em mente o estudo dos erros dos alunos; contudo, posteriormente vários autores procuraram utilizar esta teoria com vista a uma maior eficácia no processo Ensino/Aprendizagem, de forma a evitar o erro e/ou a remediá-lo. Schneuwly (1994) critica algumas destas interpretações, chamando a atenção nomeadamente para os seguintes aspectos:

- a ZPD não é inerente à criança ou ao jovem em crescimento. Ela é o resultado da criação de uma situação de tensão entre aquilo que a criança já sabe fazer e aquilo que é necessário fazer para resolver uma situação concreta na qual a criança está empenhada - ou, como diz Schneuwly (1994, pág. 289), "a ZPD brota do ponto de encontro das necessidades externas e das possibilidades internas". Este autor diz que para Vygotsky este conceito é a resultante dos dois aspectos contraditórios, mas fundamentais, do desenvolvimento

(1) o desenvolvimento depende inteiramente da propulsão própria, interna do sujeito, por processos de reorganização e revolucionarização das funções psicológicas básicas; ele é, portanto, um processo inteiramente dependente do

sujeito.

(2) o desenvolvimento depende inteiramente do exterior, na medida em que as funções psicológicas superiores são uma criação histórico-cultural.

- a ZPD é um conceito relacional. Schneuwly refere que Vygotsky considera dois processos fundamentalmente importantes para o surgimento da ZPD: o ensino[1] - e, mais geralmente, a educação - e o jogo: o primeiro, porque põe a criança em face de situações que dificilmente se lhe depărariam na vida real, propondo-lhe perspectivas para o seu de desenvolvimento a que, sem o ensino, dificilmente teria acesso; o jogo, porque nele a criança é levada a lidar com situações cujo significado somente em parte domina.

- a criação de uma ZPD não é, contudo, garantia de aprendizagem. Esta pressupõe a integração dos novos conhecimentos no sistema cognitivo do sujeito - isto é, o desenvolvimento - e este faz-se em completo acordo com leis que são próprias do aprendiz. Shneuwly diz que "development is choice and freedom" (trabalho citado, pág. 289), no sentido de que este se faz "por propulsão própria, de acordo com a sua própria forma", podendo esta incluir o não-desenvolvimento: a apropriação ou a não-apropriação dos elementos exteriores faz-se de acordo com uma lógica interna própria do sujeito, não podendo, pois, estes elementos exteriores ser implantados do exterior.

[1] Schneuwly chama a atenção para que muitas vezes se tem afirmado que, para Vygotsky, a ZPD diria respeito à relação entre desenvolvimento e aprendizagem; aquele autor diz que esta interpretação não é correcta, pois a palavra russa usada por Vygotsky - "obuchenic" - significa ensino e não aprendizagem.

Nesta linha de ideias, três aspectos relacionados com a ZPD parecem ser especialmente importantes no sentido de se procurar criar condições que possam aumentar as possibilidades de aprendizagens correctas:

(a) a necessidade da aprendizagem se fazer no limite superior da ZPD

(b) a necessidade da aprendizagem ser relevante para o sujeito

(c) a qualidade da relação entre o tutor e o aprendiz

2.1.1 A necessidade da aprendizagem se fazer no limite superior da ZPD

Bruner (1985) chama a atenção para este aspecto, afirmando que se ele não fôr tido em linha de conta, o ensino será, no fundamental, um treino de aprendizagens já feitas, ou ultrapassará as possibilidades do sujeito;

Ann L. Brown & R. Ferrara (1985) analisam vários trabalhos relativos ao diagnóstico da ZPD e afirmam ser necessário ter bem clara uma detalhada análise das competências cognitivas em jogo na aprendizagem em causa, bem como das possibilidades de transferência das mesmas para essa mesma aprendizagem, sem o que seria difícil seleccionar e escalonar de forma correcta as ajudas necessárias ao sucesso na tarefa inicialmente proposta e à transferência que aquela necessita.

Nesta mesma linha de ideias, Brissiaud (1994) procura, neste seu trabalho, explicitar uma forma de lidar com as dificuldades dos alunos. O seu ponto de partida é o de que o professor somente tem uma acção a médio ou longo prazo no desenvolvimento do aluno, pelo que a sua acção, face a um assunto no qual o aluno manifeste dificuldades que possam relacionar-se com o seu desenvolvimento - como sejam aqueles em que uma boa percentagem de crianças ou adolescentes têm desempenhos fracos - deverá ser, fundamentalmente, a de tentar perceber qual a raiz do obstáculo que impede o aluno de avançar e tentar criar as condições que, levando o aluno a uma contradição, lhe permitam o avanço no seu desenvolvimento por "propulsão própria".

Neste trabalho, Brissiaud analisa uma experiência relativa à resolução de problemas do tipo "missing addend".

Obter mais: O João tem 7 berlindes; comprou mais alguns e ficou com 13. Quantos comprou? ("Change - Get More (missing addend)").

Igualizar: A Maria tem 13 cromos e a Ana tem 7. A Ana quer ter tantos cromos como a Maria. Quantos cromos deve a Ana comprar? ("Equalize (missing addend)")

Citando uma série de trabalhos relativamente ao grau de êxito alcançado por crianças do Ensino Primário neste tipo de problemas, Brissiaud mostra que as crianças têm grandes dificuldades em acertar este tipo de problemas sempre que lhes é pedido que os resolvam utilizando uma operação aritmética; o autor relaciona estas dificuldades com o facto de no enunciado se falar de um aumento e de ser necessário fazer uma subtracção para chegar à solução. Pelo contrário, quando é dada às crianças a possibilidade de os resolverem utilizando objectos e/ou desenhos muitas crianças do 1° ano resolvem-nos correctamente e quase todas as do 2° ano o fazem. Brissiaud refere ainda que o progresso das crianças se vê, nestes últimos trabalhos, não apenas pelo aumentar da percentagem de acertos, mas ainda na evolução da forma de resolução adoptada por elas: o uso de objectos ou desenhos diminui progressivamente, embora as crianças continuem a mimar a acção descrita no enunciado - fazem-no é mentalmente, contando de cabeça ou com o auxílio dos dedos (ao resolver os problemas anteriores: 7, 8 - assinala um dedo; 9 - assinala o 2° dedo; até 13 - 6 dedos assinalados - a esta estratégia de resolução, Brissiaud dá o nome de "estratégia de avanço"), usando alguma estratégia de decomposição (7 para 10, 3; 10 para 13, 3; 3 e 3, 6) ou transformando o problema numa adição de que conhecem o resultado de cor.

O autor avança a hipótese de que

1. se as crianças não forem obrigadas a resolver este tipo de problemas utilizando uma operação aritmética;
2. se lhes fôr permitida e valorizada a resolução com base em desenhos e/ou objectos;
3. se forem ensinadas a resolver subtracções utilizando a estratégia "de avanço",

com uma certa facilidade as crianças acabarão por, por si próprias, começar a resolver este tipo de problemas usando a subtracção - e identificando-a como tal. Para justificar esta sua tese, Brissiaud utiliza a noção de *Sistema de Representação e Processamento (SRP)* introduzida por J. M. Hoc (1987 - citado pelo autor). Segundo ele, as crianças que resolvem este tipo de problemas utilizando objectos ou desenhos, fazem-no utilizando um SRP Analógico, dado que elas mimam a acção descrita no enunciado; por outro lado, esta estratégia de resolução é tal que a compreensão do problema se faz ao mesmo tempo que a criança avança para a resolução do mesmo, favorecendo a utilização da "estratégia de avanço" para a resolução de operações aritméticas. Ora, no início esta estratégia está somente associada à adição: efectivamente, os principiantes resolvem subtracções utilizando uma "estratégia de recuo": para resolver 13 - 7, fazem "13, 12 (tirou-se 1), 11 (tiraram-se 2), ... 6 (tiraram-se 7)". Estas crianças têm um SRP Aritmético incompleto. Pelo contrário, as que são peritas em fazer subtracções usam a "estratégia de avanço" para fazer algumas - por exemplo, 32 - 29 -, e a "estratégia de recuo" para outras - por exemplo, 32 - 4; têm um SRP Aritmético bem estruturado, com a subtracção associada às duas estratégias, sendo utilizada uma ou outra consoante os números em causa. Brissiaud advoga que utilizando números adequados, se pode provocar na criança um conflito entre os custos de utilizar uma estratégia mais elaborada - a "de avanço" - e os de utilizar uma estratégia mais simples, porque mais natural, mas mais trabalhosa - a de "recuo"..

A hipótese de Brissiaud é que na medida em que as crianças associarem, no seu SRP Aritmético, a subtracção à "estratégia de avanço" se criam as condições para ser ultrapassada a dificuldade de resolver através de uma subtracção um problema cujo enunciado fala de aumentar. Neste trabalho, este autor relata uma experiência cujos resultados parecem confirmar a sua hipótese: a dois conjuntos de crianças ensinadas de acordo com os princípios acima enunciados, foram passados dois problemas destes tipo:

Probl. A - Pedro tem 63 berlindes e Paulo tem 4. Paulo quer ter tantos como o Pedro. Quantos berlindes precisa de comprar?

Probl. B - Júlia tem 51 cromos e Odília tem 47. Odília quer ter tantos cromos como Júlia. Quantos precisa de comprar?

A um dos conjuntos de crianças os problemas foram passados nesta ordem, ao outro conjunto na ordem inversa, sendo deixado que elas fizessem os problemas como quisessem, podendo usar objectos ou desenhos; era-lhes, contudo, pedido que, além da solução do problema, escrevessem uma igualdade que permitisse obter essa solução. A hipótese era a de que as crianças que recebessem os problemas na ordem A, B, sendo confrontadas no primeiro problema com números que provocavam um conflito entre o custo da representação do problema e o custo de calcular o resultado, reorganizariam "espontaneamente" a sua actividade mental e "inventariam" a utilização da subtracção para resolver um problema deste tipo, mantendo esta resolução no segundo exercício; as crianças a quem os problemas eram dados na ordem contrária, utilizariam a subtracção em muito menor escala. Os resultados desta experiência confirmam fortemente estas hipóteses. O autor acrescenta que à medida que as crianças dão "o primeiro passo", inventando a utilização da subtracção, é possível ao professor avançar com sequências didácticas que lhes possibilitem aos alunos a construção de um esquema apropriado a este tipo de problemas. O autor sugere algumas actividades a desenvolver.

Segundo Brissiaud, este artigo relata uma forma de operacionalizar o conceito de ZPD: a criança faz, efectivamente, coisas que não poderia fazer sem a ajuda de adultos. Mais, foi na interacção com a situação criada pelo adulto, que a zona de instabilidade se criou, possibilitando o desenvolvimento.

2.1.2 A necessidade da aprendizagem ser relevante para o sujeito

Pretende-se, com isto, referir a necessidade de que a situação que o professor apresenta ao aluno o leve a empenhar-se nela, de forma a conseguir estar "activo" no sentido de activamente interessado em criar em si as capacidades necessárias à resolução do problema posto pelo professor.

Karsten Hundeide (1985, pág.309) cita Leontiev, no que respeita à análise que este faz da actividade do aluno:

> Imaginemos que uma criança está a tentar resolver um problema que lhe foi passado como trabalho de casa. Com certeza que ela tem consciência da finalidade da sua acção, que é encontrar a solução do problema e escrevê-la. A sua acção tem uma finalidade. Mas como é que esta finalidade é conscientemente entendida, i. é, que sentido tem esta acção para a criança? Para responder a esta pergunta, temos que saber qual a *actividade* em que a acção da criança se insere, ou, dito de outra maneira, qual é o motivo que leva a criança a agir. Este pode ser aprender aritmética, mas também pode ser evitar que o professor se zangue ou, finalmente, poder sair e ir brincar com os seus amigos.
>
> Em qualquer um destes casos a finalidade é objectivamente a mesma - resolver o problema em causa. Mas o sentido da acção para a criança é diferente nos vários casos.

Nestas três situações, estão criadas condições completamente diferentes para a ocorrência do erro: somente se o aluno estiver activamente empenhado em aprender aritmética, poderá haver um mínimo da segurança de que o erro será evitado. Para isso, o aluno tem que ter percebido que é importante para si próprio fazer essa aprendizagem, isto é, que sem essa aprendizagem haverá, na sua vida, situações com as quais terá dificuldade em lidar.

2.1.3 A qualidade da relação entre o tutor e o aprendiz

Nos últimos anos assistiu-se a um incremento bastante grande da investigação na área das actividades cognitivas levadas a cabo por crianças quando acompanhadas por um adulto ou por uma outra criança. Bruner (1983; 1985); Bruner & Hickman (1983) e Rogoff (1990) analisam vários destes trabalhos, procurando ressaltar as condições subjacentes às interacções que são facilitadoras do sucesso da criança na tarefa em causa. Vejamos como estes autores sintetizam estas condições:

i. A síntese de Bruner e colaboradores

No seu trabalho de 1983, Bruner caracteriza do seguinte modo a intervenção do adulto:

1° proporciona estímulo tendente a manter a criança concentrada na tarefa e na sua finalidade; com crianças mais pequenas, este aspecto é particularmente importante;

2° encaminha a criança numa estratégia adequada aos fins em vista e à sua situação, fornecendo-lhe **suportes** para a sua actividade; estes podem ter por objectivo

. reduzir os graus de liberdade da actividade da criança;

. sinalizar as características fundamentais do problema;

ou podem mesmo chegar à demonstração **estilizada** do que fazer; esta estilização deve ser feita de modo acessível à criança;

3° fornece **suporte afectivo e encorajamento**, quer no sentido de manter a actividade da criança na orientação correcta, quer no sentido de controlar a sua frustração.

Em Bruner & Hickman (1983, pág. 288), os autores referem:

> Le mécanisme général de ces interactions est la construction de «formats» qui encadrent les actions des enfants et rendent possible la transformation de leur niveau actuel en relation avec leur niveau avec leur niveau potentiel.

São estes "*formats*" que vão servir de base para a função crítica do suporte (critical function of scaffolding) (Bruner, 1985) e que, na obra anteriormente citada é caracterizada do seguinte modo:

- o adulto deve conseguir que a criança tenha ocasião de estabelecer relações entre os signos e so acontecimentos;
- o adulto fornesse os meios para a representação e a execução das relações entre meios e fins;
- os "*formats*" têm um papel importante ao assegurarem uma medida constante de sucesso, para a criança e o adulto. Limitando a dificuldade da tarefa a um

nível acessível à criança, os *"formats"* permitem-lhe prosseguir a sua actividade com um mínimo de alheamento devido ao (sublinhado meu);

- os *"formats"* são frequentemente construídos de tal maneira que as tarefas propostas ao aluno ultrapassam ligeiramente as suas capacidades imediatas com a finalidade de provocar uma viagem na zona proximal de desenvolvimento (sublinhado meu);
- os *"formats"* proporcionam ocasiões de criar convenções relativas à interacção através da utilização de signos no contexto da acção, convenções essas que têm condições de sucesso semelhantes àquelas que se encontram em actos de comunicação bem mais complexos entre adultos

Mais adiante, os autores referem a existência de uma interdependência entre acção e ideologia nos "formats", explicitando que:

> L'adulte non seulement interprète les actions et les signes de l'enfant en accord avec sa théorie du comportement social, mais construit la situation de manière que l'enfant puisse agir en accord avec cette théorie. D'autre part, cette théorie que l'adulte construit sur le comportement de l'enfant intervient non seulement dans l'interaction, mais est aussi constamment modifiée par celle-ci. (pág. 289)

ii. A síntese de B. Rogoff

Barbara Rogoff (1990) analisa várias investigações, que organiza de acordo com o seu objecto: desenvolvimento da linguagem, desenvolvimento conceptual, exploração e construção de objectos, tarefas de memorização e tarefas de planeamento de trajectos (labirintos). No geral

I conclui que, em pós-teste, as crianças obtém melhores resultados quando o adulto intervém

A mais e em termos de uma maior responsividade às necessidades da criança (pág. 153 a 157),

B na sua região de sensibilidade à aprendizagem (pág. 159),

C partilhando a tomada de decisão (pág. 163);

II considera que é importante o adulto manter aquilo que chama de "atenção conjunta", caracterizada por estar focada preferencialmente nos interesses da criança, do que tentar que a criança re-foque a sua atenção (pág. 155).

A autora propõe o termo *Participação guiada* (Guided participation) para nomear um processo no qual os papeis dos educadores e das crianças se interligam com oportunidades de aprendizagem tácitas ou mesmo explícitas na organização quotidiana das interacções entre os educadores e as crianças (pág. 65). O adulto, numa actividade de Participação guiada, propõe *pontes* (bridges) entre as capacidades que a criança já domina e as que são necessárias para resolver o novo problema; a autora especifica que estas pontes podem ser:

- especificar semelhanças entre a nova situação e situações anteriores;
- proporcionar pistas emocionais (emotional cues) sobre a natureza das situações;
- proporcionar modelos não verbais de comportamento;

- proporcionar interpretações verbais e não verbais de comportamentos e situações;
- proporcionar "etiquetas" para classificar objectos e acontecimentos.

A autora chama, ainda, a atenção para que estas "pontes" têm que ser construídas a partir do ponto de partida da criança, de forma a garantir a **intersubjectividade**, isto é, a compreensão mútua, sem a qual não é possível comunicar.

iii. A contribuição de Rommetveit

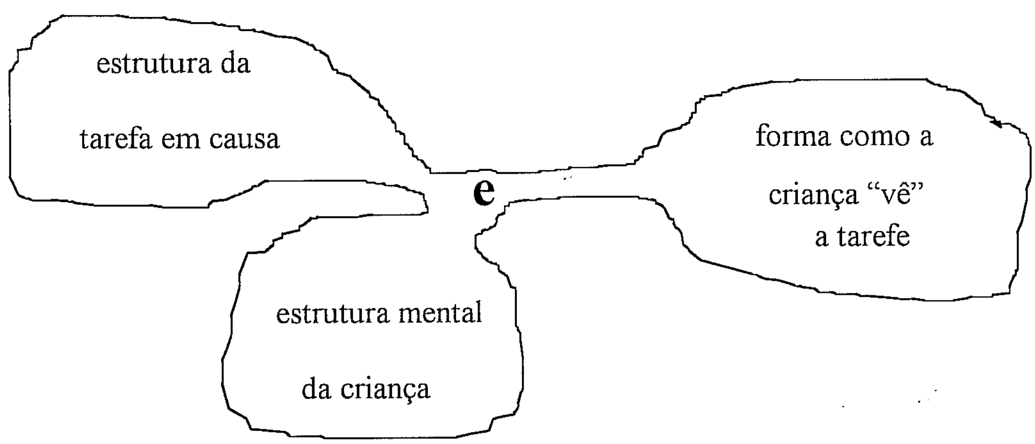
Rommetveit (1985), refere que "intersubjectivity must in some sense be taken for granted in order to be attained" (pág. 189) e cita Uhlenbeck (1978) quando este, se refere ao ***"makes sense principle"*** que descreve da seguinte maneira:

> It says that the hearer always takes the view that what the speaker is saying somehow makes sense. It is this certitude which makes him try to infer - on the basis of lingual and extra-lingual evidence available to him - what the speaker actually is conveying to him.

Rommetveit chama a atenção que, para pôr em prática este princípio, o ouvinte necessita **descentrar-se** da sua posição face ao assunto da conversa, **pôr-se no papel** do falante, procurando perceber **qual das várias perspectivas** que ele conhece sobre o assunto (repertory of possible perspectives) é compatível com a posição do falante. Só que, tal como Uhlenbeck diz, "... on occasion the hearer may be unable to do so or he may take the wrong inference" (citação de Rommetveit), o que implica que, nas actividades de participação guiada, o adulto tenha que procurar assegurar que é entendido pela criança da forma pretendida e que a está a compreender correctamente.

iv. Em síntese

De acordo com as conclusões anteriormente referidas, o adulto deverá conseguir interagir com a criança de uma forma ajustada à situação segundo três vectores:



isto é, para que uma interacção de participação guiada tenha sucesso, o adulto terá necessidade de:

- ter uma ideia clara do processo de resolução da tarefa em causa, sendo capaz de "decompôr" este processo em "partes",
- perceber até que ponto é que a criança é capaz de "lidar" com esse processo e/ou as suas partes, isto é, se a criança já domina ou não os processos mentais envolvidos em cada uma dessas "partes",

mas estes dois factores não são suficientes;

- o adulto terá, ainda, que conseguir perceber que imagem é que a criança tem da tarefa, **descentrando-se** (Rommetveit, 1985) da sua posição de conhecedor.

Desta maneira, é possível que a criança participe num **processo de pensamento partilhado** (B. Rogoff, 1990, pág. 164). Neste, o adulto é para o aprendiz como que uma **forma substituta de consciência** (*vicarious form of consciousness* - Bruner, 1985, pág. 24), até que este seja capaz de controlar a sua acção através da sua própria consciência.

2.2 A PERSPECTIVA DE VERGNAUD

2.2.1 Vergnaud e o conhecimento

Vergnaud (1994) propõe um modelo de Psicologia Cognitiva em que o problema da **conceptualização** ocupa o lugar central. Segundo ele, esta deve ser vista em estreita ligação com a função teórica e prática do conhecimento: este existe para dar resposta - ou uma melhor resposta - a um problema. Referindo Regine Douady, Vergnaud (1989b) considera que um conceito aparece primeiro como uma ferramenta, e que é na medida em que utilizamos esta ferramenta que somos levados a efectuar sobre ela um trabalho de conceptualização que a transforma em conceito. Para Vergnaud (1990a), um conceito deve ser entendido como um terno

$$\text{Conceito} = (S, I, \varphi)$$

em que: $S =$ conjunto de situações que dão sentido ao conceito;

$I =$ conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito;

$\varphi =$ conjunto de significantes que podem representar o conceito e as situações que ele permite apreender.

Considera, pois, que um conceito não pode ser estudado independentemente das situações que lhe dão sentido, nem do conjunto de significantes que o podem representar. Neste sentido, Vergnaud (1981) dá à linguagem tem um papel fundamental, mas considera igualmente fundamental a utilização de outros sistemas simbólicos, como esquemas**[2], representações gráficas, diagramas sagitais, tabelas e outros. Acentua, contudo, que não são os significantes que dão sentido ao conceito, mas sim as situações que ele permite perceber e resolver.

Para Vergnaud (1994), o desenvolvimento cognitivo do sujeito faz-se pelo alargamento do repertório dos esquemas* que este operacionaliza, aliada à capacidade de criar novos esquemas*, sempre que perceba que nenhum dos já conhecidos permite resolver um novo problema (esta capacidade, só por si, é já uma capacidade importante e de difícil desenvolvimento). Portanto, Vergnaud (1994) considera o conceito de **esquema*** como fundamental para a compreensão do funcionamento cognitivo. Para este autor, *o esquema* é uma totalidade dinâmica, implicando não só*

[2] Esquema** - 'schèma', no francês; esquema* - 'schéme', no francês

o físico, mas também o perceptivo e o intelectual; é formado por invariantes implícitos, ou intuitivos - conceitos-em-acto - e por relações entre estes - teoremas-em-acto - e situa-se fundamentalmente ao nível do significado (embora possa utilizar significantes).

Considerando que a estrutura do conhecimento de um sujeito é, primeiramente, um reflexo da estrutura do real, apreendida pelo sujeito ao tentar resolver os problemas concretos que se lhe põem - com o repertório de representações e condutas que anteriormente operacionalizou -, e que o desenvolvimento cognitivo se faz por processos de desestabilização/acomodação/assimilação, Vergnaud (1994) reconhece não ser possível defender um modelo do desenvolvimento cognitivo baseado em estádios totalmente ordenados, face aos múltiplos exemplos de desfasamento temporal do sucesso em tarefas consideradas isomorfas. Aliás, Vergnaud (1994) atribuí uma importância fundamental à interacção social no processo de desenvolvimento cognitivo, o que o leva a questionar a classificação de duas tarefas como isomorfas, se, nessa classificação, não tivermos em consideração as informações e operações de pensamento previamente operacionalizadas pelo sujeito.

Em consequência, Vergnaud (1990a) propõe o quadro teórico dos **campos conceptuais**, para uma nova aproximação ao desenvolvimento cognitivo. Define **campo conceptual** como *um domínio relativamente largo, centrado sobre um conteúdo bem específico, e abrangendo um conjunto de conceitos e situações de tal forma vasto que permita ao sujeito o trabalho de conceptualização* (Vergnaud, 1988, pp18), isto é, o alargamento do conhecimento das propriedades do conceito, o domínio dos seus vários aspectos, das relações entre estes, bem como dos seus limites.

Em síntese, parece-me, pois, poder-se afirmar que Vergnaud propõe, para a Psicologia Cognitiva, uma perspectiva caracterizada:

a) pelo abandono de um modelo de desenvolvimento cognitivo baseado em estádios totalmente ordenados,

b) e pela adopção de um modelo baseado numa ordem parcial de competências, relativas a um conteúdo específico, em relação com as situações em que esse conteúdo ganha significado, para aquele sujeito particular.

2.2.2 Vergnaud e o ensino/aprendizagem

Como já foi referido, para Vergnaud um conceito não pode ser apreendido isoladamente. O processo de operacionalização de um conceito só pode fazer-se relacionando-o com outros conceitos, através do estudo das situações que dão sentido a esse conceito.

Vergnaud (1989b) considera que é incorrecto reduzir as conceptualizações próprias de qualquer domínio ao desenvolvimento de estruturas lógicas, defendendo a necessidade de *ter em consideração a epistemologia específica do conteúdo em causa.* Considera (1992), ainda, que, na planificação do trabalho didáctico, é fundamental ter em linha de conta a experiência do aluno, não só a escolar, mas toda a sua vivência.

Chamando a atenção para que os conhecimentos que a Escola transmite são conhecimentos sociais e historicamente datados, Vergnaud (1992) considera que é fundamental transpor para a sala de aula a funcionalidade que está na origem desses conhecimentos. Diz que isto exige uma certa **encenação didáctica**, acrescentando, com Vygotsky, a necessidade da acção do professor estar revestida de **intencionalidade**. Dá, pois, uma grande importância à **mediação**, não deixando, de qualquer forma, de salientar que o principal trabalho de conceptualização é feito pelo próprio sujeito.

Para conseguirmos perceber as dificuldades que um jovem pode sentir na resolução de determinado problema, Vergnaud (1989b) considera fundamental conhecermos o repertório de condutas e representações possíveis face a esse problema, a sua hierarquia, filiações e rupturas, de forma a podermos compreender o procedimento do sujeito e saber se este conduzirá ao sucesso ou se, pelo contrário, será um obstáculo à compreensão da situação. O professor necessita:

a) conhecer qual é a conceptualização implícita que o aluno precisa de dominar para resolver determinado exercício - conceitos-em-acto e teoremas-em-acto envolvidos na situação;

b) que representações erradas podem ser facilmente mobilizadas - o nosso pensamento funciona muitas vezes de forma oportunista, por "deslizamento", considerando, por exemplo, isomorfas situações que o não são;

c) que obstáculos podem surgir na mobilização de representações adequadas - estes obstáculos podem advir quer de representações pouco correctas que a criança adquiriu na sua vivência extra-escolar (ex.1) ou mesmo na escolaridade (ex. 2):

Ex. 1: criança sempre ouviu chamar 'metades' às duas partes provenientes da separação de um todo em duas partes, independentemente de ter sido feita uma divisão igualitária ou não, vai ter maior dificuldade do que outra que sempre ouviu utilizar a palavra 'metade' de forma semelhante à utilizada na Matemática;

Ex. 2: ao ensinar-se um conceito ou uma técnica começa-se por casos simples, depurando esse conceito ou essa técnica de aspectos mais complicados ou subtis - é o problema da **transposição** dos conhecimentos tal como eles são conhecidos no campo científico para a forma que eles necessitam tomar no campo didáctico: é o caso, por exemplo, de se fazer toda a aprendizagem inicial dos números com base na medida de grandezas discretas; mais tarde, este conceito vai levantar dificuldades na conceptualização de situações em que, por exemplo, seja fundamental utilizar números negativos.

Utilizando uma Teoria do ensino/aprendizagem baseada na noção já acima referida de **campo conceptual**, Vergnaud refere que será pela diversificação das situações propos-tas ao aluno que este irá apreendendo o conceito nos seus cambiantes. O conhecimento aprofundado do campo conceptual relativo ao conceito em causa, permitirá ao professor prever a dificuldade que o aluno vai ter na conceptualização de uma nova situação didáctica que pretenda propor-lhe, em função da 'distância' entre os conceitos-em-acto e dos teoremas-em-acto que esta nova situação exige e aqueles que o aluno já domina. Vergnaud (1992) chama a atenção para o significado que isto pode ter para o papel de mediador que o professor tem que desempenhar, relacionando este aspecto da sua teoria com o conceito de **zona proximal de desenvolvimento** de Vygotsky.

2.2.3 Vergnaud e a Didáctica da Matemática

2.2.3.1 Considerações gerais

Como consequência do anteriormente dito, para Vergnaud (1981) é fundamental dar primeiro sentido aos objectos matemáticos e só depois os tratar como tais - é o caso, por exemplo, de dar primeiro sentido concreto à propriedade comutativa da adição, antes de funcionar com ela como propriedade de uma operação entre números sem significado concreto. Isto exige que o professor

a) diversifique as situações focadas nos exercícios que propõe;
b) conheça qual a conceptualização implícita que o aluno precisa dominar para representar essas situações;
c) explicite de forma adaptada à idade das crianças os invariantes sobre os quais repousa a operacionalidade dos esquemas cognitivos associados ao conceito que está a ser tratado.

Vergnaud (1990a) considera fundamental que o professor de Matemática se preocupe com a língua materna. Esta é importante quer para ajudar à designação e identificação dos invariantes da situação (objectos, propriedades, relações, teoremas), quer para ajudar ao raciocínio e à inferência, bem como à antecipação (efeitos e fins), à planificação e ao controle da acção. Vergnaud refere, contudo, que é fundamental utilizar outros sistemas de significantes, adaptados aos conhecimentos da criança e ao seu desenvolvimento cognitivo. Considera vantajoso usar, nomeadamente, um sistema que unifique toda uma série de significantes linguísticos equivalentes: é o caso de

$$\xrightarrow{\bigcirc} \quad \cong \text{“pagou”} \cong \text{“gastou”} \cong \text{“perdeu”} \cong \text{“despendeu”} \cong \ldots$$

em problemas relativos à estrutura aditiva. Esta unificação contribui para uma melhor identificação do significado e para a sua transformação em objecto de pensamento (trans- formação do conceito-ferramenta em conceito-objecto).

Vergnaud (1981) chama, ainda, a atenção para a necessidade de se efectuarem exercícios de transformação de uma forma de simbolização para outra: segundo este autor, estes exercícios poderão levar a um conhecimento mais aprofundado da situação, pois diferentes representações poderão ajudar a melhor compreender diferentes aspectos da situação, e a melhor escolher qual a representação mais adequada para a resolução do problema contido na situação.

Por outro lado, Vergnaud (1992) considera que, verdadeiramente, não se pode falar de uma didáctica da Matemática, mas sim de didácticas várias, relacionadas com o conhecimento matemático que se pretende fazer adquirir - a didáctica da proporcionalidade, a didáctica das estruturas aditivas, ... -, e que é fundamental analisar a fundo o conteúdo desse conhecimento de forma a conseguir fazê-lo dar frutos do ponto de vista didáctico.

2.2.3.2 Um exemplo

O seguinte exemplo referido por Vergnaud (1990b), relativo ao conceito de **VOLUME,** parece esclarecer claramente a teoria acima explanada.

Consideremos os seguintes exercícios:

A: "O João tem em casa dois aquários: um no quarto dele, outro na sala. Este tem o dobro da largura do do quarto, o dobro do comprimento e o triplo da altura. Quantas vezes é o aquário da sala maior que o do quarto?"

B: "O Carlos tem em casa dois aquários: um no quarto dele, outro na sala. A largura do da sala é 1,8 vezes maior que a largura do do quarto, o comprimento é 2 vezes e meio maior e a altura é 0,7 vezes a da do quarto. Quantas vezes é o aquário da sala maior que o do quarto?"

Serão estes dois exercícios equivalentes?

Vejamos duas resoluções diferentes do exercício A:

Aluno 1: $2 \times 2 \times 3 = 12$

Resp.: o aquário da sala é 12 vezes maior.

Aluno 2: O aquário pequeno cabe duas vezes em comprimento no grande e duas vezes em largura; são, portanto, necessários quatro aquários iguais ao pequeno para cobrir o fundo do grande; sendo a altura o triplo, é preciso pôr três filas destas para encher completamente o aquário da sala. Como 4 + 4 + 4 = 12, o aquário da sala é 12 vezes maior.

Terão estes dois alunos igual dificuldade na resolução do exercício B? Para responder a esta pergunta o professor necessita compreender que por trás destas duas resoluções estão conceitos de volume completamente diferentes:

- o Aluno 1 utilizou uma representação tridimensional do conceito de volume, relacionando-o com as três dimensões lineares do recipiente: largura, comprimento e altura;
- o Aluno 2 parece utilizar uma noção unidimensional do conceito de volume.

Para o Aluno 1 o exercício B não terá qualquer dificuldade, pois bastará igualmente operar com os novos factores.

Para o Aluno 2, o processo por ele usado é, agora, de impossível utilização: dois aquários é pouco para o fundo do aquário grande, mas três não cabem ao comprimento e, à largura, nem sequer dois cabem. É, pois, natural que este aluno não resolva este exercício.

2.2.4 Vergnaud e o erro

Face a uma situação problemática, o sujeito vai procurar resolvê-la utilizando o conjunto de representações que constituem o seu repertório cognitivo. Pode, então, acontecer que desse repertório façam parte as representações necessárias à resolução dessa situação; caso isto não aconteça, facilmente se pode ter dificuldades na resolução da situação problemática; mas, mesmo quando as representações necessárias à resolução do problema estão presentes, o sujeito pode ser levado ao erro, por não mobilizar estas representações mas outras, quer por estas últimas serem mais fortes, quer por terem parecido as adequadas ao sujeito. Vergnaud chama a atenção para que o ser humano tem a tendência para funcionar por "deslizamento", utilizando representações que lhe parecem ajustadas.

Assim sendo, apesar de acentuar a importância da mediação, Vergnaud considera fundamental que não se perca a ideia de que, em última análise, é a actividade da criança que lhe permite adquirir novas competências.

Por outro lado, Vergnaud (1989a) critica algumas interpretações da teoria da ZPD de Vygotsky, afirmando que esta não pode ser interpretada como uma teoria dos "pequenos passos", pois para possibilitar que a criança adquira determinados conhecimentos, é fundamental por vezes apresentar problemas bem distantes do repertório de competências e concepções que o aluno domina; isto verifica-se sempre que é fundamental desestabilizar profundamente as concepções dos alunos para os fazer compreender fenómenos ou conceitos novos ou adquirir novas competências que entrem em contradição com aquilo que o aluno conhecia anteriormente. Ora isto pode implicar ter que deixar que o aluno erre, ajudando-a a tomar consciência das razões que o levaram a errar, e levando-o a perceber os limites do conhecimento anteriormente adquirido.

2.3 A PERSPECTIVA DE BICKHARD

2.3.1 Bickhard e o conhecimento

Para Bickhard (Campbell & Bickhard,1986), todo o ser vivo é um ser em permanente interacção com o seu meio: "To cease interacting is to cease to exist as living being" (pág. 39). Sempre que esta interacção tem um objectivo em vista, o ser vivo constrói algum tipo de conhecimento sobre o seu meio. Segundo Bickhard, a interacção depende da organização do próprio sistema, da organização do meio com que aquele interage e do objectivo que o sistema procura atingir. No final de cada interacção, o sistema terá alterado a sua organização - para este autor, as informações provenientes desse estado final constituem uma forma de representação do meio, diferenciando-o dos restantes (pág. 37). Esta representação não tem nenhuma relação epistémica com o meio que representa ou com a sua estrutura: ela somente indica ao sistema que aquele meio produz em si próprio um certo tipo de transformação. A sua relação com o meio não é, pois, estrutural, mas funcional - o meio permitiu-lhe atingir determinado fim, de determinada maneira. O sistema de representações que um sujeito tem do seu meio é constituído pela rede de possíveis usos diferenciados que este pode fazer dos resultados das as suas interacções com o meio - este sistema é, afinal, o conhecimento que o sujeito tem do seu meio (pág. 38).

Assim sendo, para Bickhard a aprendizagem não tem nada a ver com estruturas que sejam ou esculpidas numa espécie de tábua rasa existente no interior de cada um ou importadas do meio: pelo contrário, ela tem que ser vista como a construção de novas organizações do sistema - é, pois, um processo interno. Desta forma, não há qualquer possibilidade de se antecipar com segurança se determinada nova organização irá ser útil ou não: para Bickhard, "learning involves a constructive process of trying out new system organization, and selecting out those new trials that do not produce successful interaction and differentiating" (pág. 42). Mais adiante, Bickhard acrescenta "Any living system will be a Knowing system and any living system will be more successful as such, will be more adaptive, if it is capable of learning tries, recovery tries, in the face of interactive failure" (pág. 45).

Segundo Bickhard, esta ontologia leva necessariamente a uma **estrutura de estádios de desenvolvimento** relacionada com a possibilidade do sistema se conhecer a si próprio: o nível do sistema capaz de conhecer (saber) o meio não se pode conhecer (saber) a si próprio, mas pode ser conhecido por um segundo nível do próprio sistema, este por um terceiro, etc. - a passagem de um estádio a outro dá-se sempre que o sistema evolua de tal forma que seja possível a interacção entre subsistemas desse sistema. A esta interacção consigo próprio, recuperando um termo usado por Piaget, Bickhard dá o nome de **abstracção reflexiva**: "Reflective abstraction is the process by which properties inherent in one level of knowing come to be known at the next level" (pág. 45).

Nesta perspectiva, **saber** e **aprender** são dois degraus de uma sequência macroevolucionária potencial: aprender não pode existir sem uma base de sabedoria, e aprender aumenta a adaptabilidade de um sistema sabedor. Um sistema capaz de aprender, deve ser capaz de reconhecer em si processos incorrectos ou mal definidos, de forma a ser capaz de corrigir interacções falhadas. Para Bickhard, é esta capacidade de reconhecer e interagir com a incerteza interna que constituí as **emoções**, e estas são o nível que sucede a saber e aprender na sequência macroevolucionária do sistema. Aprender e emoção são, pois, tipos de metacognição: "Learning knows only particular successes and failures in the knowing system; emotions know generic conditions of uncertainty" (pág. 46).

Se um sistema evoluir de tal forma que seja possível a interacção de um seu subsistema com a organização e os processos do primeiro nível do sistema, então o segundo nível deste sistema pode conhecer interactivamente o primeiro nível. Isto torna possível analisar e mesmo modificar o nível inferior. É este processo metacognitivo que explica o último nível da sequência acima referida - a **consciência**.

2.3.2 Bickhard e o erro

Como acima se viu, Bickhard considera o erro um acontecimento normal e, mesmo, inevitável no processo de aprendizagem. Chamando a atenção para que "rational activity requires knowledge of how to do things in ways that tend to avoid or overcome error" (Bickhard, a publicar), este autor considera que o conhecimento inclui a regulação das actividades de evitamento ou de correcção dos erros - Bickhard considera este conhecimento de central importância para a racionalidade e apelida-o de **conhecimento negativo**. Aliás, Bickhard chama, neste seu trabalho, a atenção para que o conhecimento positivo - o conhecimento de como as coisas se fazem bem - muda muitas vezes, pois novas descobertas vêm, afinal, mostrar que formas de proceder até então adoptadas não eram as mais correctas; pelo contrário, o conhecimento relativo às formas de evitar os erros, esse é cumulativo, no sentido de que, à medida que a pessoa se desenvolve, vai acrescentando novos processos de evitamento do erro aos já anteriormente conhecidos.

Bickhard analisa a evolução do conhecimento em vários domínios do saber, e concluí que, quando se evolui de uma teoria para outra (Ex.: dá o exemplo das teorias no domínio da Física, desde Aristóteles, à Teoria Geral da Relatividade, passando por Copérnico, Galileu, Newton e a Teoria Especial da Relatividade - pág. 23), o conhecimento positivo próprio da teoria abandonada é também ele abandonado, mas o negativo não: a nova teoria é construída sobre o conhecimento negativo da primeira - Bickhard põe a hipótese do conhecimento negativo ser como que o esqueleto do conhecimento em geral, enquanto que o positivo seria a musculatura: ambos são fundamentais, mas é o primeiro que norteia o desenvolvimento do conhecimento.

3. O ERRO NA DIDÁCTICA

3.1 O ERRO COMO ÍNDICE VISÍVEL DE UMA DIFICULDADE

George Booker (1988) afirma que as crianças não erram deliberadamente: ou estão convencidas que aquilo que estão a fazer é correcto, ou não sabem de todo o que fazer. Assim sendo, os seus erros são sempre reveladores de uma sua dificuldade, especificamente ligada ao conteúdo matemático ou ao processo de aprendizagem.

Booker afirma também que somente uma percentagem muito pequena de erros parece ser devida a uma disfunção interna da criança, seja de origem perceptual ou neurológica ou mesmo a um ritmo de aprendizagem lento. Este tipo de dificuldade não pode ser controlada pelo professor, pode somente ser *compensada*, segundo este autor. A generalidade dos erros das crianças, não sendo daquele tipo, necessita mais de tratamento que de compensação.

Ainda segundo este autor, os erros das crianças podem ser *sistemáticos*, *casuais* ou *devidos a falta de cuidado*. Estes últimos, ocorrem ocasionalmente e tendem a não ser repetidos. Os erros casuais, são difíceis de explicar, pois não exibem um padrão; Booker considera que provavelmente são mais devidos a factores próprios da criança ou da situação, do que da matemática ou do processo de aprendizagem.

Quanto aos erros sistemáticos, este autor caracteriza-os como sendo aqueles que mostram um padrão consistente e uniforme, indicando que o aluno estabeleceu uma forma específica de pensar.

São os erros deste último tipo que nos podem ajudar na detecção de dificuldades e na prescrição de medidas se possível preventivas, se não correctoras. Booker defende que a análise do erro seja feita de acordo com os seguintes passos:

1. identificação da estratégia da criança;
2. determinação da origem da dificuldade da criança;
3. fazer com que a criança veja que a sua estratégia é inadequada;
4. mostrar à criança a estratégia apropriada;
5. proporcionar à criança a prática necessária à generalização desta estratégia a situações mais complicadas.

Este autor considera fundamental levar as crianças "to see their errors so that an incorrect procedure can be displaced rather than simply replaced by another, albeit a correct one" (pág. 66).

O processo acima referido está bastante próximo das propostas de Vergnaud indicadas no capítulo 1.2.2.2 deste trabalho. Relativamente ao ponto 5. do processo indicado por Booker, Vergnaud (1989-a) cita Vygotsky quando este refere que, ao contrário do reconhecimento de diferenças - que se faz de forma imediata -, o reconhecimento de semelhanças é um trabalho cognitivo mais complicado, pois exige um conceito de ordem superior. Vergnaud acrescenta que o "transfert" implica o reconhecimento de invariantes - exige um verdadeiro trabalho de conceptualização sobre o próprio "transfert" e sobre a legitimidade de transferirmos para uma situação competências e conhecimentos adquiridos noutras.

Meissner (1986) chama a atenção para que, muitas vezes, a criança tem um modelo de resolução de certo tipo de problemas que não está correcto, por conter uma ou mais regras erradas; contudo, se nenhum exercício fizer apelo a essa regra não se dará por esse erro. Chama também a atenção para que muitos erros das crianças se devem a que estas interpretam os problemas de forma diferente daquela que os professores pretendem: é o caso, por exemplo, quando interpretam símbolos matemáticos como símbolos gráficos ou quando consideram que uma operação pode ter um resultado na vida corrente e outro na aula de matemática - Meissner cita o caso de uma criança que adiciona

$$3/4 + 1/2 = 4/8 = 1/2$$

na aula, mas obtém 5/4 com pizzas ou bolos. Precisamente por causa deste problema, este autor chama a atenção para que, muitas vezes, contrapôr a um erro do tipo acima descrito uma concretização do enunciado pode não servir de nada ao aluno, por este não ver a ligação entre as duas situações - a da aula, vista como uma mera manipulação de símbolos matemáticos, e a concreta (artigo citado, pág.13).

3.2 PERSPECTIVAS ALTERNATIVAS

Raffaella Borasi (1988a) esquematiza a utilização do erro na didáctica de acordo com os 2 parâmetros seguintes:

1) a **finalidade** com que se estuda o erro - duas finalidades são, no fundamental, consideradas:

   a. a *eliminação* daquele - o *diagnóstico* das causas que a ele levam - estudo
   de estratégias de *remediação*

   b. aproveitar as potencialidades do erro como um estímulo para a *exploração* de tópicos matemáticos

2) o **nível de abstracção** a que se efectua o estudo do erro:

   a. para remediar/explorar um certo *conteúdo matemático;*

   b. para remediar/explorar algum item relacionado com a *natureza da matemática;*

   c. para perceber melhor o *processo de aprendizagem.*

Para o erro $3/5 + 4/7 = 7/12$; $2/7 + 3/4 = 5/11$, aquela autora propõe as seguintes pistas de investigação:

TABELA 1

Diferentes formas de analisar um erro, segundo R. Borasi - um exemplo

	2a.	2b.	2c.
1a.	**O aluno aprendeu a adicionar fracções?** · O que correu mal? · Porque adiciona assim? 1	**O aluno terá concepções erradas quanto às regras matemáticas?** · Qual é a sua visão das regras matemáticas? · Como pensa que elas aparecem e se aplicam? 2	**Será este um erro vulgar dos alunos?** · Quais são as dificuldades que os alunos costumam encontrar quando somam fracções? 3
1b.	**Motivação para a pesquisa sobre a forma de operar com fracções** · Nalguma situação o cálculo estaria correcto? · Quais as consequências se aceitarmos esta forma de calcular? 4	**Motivação para investigar a natureza das regras** · Como se criam as regras? · Como escolher entre regras alternativas? · Como saber se uma regra é correcta? 5	**Motivação para investigar como se aprendem e compreendem as regras matemáticas** · Como aprendem as crianças as regras? · Qual a diferença entre adultos e crianças? 6

Borasi afirma que há bastante investigação nas áreas cobertas pelas caixas 1, 2 e 3, feita nomeadamente por investigadores e professores, enquanto que investigadores da área da Psicologia se têm preocupado fundamentalmente com a perspectiva sintetizada em 6. A autora tem procurado desenvolver trabalhos na linha referida nas caixas 4 e 5. No seu artigo de 1987, Borasi analisa o erro acima indicado desta maneira, começando por referir que, em certas circunstâncias, aquela forma de calcular não é, afinal, errada: é o caso de se estarem a somar resultados obtidos em jogos - se ontem alguém ganhou 2 jogos em 3, e hoje a mesma pessoa ganhou 5 jogos em 7, no conjunto a pessoa ganhou 7 jogos em 10 e não 29/21. Analisando mais em pormenor, verifica-se que este tipo de cálculo é correcto quando estamos a lidar com *razões*, em vez de *fracções*. Esta distinção entre fracção e razão pode ser um elemento

Matemática - intuitiva empirista (Aristóteles), discursiva formalista (Russell) e discursiva empirista (Lakatos) - e à noção de Infinito - finitistas inconscientes, finitistas conscientes e infinitistas - e organizou uma ficha de trabalho composta por questões sobre os números reais, o infinito e a noção de limite, que pudessem provocar a discussão entre os alunos. Neste trabalho, Sierpinska apresenta os resultados da aplicação desta ficha de trabalho numa turma orientada para a matemática e a física constituída por 31 alunos de 16 anos. Pergunta-se, no final, qual terá sido a evolução destes alunos, adiando a resposta para futuros apresentações, pois este foi somente o começo do trabalho com estes alunos. Por outro lado, chama a atenção para a importância que tem o respeito pelos conhecimentos e pelas concepções presentes nos alunos, quando o professor começa a trabalhar com eles, nomeadamente na investigação relacionada com os obstáculos epistemológicos.

4. A FORMAÇÃO DE PROFESSORES

4.1 A POSIÇÃO DE VERGNAUD

Partindo da ideia de que o papel decisivo na aprendizagem é o do aluno - que constrói os seus conhecimentos ao procurar responder a problemas que ele se põe a si próprio -, Vergnaud (1992) considera fundamental o papel do professor, quer como **mediador** quer como **encenador da cena didáctica**. Considera, assim, que este, para além de competências gerais de inteligência, personalidade, nomeadamente ao nível da capacidade de relacionamento interpessoal e de comunicação e acção, tem ainda que ter *uma* clara representação *do conteúdo da aprendizagem*, ao nível dos saberes e dos saberes-fazer, da sua função e organização, bem como *dos caminhos pelos quais o aluno se apropria progressivamente desse conteúdo*, quer ao nível das competências que vai desenvolvendo ao longo do processo de aprendizagem, quer ao nível das encenações possíveis para cada aprendizagem, das suas vantagens e limites, dos aspectos do conteúdo que cada uma clarifica, face à situação concreta do aluno, bem como daqueles que pode esconder ou mesmo perverter.

Em continuação, Vergnaud acrescenta que, a par desta qualificação macroscópica, o professor tem ainda que dominar uma outra microscópica: **a competência para gerir os processos de aprendizagem no momento, com os alunos 'in situ'** - avaliar as várias hipóteses de intervenção ou abstenção, de forma adequada ao momento, quer a nível verbal, quer gestual, bem como das questões a pôr ou não.

No estudo anteriormente citado, considera fundamental que se façam estudos de forma a desenvolver-se uma teoria da intervenção e da gestão da situação de aprendizagem, e aponta como bases para essa teoria o conceito de zona proximal de desenvolvimento de Vygotsky, bem como a tese deste de que a interiorização do diálogo com o outro é uma forma de gestão do pensamento individual; aponta ainda como fundamentais as teses de Bruner. Na linha deste autor, chama a atenção para o papel fundamental que o professor pode ter, como mediador, <u>no desenvolvimento de</u>

esquemas operatórios, utilizando com eficácia palavras, proposições, esquemas, tabelas, fórmulas que se sabe favorecerem a compreensão de uma relação complexa.

Vergnaud (1987) considera que o período de aprendizagem que vai dos primeiros anos do Jardim Infantil até à 2ª fase da Escola Primária, são decisivos, quer para aprendizagens futuras no campo da Matemática, quer para o desenvolvimento no aluno de uma atitude positiva ou negativa face a esta disciplina científica. Considera, pois, ser fundamental revalorizar a formação quer dos Educadores de Infância quer dos Professores do Primeiro Ciclo do Ensino Básico, de forma a quebrar o ciclo vicioso em que se encontra o ensino-aprendizagem da Matemática.

4.2 A FORMAÇÃO DE PROFESSORES E OS ERROS DOS ALUNOS

Weinzweig (1988) considera fundamental que, na sua formação inicial, os professores se tornem capazes de analisar qual a razão que levou o aluno a errar antes de planearem acções de remediação. Considera, contudo, que isto não é suficiente e acrescenta que é fundamental que os professores

- percebam e integrem na sua prática que, conquanto não sejam desejáveis, os erros não são inerentemente maus;

- aprendam a lidar com os erros dos alunos de uma forma que estes não os sintam como um sinal da sua falta de capacidades, mas que antes os passem a olhar como degraus para uma experiência mais significativa e para uma melhor compreensão.

Nesta linha, Weinzweig considera que não chega falar sobre como lidar com os erros dos alunos, para que os professores mudem as suas práticas. O autor considera fundamental exemplificar, referindo que "a maneira como nós lidamos com os erros dos nossos alunos (os professores em formação) faz mais para mostrar como nós queremos que eles lidem com os erros dos seus alunos do que todas as discussões" (pág. 434). O autor exemplifica com o exemplo de dois problemas que utiliza para levar os professores em formação a errar, utilizando-os depois para desenvolver uma melhor compreensão da natureza da matemática.

Booker (1988) considera que, tendo a Matemática uma estrutura bem consolidada, falhas na compreensão das suas bases vão repercutir-se na compreensão de conceitos mais elaborados. Booker dá, assim, muita importância a uma cuidada planificação das actividades de ensino/aprendizagem, pois que, segundo ele, estudos provam que muitas das dificuldades que os alunos mostram são **aprendidas.** Refere que muitas têm origem em *inconsistências* entre os conhecimentos que as crianças têm e os novos conhecimentos que se pretende que adquiram. Estas inconsistências podem estar ligadas, por exemplo, a diferentes maneiras de utilizar os termos matemáticos ou a diferenças na forma de ensinar um algoritmo, e podem surgir com facilidade quando o aluno muda de professor. Booker chama a atenção para que é necessário ter um cuidado especial para evitar estes problemas.

Ginsburg (1988) vai um pouco mais além, dizendo que na origem das dificuldades podem estar os conhecimentos matemáticos com que a criança chega à escola, pois é na base destes conhecimentos que a criança vai interpretar o que lhe é ensinado na aula. Segundo este autor, os professores, além de serem treinados em técnicas de ensino- aprendizagem, têm que ser capazes de ter uma compreensão psicológica do pensamento matemático dos alunos. Para isto, Ginsburg propõe que os professores sejam treinados no **método clínico** e na sua análise, de forma a possibilitar-lhes *descentrarem-se* da sua perspectiva adulta, a *criarem "insight"* a respeito da vida intelectual escondida da criança (artigo citado, pág. 92-93) e "criarem a sua própria maneira de pensar sobre as crianças"; acrescenta ainda, que isto não pode ser feito com cursos teóricos, com matérias fragmentadas, com base na memorização de teorias. Propõe que se proporcione aos professores a oportunidade de terem a experiência directa de analisar o pensamento matemático das crianças; para isso, propõe a organização de "workshops" que sejam autênticos laboratórios experimentais, nos quais os professores reflectiriam sobre entrevistas com crianças cuidadosamente seleccionadas. No seu artigo, Ginsburg refere a forma como têm sido organizados estes "wokshops", acrescentando que este tipo de trabalho está ainda no início e que, futuramente, haverá necessidade de o articular com as restantes componentes da formação de professores.

Borasi (1988b) refere a organização de um curso sobre "erros" para professores, explicitando os seus objectivos e a metodologia utilizada, exemplificando as actividades que compunham o curso e indicando as conclusões do mesmo. A longo termo, para Borasi é fundamental que a aula se transforme de tal forma que seja possível que os alunos passem efectivamente a aprender a partir dos seus erros, em vez de ser só o professor a fazê-lo - segundo a autora, quando o professor utiliza os erros dos alunos para diagnosticar as suas dificuldades e planear actividades de remediação, é somente o professor que acaba por aprender com o erro do aluno. Neste sentido, são os seguintes os objectivos que define para este curso:

- permitir que os professores ganhem prática de lidar com os erros dos alunos e tenham ideia das várias formas como os erros podem ser explorados na instrução matemática;

- possibilitar aos professores tornarem-se mais conscientes das suas crenças relativamente à natureza da matemática e do seu processo de ensino-aprendizagem, bem como da existência de perspectivas alternativas; em particular, "questionar a percepção dualista da matemática em que esta é vista como um assunto em que é sempre claro o que é correcto e o que o não é, onde a precisão é requerida e onde não há lugar para opiniões e julgamentos individuais" (artigo citado, pág. 423). A autora considera que a análise aprofundada de determinados erros pode providenciar um cenário especialmente apropriado para conseguir este objectivo.

Borasi refere que os resultados deste curso mostram claramente que os erros podem ser um poderoso e estimulante item na preparação dos professores: a discussão a propósito de erros bem escolhidos proporcionou discussões relativas a importantes noções matemáticas, como definições e provas, possibilitando uma melhor apreciação, por parte dos professores, do seu papel na matemática e no seu ensino. A autora refere ainda que, por vezes, os trabalhos do curso levaram a explorações que possibilitaram aos professores a experiência de actividades criativas, mesmo a propósito de tópicos elementares. Refere também que, no final do curso, os professores reconheciam a possibilidade e o valor de utilizar os erros dos alunos como trampolins para a exploração de novos tópicos, embora muitos deles não se sentissem à vontade para o fazer nas suas aulas. Borasi reconhece que esta utilização do erro na aula entra em choque com muitos aspectos da educação tradicional e não pode ser levada à prática como um tópico adicional ao currículo.

5. O ERRO NOS DECIMAIS

Reportam-se aqui os resultados de 5 investigações levadas a efeito por Margaret Brown (1981), Lauren Resnick (1987), L. O. Pochon (1991), James A. Dunn (1994) e Kathryn Irwin (1995). Para uma mais correcta interpretação dos resultados, é conveniente ter em consideração as condições em que estes trabalhos se desenvolveram. De notar, também, que em cada uma destas investigações foi usada a notação para os números decimais - ponto ou vírgula - utilizada no país em causa, sendo importante saber qual foi a usada, pois os problemas que cada notação põe são diferentes. Ao referirmos os resultados de cada investigação, usaremos, pois, a notação utilizada nessa investigação.

a) Os resultados aqui referidos do trabalho de Margaret Brown fazem parte de um longo estudo feito em Inglaterra, que se desenvolveu através de 4 fases, cada uma delas com diferentes populações, que podem ir de 30 crianças para cada um dos tópicos considerados até 10 000 crianças, no que diz respeito aos testes escritos. Em todos os casos, as crianças tinham de 12 a 15 anos. Notação utilizada: ponto.

b) O trabalho de Kathryn Irwin envolveu 36 estudantes de 10, 11 e 12 anos, 3 por idade e sexo, de duas escolas de zonas de baixo rendimento da área de Auckland, com alunos de diferentes origens culturais: 56% provenientes das Ilhas do Pacífico, 22% da Nova Zelândia, 19% europeias e 3% da Índia; todos os entrevistados excepto um tinham feito a maioria da sua escolaridade na Nova Zelândia e eram fluentes em inglês. Notação utilizada: ponto.

c) Resnick analisa, no trabalho citado, um conjunto de investigações paralelas efectuadas em Israel, França e nos Estados Unidos, em que foram entrevistadas individualmente crianças de 10 e 11 anos. Notação referida: ponto.

d) O trabalho de L. O. Pochon faz parte de um longo estudo intitulado "Bilan des acquisitions en fin de ....", sendo o fascículo aqui citado - o quinto - relativo aos quinto e sexto anos de escolaridade. O trabalho desenvolveu-se na Suíça de língua francesa. Notação utilizada: vírgula.

e) O trabalho de James A. Dunn tem objectivos bastante diferentes: pretende detectar as dificuldades sentidas no cálculo e em noções instrumentais da Matemática elementar - medidas, razões, equações, percentagens,... - em estudantes que iniciam ou terminam os seus estudos superiores ou profissionais. Cerca de 4400 jovens estiveram envolvidos neste estudo, realizado nos Estados Unidos. Notação utilizada: ponto.

5.1 A investigação relativa à noção de número decimal (na sua globalidade)

i. a "imagem" de um número decimal

Kathryn Irwin (pág. 50) procurou, na sua investigação, perceber que imagem dos decimais tinham os sujeitos envolvidos nessa investigação. Para isso, entrevistou individualmente cada sujeito, fazendo-lhes várias perguntas sobre a sua compreensão dos decimais. Na parte da entrevista cujos resultados são analisados no trabalho citado, Irwin pediu aos alunos que fechassem os seus olhos e pensassem

a) no que vem entre 0 e 1 (1ª questão)

b) na imagem que têm de zero ponto um (2ª questão)

c) na imagem que têm de zero ponto zero um (3ª questão)

e dissessem o que estavam a pensar.

Os resultados desta investigação podem ser sintetizados do seguinte modo:

a) 5 dos alunos de 10 anos, 5 dos de 11 e 5 dos de 12 deram respostas que mostravam alguma compreensão quantitativa dos números ou do espaço situado entre 0 e 1; destes, somente 2 dos de 10 anos falaram de representações não directamente relacionadas com a recta numérica - um bebé com menos de um ano de idade, por exemplo. Dos restantes 7, por idade, os de 10 anos parecem estar bastante seguros de que nada aparece entre 0 e 1, enquanto que os mais velhos davam respostas que ignoravam a questão da natureza discreta ou contínua destes números: 0+1 ou 0,1 (pág. 52).

b) 2 alunos de 10 anos, 6 de 11 e 7 de 12 dão respostas que indicam terem uma ideia da quantidade representada por 0.1; 3 dos restantes 5 alunos de 12 anos dizem não ter imagem nenhuma de 0.1, apesar de, quer na entrevista, quer, pelo menos numa situação, na Escola, terem tratado com decimais (pág. 54).

c) esta tarefa revelou-se bastante mais difícil que a anterior: somente 1 aluno de 10 anos, 6 de 11 e 3 de 12 deram respostas que mostram que os seus autores têm uma ideia apropriada da quantidade representada por 0.01; alguns dos jovens de 12 anos que tinham dado uma boa resposta para 0.1, disseram não fazer ideia do que 0.01 significava (pág. 55).

Para se fazer uma correcta interpretação destes resultados, parece ser fundamental ter uma ideia sobre o que se pressupõe que jovens desta idade já tenham aprendido sobre decimais; de qualquer forma, parece não ser exagerado afirmar que estes resultados são, pelo menos, preocupantes.

L. O. Pochon (pág. 71) mostra às crianças que entrevista um papel com um número decimal escrito (12,5, por ex.), acompanhado da questão: "És capaz de me explicar o que significa este código?". A generalidade das respostas são de tipo formal - "un code à virgule", "code de math", "code fractionnaire"; a dificuldade aumenta quando o número de casas decimais aumenta.

ii. situações concretas traduzidas por decimais

Margaret Brown (pág. 56) e L.O. Pochon (pág. 78; 120) pedem aos sujeitos entrevistados nas suas investigações que escrevam "histórias" em que entrem números decimais, por si só ou como fazendo parte de uma operação. Ambos os investigadores referem uma certa dificuldade das crianças inventarem histórias que não sejam problemas escolares, havendo mesmo muitos sujeitos que somente referem cálculos (Ex.: Perg. "Inventa uma história em que entre 12.5." Resp.: "O professor pergunta quanto é 12.5 + 3.2."); um bom número de sujeitos dizem mesmo que não há histórias possíveis, que estes números só aparecem nas aulas de Matemática (pág. 56 e 84, respectivamente)

5.2 A investigação relativa a aspectos particulares da noção de número decimal

i. relação das várias casas decimais com a unidade

Margaret Brown (pág. 51) refere que o maior problema manifestado pelas crianças envolvidas na investigação que descreve no seu trabalho, foi o de encararem os algarismos depois do ponto como se de um outro número se tratasse, também este contendo unidades, dezenas, etc. Refere a seguinte resposta como típica deste tipo de dificuldade: 0.75 é maior que 0.8 porque o primeiro é nada antes e 75 depois e o segundo é nada antes e somente 8 depois (pág. 52).

ii. relação entre as várias casa decimais

No mesmo trabalho, Brown (pág. 52) cita as seguintes respostas como demonstrativas deste tipo de dificuldade: 2.19 como resultado de adicionar uma décima a 2.9; 5.130 ou 50.130 como resultado de multiplicar 5.13 por 10.

Também Irwin (pág. 56) se refere a esta dificuldade, dizendo que muitas crianças, ao ser-lhes pedido que indicassem com que porção de terreno ficaria uma pessoa, se este fosse dividido igualitariamente por 10, 100 e 1000 pessoas, procuram obter a divisão por 1000 dividindo ao meio cada uma das partes correspondentes à divisão por 100.

L. O. Pochon (pág. 65) introduziu no teste escrito que faz parte do seu estudo perguntas do tipo:

- a) qual é o número que precede 20 de uma décima?
- b) qual é o número que é uma décima maior que 0,99?
- c) $\boxed{} \xrightarrow{+\,0,1} \boxed{20}$
- d) $\boxed{0,99} \xrightarrow{+\,0,1} \boxed{}$

Os exercícios do último tipo são muito menos errados do que aqueles em que a pergunta é feita em linguagem corrente - a percentagem de acertos é:

a) 58 %; b) 39%; c) 75 %; d) 61 %.

As respostas ao exercício a) mostram, segundo o autor, que muitas crianças confundem preceder e seguir (9% de respostas 20,1 à primeira questão); quanto ao exercício b), os alunos confundem 'é uma décima maior' com 'é dez vezes maior' (17 % de respostas 9,9 à segunda questão).

iii. natureza infinita do conjunto dos números decimais

De acordo com os resultados da investigação de M. Brown (pág. 55), somente cerca de 10% das crianças de 12 e 13 anos envolvidas na investigação e somente cerca de 20 % das de 14 ou 15 anos consideram haver muitos ("lots", "infinitely many") números situados entre 0.41 e 0.42.

iv. os números decimais como resultado de uma divisão

M. Brown (pág. 53) refere-se também a este aspecto da noção de número decimal. Segundo os dados que recolheu, os jovens mostram muita dificuldade em exprimir o resultado de uma divisão como sendo um número decimal, especialmente quando o divisor é maior que o dividendo. Neste caso, cerca de 50 % dos jovens de 12, de 13 ou 14 anos envolvidos na investigação dizem não haver resultado para uma divisão deste tipo ("divide by twenty the number16"). A autora considera que estes jovens parecem considerar esta divisão como ilegítima, "presumably in the same sense that 16 sweets cannot fairly be shared among 20 people".

v. ligação entre os códigos decimal e fraccionário

Os resultados do trabalho de L. O. Pochon (pág. 68), mostram que esta ligação é complicada para as crianças implicadas na sua investigação, sendo a transformação de uma fracção decimal em número decimal (4/10 em 0,4) acertada somente por cerca de 60% e a inversa (0,4 em 4/10) somente por cerca de 30%.

vi. representação de números decimais na recta

No trabalho de L. O. Pochon (pág. 61), as crianças não mostram praticamente dificuldades quando a escala apresenta unidades divididas em décimas; quando estas se subdividem, seja em duas partes, seja em centésimas, cerca de 25% das crianças mostram dificuldades, que, segundo o autor, parecem dever-se a interpretarem as escalas como se se tratassem de uma recta graduada em centímetros e milímetros, sem reparar na unidade marcada.

vii. representações em superfícies

L. O. Pochon indica que um quadrado representa a unidade; mostra, depois um quadrado idêntico com um a porção pintada (1/8, no caso); dá quatro valores decimais e pede para os alunos assinalarem a resposta certa entre vários diversores: "0,75; 0,125; 0,375; 0,3; não sei". Somente cerca de 60 % das crianças acerta esta questão, sendo as respostas erradas mais frequentes 0,75 e 0,3; segundo o autor, parece que os alunos assinalam sobretudo os valores com que estão mais familiarizados, independentemente das ordens de grandeza em jogo (pág. 69).

viii. relação de ordem nos números decimais

Pochon refere que não existem dificuldades quando os números decimais têm o mesmo número de casas decimais; se isto não acontece, o autor diz que os resultados obtidos mostram que "plus du tiers des enfants comparent les codes à virgule en les considérant comme la juxtaposition de deux nombres entiers" (pág. 63).

Resnick analisa o padrão das respostas dadas pelas crianças a uma série de questões relativas à comparação de dois decimais, com parte inteira idêntica e parte decimal com um número de casas decimais diferentes, e conclui que uma grande percentagem das crianças que erram o fazem seguindo uma de duas regras erradas

regra 1: os números decimais são vistos como dois números inteiros justapostos, sendo a regra de comparação "importada" dos números inteiros sem qualquer correcção.

regra 2: se a parte inteira é igual, quantas mais casas decimais o número contem, mais pequeno é o número.

As crianças envolvidas nesta investigação foram testadas sobre vários outros aspectos relativos a números decimais, em entrevistas individuais, de forma a tentar perceber se havia uma base comum em cada um daqueles grupos de crianças no que diz respeito ao conceito de número decimal.

As conclusões deste trabalho apontam para que as crianças que seguem a regra 1 têm um conhecimento bastante limitado dos números decimais, não tendo ainda, no geral, compreendido a relação entre as várias casas decimais entre si e com a unidade. Assim sendo, interpretam a vírgula (o ponto) como uma mera marca de separação entre dois números inteiros justapostos e raciocinam com base na estrutura dos números inteiros.

As crianças que seguem a regra 2 têm um conhecimento bastante mais completo sobre os números decimais: elas já sabem que o número decimal resulta de uma partição da unidade e que em quantas mais partes a unidade é partida, mais pequenas são as partes obtidas; sabem também que o número de casas decimais indica o tamanho de cada uma delas. Falta-lhes, no fundamental, perceber que têm que ter atenção ao dígito indicado em cada casa decimal e que muitas milésimas (por ex.) podem ser mais que poucas centésimas, ou mesmo unidades.

ix. efeito de multiplicar/dividir por um número menor que 1

Margaret Brown (pág. 54) refere que, para uma grande percentagem das crianças envolvidas na sua investigação, era claro que "multiplicar aumenta e dividir diminui", quer

. quando lhes era pedido que comparassem, por exemplo, 8×0.4 com $8 : 0.4$

. ou quando tinham que escolher a operação a fazer para resolver um problema: se o pedido era o preço de uma quantidade menor que a unidade, a operação escolhida era a divisão, provavelmente por o resultado ter que ser menor que o preço da unidade.

x. estimação de resultados de operações

Pochon incluiu nos testes escritos que utilizou várias questões relativas ao cálculo de estimativas:

. pedindo às crianças que escolham entre 3 ou 5 valores dados qual a melhor estimativa do resultado de um produto ou de um quociente;

. pedindo que seja assinalada a melhor estimativa entre três diversores da solução de um problema;

. pedindo que seja posta correctamente a vírgula no resultado dado de uma multiplicação de dois decimais ($72{,}15 \times 30 = 21645$)

A análise das respostas obtidas mostra que cerca de um terço das crianças tem dificuldades nestas questões, aumentando este número para mais de metade no caso do último tipo de questões, ou quando o quociente é menor do que 1 (pág. 114).

5.3 A investigação relativa ao cálculo rotineiro com números decimais

i. adição e subtracção de decimais

Pochon conclui que estas questões se tornam de resolução mais complicada quando:

- os dois números têm um número diferente de casas decimais;

- não é atribuída nenhuma significação aos números envolvidos;

- a significação atribuída não é familiar às crianças.

Um dos cálculos incluídos nestes testes foi: 229 - (60 + 36,30). Cerca de 60% das crianças respondeu correctamente a esta questão; das respostas erradas, Pochon refere que cerca de 10% são devidas a terem feito as operações por uma ordem errada; cerca de 10% são devidos a um mau alinhamento dos dois números ou o transporteda parte decimal à parte inteira (8, 6 + 3,4 = 11,10); dos erros restantes, refere que um grande número deles são do seguinte tipo: 229 - (60 + 36,30) = 229 - 126 = 103 - o cálculo é, segundo Pochon, reduzido a uma manipulação de números inteiros (pág. 109).

Dunn refere a existência de dois erros fundamentais:

- o alinhamento dos dois números à direita; este erro aparece tanto na adição como na subtracção, e é dado por cerca de 10% dos sujeitos da amostra.

- aquando da subtracção de um número aparentemente "maior" de outro mais pequeno (0.3 - 0.25), cerca de 20% da amostra alinha os números à direita, invertendo-os, dando, portanto, a resposta 0.22 (pág. 107).

ii. multiplicação e divisão

Na investigação de Pochon (pág. 112), os problemas detectados são, no fundamental, os seguintes:

- na multiplicação, dificuldades com o número de casa decimais do resultado;

- na divisão:

  . com os 0's no quociente (na divisão 923,1: 3 dão a resposta 37,7 em vez de 307,7);

  . o grau de dificuldade aumenta quando o divisor se torna mais complexo.

Dunn refere conclusões bastante semelhantes no seu trabalho. Para a dificuldade assinalada para a multiplicação, Dunn sugere que os sujeitos olham para o ponto como sendo um sinal que separa dois inteiros, fazendo a multiplicação como se de duas multiplicações se tratasse:

$3.12 \times 0.5 = (3 \times 5) . (12 \times 5) = 15.60$; $0.4 \times 0.2 = 0.8$.

Para a divisão, Dunn acrescenta que muitos sujeitos têm grandes dificuldades com os pontos na divisão, principalmente quando é preciso acrescentar zeros no dividendo (16 : 3.2) (pág. 107).

Brown pôs aos sujeitos que entrevistou algumas questões relativas à multiplicação por potências de 10. Embora uma boa parte das crianças soubesse a regra de acrescentar um zero para a multiplicação por 10 ou mesmo a de acrescentar dois zeros para a multiplicação por 100, muitas crianças fizeram erros ao aplicar esta regra. Um número muito menor de crianças transformava esta regra na de mudar o lugar do pontoa o correspondente número de casa decimais; destas, só cerca de metade aplicavam esta regra sem erros.

CAPÍTULO 2

METODOLOGIA

1. OBJECTIVOS

Com a nossa investigação, pretendemos estudar a forma como os professores lidam com os erros que os alunos fazem, nomeadamente quando planificam actividades com a finalidade de corrigir esses erros. Em concreto, perguntamo-nos:

A. na planificação que fazem, os professores centram-se

A.1 no tipo de erro

A.2 no conteúdo que o exercício visa?

B há diferenças quando os professores pensam em termos

B.1 da turma

B.2 de um aluno individual?

2. DESIGN GERAL DO ESTUDO

Tendo em atenção os objectivos acima indicados, pensou-se pedir a professores que planificassem sessões de correcção de respostas erradas dadas por alunos a perguntas sobre números decimais - **Questionário 1**. Para a elaboração deste questionário, procuraram-se identificar erros frequentes em questões sobre números decimais, para o que se aplicou uma ficha de trabalho a alunos do 6º anos de escolaridade, procurando perceber se os erros dados pelos nossos alunos eram os mesmos referidos na literatura científica sobre o assunto - **estudo piloto 1**. Elaborou-se, então, uma primeira versão do Questionário 1, que foi passado a um primeiro conjunto de professores - **estudo piloto 2**. À medida que se iam analisando as respostas dos professores ao Questionário 1, verificou-se que os resultados obtidos eram todos muito semelhantes; foi, por isso, considerado conveniente validar as conclusões obtidas por outros processos. Elaborou-se, então, um questionário de escolha múltipla e um guião de entrevista, que foram igualmente sujeitos a um **estudo piloto 3**, de cujos resultados decorreu o **Questionário 2** e o **Guião de Entrevista** definitivos.

Vejamos, seguidamente, com algum pormenor como é constituído e como foi construído cada um dos instrumentos acima indicados.

2.1 QUESTIONÁRIO 1

2.1.1 Definição

De acordo com a ideia acima expressa, este questionário era constituído por questões resolvidas de forma incorrecta e, com base nele, pediu-se aos professores que

1° planificassem uma sessão com vista à correcção dos mesmos, supondo que esses erros haviam sido frequentes num trabalho realizado por uma turma;

2° escrevessem um comentário escrito com o objectivo de ajudar o aluno na correcção do seu erro, supondo que estavam a corrigir um trabalho escrito de um aluno.

2.1.2 Construção do Questionário 1, 1ª fase: Estudo Piloto 1

Com vista à organização deste questionário, elaborou-se uma ficha de trabalho - Anexo 1 - com base nos trabalhos de Margaret Brown (1981), Luc Olivier Pochon (1991), James A. Dunn (1994) e M. Glória Ramalho (1994) e na análise dos programas de Matemática dos 1°, 2° e 3° ciclos do ensino Básico. Só mais tarde se teve conhecimento do trabalho de Laureen Resnick (1987), pelo que, nesta fase, não se entrou em consideração com os resultados deste estudo. Esta ficha foi resolvida por duas turmas de 6° ano de uma Escola do 2° Ciclo do Ensino Básico dos arredores de Lisboa; foi pedida a opinião dos professores sobre o ajuste desta ficha relativamente ao trabalho feito em concreto com as turmas, tendo estes considerado que ela estava de acordo com o que usualmente é pedido aos alunos.

2.1.3 Construção do Questionário 1, 2ª fase: Estudo Piloto 2

Elaborou-se, então, um primeiro Questionário - Anexo II - com questões resolvidas pelos alunos, tendo-se pedido a professores de 5° e 6° ano de Matemática de uma Escola do 2° ciclo do Ensino Básico que respondessem às questões acima indicadas. Com base nos resultados obtidos, elaborou-se o Questionário definitivo - Anexo III -, constituído por 4 questões, cada uma delas com várias alíneas, resolvidas com base num mesmo padrão de erro.

2.2 QUESTIONÁRIO 2 E ENTREVISTA

2.2.1 Definição

2.2.1.1 Questionário 2

Este questionário, de escolha múltipla, - Anexo IV -, tinha por objectivo perceber quais as ideias dos professores relativamente às dificuldades mostradas pelos alunos, nomeadamente no que se refere à importância que dão ao conhecimento presente nos alunos.

Era composto por três questões:

a primeira relativa à preferência dos professores no que respeita à forma como os alunos se relacionam com os decimais quando os professores começam a tratar este assunto no 5° ou no 6° ano de escolaridade;

a segunda questão dizia respeito às preferências dos professores quanto á forma de corrigir um erro dado por um aluno;

a terceira, procurava determinar a importância que os professores dão a vários factores nos erros dos alunos, nomeadamente a importância que dão à utilização, por parte do aluno, de estratégias adequadas a situações anteriormente estudadas, mas não ao exercício em causa.

2.2.1.2 Entrevista

Efectuaram-se entrevistas com os professores que responderam ao Questionário 1, com o objectivo de perceber

- se os professores identificavam o padrão das respostas dos alunos;

- como os professores se posicionavam face ao facto das respostas obedecerem a padrões.

Para estas entrevistas foi elaborado um Guião - Anexo V.

2.2.2 Construção do Questionário 2 e do Guião da Entrevista - Estudo Piloto 3

Quer o Questionário 2, quer a Entrevista foram sujeitos a uma aplicação experimental, sendo as versões definitivas as que constam dos Anexos VI e VII.

3. ESTUDOS PILOTO

3.1 ESTUDO PILOTO 1

3.1.1 Ficha de Trabalho

Tendo em atenção a crescente difusão das máquinas de calcular, e, portanto, a diminuição da importância do cálculo manual em detrimento do aumento de importância do cálculo mental e da estimação, como processos de controle dos resultados obtidos e da actividade do sujeito, o questionário era composto por perguntas relativas a:

- questões básicas sobre o conceito de número decimal:

  relação de ordem - itens 1 e 2,

  natureza infinita do conjunto dos números decimais - item 6

  representação de números decimais, numa unidade dada - item 7

- cálculo mental e estimação - - itens 3, 4 e 5.

De acordo com os estudos acima citados, havia algumas respostas erradas que se esperava tivessem frequências relativamente altas:

TABELA 2

Estrutura da ficha de trabalho para os alunos

quanto ao tipo de erro esperado

ITEM	ENUNCIADO	RESP. ESPERADA	RACIONAL SUBJACENTE
1.	Considera os n.º: 3,021; 3,2; 3,009; 3,25		sendo a parte inteira igual, os alunos considerariam maior/menor o que tivesse maior/menor parte decimal, por olharem para os n.º decimais como se de dois inteiros justapostos se tratasse (vírgula interpretada somente como sinal gráfico)
a)	qual é o maior?	3,021	
b)	qual é o menor?	3,2	
2.	Escreve três números compreendidos entre 0,08 e 0,2.		embora não houvesse qualquer antecipação de resposta esperada, resolveu-se pôr esta questão com intuitos exploratórios, dada a importância do assunto

3.	Sabendo que 42 × 25 = 1050, completa: 0,42 × 250 = ...	10,50	o aluno contaria somente as casas decimais dos factores, esquecendo o '0' do 250
4.	Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b)?		
4.1	a) 6 - 0,7 ; b) 6 - 0,3	a)	o aluno compara as duas expressões sem dar ao sinal '-' o significado de sinal de operação, antes considerando-o como um sinal gráfico
4.2	a) 6 b) 6 × 0,87	b)	resposta baseada na ideia de que "multiplicar, aumenta; dividir, diminui"
4.3	a) 6 b) 6 × 8,7	b)	
4.4	a) 6 b) 6 : 0,3	a)	
4.5	a) 6 × 0,2 b) 6 : 0,2	a)	
5.	Para cada operação, coloca uma cruz no valor que está mais próximo do seu resultado:		
5.1	5,271 + 3,2 Diversores: 5,303; 8,471; 530,3 ; 0,5303	5,303	o aluno alinha as parcelas à direita, faz a soma como se de inteiros se tratasse e atribuí o número de casas decimais da 1ª parcela
5.2	72,15 × 31 Diversores: 2000; 20, 00; 210; 2200	20,00	a resposta seria induzida pela presença das duas casas decim. (= $\sum$ casas decimais factores)
5.3	0,86 × 9,9 Diversores: 0,8; 80; 8; 0,800	0,800	a resposta seria induzida pela presença das três casas decim. (= $\sum$ casas decimais factores)
5.4	2,48 : 6,1 Diversores: 5; 0,5; 4; 0,40	0,5	a resposta seria induzida pela presença das uma casa decimal (= dif. casas dec. n.º do enunc.)
6.	VER ENUNCIADO 1,46 e 1,47 são n.º seguidos ou não (em situação concreta - Kg)	são números seguidos	Não atribui um significado matemático à vírgula
7.	Dada uma unidade, desenhar um rectângulo com medidas dadas, num quadriculado dado	Não consideram a unidade dada, mas antes a unidade constituída por dez quadrículas, por semelhança com o papel milimétrico ou com a régua	

Esta ficha foi aplicada a duas turmas de 6º ano, cada uma com 21 alunos.

3.1.2 A População do Estudo - Caracterização

TABELA 3

Distribuição da Amostra do Estudo Piloto 1 (alunos) segundo a idade

	11 ANOS	12 ANOS	13 ANOS	14 ANOS	N. IND.
Turma 1	14	1	2	0	4
Turma 2	14	6	0	1	---
Global	28	7	2	1	4

TABELA 4

Distribuição da Amostra do Estudo Piloto 1 (alunos)

segundo o aproveitamento escolar

	SEM REPET.	C/ UMA REPET.	C/ DUAS REPET.	C/ REP. Não ind. n.º	NÃO INDICAM*
Turma 1	16	2	0	1	2
Turma 2	7	6	1	---	7
Global	23	8	1	1	9

* em princípio, pensa-se que o geral destes alunos não teria ainda reprovado, pois a forma como a pergunta foi feita levava a que estes não lhe respondessem

Como se vê, as duas turmas tinham uma constituição bastante diferenciada, sendo, contudo, ambas constituídas por alunos que, na maioria, não tinham, até agora, manifestado grandes dificuldades no seu percurso escolar.

3.1.3 Análise dos Resultados

Em primeiro lugar, é de ressaltar que os resultados das duas turmas foram bastante díspares: a Turma 1 teve, em todas as questões, uma percentagem bastante mais elevada de respostas correctas do que a Turma 2.

3.1.3.1 Relação de ordem

Item 1. Considera os números: 3,021 ; 3,2 ; 3,009 ; 3,25.

a) Qual é o maior?

TABELA 5

Respostas dos alunos ao Item 1 a) - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (3,25)	16	76 %	4	19 %	20	48 %
Resp. err. esperada (3,021)	1	5 %	0	0 %	1	2 %
Outras resp. erradas: 3,2	4	19 %	14	67 %	18	43%
3,009	0	0 %	2	10 %	2	5 %
3,0009,,3,021 *			1	5 %	1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

b) E o menor?

TABELA 6

Respostas dos alunos ao Item 1 b) - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (3,009)	16	76 %	15	71 %	31	74 %
Resp. err. esperada (3,2)	3	14 %	3	7 %	6	14 %
Outras resp. erradas: 3,021	2	10 %	1	2 %	3	7 %
3,25	0	0 %	1	2 %	1	2 %
3,2 3,25 *	---	---	1	2 %	1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

* foi o mesmo aluno que deu estas respostas às alíneas a) e b)

A hipótese de resposta errada esperada parece confirmada no caso da alínea b), mas não no caso da alínea a). Aliás, contraditoriamente, a resposta errada mais frequente é a mesma no caso das duas alíneas: 3,2. Foi com base nesta constatação que se elaboraram as questões 1 e 2 da primeira versão do Questionário 1.

Tentou-se, ainda, analisar o que se passava considerando as respostas às duas alíneas, em conjunto.

TABELA 7

Estudo das respostas ao Item 1 (alíneas a) e b) em conjunto)

Categorização e Frequências

			TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
			n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (3,25; 3,009)			14	67 %	3	14 %	17	41 %
Outras resp. erradas:								
	maior	menor						
(a1)	3,2	3,009	2	10 %	12	57 %	14	33 %
(a2)	3,2	3,25	0	0 %	1	5 %	1	2 %
(a3)	3,2	3,021	2	10 %	1	5 %	3	7 %
(b)	3,25	3,2	1	5 %	1	5 %	2	5 %
(c1)	3,021	3,2	1	5 %	0	0 %	1	2 %
(c2)	3,009	3,2	0	0 %	2	10 %	2	5 %
(c3)	3,025	3,2	1	5 %	0	0 %	1	2 %
(d)	(1)	(2)	---	---	1	5 %	1	2 %

(1) 3,009 , , 3,021; (2) 3,2 3,25

Com base na literatura acima citada, continuou a não se perceber a razão destas respostas dos alunos. Entrando em consideração com as hipóteses avançadas por L. Resnick (1987), talvez se possa considerar a seguinte hipótese explicativa:

- parte destes alunos - 9 % do total - funciona de acordo com a ideia de que, sendo a parte anterior à vírgula igual, será menor o número decimal que tenha menos números depois da vírgula - respostas *(c1)*, *(c2)* e *(c3)* do quadro anterior;

- uma outra parte, bem mais frequente - 42 % do total - considera que o número decimal é tanto mais pequeno quanto mais casas decimais têm na parte posterior à vírgula - respostas *(a1)*, *(a2)* e *(a3)* do quadro anterior.

A variabilidade na indicação do número maior/menor pensa-se que talvez esteja relacionada com a presença dos zeros a seguir à vírgula - como se sabe, os zeros são, usualmente, um factor de desnorte bastante forte. A resposta *(b)* talvez possa ser justificada pelo facto de o aluno se encontrar numa fase de transição entre o funcionamento incorrecto caracterizado em primeiro lugar e o correcto; a resposta *(d)* parece indicar a não compreensão da pergunta.

Item 2. Escreve três números compreendidos entre 0,08 e 0,2.

TABELA 8

Respostas dos alunos ao Item 2 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL		
	n.º	%	n.º	%	n.º	%	Σ %
Resp. certa	9	43 %	3	14 %	12	29 %	29 %
Não respondem	2	10 %	3	14 %	5	12 %	12 %
Respostas erradas:							
Resp. quase certas: consideram 0,10 ≠ 0,1	0	0 %	4	19 %	4	10 %	10 %
escrevem 0,9 por 0,09	2	10 %	0	0 %	2	5 %	5 %
Resp. c/ alg. ≠ 0 entre 2 e 8							
entre 0,02 e 0,08	3	14 %	1	5 %	4	10 %	
entre 0,2 e 0,8	1	5 %	1	5 %	2	5 %	
outros	2	10 %	4	19 %	6	14 %	29 %
Resp que parece indicar que não percebem a pergunta: 2 séries de 3 números	1	5 %	0	0 %	1	2 %	2 %
mais de três números	0	0 %	1	5 %	1	2 %	2 %
só 1 número	0	0 %	3	14 %	3	7 %	7 %
Outras respostas	1	5 %	1	5 %	2	5 %	5 %

Da análise das respostas, parece poder-se concluir que uma boa parte dos alunos - 29 % - dá a sua resposta escolhendo algarismos situados entre 2 e 8 e acrescentando alguns 0's e uma vírgula para dar a resposta conforme à pergunta.. Com base nesta questão elaborou-se o item 3 da primeira versão do questionário 1.

3.1.3.2 Cálculo Mental

Item 3. Sabendo que 42 X 25 = 1050, completa: 0, 42 X 250 = ___________

TABELA 9

Respostas dos alunos ao Item 3 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (105)	11	52 %	2	10 %	13	31 %
Resp. err. esperada (10,50)	5	24 %	2	10 %	7	17 %
Outras resp. erradas:						
1050	1	5 %	4	19 %	5	12 %
10500	1	5 %	1	5 %	2	5 %
1,05			1	5 %	1	2 %
0,105			2	10 %	2	5 %
10,750	1	5 %			1	2 %
250	1	5 %			1	2 %
2500			2	10 %	2	5 %
01.20			1	5 %	1	2 %
28500*			1	5 %	1	2 %
0850,42*			1	5 %	1	2 %
0,8400			1	5 %	1	2 %
0,4225			1	5 %	1	2 %
Não responde	1	5 %	2	10 %	3	7 %

* estes alunos indicam a multiplicação e fazem-na de forma que merece atenção - ver Anexo IX

A hipótese inicial foi confirmada, embora com menos peso do que em princípio se esperava. Note-se, contudo, que, na Turma 1, cerca de ¼ dos alunos dá a resposta esperada. Esta questão manteve-se no Questionário 1, 1ª versão.

Item 4. Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

4.1 a) 6 - 0,7 b) 6 - 0,3

TABELA 10

Respostas dos alunos ao Item 4.1 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa: b)	18	86 %	9	43 %	27	64 %
Resp. esperada: a)	2	10 %	12	57 %	14	33 %
Outras resp.:						
1,99	1	5 %	---	---	1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Como se vê, um grande número de alunos escolhe a hipótese esperada, principalmente na Turma 2.

4.2 a) 6 b) 6 X 0,87

TABELA 11

Respostas dos alunos ao Item 4.2 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa: a)	17	81 %	9	43 %	26	62 %
Resp. esperada: b)	3	14 %	12	57 %	15	36 %
Outras resp.:						
1,22	1	5 %	---		1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Cerca de 40 % do total dos alunos escolhe a resposta esperada.

4.3 a) 6 b) 6 X 8,7

TABELA 12

Respostas dos alunos ao Item 4.3 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa: b)	13	62 %	14	67 %	27	64 %
Resp. esperada: b)	13	62 %	14	67 %	27	64 %
Outras resp.:						
a)	7	33 %	7	33 %	14	33 %
12,2	1	5 %	---		1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Mais de 60 % do total dos alunos escolhe a resposta esperada, que é também a certa.

4.4 a) 6 b) 6 : 0,3

TABELA 13

Respostas dos alunos ao Item 4.4 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa: b)	10	48 %	6	29 %	16	38 %
Resp. esperada: a)	10	48 %	15	71 %	25	60 %
Outras resp.:						
0,2	1	5 %	---		1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Mais de metade dos alunos da amostra indica a resposta esperada.

4.5 a) 6 X 0,2 b) 6 : 0,2

TABELA 14

Respostas dos alunos ao Item 4.5 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa: b)	11	52 %	4	19 %	15	36 %
Resp. esperada: a)	8	38 %	16	76 %	24	57 %
Outras resp.: 1,2	1	5 %	---		1	2 %
a) = b)	1	5 %	1	5 %	2	5 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Perto de 60 % dos alunos da amostra, escolheu a resposta esperada.

As respostas a estes quatro itens parecem confirmar a hipótese inicialmente avançada. Aliás, é interessante notar que, nos itens 4.4 e 4.5, que incluem divisão, mesmo a Turma 1 apresenta uma percentagem de escolha da resposta esperada (errada) relativamente elevada.

Foi decidido manter este item na sua totalidade na versão inicial do Questionário1.

3.1.3.3 Estimação

Item 5. Para cada operação, coloca uma cruz no valor que está mais próximo do seu resultado:

5.1 5,271 + 3,2

Diversores: 5,303; 8,471; 530,3; 0,5303

TABELA 15

Respostas dos alunos ao Item 4.5 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (8,471)	19	99 %	15	71 %	34	81 %
Resp. err. esperada (5,303)	2	10 %	4	19 %	6	14 %
Outras resp. erradas: 530,3	0	0 %	1	5 %	1	2 %
0,5303	0	0 %	1	5 %	1	2 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Embora o geral dos alunos acerte esta questão, a resposta esperada recebe um número de escolhas bastante elevado, de entre as respostas erradas.

5.2 72,15 X 31

Diversores: 2000; 20,00; 210; 2200

TABELA 16

Respostas dos alunos ao Item 5.2 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (2200)	17	81%	5	24 %	22	52 %
Resp. err. esperada (20,00)	0	0 %	8	38 %	8	19 %
Outras resp. erradas: 2000	0	0 %	2	10 %	2	5 %
210	4	19 %	6	29 %	10	24 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Neste caso, a hipótese inicial parece não se confirmar; contudo, na turma com resultados mais fracos, a resposta esperada foi a mais escolhida, mesmo mais do que a resposta certa. O outro diversor errado mais escolhido parece ter a ver com o resultado da multiplicação de 3 por 7.

5.3 0,86 X 9,9

Diversores: 0,8; 80; 8; 0,800

TABELA 17

Respostas dos alunos ao Item 5.3 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (8)	11	52 %	5	24 %	16	38 %
Resp. err. esperada (0,800)	5	24 %	7	33 %	12	29 %
Outras resp. erradas: 0,8	0	0 %	8	38 %	8	19 %
80	5	24 %	1	5 %	6	14 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

Aqui, a resposta esperada é, efectivamente, a mais escolhida, a seguir à certa, no conjunto dos alunos. De notar que, na turma com piores resultados, o diversor '0,8' - efectivamente equivalente ao esperado - foi mais escolhido do que este (0,800).

5.4 2,48 : 6,1

Diversores: 5; 0,5; 4; 0,40

TABELA 18

Respostas dos alunos ao Item 5.4 - Categorização e Frequências

	TURMA 1		TURMA 2		GLOBAL	
	n.º	%	n.º	%	n.º	%
Resp. certa (0,40)	15	71 %	9	43 %	24	57 %
Resp. err. esperada (0,5)	0	0 %	3	14 %	3	7 %
Outras resp. erradas: 5	2	10 %	8	38 %	10	24 %
4	4	19 %	1	5 %	5	12 %
Não responde	0	0 %	0	0 %	0	0 %

A hipótese inicial não obtém confirmação, pois que a resposta errada escolhida por mais alunos não é a esperada.

Deste item, resolveu-se incluir na 1ª versão do Questionário 1 as duas primeiras alíneas. De entre a 5.2 e a 5.3, eliminou-se a última, por ter dois diversores iguais, embora escritos de forma diferente (0,8 e 0,800).

3.1.3.4 Estrutura infinita do conjunto dos números decimais

Item 6. "O João e o Luís estão a conversar sobre a nova balança falante que está no Centro Comercial da sua zona. Diz o João:

- Ontem pesei lá o meu saco e a balança disse que ele pesava mais de 1,46 Kg e menos de 1,47 Kg. Deve ser maluca, a balança!"

- Porque é que há-de ser maluca? - pergunta o Luís.

- Então, 146 e 147 são números seguidos, como pode pesar entre os dois?!!!"

Que comentários fazes a este diálogo? A balança estava realmente a funcionar mal?"

Da análise da tabela 19 (ver a página seguinte), conclui-se que somente 6 % dos alunos dá explicitamente a resposta esperada (R 5), enquanto que 7 % considera que a balança está a funcionar mal, não justificando. Cerca de 60 % (R 1 + R 2 + R 3) sabe que entre dois números há outros números, mas alguns parecem considerar que só há um número entre 146 e 147 (R 3). De notar também que cerca de 12 % dos alunos dão respostas (R 7 + R 2.1.4) que parecem indicar alguma dificuldade de pensar este problema sem concretizar a situação, "tendo que" falar de sacos concretos ou mesmo de produtos concretos (bananas).

Como a resposta esperada foi muito pouco frequente, este item não foi incluído no Questionário 1.

TABELA 19

Respostas dos alunos ao Item 6 - Categorização e Frequências

TIPO DE RESPOSTAS		(a)	TUR. 1		TUR. 2		GLOBAL		
			n	%	n	%	n	%	Σ %
R 1	"... a balança ... não conseguiu dar um n.º exacto ..."	N	1	5			1	2	2
R 2	Há números entre:								
R 2.1	1,46 e 1,47								
	R 2.1.1 com exemplos correctos	N	4	19	3	14	7	17	
	R 2.1.2 sem exemplos	N	2	10			2	5	
	R 2.1.3 "... metade de 1,46 e 1,47 é 1,465"	N			1	5	1	2	
	R 2.1.4 ".... se pusessem mais uma coisa pesava 1,47"	N			1	5	1	2	
	R 2.1.5 "... entre 1,46 e 1,47 podem haver muitos números"	S	1	5			1	2	
R 2.2	146 e 147								
	R 2.2.1 com exemplos correctos	N			2	10	2	5	
	R 2.2.2 sem exemplos	N	1	5			1	2	
	R2.2.3 há ainda os decimais	N	3	14	1	5	4	10	
R 2.3	"... há ainda os decimais"	N	1	5			1	2	
R 2.4	"... entre os números há outros como ex. 1,001"	N	1	5			1	2	49
R 3	parece considerar que há um só n.º entre 146 e 147: 146,5	N	1	5	2	10	3	7	7
R 4	justifica, repetindo o enunciado								
	R 4.1 falando de 1,46 e 1,47	N	3	14	2	10	5	12	
	R 4.2 falando de 146 e 147	N			1	5	1	2	14
R 5	R 5.1 "... 1,46 é o número anterior ao 1,47"	N			1	5	1	2	
	R 5.2 "... não pode pesar entre dois números seguidos"	S			1	5	1	2	
	R 5.3 "... porque os números são seguidos"	N			1	5	1	2	6
R 6	não justifica	S	1		2		3	7	7
R 7	parece ter necessidade de pensar em concreto, introduzindo objectos; por vezes mesmo dois objectos, talvez porque o enunciado fala de dois pesos:								
	R 7.1 "... pode pesar menos ou mais, mas que depende do peso do saco"	N	1	5			1	2	
	R 7.2 "... há coisas menos pesadas do que as outras"	N			1	5	1	2	
	R 7.3 "... o saco pode ter uma coisa mais pesado do que outra coisa ou então o saco pesa 1,46 e meio."	N			1	5	1	2	
	R 7.4 "... um saco pode ser mais pesado do que outro"	N			1	5	1	2	
	R 7.5 "... porque o saco de bananas podia pesar 7,35 e a balança também 7,35 e podia dar mais ou menos 1,47"	S	1	5			1	2	10

3.1.3.5 Representação de decimais numa unidade dada

Item 7. Considerando a unidade **U** dada, desenha um rectângulo com 2,1 unidades **U** de comprimento e 0,4 unidades **U** de largura.

TABELA 20

Respostas dos alunos ao Item 7 - Categorização e Frequências

TIPOS DE RESPOSTA (ver Anexo IX)	TUR. 1 n	TUR. 1 %	TUR. 2 n	TUR. 2 %	GLOBAL n	GLOBAL %	GLOBAL Σ %
Resposta certa: rectâng. c/ [2,1 U × 0,4 U]	3	14 %	1	5 %	4	10 %	---
Resposta 'quase' certa: rectâng. c/ dim. quase bem	3	14 %	0	0 %	3	7 %	17 %
Resposta esperada: rectâng. c/ [1,05 U × 0,2 U]	1	5 %	1	5 %	2	5 %	---
Resp. 'quase' esperada: rectâng. c/ dim. quase esp.	2	10%	3	14 %	5	12 %	17 %
Outras respostas: R1 rectângulo c/ [1,6 U × 0,8 U]	1	5 %	6	29 %	7	17 %	---
R2 rectângulo c/ [1,35 U × 0,25 U]	4	19 %	0	0 %	4	10 %	---
R3 rectângulo c/ [0,85U × 0,2 U]	3	14 %	0	0 %	3	7 %	---
R4 rectângulo c/ [1U × 0,5U]	2	10 %	1	5 %	3	7 %	---
R5 outras - todas diferentes	0	0 %	3	14 %	3	7 %	---
Resp. aberrantes: R6 2 segmentos separados com comprimentos bem	2	10 %	0	0 %	2	5 %	---
R7 2 segmentos em cruz com comprimentos bem	0	0 %	1	5 %	1	2 %	---
Não responderam	0	0 %	5	24 %	5	12 %	12 %

As respostas a este item foram muito dispares, mas a resposta esperada teve uma percentagem de escolhas bastante elevada. Incluiu-se, por isso, essa questão na 1° versão do Questionário 1. A resposta R1 tem uma percentagem de ocorrências igual à esperada (e à certa); contudo, não se conseguiu avançar com qualquer hipótese justificativa; as respostas R6 e R7 são interessantes, pois apontam para uma dificuldade que não tem directamente a ver com o problema em causa, mas antes com a noção de rectângulo; esta última - R7 - é especialmente interessante, parecendo indicar a necessidade de "cruzar" as duas dimensões.

3.2 Estudo Piloto 2 - Aplicação da 1ª versão do Questionário 1 - Conclusões

Este questionário foi distribuído aos professores de 5° ou 6° anos de uma Escola do 2° Ciclo do Ensino Básico dos arredores de Lisboa. Obtiveram-se três respostas. Da análise destas, concluiu-se

- que a ficha tinha demasiadas questões;

- que se devia evitar dar o caracter de "respostas a uma única ficha de trabalho", para tentar que os professores não concluíssem que os alunos não sabiam nada sobre decimais, e que, portanto, o conveniente era "voltar a dar essa matéria do início".

- que o padrão dos erros dos alunos deveria transparecer de uma forma mais clara; para isso, pensou-se diminuir o número de erros focados, ao mesmo tempo que se diminuía o número de itens do questionário, mas, dentro de cada item, dar vários exemplos de respostas erradas, todas obedecendo ao mesmo padrão. Abandonaram-se as questões que, na análise dos resultados da aplicação a alunos não tinham tido uma interpretação tão clara.

3.3 Estudo Piloto 3

Como já se disse anteriormente, este estudo teve por finalidade testar as primeiras versões do Questionário 2 e do Guião de Entrevista. Para isso, aplicou-se este Questionário a dois dos professores que inicialmente haviam colaborado no Estudo Piloto 2 e fez-se também uma entrevista experimental a cada um destes professores.

Com base nesta aplicação, foram alteradas duas alíneas da primeira questão do Questionário 2 (item 1.1), com a finalidade de contrastar de forma mais clara a situação do aluno que sabe a matéria que o professor está a visar com a daquele aluno que a domina com incorrecções. Na terceira questão (item 2.), foram eliminadas questões que não tinham directamente a ver com o funcionamento cognitivo do aluno.

No que respeita à entrevista, foi resolvido perguntar explicitamente ao professor o que é que ele considerava que se passava na cabeça do aluno para ele dar as respostas todas obedecendo a um determinado padrão.

4. O ESTUDO

4.1 A AMOSTRA - CARACTERIZAÇÃO

O Questionário 1 foi distribuído a 59 professores de 10 escolas do 2° Ciclo do Ensino Básico da Grande Lisboa. Destes, somente 19 entregaram as suas respostas;

pertenciam a 7 escolas diferentes. Quanto à entrevista final, somente foi possível fazê-la com 17 professores.

Caracterização quanto ao sexo

Somente um dos professores intervenientes é do sexo masculino.

TABELA 21

Caracterização da Amostra do Estudo quanto à idade (em anos)

Intervalo de variação	24 - 62
Moda	35; 56
Mediana	49
Média	46,79
Desvio Padrão	9,54

TABELA 22

Caracterização da Amostra do Estudo quanto à Formação Inicial

(Licenciatura e Bachcrelatos)

Biologia	3
Engenharia	3
Farmácia	3
Física	1
Física - Química	1
Gestão	1
Matemática	3
Prof. Matem. e Ciênc. da Natureza - 2º ciclo	1
Química	2
Sociologia	1

De notar que somente 4 professores tinham formação inicial em Matemática, 3 ao nível de licenciatura, todos com exame de estado e com 54 ou 55 anos; o quarto professor, tinham a licenciatura em Professor do Ensino Básico, variante de Matemática e Ciências Naturais, com estágio integrado e com 24 anos.

TABELA 23

Caracterização da Amostra do Estudo quanto à Experiência Profissional

Intervalo de variação	2 - 32
Moda	30
Mediana	21
Média	20,94
Desvio Padrão	8,18

TABELA 24

Caracterização da Amostra do Estudo quanto à Formação Pedagógica

TIPO	
Exame Estado	5
Clássico	4
Integrado	2
Prof. Exercício	4
U. Aberta	4

feito há ..... anos	
Intervalo de variação	2 - 25
Moda	4; 21
Mediana	15
Média	13,63
Desvio Padrão	7,46

em:	
Ciclo Preparatório ou 2° Ciclo	18
Escola Secundária	1

TABELA 25

Caracterização da Amostra do Estudo quanto à experiência de

Leccionação de 5° e 6° anos de escolaridade

Intervalo de variação	1 - 30
Moda	5; 17; 19
Mediana	17
Média	16,79
Desvio Padrão	8,65

Como se vê, a amostra era constituída por um conjunto de professores com características muito diversificadas, quer em termos de formação inicial, de formação pedagógica, de idade e de experiência profissional. Não se pode, evidentemente, considerar este conjunto de professores representativo do universo dos mesmos, mas parece, contudo, interessante ter-se conseguido um conjunto tão diversificado de colaboradores.

No anexo VIII pode ser consultada uma caracterização completa dos professores que colaboraram neste estudo.

4.2 OS INSTRUMENTOS

4.2.1 Questionário 1

Este instrumento é constituído por quatro questões resolvidas de forma incorrecta. Em cada questão, a resposta obedece a um padrão de resolução, que se procurou tornar bem saliente. Daí a forma adoptada para o item 1, por exemplo.

ITEM 1

Efectua as seguintes operações:

a) 5,271 + 3,2

b) 82,76 + 15,1

c) 276,8 + 5,36

Resp.:

a)	5,	2	7	1	b)	8	2,	7	6	c)	2	7	6,	8
			3,	2			1	5,	1			5,	3	6
	5	3	0	3		8	4	2	7		3	3	0	4

R.: 5.303 R.: 84.27 R.: 330.4

PADRÃO

O aluno efectua as operações alinhando as parcelas à direita e como se se tratassem de números inteiros; atribui ao resultado um número de casas decimais igual ao da primeira parcela.

ITEM 2

2.1 Escreve três números compreendidos entre 0,08 e 0,2.

Resp.: 0.03 ; 0.04 ; 0.07

2.2 Escreve os seguintes números por ordem crescente:

0,7 ; 0,03 ; 0,09 ; 0,05 ; 0,1

Resp.: 0.1 ; 0.03 ; 0.05 ; 0.7 ; 0.09

2.3 Assinala os números que estão compreendidos entre 0,08 e 0,2:

0,16	
0,3	X
0,09	
0,03	X
0,095	
0,9	
0,05	X
0,1	

PADRÃO

O aluno apenas ligou aos algarismos diferentes de zero, raciocinou sempre somente na base destes, acrescentando zeros e uma vírgula para dar as suas respostas em consonância com o enunciado.

ITEM 3

Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

3.1	a) 6 - 0,7	b) 6 - 0,3	**Resp.:**	a)
3.2	a) 5 - 0,8	b) 5 - 0,2	**Resp.:**	a)
3.3	a) 8 - 0,3	b) 8 - 0,6	**Resp.:**	b)

PADRÃO

O aluno compara a expressão da alínea a) com a da alínea b) sem atribuir ao sinal '-' qualquer significado matemático, antes interpretando-o como um sinal gráfico. Assim, considera maior a expressão cujo único algarismo diferente é maior.

ITEM 4

Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

4.1.1	a) 6	b) 6 × 0,87	**Resp.:**	b)
4.1.2	a) 4	b) 4 × 0,29	**Resp.:**	b)
4.1.3	a) 5	b) 5 × 0,35	**Resp.:**	b)
4.2.1	a) 6	b) 6 × 8,7	**Resp.:**	b)
4.2.2	a) 4	b) 4 × 2,9	**Resp.:**	b)
4.2.3	a) 5	b) 5 × 3,5	**Resp.:**	b)
4.3.1	a) 6	b) 6 : 0,3	**Resp.:**	a)
4.3.2	a) 8	b) 8 : 0,4	**Resp.:**	a)
4.3.3	a) 3	b) 3 : 0,8	**Resp.:**	a)

4.4.1 a) 6 × 0,2 b) 6 : 0,2 **Resp.:** *a)*

4.4.2 a) 4 × 0,8 b) 4 : 0,8 **Resp.:** *a)*

4.4.3 a) 8 × 0,3 b) 8 : 0,3 **Resp.:** *a)*

PADRÃO

O aluno raciocina com base na ideia "multiplicar, aumenta; dividir, diminui".

4.2.2 Questionário 2

Como já foi referido, dado o tipo de resultados obtidos com a aplicação do Questionário 1 - todos muito semelhantes e centrados no conteúdo visado pelo item em causa, ignorando o tipo de erro dado pelo aluno -, resolveu-se elaborar um questionário de resposta objectiva, com a finalidade de perceber qual a posição dos professores quanto aos conhecimentos que os alunos têm quando começam a trabalhar com eles.

Era composto, como também já foi dito, por três questões. Nas duas primeiras, pedia-se--se aos professores que ordenassem, segundo a sua preferência, a situação que preferiam:

1 - o que prefere; 2 - o seguinte, e assim sucessivamente.

1.1 No programa de 5º ano, está previsto o aprofundamento dos conhecimentos sobre Números Decimais que os alunos já iniciaram na Escola Primária. O que prefere?

(a) que o aluno lhe chegasse sem quaisquer conhecimentos sobre decimais

(b) que o aluno não se recorde do que fez na Primária

(c) que o aluno mostre o que sabe, e o que faz está correcto

(d) que o aluno mostre o que sabe, e o que faz não está correcto

1.2 Qual considera ser o melhor processo para corrigir um erro que um aluno manifeste na resolução de um exercício?

(a) apagar imediatamente a resposta errada e ensinar-lhe a resolução correcta

(b) ensinar-lhe a resposta correcta

(c) ensinar a resolução correcta e levá-lo a compará-la com a errada

(d) tentar perceber o que terá levado o aluno a errar e ajudá-lo a perceber este porquê, partindo daqui para a aprendizagem da resolução correcta

Na última questão pedia-se aos professores que indiquem a importância que os factores

1. não pensarem no que estão a fazer
2. não terem atenção nas aulas
3. não trabalharem fora das aulas
4. utilizarem processos ajustados a situações já conhecidas, mas não adequados à nova situação
5. terem deficiências culturais
6. terem pouca capacidade intelectual
7. terem pouca motivação relativamente ao estudo

têm nos erros que os alunos dão, usando a seguinte escala:

0 - sem importância; 1 - pouca importância; 2 - bastante importante; 3 - muita importância

4.2.3 A entrevista

Em primeiro lugar, perguntou-se aos professores se, em cada um dos itens do questionário 1, as respostas às várias alíneas eram dadas obedecendo a um padrão. Caso a resposta fosse negativa, procurar-se-ia explicitar o que pretendíamos significar ao usar a palavra "padrão", perguntando se o erro cometido era ou não sempre do mesmo tipo. Se, mesmo assim, o professor ainda não identificasse o padrão, pedia-se-lhe que imaginasse que estava a falar com o aluno que tinha dado aquelas respostas e que ele lhe explicitava o padrão que justificava a sua resposta, dizendo:

no ITEM 1

- acho que não fiz nada mal... - e começava a fazer as operações em voz alta;

no ITEM 2

2.1 - Então, 3, 4 e 7 estão entre 2 e 8!...

2.2 - Os números estão por ordem crescente: 1, 3, 5, 7, 9!...

2.3 - Assinalei os números que estão entre 2 e 8!...

no ITEM 3

- Assinalei a alínea a) no 3.1 porque 7 é maior que 3, a a) na 3.2 porque 8 é maior que 2, e a b) na 3.3 porque 6 é maior que 3!...

no ITEM 4

- Então, multiplicar, aumenta; dividir, diminui, portanto, acho que respondi bem ...

Quando o professor identificava o padrão, era-lhe perguntado o que achava que teria levado o aluno a responder daquela maneira, o que se passaria na cabeça dele. Perguntou-se, também, ao professor o que diria ao aluno que deu aquelas respostas, supondo que estava a falar com ele, individualmente; caso o professor não fizesse referência ao tipo de erro feito pelo aluno, ser-lhe-ia perguntado se não considerava que era importante ter em linha de conta este aspecto.

4.3 PROCEDIMENTO

Sintetizando:

1° foi pedido aos professores que planificassem sessões de correcção de erros dados pelos alunos de uma sua turma e que fizessem um comentário por escrito dirigido a um aluno, com vista a auxiliá-lo na correcção dos seus erros;

2° foi feita a análise de conteúdo das respostas dos professores, cujas conclusões se explicitam mais adiante;

3° face às características dos resultados obtidos, resolveu-se aprofundar o estudo, utilizando novos instrumentos de trabalho;

4° elaborou-se um teste de resposta objectiva, que foi preenchido por todos os professores que haviam respondido ao Questionário 1;

5° fez-se uma entrevista com cada um desses professores - dois recusaram par-ticipar, adiantando razões de ordem pessoal.

4.4 ANÁLISE DE DADOS

4.4.1 Questionário 1

4.4.1.1 Planificações

As planificações elaboradas pelos professores foram submetidas a uma análise de conteúdo em que se procurou responder às seguintes questões:

1. Os professores fazem referência ao tipo de erro feito pelos alunos?
2. É feita alguma antecipação das razões que terão levado o aluno a fazer aqueles erros?
3. O plano centra-se na actividade do aluno ou na do professor?
4. Que estratégias são propostas?
5. Que materiais auxiliares são indicados?

4.4.1.2 Comentários

Foi igualmente efectuada uma análise de conteúdo dos comentários feitos pelos professores, procurando responder a:

1. Os professores fazem referência ao tipo de erro feito pelos alunos?
2. Os professores fazem alguma antecipação das razões que terão levado o aluno a fazer aqueles erros?
3. Que estratégias propõe o professor?

4.4.2 Questionário 2

Foi feita a análise estatística descritiva das respostas dos professores.

4.4.3 Entrevista

Foi também feita a análise de conteúdo das entrevistas, procurando-se responder às seguintes questões:

1. Os professores identificam o padrão do erro?
2. Que razões apontam os professores para que os alunos dêem respostas daquele tipo?
3. Que estratégias de correcção apontam os professores?

4.4.4 Comparação das estratégias de correcção propostas pelos professores nas planificações e nas entrevistas

Foi efectuada a comparação das estratégias de correcção propostas pelos professores, relativamente aos seguintes critérios:

1. O aluno é chamado à reflexão?
2. A estratégia é potencializadora do aparecimento de conflito cognitivo no aluno?

A resposta a estas perguntas foi positiva quando:

(1) na planificação ou na entrevista havia qualquer chamada de atenção directamente dirigida ao aluno relativa a um aspecto relevante quanto ao problema em questão;

se a estratégia levava o aluno a contrapôr a solução correcta à sua.

CAPÍTULO 3

RESULTADOS

1. QUESTIONÁRIO 1

1.1 PLANIFICAÇÕES

Feita a análise de conteúdo das planificações elaboradas pelos professores (Anexo X), foram os seguintes os resultados obtidos em relação a cada uma das questões de investigação:

Questão 1.; 2. e 3. Os professores fazem referência ao tipo de erro feito pelos alunos? É feita alguma antecipação das razões que terão levado o aluno a fazer aqueles erros? O plano centra-se na actividade do aluno ou na do professor?

Os professores não fizeram qualquer referência ao tipo de erro feito pelo aluno. Os planos elaborados centraram-se no conteúdo matemático visado pelo exercício e na actividade que o docente pensava vir a desenvolver na aula. Este padrão foi comum a todas as planificações, em termos gerais. As únicas excepções que não se podiam enquadrar no padrão acima caracterizado, estão a seguir indicadas:

P 3 Considerações iniciais sobre a estratégia a utilizar com referência aos seguintes aspectos:

- dar oportunidade aos alunos para apresentarem as suas dificuldades;
- explorar o erro cometido;
- estabelecer diálogo com a turma.

Estas intenções não aparecem concretizadas na planificação.

P 4 Planificação organizada na base do trabalho de grupo dos alunos a partir de material concreto (quadrados decimais).

P 14 Utilização de uma ficha de trabalho orientada no sentido de levar o aluno à descoberta e à construção de conhecimentos necessários à correcção da ficha anteriormente feita.

P 16 Planificação com o objectivo de, no final, serem os alunos a elaborar as regras. No item 3, pôs a hipótese de o aluno ainda ter dúvidas depois da 1ª tentativa de explicação (constatação de que o exercício é uma diferença; cálculo mental), e sugeriu uma segunda hipótese (atribuição de significação concreta aos n.º do exercício).

P 17 Planificação elaborada nos seguintes termos: pedir aos alunos que ....

P 18 Utilização da expressão: "pedir aos alunos que ..."

Questão 4. e 5. Que estratégias são propostas? Que materiais auxiliares são indicados?

Quanto às estratégias apontadas e aos materiais auxiliares referidos, foi a seguinte a sistematização a que se chegou[3]:

TABELA 26

Tipo de Estratégias e Materiais Auxiliares propostos pelos

Professores relativamente ao Item 1

RESPOSTAS dos PROF.	N.º
ESTRATÉGIAS:	
relembrar algoritmo	11
relembrar regras 1, 2, 3, 5, 6 (Anexo XI)	10
estimar o resultado	5
contrastar resposta correcta com resposta dada	3
apresentar situações concretas	1
MATERIAIS AUXILIARES:	
representação fonética	7
tabelas	6
quadrado decimal	2
recta numérica	1

Como se vê, o geral dos professores preconizou estratégias que se podem sintetizar na frase "rever a matéria", fazendo um apelo bastante forte à memorização e à mecanização. Somente três professores referiram pretender contrastar a resposta correcta com a errada, e cinco pretendiam usar uma estratégia (a estimação) que parece mais poderosa no sentido de levar o aluno a questionar-se sobre a correcção do processo que inicialmente havia usado.

[3] Nos quadros seguintes faz-se referência a Regras a Materiais Auxiliares que se explicitam no Anexo XI.

TABELA 27

Tipo de Estratégias e Materiais Auxiliares propostos pelos

Professores relativamente ao Item 2

RESPOSTAS dos PROF.	N.º
ESTRATÉGIAS: relembrar regras 5, 6 e 7 (Anexo XI)	12
analogia com o sistema métrico	4
descobrir as regras com os alunos	1
MATERIAIS AUXILIARES: recta numérica	9
representação fonética	3
quadrado decimal	1

Novamente, o geral dos professores apontou para estratégias baseadas na memorização e mecanização. De notar a elevada frequência da utilização da recta numérica, quando a investigação tem mostrado que esta representação é bastante difícil para esta idade (Linda Dickson, Margaret Brown, Olwen Gibson, 1984, pág. 281).

TABELA 28

Tipo de Estratégias e Materiais Auxiliares propostos pelos

Professores relativamente ao Item 3

RESPOSTAS dos PROF.	N.º
ESTRATÉGIAS: relembrar regras 6, 9 e 10 (Anexo XI)	11
apresentar situações concretas	8
focar e comparar subtractivos	3
executar as operações	3
levar a constatar aditivo é constante	2
comprovar com cálculos	1
estimar os resultados	1
relembrar a noção de subtracção	1
levar a constatar a existência da subtracção	1
MATERIAIS AUXILIARES: recta numérica	1

Novamente, a generalidade das estratégias propostas têm por base as regras, com o risco que este método acarreta de mecanização e memorização. A referência a situações concretas parece ser um aspecto positivo; de notar, contudo, que somente um professor referiu a necessidade de levar o aluno a constatar a existência de uma subtracção no enunciado.

TABELA 29

Tipo de Estratégias e Materiais Auxiliares propostos pelos

Professores relativamente ao Item 4

RESPOSTAS dos PROF.	N.
ESTRATÉGIAS:	
comparar resultados das operações e concluir	5
concluir regras 11, 12 e 13 (An. XI) com o aluno	5
relembrar regras 8, 12 e 13 (Anexo XI)	5
exercícios com problemas semelhantes	4
comparar resultados das operações e concluir	3
cálculo mental	1
chamar atenção para elementos dos pares	1
transformar multiplicação em adição	1
transformar multiplicação e divisão em adição	1
identificar divisão com partição	1
estimar resultados	1
aplicar R 9 a multiplicandos e comparar	1

Analisando as estratégias acima referidas, vê-se que, no fundamental, elas são a repetição do conteúdo e o apelo à mecanização e à memorização.

1.2 COMENTÁRIOS INDIVIDUAIS

Uma descrição sumária dos comentários dos professores encontra-se no Anexo XII. A análise dos comentários elaborados pode-se sintetizar do seguinte modo:

1. Somente 11 professores dos 19 fizeram efectivamente comentários. Destes, dois (P6 e P9) não os fizeram no que ao item 4 diz respeito, e um (P1) não o fez ao item 3, sem referirem qualquer justificação; um outro, (P15), fez uma observação relativa a toda a ficha; pelo contrário, o professor P1 fez um comentário separado à alínea 2 do item 4, por esta ter sido bem respondida; três outros docentes (P1, P16 e P19) fizeram-nos em separado às três alíneas do item 2.

2. Dos 8 professores que não fizeram comentários explícitos

   2.1 três (P10, P12 e P13) caracterizaram genericamente o que diriam ao aluno, referindo que este deveria rever o assunto dos decimais com mais cuidado;

   2.2 um professor (P14) considerou que não deveria fazer observações para "não prejudicar o evoluir da pesquisa a realizar pelos alunos";

   2.3 o professor P7 justificou não ter feito comentários escritos, dizendo que os alunos desta idade dificilmente os entendem; acrescentou, contudo, que, se os fizesse seriam na linha da planificação feita (que, no fundamental, foi "dar a matéria novamente");

   2.4 o professor P11 justificou a sua opção, dizendo que "pela minha experiência acho que não adiantava corrigir apenas as perguntas que erraram" (fez uma planificação global para os decimais, focando especialmente os assuntos focados nos quatro itens do Questionário).

3. Os 43 comentários podem-se sintetizar do seguinte modo:

TABELA 29

Comentários dos Professores - Categorização e Frequências

TIPO DE COMENTÁRIO	N.º de COMENT.	FEITOS p/ ..... PROF.
C1 - Relembrar regras	16	8
C2 - Comentários que, talvez, levem aluno a pensar	5	3
C3 - Orientações para estudo	5	2
C4 - Conjunto instruções para aluno extrair conclusões		
C4.1 que parece poderem ajudar o aluno	3	2
C4.2 que parece duvidoso ajudarem o aluno	2	2
C5 - Efectua algoritmo	3	2
C6 - Sugestões baseadas em regras	2	2
C7 - Comentários cuja ligação ao assunto parece pouco clara	2	2
C8 - Apelo para aluno usar o cálculo mental	1	1
C9 - Localizar números na recta	1	1
C10 - Colocar n.º por ordem de valor e não por grandeza do último algarismo	1	1
C11 - Constatação de dificuldade	1	1
C12 - Parabéns na alínea bem resolvida (4.2)	1	1

Como se vê, também aqui os professores ignoram o tipo de erro feito pelo aluno, na sua esmagadora maioria - somente o comentário C10 faz referência ao erro do aluno; cerca de 42% das sugestões são baseadas em regras (C1 e C6); por outro lado, somente as sugestões C5, C4.1 e C8 parecem poder ajudar o aluno a corrigir o seu erro, ou porque talvez o levem a um conflito cognitivo (C5 e C4.1) ou porque o procuram levar a utilizar um processo que lhe permitirá controlar os resultados obtidos numa primeira resposta - o cálculo mental, proposto em C8. Não se incluiu neste grupo os do tipo C2, por parecer difícil que os alunos, sozinhos, consigam corrigir o seu erro a partir destes comentários; por outro lado, dois dos comentários deste grupo merecem uma referência particular:

Instituto Superior de Psicologia Aplicada
BIBLIOTECA

- o do professor P19 ao item 2.2 que, se correcto relativamente aos números em causa neste exercício, pode induzir no aluno a ideia de que um número decimal é tanto mais pequeno quantas mais casas decimais tem, independentemente do valor das mesmas (ver no capítulo 3.2.2, o trabalho de Resnick, 1987);
- a sugestão referida em C9 não tem em conta que numerosos estudos mostram que a localização de números num eixo é algo bastante complicado para os alunos desta idade (Linda Dickson & al, 1984, pág. 281)

2. QUESTIONÁRIO 2

Os resultados da análise estatística descritiva das respostas dos professores a este Questionário estão sistematizados na Tabela 30 - página seguinte.

Relativamente a este grupo de docentes, parece, pois, poder-se afirmar:

a) Relativamente aos conhecimentos que os alunos trazem quando começam a trabalhar com eles, os professores, genericamente, disseram preferir que os alunos mostrem o que sabem, quando isso está correcto; quanto às restantes questões, os professores parece não terem feito muita diferença entre um aluno chegar ao 5° ano sem quaisquer conhecimentos sobre decimais, ter esquecido tudo o que lhe foi ensinado no 1° Ciclo do Ensino Básico ou lembrar-se destes conhecimentos de forma incorrecta. De notar, contudo, que, relativamente ao a

TABELA 30

Respostas dos Professores ao Questionário 2

Estatísticas Descritivas

	1.1 (*)				1.2 (*)				2 (**)						
PROF.	(a)	(b)	(c)	(d)	(a)	(b)	(c)	(d)	1	2	3	4	5	6	7
P1	2	2	1	3	3	4	2	1	3	3	3	3	1	2	3
P2	4	3	1	1	4	4	1	1	2	2	2	1	1,5	2	2
P3	3	4	1	2	4	3	2	1	3	3	2	1	1	1	2
P4	3	2	1	1	4	3	2	1	3	2	1	2	3	2	3
P5	3,5	2	1	3,5	3,5	3,5	2	1	2	3	3	1	2	2	2
P6	2	2	3	1	4	3	2	1	2	2	2	2	1	1	3
P7	4	3	1	2	4	3	2	1	2	2	2	2	2	1	2
P8	1	4	2	3	4	3	2	1	3	3	2	3	3	2	2
P9	4	3	1	2	4	3	2	1	1	1	2	2	2	1	3
P10	3	2	1	4	4	3	2	1	3	3	2	2	2	2	3
P11	3	2	1	4	3	4	2	1	2	2	2	2	2	1	2
P12	3	4	1	2	4	3	2	1	2	3	2	1	0	0	2
P13	2	3	1	4	4	2	2	1	3	2	2	2	0	1	2
P14	3	2	1	4	4	3	2	1	3	3	2	3	2	2	2
P15	2	3	1	4	4	3	2	1	3	3	1	1	1	1	2
P16	4	3	2	1	4	3	2	1	3	3	3	2	1	2	2
P17	2	2	1	3	4	3	2	1	2	3	1	1	1	2	3
P18	3	3	3	1	3	3	3	1	2	2	2	1	2	1	2
P19	2	3	1	4	4	3	2	1	3	3	3	2	1	2	3
MODA	2	2	1	4	4	3	2	1	3	3	2	2	1	2	2
MEDIA-NA	3	3	1	3	4	3	2	1	3	3	2	2	1	2	2
MÉDIA	2,8	2,7	1,3	2,6	3,8	3,1	2,1	1	2,5	2,5	2	1,8	1,5	1,5	2,4
D. PAD.	1,0	0,8	0,6	1,2	0,3	0,5	0,4	0,0	0,6	0,6	0,6	0,7	0,9	0,6	0,5

NOTAS: (*) 1 - 1ª preferência do professor; 2 - 2ª preferência; etc.;
(**) 3 - muito importante; 2 - bastante importante; 1 - pouco importante;
0 - nada importante;
- O Prof. 5 não assinalou as suas respostas nas questões 1.2 (a) e (b);
- O Prof. 18 assinalou somente a sua 1ª preferência;
- O Prof. 2 assinalou a sua opinião sobre a questão 2.5 com uma cruz a meio das colunas '1' e '2'; daí ter-lhe sido atribuída a pontuação de 1,5

luno mostrar o que sabe com deficiências, as opiniões dos professores foram bastante díspares (desvio padrão 1,2), havendo 5 professores que lhe deram o primeiro lugar das suas preferências e 6 que lhe deram o último.

b) Quanto ao processo considerado como preferível para corrigir os erros dos alunos, a posição dos professores foi perfeitamente clara e unânime: todos disseram preferir tentar perceber o que terá levado o aluno a errar, ajudar o aluno a perceber esta razão, partindo daqui para a correcção do erro. Aliás, 13 professores ordenam as quatro hipóteses dadas da mesma maneira:

> 1ª tentar perceber o que terá levado o aluno a errar e ajudá-lo a perceber este porquê, partindo daqui para a aprendizagem da resolução correcta
> 2ª ensinar a resolução correcta e levá-lo a compará-la com a errada
> 3ª ensinar-lhe a resposta correcta
> 4ª apagar imediatamente a resposta errada e ensinar-lhe a resolução correcta

c) No que respeita à última pergunta do questionário, os docentes deste grupo consideraram que, dos factores dados, os que a seguir se indicam eram os que tinham maior importância nos erros dos alunos os seguintes factores:

> não pensarem no que estão a fazer
> não terem atenção nas aulas
> terem pouca motivação relativamente ao estudo;

atribuindo-lhes praticamente a mesma importância; os outros factores escalonaram-nos do seguinte modo, com graus de importância decrescente:

> não trabalharem fora das aulas
> utilizarem processos ajustados a situações já conhecidas, mas não adequados à nova situação
> terem pouca capacidade intelectual
> terem deficiências culturais

Nota-se, pois, que os professores não deram grande importância à possibilidade de os alunos mobilizarem, para resolver um problema, conhecimentos ajustados a outras situações, mas não àquela que têm em vista.

3. ENTREVISTAS

Como já se referiu, efectuou-se uma análise das entrevistas, procurando responder às seguintes questões

1. Os professores identificam o padrão do erro?
2. Que razões apontam os professores para os alunos responderem com padrão?
3. Que estratégias de correcção apontam os professores?

O Anexo XII inclui os quadros obtidos como resultado desta análise. Sintetizando os dados neles contidos, relativamente a cada um aspectos referidos, pode-se concluir o seguinte:

3.1 IDENTIFICAÇÃO DO PADRÃO DO ERRO

1ª Questão: Os professores identificam o padrão do erro?

A Tabela 31 - página 106 - sintetiza os resultados relativos a este tópico.

Analisando-o, vê-se, pois, que, no geral, os professores identificaram o padrão do erro do aluno de acordo com os enunciados por nós avançados inicialmente. Somente no item 3 há um número significativo de professores que, identificando um padrão, o exprime de forma diferente da esperada - o padrão esperado centrava-se na não identificação, por parte do aluno, da operação de subtrair, enquanto que o refe

TABELA 31 - Identificação de padrão: tipo de respostas dos professores e sua frequência relativa

	ITEM 1	NºPr.	ITEM 2	NºPr.	ITEM 3 (*)	NºPr.	ITEM 4 (**)	NºPr.	
PADRÃO ESPERADO (PE)	faz as operações alinhando os n.º à direita, como se fossem inteiros, e dá ao resultado um n.º de casas decimais igual ao da 1.ª parcela	16 94 %	compara somente na base dos algarismos diferentes de 0	12 71 %	não identifica o sinal '-' como sendo de subtracção, pelo que compara olhando apenas ao último algarismo	6 33 %	multiplicar, aumenta; dividir, diminui	10 63 %	PADRÃO ESPERADO (PE)
PADRÃO ESPERADO COM PEQUENA ALTERAÇÃO			identifica o padrão esperado nas duas primeiras alíneas, e diz que a terceira sai dessa lógica	1 6 %					PADRÃO ESPERADO COM PEQUENA ALTERAÇÃO
			identifica o padrão esperado, mas acrescenta que lhe parece feitas ao acaso	1 6 %					
							refere o PE só para a multiplicação	1 6 %	
OUTROS PADRÕES P1					P1 - quanto mais tira, mais dá	4 22 %			P1 OUTROS PADRÕES
P2					P2 - confunde o subtractivo com o resultado	1 6 %			P2
P3					P3 - escolhe o que tem maior subtractivo	5 28 %			P3
P4							P4 - decide como se fossem inteiros	1 6 %	P4
MISTURA PE c/ outros							PE do Item 4 c/ P4	1 6 %	MISTURA PE c/ outros
							PE do Item 4 referido só p.ª multipl. c/ P4	1 6 %	
NÃO IDENT. QUALQ. PADR.		1 6 %		3 18 %	não explicita, mas pa-rece identificar	1 6 %		2 13 %	NÃO IDENT. QUALQ. PADR.
						1 6 %			

(*) Um professor indica duas formas diferentes de explicitar o padrão

(**) A parte final da entrevista do Prof. 2 não ficou gravada, pelo que para o item 4 somente se dispõem de dados relativos a 15 entrevistas rido por cerca de metade dos professores se centra em dificuldades com a noção de subtracção.

3.2 RAZÕES PARA A EXISTÊNCIA DE PADRÃO

2ª Questão: Que razões apontam os professores para que os alunos dêem respostas daquele tipo?

TABELA 32

Razões apontadas pelos professores para a existência de padrão nas respostas dos alunos - Categorização e Frequência

TIPO DE RAZÃO	EXPLICITAÇÃO	NÚMERO DE SUGESTÕES ITENS				GLOBAL.		
		1	2	3	4			%
CONTEÚDO	não sabe o conteúdo	8	4	3	2	17		
	não sabe significado da vírgula				1	1	18	41 %
OUTRO MODELO ACTIVO ?	faz o que faria se fossem inteiros	1	1		1	3		
	só olha para algarismos			1		1		
	operação realizada sem decimais	1				1		
	para ele tem mais lógica	1				1		
	utilizou o processo a que estava habituado	1				1		
	não interiorizou sistema decimal		1			1	8	18 %
FALTA DE ATENÇÃO	esquece/não repara que está a subtrair			4		4		
	não liga ao significado da vírgula				1	1		
	nunca ouviu o professor	1				1		
	não prestou atenção quando o assunto foi dado		1			1		
	distracção			1		1	8	18 %
NÃO TER SIDO BEM TRATADO NA PRIMÁRIA		3				3	3	7 %
SUGESTÕES VARIADAS	questão estética	2				2	2	5 %
	aluno não atingiu o desenvolvimento psicológico necessário p.ª entender os decimais	1				1	1	2 %
	tenta representar algoritmo da multiplicação	1				1	1	2 %
	várias origens (ex.: al. Habituado a trabalhar com um processador de texto)	1				1	1	2 %
PR. NÃO SABE	não lhe costuma acontecer - pôr aluno a falar	1				1		
	não entende como o aluno dá esta resposta			1		1	2	5 %
N.º TOTAL		22	7	10	5	44	44	-----

Relativamente às razões que levam o aluno a responder obedecendo a um padrão, vários professores indicaram mais do que uma causa, sendo, no total, indicadas 44 causas. Destas

- aproximadamente quarenta por cento têm a ver com o facto dos alunos não saberem o conteúdo implicado nos exercícios;
- dezoito por cento apontam para o aluno 'funcionar' de acordo com outro modelo que não o dos decimais;
- dezoito por cento são relativas à falta de atenção do aluno;
- sete por cento aponta como causa a hipótese de o assunto não ter sido bem tratado no 1ª Ciclo do Ensino Básico;
- as restantes causas apontam para factores variados.

3.3 ESTRATÉGIAS DE CORRECÇÃO

3ª Questão: Que estratégias de correcção apontam os professores?

Na Tabela 33 - página 109 - sintetizam-se as sugestões de correcção feitas pelos professores nas entrevistas. Da sua análise, conclui-se que, nas entrevistas, os professores apontaram, com bastante frequência, estratégias alternativas e, nalguns casos, bastante diferentes. No total, os professores referiram 69 estratégias diferentes. Destas

- cerca de sessenta por cento são caracterizadas por

. dar ao professor o papel activo na aula,

. se puderem resumir na frase "chamar a atenção para parte da matéria

TABELA 33

Sugestões de correcção nas entrevistas

Categorização e Frequência

SUJEITO DA ACÇÃO	ESTRATÉGIA		NÚMERO DE SUGESTÕES ITENS 1	2	3	4	GLOBAL. n.º	%
			ITENS				GLOBAL.	
			1	2	3	4	n.º	%
A - PROFESSOR	A.1	chamar a atenção para parte da matéria considerada relevante	11	11	4	5	31	43 %
	A.2	voltar a explicar tudo outra vez	2	1		1	4	5 %
	A.3	fazer a operação				4	4	5 %
	A.4	exemplos concretos com n.º inteiros			2		2	3 %
	A.5	explorar erro do aluno, depois de A1	1				1	1 %
	A.6	fazer mudança de unidades e trabalhar com inteiros (na nova unidade)			1		1	1 %
	A.7	automatização de regras				2	2	3 %
NÚMERO e PERCENTAGEM de SUGESTÕES (tipo A)			14	12	7	12	45	62 %
B - ALUNO	B.1	levá-lo a concluir regras	4	1	4	4	13	18 %
	B.2	contrapôr ao erro:	6	1	1		8	11 %
		estimativa do resultado	4					
		situações concretas	1	1				
		resposta certa	1		1			
	B.3	levá-los a recordar conhecimentos pertinentes		2		1	3	4 %
	B.4	confrontá-lo com enunciado que dá aos números significações concretas			3		3	4 %
	B.5	deixar que colegas digam regra	1				1	1 %
NÚMERO e PERCENTAGEM de SUGESTÕES (tipo B)			11	4	7	5	28	39 %
NÚMERO DE SUGESTÕESS (A+B)			25	16	15	17	73	
C - NÃO INDICA ESTRA - TÉGIA		situação é irreal p.ª o professor	1				1	
		não sabe			1		1	
		não consegue imaginar porque é dada esta resposta			1		1	

- as restantes sugestões dão um papel bastante mais activo ao aluno e procuram, pelo menos em cerca de um terço dos casos - 11% do conjunto das sugestões - (B.2), levá-lo a pôr em causa a resposta inicialmente dada, potenciando o aparecimento de um conflito cognitivo no aluno.

Contudo, as estratégias propostas raramente partem do tipo de erro dado, a não ser no que respeita a um pequeno comentário inicial do tipo "Se fossem números inteiros, terias razão ...", o que pode não ser suficiente para a tomada de consciência pelo aluno das razões que o levaram a errar.

4. COMPARAÇÃO DAS ESTRATÉGIAS DE CORRECÇÃO NAS PLANIFICAÇÕES E NAS ENTREVISTAS

Como se viu acima, as estratégias propostas pelos professores nas entrevistas são com muito mais frequência centradas na actividade do aluno do que acontecia nas planificações. Efectuou-se, pois, a comparação entre as duas propostas de estratégia, analisando-as relativamente aos dois aspectos seguintes:

(1) O aluno é chamado à reflexão?

(2) A estratégia proposta é potenciadora do conflito cognitivo no aluno?

Como já foi referido, a resposta a estas perguntas foi positiva quando:

(1) na planificação ou na entrevista havia qualquer chamada de atenção directamente dirigida ao aluno relativa a um aspecto relevante quanto ao problema em questão;

(2) se a estratégia levava o aluno a contrapor a solução correcta à sua.

O resultado dessa comparação está na

TABELA 34

Comparação das sugestões de correcção no Questionário 1

e nas Entrevistas

QUESTIONÁRIO 1								P	ENTREVISTA							
ITEM1		ITEM 2		ITEM 3		ITEM 4		R.	ITEM1		ITEM 2		ITEM 3		ITEM 4	
(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	n.º	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)	(1)	(2)
N	N	N	N	S	N	N	N	**P1**	?	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P2**	?	---	N	N	N	N	---	---
S	**S**	?	N	?	N	?	N	**P3**	**S**	**S**	?	?	**S**	**S**	N	N
?	N	?	N	?	N	N	N	**P4**	(a)	(a)	?	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P5**	N	N	N	N	**S**	?	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P6**	N	N	N	N	N	N	?	N
?	N	N	N	?	N	N	N	**P7**	**S**	**S**	N	N	N	N	N	N
S	**S**	N	N	N	N	N	N	**P8**	**S**	**S**	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P9**	**S**	**S**	**S**	**S**	?	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P10**	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P11**	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P12**	N	**S**	N	N	---	---	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P13**	N	N	N	N	N	N	N	N
N	N	N	N	N	N	N	N	**P14**	---	---	---	---	---	---	---	---
N	N	N	N	N	N	N	N	**P15**	N	N	N	N	---	---	?	N
?	N	N	N	N	N	N	N	**P16**	N	N	N	N	N	N	N	N
?	?	N	N	N	N	N	N	**P17**	N	N	N	N	N	N	N	N
?	N	N	N	N	N	N	N	**P18**	---	---	---	---	---	---	---	---
N	N	N	N	N	N	N	N	**P19**	N	N	N	N	N	N	N	N

(a) depende da estratégia que seguisse, dado que aponta duas estratégias:

algoritmo - N; N; comparação decimais - ?; ?

--- : não há elementos p.ª análise

Os dados da Tabela anterior podem resumir-se do seguinte modo:

TABELA 35

Comparação das sugestões de correcção no Questionário 1 e nas Entrevistas

Percentagens de ocorrência dos critérios considerados

(1) O aluno é chamado à reflexão?		
QUEST. 1	(1)	ENTR.
76	N.º Observ.	65
4 %	SIM	11 %
14 %	?	11 %
82 %	NÃO	77 %
-----	(a)	2 %

(2) A estratégia proposta é potenciadora do conflito cognitivo no aluno?		
QUEST. 1	(2)	ENTR.
76	N.º Observ.	64
3 %	SIM	11 %
3 %	?	3 %
95 %	NÃO	84 %
-----	(a)	2 %

Talvez se possa, pois, afirmar que, apesar de, quer no Questionário 1, quer nas entrevistas, a generalidade das estratégias propostas pelos professores não parecerem muito apropriadas para propiciarem uma situação razoavelmente favorável à correcção dos erros dos alunos, nas entrevistas os professores se aproximaram mais deste objectivo, estando agora menos distantes dos alunos e das suas dificuldades.

5. A LINGUAGEM DOS PROFESSORES

Verificou-se que vários professores utilizaram expressões ou palavras que podem induzir o aluno em erro. Vejamos alguns exemplos:

a) devido à falta de rigor científico, dificultando a correcta formação dos conceitos matemáticos:

Ex.: 1 - Número por algarismo:

P3 (item 1 - intervenção 15): ".... ele colocou os números uns debaixo dos outros ...."

P 13 (item 1 - intervenção 4): "...põe sempre o último número debaixo do último número do outro ..."

P16 (item 1 - intervenção 2): "... ele não reconhece exactamente quais são as ordens dos números registados ..."

P19 (item 1 - intervenção 8): "... colocou sempre os últimos números uns debaixo dos outros ..."

2 - parte inteira por algarismo diferente de zero:

P15 (item 2 - intervenção 29): "... está a equacioná-los só pelos números inteiros..."

P19 (item 2 - intervenção 18): "... ele só considera o número, a parte inteira e não conhece o que é um n.º decimal."

3 - unidades por parte inteira:

P15 (item 1 - intervenção 17): "Tentar que ele lesse o número, primeiro a parte das unidades ..."

4 - valor absoluto de um/contido num n.º decimal por algarismo diferente de 0

P16 (item 4 - intervenção 22): "... Julgo que isto é um caso de grande deficiência de números decimais, de valores absolutos que eles contêm ..."

b) utilizando expressões que, sendo correctas na situação em causa, podem vir a induzir em erro por o aluno fazer generalizações abusivas:

Ex.: 1 - P3 (item 3 - intervenção 81): ".... até porque de 6 não podia tirar

7 ..."

2 - P19 (item 2.2 - comentário): "Quanto maior fôr o número de

casas decimais menor é o número"

Por outro lado, apesar de, nas entrevistas, ser sempre posto o cenário de o professor estar a falar com o aluno que deu as respostas indicadas na ficha, cerca de 35 % dos professores mostrou dificuldade em se dirigir a um aluno, usando o plural em vez do singular. Este facto parece indiciar alguma dificuldade de os professores se colocarem na situação de estarem a dirigir-se a um aluno sozinho e de procurarem perceber o que especificamente se passa com esse aluno em particular. Não tendo sido esta uma finalidade do nosso trabalho, não se procurou confirmar esta conclusão por um outro processo que permitisse concluir com maior segurança; fica, contudo, a interrogação.

CAPÍTULO 4

DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Embora na generalidade os professores tenham identificado os "padrões" dos erros dos alunos, quando isso lhes foi directamente pedido, parece que não consideraram importante tê-los em linha de conta quando planificaram actividades com a finalidade de corrigir esses erros, pois que não lhes fizeram qualquer referência.

Contudo, vários professores, depois de lhes ser chamada a atenção para o facto de o erro ser feito de acordo com um padrão, avançaram com hipóteses explicativas de o aluno funcionar de acordo com um modelo activo no momento, mas que não é ajustado à situação em causa - cerca de vinte por cento das razões apontadas são deste tipo. Mas parece que mesmo estes professores não sabiam como trabalhar este aspecto ou não o achavam importante.

De qualquer forma, como consideraram maioritariamente que a razão da existência de padrão é o desconhecimento do conteúdo matemático implicado nesses erros, foi este aspecto que, em conjunto, privilegiaram nas actividades propostas. Isto parece contraditório com a preferência que todos os professores disseram ter por tentar perceber o que levou os alunos a errar e partir daqui para a correcção do erro.

Pode, contudo, pôr-se a hipótese de a contradição ser, talvez, mais aparente do que real, pois provavelmente os professores estavam somente a referir-se às causas do ponto de vista do conteúdo específico - da Matemática, portanto. Vários professores afirmaram, no entanto, que seria bom terem possibilidades de conversar com os alunos sobre as razões que os levaram a dar determinada resposta, dizendo mesmo que obtiveram bons resultados algumas vezes que o puderam fazer; acrescentaram ser impossível fazê-lo de uma forma sistemática nas actuais condições de funcionamento da Escola, devido quer ao número de alunos por turma, quer à organização dos horários.

Como resultado, são ignoradas possíveis causas inerentes ao funcionamento cognitivo humano, como sejam a mobilização de esquemas desajustados à situação em causa ou o funcionamento "por deslizamento", de que Vergnaud fala. Assim sendo, este aspecto não é trabalhado na Escola, de forma explícita - pelo menos, ao nível da Matemática e no que a este grupo de professores diz respeito. Como consequência, perguntamo-nos se, na Escola, serão dadas possibilidades de o aluno desenvolver o "conhecimento negativo" - no sentido com que Bickhard usa esta expressão - sobre si próprio. E sendo o ensino, segundo Vygotsky, o local privilegiado para a criança/o jovem aceder às funções psicológicas superiores, não estaremos a dificultar este acesso, em vez de o facilitar?

Por outro lado, e de acordo com as entrevistas efectuadas, parece que os professores tiveram bastante mais facilidade em se aproximarem dos alunos nas intervenções orais, do que as suas respostas ao Questionário 1 davam a entender - quer na situação de turma, quer na individual. Identicamente, nas entrevistas os professores apontaram relativamente mais para estratégias potencializadoras do aparecimento do conflito cognitivo no aluno, do que nas suas planificações. Esta diferença parece em grande medida dever-se a estas últimas remeterem para uma situação muito mais próxima da realidade, em que o professor é chamado a intervir muito mais na base da sua intuição global do que são as necessidades dos alunos, do que a situação de planificação escrita. Esta, pelo contrário, apela de uma forma muito intensa para a elaboração de planos muito certinhos do ponto de vista científico específico, mas muitas vezes, muito desligados da prática de todos os dias. Como consequência, o trabalho teórico do professor sobre as dificuldades dos alunos não ficará muito reduzido, limitando-se o professor a agir no momento, ao sabor da inspiração possível?

Como se viu, os professores utilizam, por vezes materiais auxiliares cuja inadequação aos alunos aqui visados a investigação já mostrou - caso da marcação de números decimais na recta numérica. Por outro lado, também ao nível da linguagem, alguns professores mostraram, em vários momentos, terem dificuldade em evitar expressões ou termos que podem vir a constituir obstáculos à aprendizagem.Um último aspecto que, também, parece dever ser ressaltado é o de uma grande parte das estratégias propostas ser baseada em regras, muitas vezes mesmo somente no seu relembrar. Este método perece poder levar os alunos muito mais facilmente à memorização e à mecanização, do que a uma real integração dos novos conhecimentos no seu campo cognitivo. Como resultado, o aluno pode, momentaneamente, responder correctamente às questões que o professor lhe põe, para, mais tarde, não o conseguir fazer, como muitos professores referiram nas entrevistas.

Em síntese, parece que, pelo menos estes professores estavam fundamentalmente preocupados com os aspectos do conteúdo específico da Matemática e da sua lógica interna, ignorando alguns aspectos que Vergnaud considera fundamentais no processo ensino/aprendizagem, como sejam:

- os aspectos relacionados com o processo de aprendizagem do aluno - não o ajudando a, por exemplo, perceber se está ou não a mobilizar a representação adequada ao problema que está a resolver;
- a didáctica específica de determinado domínio - neste caso, os decimais - e os problemas que lhe são próprios, nomeadamente que rupturas necessita o aluno fazer para não fazer determinados erros.

Segundo o autor referido, estes aspectos podem dificultar bastante que a aprendizagem se faça, pelo que merecem uma especial atenção.

CAPÍTULO 5

IMPLICAÇÕES DOS RESULTADOS OBTIDOS

Como já foi referido, não é possível generalizar quaisquer conclusões destes resultados, pois a amostra não o permite. Apesar disso, parece possível e conveniente chamar atenção para algumas implicações deste resultados. Vamos fazê-lo a três níveis: a investigação, a sala de aula e a formação de professores.

1. A NÍVEL DA INVESTIGAÇÃO

Um alargamento desta investigação a nível do país, talvez mesmo a nível de outras disciplinas escolares, permitiria confirmar se a situação actual, no que respeita à forma como na Escola se funciona na articulação aprendizagem/desenvolvimento, é ou não a descrita nos pontos acima expostos. Por outro lado, esta investigação deveria também ser completada com outras baseadas na observação de aulas e/ou num trabalho mais estreito com os professores.

Parece também fundamental replicar algumas investigações aqui citadas, para se saber se a situação, em Portugal, relativamente aos erros dos alunos, é idêntica à descrita naqueles trabalhos, quer quanto ao tipo de erros quer quanto às razões que terão levado a esses erros.

Por último, parece ser fundamental conseguir divulgar de uma forma mais eficaz junto dos professores os resultados da investigação. Apesar de se poder argumentar que o geral das investigações não pode ser transposta de forma automática para a sala de aula, e que o facto de os professores conhecerem os resultados dos trabalhos dos investigadores não é uma garantia de que estes os irão usar na sua prática diária - ver o trabalho de Jeanne Bolon (1996) relativo a esta questão -, a divulgação dos resultados é uma condição indispensável para os professores poderem reflectir nestes e decidir da sua aplicabilidade ou não.

2. A NÍVEL DA FORMAÇÃO DE PROFESSORES

Evidentemente que um local privilegiado para fazer a divulgação acima referida é na formação inicial de professores. Também na formação contínua parece ser possível integrar uma área virada para este aspecto.

Parece também ser fundamental alterar a forma como são organizados os cursos de formação inicial ou acções de formação contínua, de forma a permitir armar os professores com uma maior capacidade de criticar e teorizar sobre a sua prática. Os trabalhos citados relativamente a este aspecto, apresentam algumas sugestões que parece importante ter em consideração.

Por outro lado, parece haver alguns temas que deveriam merecer uma maior atenção a este nível. É o caso:

- do erro e das várias formas como ele pode ser tratado na sala de aula;

- do cuidado a ter com a sua linguagem que, sem se tornar hermética, terá que evitar expressões que possam levar o aluno ao erro;

- do problema das planificações e de qual deve ser o seu objectivo - prever as actividades do professor na aula com vista a um aluno médio ficticiamente representante dos seus alunos, ou permitir-lhe uma reflexão que sirva de ponto de partida para a aula, prevendo soluções metodológicas e actividades variadas que possam ser adaptadas aos problemas que surgem na aula;

- do conhecimento do que são os objectivos do sistema de ensino, não só na sua globalidade, mas também ao nível da cada ciclo de ensino e ao nível específico das aquisições de conhecimentos no que a cada disciplina diz respeito;

- do problema da ligação entre aprendizagem e desenvolvimento, de forma a armar o professor com conhecimentos que lhe permitam actuar na aula no sentido de favorecer o desenvolvimento cognitivo dos seus alunos. A este nível, a posição de Vergnaud parece poder ser um quadro teórico ajustado aos problemas referidos, permitindo avançar no sentido da sua resolução.

considera também fundamental que se evitem as inconsistências entre formas diferentes de trabalhar os conceitos matemáticos que possam criar dificuldades nos alunos; um processo que permita a circulação desta informação entre os professores: não que se defenda que todos os professores devam ensinar da mesma maneira, mas sim que o conhecimento da parte do professor actual da forma utilizada pelos professores anteriores pode ajudar aquele a prever as dificuldades que os alunos possam vir a sentir.

COMENTÁRIOS FINAIS

Como conclusão, a autora gostaria de referir o prazer tido a fazer este trabalho, nomeadamente no trabalho directo com os professores.

Gostaria, também, de referir alguns aspectos que considera deverem ser tidos em conta em futuros trabalhos deste tipo:

em primeiro lugar, no Questionário 1, era importante ter-se, por exemplo, ligado cada questão a turmas diferentes, de forma a obviar mais eficazmente a que os professores considerassem a ficha como um conjunto;

no Questionário 2, a frase "deficiências culturais" deveria ser substituída por "diferenças culturais relativamente à cultura dominante";

por último, este trabalho deveria ser completado com a observação de aulas, o que, manifestamente é impossível num trabalho deste tipo.

A autora gostaria ainda partilhar algumas reflexões que lhe foram surgindo à medida que este trabalho ia tomando forma:

1. Ao ler as planificações elaboradas pelos professores, a autora não pode deixar de se recordar do seu estágio pedagógico e das planificações que então fez, igualmente caracterizadas pela centração na matéria "a ensinar" e na sua actividade para o conseguir, com vista a um "aluno médio", representante daqueles a quem se ia dirigir. Várias interrogações a assaltaram:

i. Será que ainda hoje o aluno real continua ausente das planificações que se fazem na formação de professores, continuando a ser substituído por uma ficção inexistente?

ii. Será que na reflexão feita durante a formação inicial, se continua a privilegiar a "apresentação da matéria nova", ignorando todos os outros aspectos do dia-a-dia das aulas, e ignorando as reacções que efectivamente têm os alunos reais que temos na nossa frente efectivamente?

2. A forma como estes professores lidam com os erros dos alunos neste trabalho, parece indiciar que eles o encaram fundamentalmente como algo negativo, que é preciso evitar. A autora pergunta-se se será possível partir desta perspectiva e evitar que o aluno pense que

i. o erro é algo completamente negativo, que deve ser evitado, e do qual nada de positivo pode provir;

ii. se o erro deve ser evitado, e ele, aluno, não o consegue, com certeza é porque não tem capacidades, acabando por não ter confiança em si?

iii. o melhor é tentar esconder o erro, não respondendo, apagando o mais depressa possível o que fez.

Ao terminar este trabalho, a autora gostaria de ressaltar a enorme preocupação que encontrou em todos os professores com que trabalhou quanto à situação em que se encontra a Escola e o Sistema de Ensino, em geral, neste momento.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Bélanger, M. (1988). Errors in arithmetic computation: a century of american speculation. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Bickhard, M. H. (para publicação). Critical principles: on the negative side of rationality. In W. Herfel & C. A. Hooker (Ed.s) Beyond ruling reason: non-formal approaches to rationality.

Bolon, J. (1996). Comment les enseignants tirent-ils parti des recherches faites en didactique de Mathématiques? Le cas de l'enseignement des décimaux à la charnière école-collège. Tese apresentada à Universidade René Descartes (Paris V).

Booker, G. (1988). The role of errors in the construction of mathematical knowledge. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analysis of errors. For the Learning of Mathematics7, 3 - pp 2 - 8.

Borasi, R. (1988a). Alternative perspectives on the educational use of errors. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Borasi, R. (1988b). A course on "errors" for mathematics teachers. In In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Brissiaud, R. (1994). Teaching and development: solving "missing addend" problems using subtraction. European Journal of Psychology of Education, vol. IX, 4, pp. 343-365.

Brown, A.; Ferrara, R. (1985). Diagnosing zones of proximal development. In J. Wertsch (Ed.) Culture, communication and cognition: Vygostskian perspectives. Nova Iorque: Academic Press.

Brown, M. (1981). Place value and decimals. In K. M. Hart (Ed.) Children's understanding of Mathematics: 11-16. Londres: John Murray.

Bruner, J. (1983). Le rôle de l'interaction de tutelle dans la résolution de probléme. In M. Deleau (Tr. e Pres.) Le développement de l'enfant - Savoir faire, savoir dire. Paris: Press Universitaire de France.

Bruner, J. (1985). Vygotsky: a historical and conceptual perspective. In J. Wertsch (Ed.) Culture, communication and cognition: Vygostskian perspectives. Nova Iorque: Academic Press.

Bruner, J.; Hickmann, M. (1983). La conscience, la parole et la "zone proximal": Réflexions sur la théorie de Vygotsky. In M. Deleau (Tr. e Pres.) Le développement de l'enfant - Savoir faire, savoir dire. Paris: Press Universitaire de France.

Campbell, R. L.; Bickhard, M. H. (1986). Knowing levels and developmental stages. Nova Iorque: Karger Basel.

Dickson, Linda; Brown, Margaret; Gibson, Olwen (1984). Children learning mathematics: a teacher's guide to recent research. Londres: Cassell Educational Ltd.

Dunn, J. A. (1994). Systematic error analysis as an empirical basis for analytic teaching of young adults. Educational Psychology, vol. 14, n° 1, pp. 85-128.

Ginsburg, H. P. (1988). The intermediary inventive mind: training educators to understand children's understanding. In In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Hundeide, K. (1985). The tacit background of children's judgements. In J. Wertsch (Ed.) Culture, communication and cognition: Vygostskian perspectives. Nova Iorque: Academic Press.

Irwin, K. (1995). Students images of decimal fractions. In Proceedings of the 19th International Conference for the Psychology of Mathematical Education, Vol 3, pág. 50-58. Recife: Universidade de Pernambuco.

Meissner, H. (1986). Cognitive conflicts in Mathematics learning. Jornal Europeu de Psicologia da Educação, Vol. 1, n° 2, pp 7 - 15.

Ministério da Educação (1990). Programa de Matemática do 1° ciclo do Ensino Básico. Lisboa: DGEBS.

Ministério da Educação (1991). Programa de Matemática do 2° ciclo do Ensino Básico. Lisboa: DGEBS.

Ministério da Educação (1994). Programa de Matemática do 3° ciclo do Ensino Básico. Lisboa: DGEBS.

Pochon, L. O (1991). Bilan des acquisitions en fin de cinquième et sixième année. Fascicule 5. Berna: Peter Lang

Ramalho, M. Glória (1994). As nossas crianças e a Matemática: caracterização da participação portuguesa no "Second International Assessment of Educational Progress". Lisboa: DEPGEF, M.E..

Resnick, L. (1987). Constructing Knowledge in school. In L. Liben (Ed.) Development and Learning. Hillsdale, N. J.: Lawrence Erlbaum Associates Publishers.

Rogoff, B. (1990). Apprenticeship in thinking. Nova Iorque: Oxford University Press.

Rommetveit, R. (1985). Language acquisition as increasing linguistic struturing of experience and symbolic behavior control. In J. Wertsch (Ed.) Culture, communication and cognition: Vygostskian perspectives. Nova Iorque: Academic Press.

Schnewuly, B. (1994). Contradiction and development: Vygotsky and paedology. In European Journal of Psychology of Education, IX, 4, Pág. 281-291.

Sierpinska, A. (1988). Sur la relativité des erreurs. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

Vergnaud, G. (1981). L'Enfant, la Mathématique et la Réalité. Berna: Peter Lang.

Vergnaud, G. (1987). Reflexão sobre as Finalidades do Ensino da Matemática. Jornal de Mathematica Elementar,n° 74, 75 e 76; 1988. Lisboa. Traduzido de Gazette des Mathematiciens, n° , 1987.

Vergnaud, G. (1988). L'élève face à la tachhe: Problèmes à résoudre, difficultés à surmonter. European Journal of Psychology of Education, vol. 3, Tomo 1, pp 15-21.

Vergnaud, G (1989a). La formation des concepts cientifiques. Relire Vygotsky et débattre avec lui aujourd'hui. Enfance, Tome 42, n.° 1-2, pp. 111-118.

Vergnaud, G. (1989b). Questions vives de la psychologie du developpment. Bulletin de Psychologie, Tome XLII - n° 390, pp. 450-457.

Vergnaud, G. (1990a). La théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactiques des Mathématiques, vol. 23, pp. 133-170.

Vergnaud, G. (1990b). Problem solving and concept formation in the learning of Mathematics. In H. Mandl; E. De Corte; N. Bennett; H. Friedich (Ed.) Learning and Instruction, 2.2. Oxford: Pergamon Press.

Vergnaud, G. (1992). Approches didactiques en formation d'adultes. Education Permanent, 111, pág. 19 - 32.

Vergnaud, G. (1994). Apontamentos do Seminário incluído no Mestrado de Psicologia Educacional. ISPA. Lisboa.

Vygotsky, L. S. (1977). Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar. In S. Niza (dir. de) Psicologia e Pedagogia I. Lisboa: Ed. Estampa.

Vygotsky, L. S. (1991). A formação social da mente. São Paulo: Livraria Martins Fontes.

Weinzweig, A. I. (1988). Teaching to learn from mistakes. In Commission Internationale pour l'Étude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques (Org.) Rôle de l'erreur dans l'apprentissage et l'enseignement de la Mathémetique. Sherbrooke: Les Éditions de l'Université de Sherbrooke.

ANEXOS

ANEXO I

Ficha de Trabalho dos Alunos

Estudo Piloto 1

TESTE RELATIVO A NÚMEROS DECIMAIS

Escola ____

Turma _______ do ______ ano ; Data _____ / ______ / ______

Nome ____

Data Nasc. ___ / ____ / ____ ; Se já repetiste algum ano, indica qual: __________

:::::::::::::::::: * ::::::::::::::::::

1. Considera os números: 3,021 ; 3,2 ; 3,009 ; 3,25.

a) Qual é o maior? **Resp.:** ______________________

b) E o menor? **Resp.:** ______________________

2. Escreve três números compreendidos entre 0,08 e 0,2.

Resp.: ____

3. Sabendo que $42 \times 25 = 1050$, completa:

$0,42 \times 250 =$ ____________

4. Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

4.1	a) $6 - 0,7$	b) $6 - 0,3$	**Resp.:** _______
4.2	a) 6	b) $6 \times 0,87$	**Resp.:** _______
4.3	a) 6	b) $6 \times 8,7$	**Resp.:** _______
4.4	a) 6	b) $6 : 0,3$	**Resp.:** _______
4.5	a) $6 \times 0,2$	b) $6 : 0,2$	**Resp.:** _______

5. Para cada operação, coloca uma cruz no valor que está mais próximo do seu resultado:

5.1 $5,271 + 3,2$

- 5,303 ☐
- 8,471 ☐
- 530,3 ☐
- 0,5303 ☐

5.2 72,15 x 31

- 2000 ☐
- 20,00 ☐
- 210 ☐
- 2200 ☐

5.3 0,86 x 9,9

- 0,8 ☐
- 80 ☐
- 8 ☐
- 0,800 ☐

5.4 2,48 : 6,1

- 5 ☐
- 0,5 ☐
- 4 ☐
- 0,40 ☐

6. "O João e o Luís estão a conversar sobre a nova balança falante que está no Centro Comercial da sua zona. Diz o João:

- Ontem pesei lá o meu saco e a balança disse que ele pesava mais de 1,46 Kg e menos de 1,47 Kg. Deve ser maluca, a balança!"
- Porque é que há-de ser maluca? - pergunta o Luís.
- Então, 146 e 147 são números seguidos, como pode pesar entre os dois?!!!"

Que comentários fazes a este diálogo? A balança estava realmente a funcionar mal?

Resp.: ____

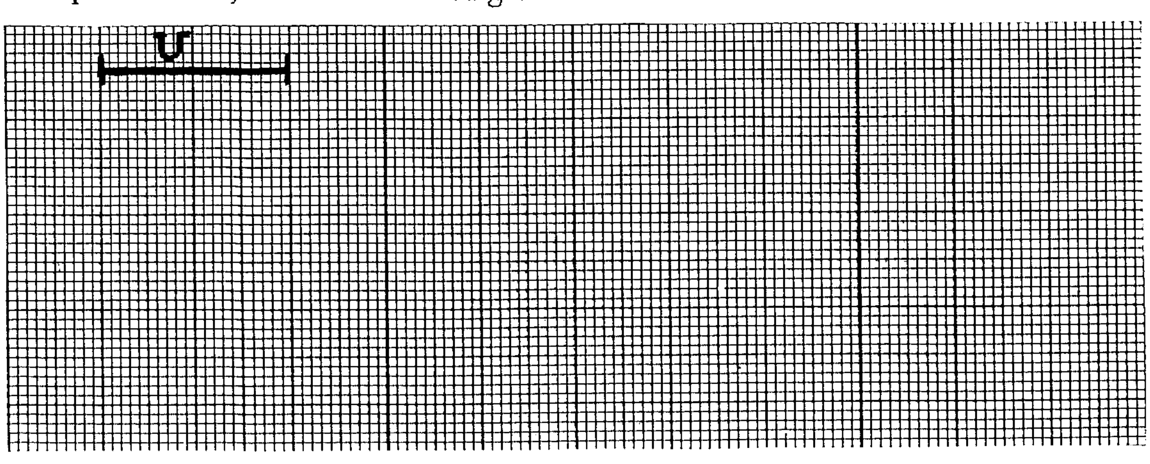
____

____

____

____

7. Considerando a unidade U dada, desenha um rectângulo com 2,1 unidades U de comprimento e 0,4 unidades U de largura.



ANEXO II

Questionário 1 - 1ª versão

Estudo Piloto 2

Nº de CÓDIGO [ ]

NÚMEROS DECIMAIS

As questões da ficha anexa foram postas a vários alunos e a resposta aqui referida foi a dada por um número relativamente grande de alunos.

Imagine que eram alunos de turmas suas e que se tratava de respostas a fichas de trabalho que eles haviam feito e que a colega havia recolhido para análise das suas respostas. Como organizava a correcção de cada uma das questões da referida ficha? Por favor, não considere a ficha como um todo, mas antes considere cada exercício como um caso que teria que tratar na aula.

Obrigada pela sua colaboração. Peço-lhe, ainda, que preencha a seguinte ficha informativa:

Idade: .... Sexo: ....

Há quantos anos é Professor/a? ....

Qual a sua formação de base? ....

Que tipo de estágio fez? .... Há quanto

tempo? .... Em que nível de ensino fez o seu estágio? ....

Em que anos lectivos, aproximadamente, leccionou 5º ou 6º ano de escolaridade? ....

....

Há quantos anos está nesta Escola? ....

Em quantas escolas esteve durante a sua experiência profissional? ....

....

....

....

Acrescente qualquer outro dado que lhe pareça relevante: ....

....

....

....

....

NÚMEROS DECIMAIS

1. Considera os números: 3,021 ; 3,2 ; 3,009 ; 3,25. Qual é o maior?

Resp.: 3,2

2. Considera agora os números: 5,153 ; 5,3 ; 5,031 ; 5,62. Qual é o menor?

Resp.: 5,3

3. Assinala os números que estão compreendidos entre 0,08 e 0,2:

0,16	☐
0,3	☒
0,09	☐
0,03	☒
0,095	☐
0,9	☐
0,05	☒
0,1	☐

4. Sabendo que $42 \times 25 = 1050$, completa:

$0,42 \times 250 =$ 10,50

5. Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

5.1	a) 6 - 0,7	b) 6 - 0,3	**Resp.:** a)
5.2	a) 6	b) $6 \times 0,87$	**Resp.:** b)
5.3	a) 6	b) $6 \times 8,7$	**Resp.:** b)
5.4	a) 6	b) 6 : 0,3	**Resp.:** a)
5.5	a) $6 \times 0,2$	b) 6 : 0,2	**Resp.:** a)

6. Para cada operação, coloca uma cruz no valor que está mais próximo do seu resultado:

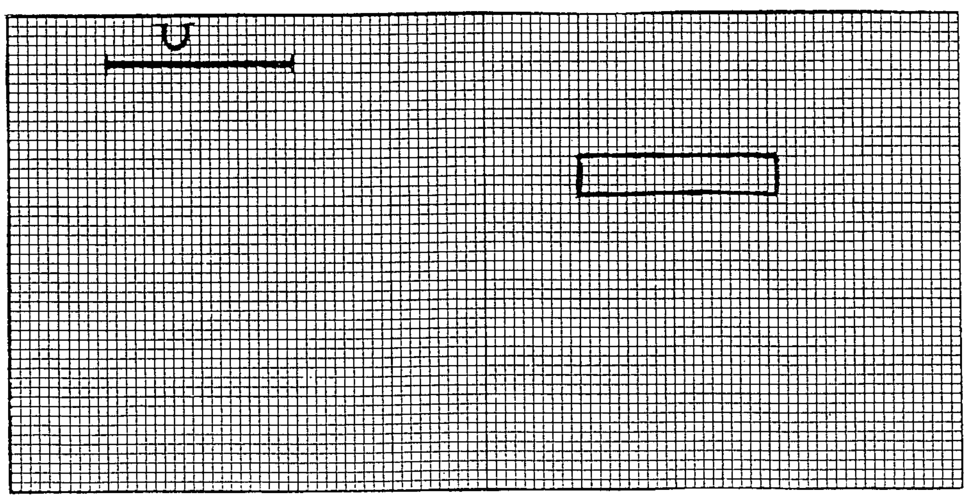
6.1 $5{,}271 + 3{,}2$

5,303	X
8,471	
530,3	
0,5303	

6.2 $72{,}15 \times 31$

2000	
20,00	X
210	
2200	

7. Considerando a unidade U dada, desenha um rectângulo com 2,1 unidades U de comprimento e 0,4 unidades U de largura.



ANEXO III

Questionário 1 - versão definitiva

Estudo

Nº de CÓDIGO [ ]

NÚMEROS DECIMAIS

As questões da ficha anexa foram postas a vários alunos e a resposta aqui referida foi a dada por um número relativamente grande de alunos.

1. Imagine que tinha que fazer uma aula de correcção de cada grupo de questões da referida ficha. Diga como organizava essa aula. Por favor, considere cada grupo de questões 'per si'.

2. Suponha agora que tinha que dar um comentário escrito ao aluno que tinha dado estas respostas, de forma a orientá-lo na sua correcção. Por favor, faça esse comentário (considerando, mais uma vez, cada grupo de questões em separado).

Pedia-lhe que me desse as suas respostas no prazo de uma semana. Pode-me contactar pelo tel. 9430279. – Alice Indício

Obrigada pela sua colaboração. Peço-lhe, ainda, que preencha a seguinte ficha informativa:

Idade: .... Sexo: ....

Há quantos anos é Professor/a? ....

Qual a sua formação de base? ....

Que tipo de estágio fez? .... Há quanto tempo? .... Em que nível de ensino fez o seu estágio? ....

Em que anos lectivos, aproximadamente, leccionou 5º ou 6º ano de escolaridade? ....

....

Há quantos anos está nesta Escola? ....

Em quantas escolas esteve durante a sua experiência profissional? ....

....

....

....

Acrescente qualquer outro dado que lhe pareça relevante (cursos, especializações, ...):

....

NÚMEROS DECIMAIS

1. Efectua as seguintes operações:

a) 5,271 + 3,2
b) 82,76 + 15,1
c) 276,8 + 5,36

Resp.:

a)
$$\begin{array}{r} 5{,}271 \\ 3{,}2 \\ \hline 530\ 3 \end{array}$$

R.: 5,303

b)
$$\begin{array}{r} 82{,}76 \\ 15{,}1 \\ \hline 842\ 7 \end{array}$$

R.: 84,27

c)
$$\begin{array}{r} 276{,}8 \\ 5{,}36 \\ \hline 33\ 04 \end{array}$$

R.: 330,4

2.1 Escreve três números compreendidos entre 0,08 e 0,2.

Resp.: 0,03 ; 0,04 ; 0,07

2.2 Escreve os seguintes números por ordem crescente:

0,7 ; 0,03 ; 0,09 ; 0,05 ; 0,1

Resp.: 0,1 ; 0,03 ; 0,05 ; 0,7 ; 0,09

2.3 Assinala os números que estão compreendidos entre 0,08 e 0,2:

0,16	
0,3	X
0,09	
0,03	X
0,095	
0,9	
0,05	X
0,1	

3. Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

3.1 a) 6 - 0,7 b) 6 - 0,3 **Resp.:** a)

3.2 a) 5 - 0,8 b) 5 - 0,2 **Resp.:** a)

3.3 a) 8 - 0,3 b) 8 - 0,6 **Resp.:** b)

4. Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

4.1.1	a) 6	b) 6 × 0,87	**Resp.:**	b)
4.1.2	a) 4	b) 4 × 0,29	**Resp.:**	b)
4.1.3	a) 5	b) 5 × 0,35	**Resp.:**	b)
4.2.1	a) 6	b) 6 × 8,7	**Resp.:**	b)
4.2.2	a) 4	b) 4 × 2,9	**Resp.:**	b)
4.2.3	a) 5	b) 5 × 3,5	**Resp.:**	b)
4.3.1	a) 6	b) 6 : 0,3	**Resp.:**	a)
4.3.2	a) 8	b) 8 : 0,4	**Resp.:**	a)
4.3.3	a) 3	b) 3 : 0,8	**Resp.:**	a)
4.4.1	a) 6 × 0,2	b) 6 : 0,2	**Resp.:**	a)
4.4.2	a) 4 × 0,8	b) 4 : 0,8	**Resp.:**	a)
4.4.3	a) 8 × 0,3	b) 8 : 0,3	**Resp.:**	a)

ANEXO IV

Questionário 2 - 1ª versão

Estudo Piloto 3

QUESTIONÁRIO

1. No programa de 5º ano, está previsto o aprofundamento dos conhecimentos sobre Números Decimais que os alunos já iniciaram na Escola Primária. O que prefere?

   (a) que o aluno lhe chegasse sem quaisquer conhecimentos sobre decimais ☐
   (b) que o aluno não se recorde do que fez na Primária ☐
   (c) que o aluno explicite o que sabe fazer bem ☐
   (d) que o aluno explicite o que sabe fazer mal ☐

2. Qual considera ser o melhor processo para corrigir um erro que um aluno manifeste na resolução de um exercício?

   (a) apagar imediatamente a resposta errada e ensinar-lhe a resolução correcta ☐
   (b) ensinar-lhe a resposta correcta ☐
   (c) ensinar a resolução correcta e levá-lo a compará-la com a errada ☐
   (d) tentar perceber o que terá levado o aluno a errar e ajudá-lo a perceber este porquê, partindo daqui para a aprendizagem da resolução correcta ☐

3. Usando a seguinte chave, diga qual a importância que atribui aos seguintes factores nos erros dos alunos:

   0 - sem importância;
   1 - pouca importância;
   2 - bastante importância;
   3 - muita importância.

	ITENS	0	1	2	3
1.	ficarem muito nervosos nos testes	☐	☐	☐	☐
2.	não controlarem a sua ansiedade face à necessidade de dar uma resposta	☐	☐	☐	☐
3.	não pensarem no que estão a fazer	☐	☐	☐	☐
4.	não terem atenção nas aulas	☐	☐	☐	☐
5.	não trabalharem fora das aulas	☐	☐	☐	☐
6.	resolverem exercícios novos utilizando processos ajustados a situações já conhecidas	☐	☐	☐	☐
7.	terem deficiências culturais	☐	☐	☐	☐
8.	terem pouca capacidade intelectual	☐	☐	☐	☐
9.	terem pouca motivação relativamente ao estudo	☐	☐	☐	☐

ANEXO V

Roteiro de Entrevista - 1ª versão

Estudo Piloto 3

ROTEIRO DE ENTREVISTA

1. Colega, queria pedir-lhe que analisasse os três exercícios da pergunta 1 e me dissesse se considera que há um padrão relativamente ao erro cometido.

Se NÃO: 1.1 Suponho que não me estou a fazer entender. O erro cometido foi sempre de um certo tipo, não é verdade? ...

Se SIM: 1.2 Explicite esse padrão.

1.2.1 O que é que acha que o aluno está a pensar quando faz esse erro? Porque é que acha que ele ..... (não faz outra coisa qualquer...)

1.3. Suponha que está a conversar com um aluno que deu estas três respostas. Como tentaria levá-lo a corrigir o seu erro?

1.3.1 Não pensa que o facto de existir um padrão para o erro cometido, poderia ser tido em linha de conta no trabalho a realizar para a correcção desse erro? Como?

2. Passando agora à questão 2. Reconhece algum padrão para os erros cometidos?

Se NÃO: 2.1 Não pensa que os algarismos ´2` e ´8`, independentemente da sua posição no número, podem ter algo a ver com o erro?

2.1.1 Imagine que perguntava ao aluno que tinha dado estas respostas a razão destas e que ele lhe dizia que os nº da resposta estão ..... . O que é que acha que se passava na cabeça do aluno?

Se SIM: *semelhante ao anterior*

3. E quanto à questão 3, o que é que diz?

Se NÃO: Suponha que o aluno que deu estas respostas lhas justificava por o nº ..... ser maior que ..... O que acha que se tinha passado?

Se SIM: *semelhante ao anterior*

4. E no que respeita à questão 4, as respostas do aluno obedecem a algum padrão?

Se NÃO: 4.1 Não lhe parece que estas respostas podem estar relacionadas com a ideia de que "multiplicar aumenta e dividir diminui"?

Se SIM: *semelhante ao anterior*

ANEXO VI

Questionário 2 - versão definitiva

Estudo

Nº de CÓDIGO ☐

QUESTIONÁRIO

1. Nas questões que se seguem, numere de acordo com a sua preferência:
1 - o que prefere, 2 - o seguinte, e assim sucessivamente.
Pode pôr duas hipóteses com o mesmo número, se assim o considerar.

1.1 No programa de 5º ano, está previsto o aprofundamento dos conhecimentos sobre Números Decimais que os alunos já iniciaram na Escola Primária. O que prefere?

(a) que o aluno lhe chegasse sem quaisquer conhecimentos sobre decimais ☐

(b) que o aluno não se recorde do que fez na Primária ☐

(c) que o aluno mostre o que sabe, e o que faz está correcto ☐

(d) que o aluno mostre o que sabe, e o que faz não está correcto ☐

1.2 Qual considera ser o melhor processo para corrigir um erro que um aluno manifeste na resolução de um exercício?

(a) apagar imediatamente a resposta errada e ensinar-lhe a resolução correcta ☐

(b) ensinar-lhe a resposta correcta ☐

(c) ensinar a resolução correcta e levá-lo a compará-la com a errada ☐

(d) tentar perceber o que terá levado o aluno a errar e ajudá-lo a perceber este porquê, partindo daqui para a aprendizagem da resolução correcta ☐

2. Usando a seguinte chave, diga qual a importância que atribui aos seguintes factores nos erros dos alunos:
0 - sem importância;
1 - pouca importância;
2 - bastante importância;
3 - muita importância.

	ITENS	0	1	2	3
1.	não pensarem no que estão a fazer	☐	☐	☐	☐
2.	não terem atenção nas aulas	☐	☐	☐	☐
3.	não trabalharem fora das aulas	☐	☐	☐	☐
4.	utilizarem processos ajustados a situações já conhecidas, mas não adquados à nova situação	☐	☐	☐	☐
5.	terem deficiências culturais	☐	☐	☐	☐
6.	terem pouca capacidade intelectual	☐	☐	☐	☐
7.	terem pouca motivação relativamente ao estudo	☐	☐	☐	☐

ANEXO VII

Roteiro de Entrevista - versão definitiva

Estudo

ROTEIRO DE ENTREVISTA

1. Colega, queria pedir-lhe que analisasse os três exercícios da pergunta 1 e me dissesse se considera que há um padrão relativamente ao erro cometido.

Se NÃO: 1.1 Suponho que não me estou a fazer entender. O erro cometido foi sempre de um certo tipo, não é verdade? ...

Se SIM: 1.2 Explicite esse padrão.

1.2.1 O que é que acha que o aluno está a pensar quando faz esse erro? Porque é que acha que ele ..... (não faz outra coisa qualquer...)

1.3. Suponha que está a conversar com um aluno que deu estas três respostas. Como tentaria levá-lo a corrigir o seu erro?

1.3.1 Não pensa que o facto de existir um padrão para o erro cometido, poderia ser tido em linha de conta no trabalho a realizar para a correcção desse erro? Como?

1.3.2 O que é que acha que se passava na cabeça do aluno, para sistematicamente fazer este erro?

3. Passando agora à questão 2. Reconhece algum padrão para os erros cometidos?

Se NÃO: 2.1 Não pensa que os algarismos ´2` e ´8`, independentemente da sua posição no número, podem ter algo a ver com o erro?

2.1.1 Imagine que perguntava ao aluno que tinha dado estas respostas a razão destas e que ele lhe dizia que os nº da resposta estão ..... . O que é que acha que se passava na cabeça do aluno?

Se SIM: *semelhante ao anterior*

3. E quanto à questão 3, o que é que diz?

Se NÃO: Suponha que o aluno que deu estas respostas lhas justificava por o nº ..... ser maior que ..... O que acha que se tinha passado?

Se SIM: *semelhante ao anterior*

4. E no que respeita à questão 4, as respostas do aluno obedecem a algum padrão?

Se NÃO: 4.1 Não lhe parece que estas respostas podem estar relacionadas com a ideia de que "multiplicar aumenta e dividir diminui"?

Se SIM: *semelhante ao anterior*

ANEXO VIII

Caracterização Completa da Amostra

PROF	CARACTERIZAÇÃO DA AMOSTRA									
	Idade	é prof. há ... anos	form. inicial	estágio *	feito há ... anos	no **	EXPERIÊNCIA DE 5º E 6º ANO	na Esc. há ... anos	quantas Esc.	(1)
1	49	20	B. Quím.	2	16	1	95/96;92/93 e anteriores	10	5	
2	50	29	L. Sociol.	2	15	1	desde 1980	11	7	
3	47	22	L. Quím.	2	16	1	77/78;78/79; 80/81 ... até aos dias de hoje	10	9	
4	48	19	L. Fís.	3	15	1	a partir de 77/78	5	8	
5	51	15	L. Farm.	5	3	1	15 anos	1	?	
6	38	15	L. Farm.	4	10	1	desde 1984	9	4	
7	56	30	L. Biol.	1	24	1	não responde	20	3	
8	62	32	L. Fís.Quím.	2	20	1	desde 1968	16	7	
9	41	12	L. Eng.	5	4	1	cerca de 5 (88 - 89 - 92 - 93 - 94 - 95)	6	+ de 6	1
10	35	11	L. Eng. C.	5	4	1	de 87/88 até 95/96	1	7	
11	39	17	B. Farm.	4	11	1	todos	5	5	
12	56	30	L. Biol.	1	21	1	71 a 96	20	7	
13	42	17	L. Gestão	4	13	1	sempre	5	6	
14	55	25	L. Mat.	1	21	1	desde 70, c/ interrupção de 5 anos(serviço no ME)	17	3	
15	35	+ de 10	Eng. Mec.	5	4	2	desde 88/89, excluindo 93/94 e 94/95;	1	5	2
16	24	2	L. MCNat.	3	2	1	lecciona pela 1º vez este ano	2	1	
17	54	26	L. Mat.	1	21	1	todos c/ excepção de 2 anos (sec.)	15	3	
18	54	30	L. Mat.	1	25	1	durante 28 anos	8	12	3
19	53	25	L. Biol.	4	14	1	5º: 91/92; 93/94; 95/96. 6º: 92/93; 94/95	7	4	

* 1 - Exame de Estado
2 - Estágio Clássico
3 - Estágio Integrado
4 - Profission. em Exercício
5 - Univ. Aberta Aberta

** 1 - Ciclo Preparatório ou 2º Ciclo
2 - Escola Secundária

(1) Outras oinformações
1 - a freq. IV mód. C. Adm. Esc. do ISET
2 - CESE em Gestão Esc.; esp. em Eng, Nuclear
3 - co-autora de livros escolares

ANEXO IX

Algumas Respostas dos Alunos

Estudo Piloto 1

ALGUMAS RESPOSTAS DOS ALUNOS

AO ITEM 3 - algumas multiplicações

3. Sabendo que 42 x 25 = 1050, completa:

0, 42 x 250 = 28500

0,42
x 250
000 00
210 0
084

4. Em cada um dos pares seguintes, diz qual é maior: a) ou b):

4.1 a) 6 - 0,7 b) 6 - 0,3 **Resp.:** a

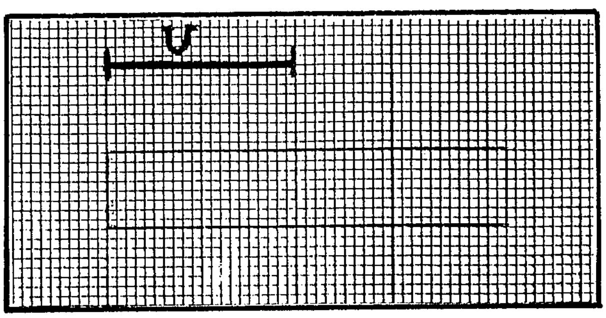
0,42
x250
000
084

3. Sabendo que 42 x 25 = 1050, completa:

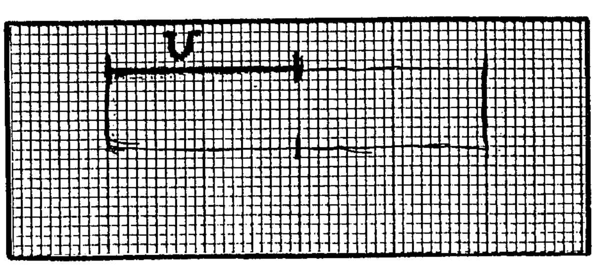
0, 42 x 250 = ~~085042~~ 085042

ITEM 7 Considerando a unidade U dada, desenha um rectângulo com 2,1 unidades U de comprimento e 0,4 unidades U de largura

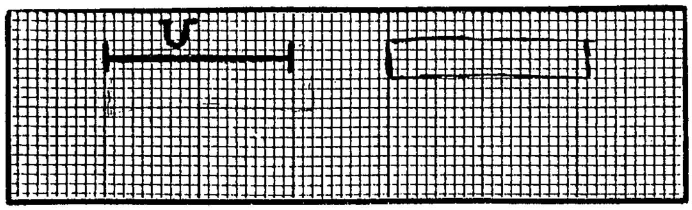
Resposta Certa - C1



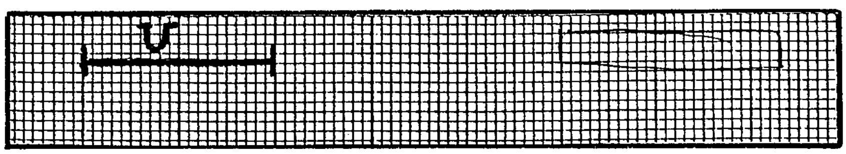
Resposta "quase" Certa - C2



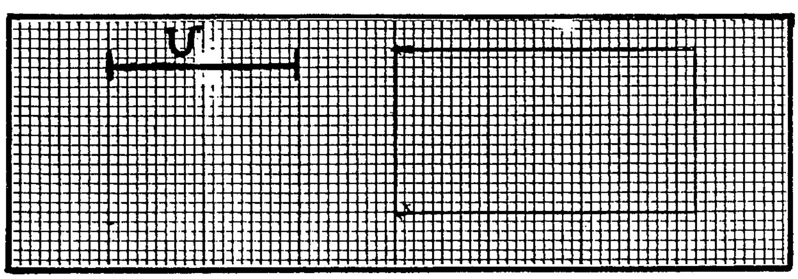
Resposta Esperada - E1



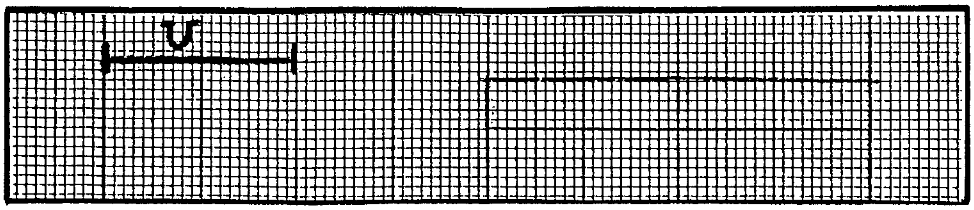
Resposta "quase" Esperada - E2



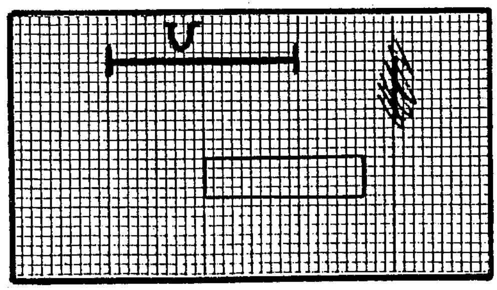
Resposta 1



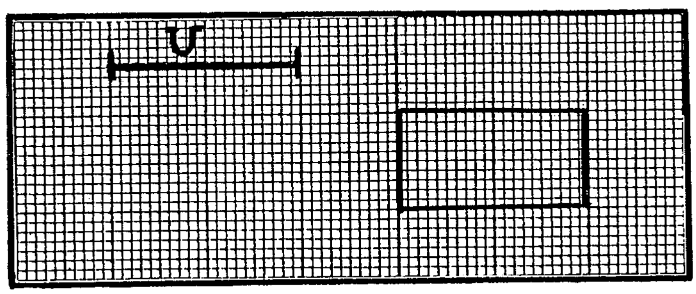
Resposta 2



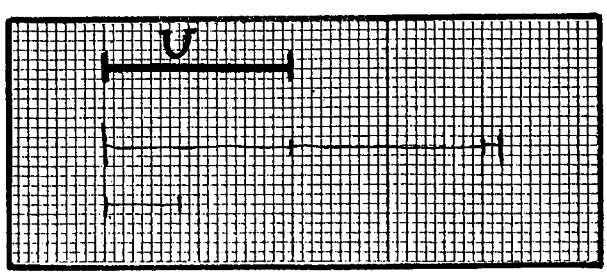
Resposta 3



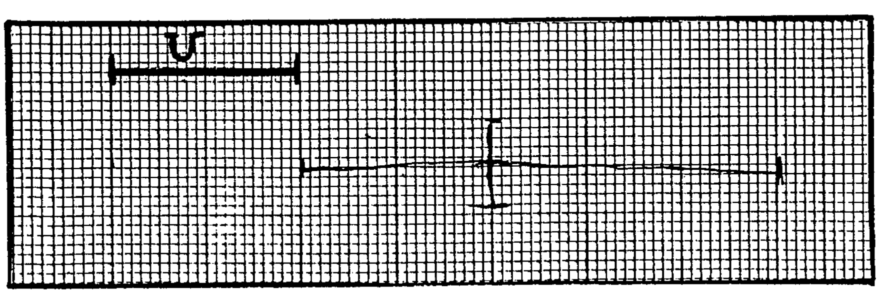
Resposta 4



Resposta 6



Resposta 7



ANEXO X

Análise das Planificações

ANÁLISE DAS PLANIFICAÇÕES

QUESTÃO 1

P1	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • rever o sistema decimal e o valor de posição de cada algarismo • representação fonética • relembra regras 5 e 1 • algoritmo
P2	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • utilização de tabela • relembrar regra 3 • algoritmo
P3	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: chama alunos ao quadro • representação fonética • algoritmo • comparar resultado correcto com resposta dada
P4	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: põe alunos a trabalhar em grupo • quadrados decimais que dá aos alunos e que afixa na sala de aula • identificar parte inteira e parte decimal e pintar nos cartões decimais • estimar resultado da adição através da soma das partes inteiras • comparar estimativa com resultado do aluno
P5	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • noção de n.º decimais como resultado da divisão da unidade • quadrado decimal • algoritmo
P6	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • parte das regras 1 e 6 • ficha de trabalho - que não indica - posteriormente corrigida com o rectroprojector
P7	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • fazer corresponder parcelas a situações concretas • pedir estimativa do resultado (nas situações concretas) • algoritmo • tabela • tentar descobrir o que falhou nas respostas dos alunos até concluir regra 2

P8	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • identificar parte inteira • adição mental das partes inteiras • adição mental das partes decimais • comparação deste resultado aproximado com a resposta dada • algoritmo
P9	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • esquemas para mecanização da regra 2 (não a explicita)
P10	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • rever o nome das ordens • rever regra 3 • algoritmo / tabela
P11	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • rever noção de n.º decimal • tabela • regra 3
P12	• generalidades
P13	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • estratégia p.ª decimais em geral - não aborda esta questão
P14	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: alunos respondem a ficha de trabalho • identificação das ordens • algoritmo / tabela
P15	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • regras 6 e 2 • algoritmo
P16	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • identificação das ordens • tabela / algoritmo • ao fim de alguns exercícios, aluno deverá elaborar regra 2
P17	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: pedir aos alunos que ... • recta graduada • localização aproximada das parcelas na recta • estimativa do resultado a partir daquelas localizações • levar alunos a concluírem regra 2

P18	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • regras 2 e 3 • cálculo de somas de comprimentos, pesos, massas, capacidades
P19	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • decomposição de parte inteira e parte decimal • estimar resultados da adição com base na partição efectuada

QUESTÃO 2

P1	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • escolher uma unidade e dividi-la em 10 (100) partes iguais • relembra e aplica regra 5
P2	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • recta numérica • regra 6
P3	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • representação fonética • recta numérica • regra 7
P4	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: alunos trabalham em grupo • utilização de cartões semelhantes aos usados na questão anterior, quer os afixados na sala de aula, quer para os alunos colorirem • colorir os cartões e concluir a partir deles • dialogar com os alunos para descobrir como fazer se não se têm os cartões
P5	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • divisão gráfica de um segmento de recta, p.ª transmitir noção de grandeza relativa
P6	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • mostrar, no retroprojector, segmentos com comprimento de 1 dm, 1 cm e 1 mm, chamando a atenção para que cada um é a décima parte do anterior • mostrar, no retroprojector, segmentos com os comprimentos de 0,08 e 0,2 (não diz unidade); pedir segmentos de dimensão compreendida entre ambos

P7	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • representação fonética • relembra regras 7 e 9 • representação na recta graduada
P8	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: solicitava que... • representação fonética • aplicação da regra 6
P9	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor? • aplicação em recta ordenada previamente dividida
P10	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • utiliza régua, para mostrar que cada centímetro está dividido em 10 mais pequenos e que estes, se nos fosse possível, poderiam ser novamente divididos em dez (sic) • refere regra 7 • refere relação entre posição do algarismo e a sua grandeza
P11	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • regra 7
P12	• considerações gerais
P13	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • estratégia p.ª decimais em geral - não aborda esta questão
P14	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: alunos respondem a ficha de trabalho • leva alunos a aplicar a regra 6 e a fazer a comparação a seguir • leitura de números na recta graduada
P15	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • relembra regra 6 e 9 • aplica regra 9 e compara a seguir
P16	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • relembra regra 7 • localizar números na regra numérica
P17	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: pedir aos alunos que ... • representação de n.º na recta graduada • conclui regra 6

P18	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: pedir p.ª ... • mudança de unidades (no sistema métrico) (regra 9) • paralelismo com o sistema métrico • regra 5 • se necessário, exercícios em Kg, Kl, l, ...
P19	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • recta numérica • paralelismo com o sistema métrico

QUESTÃO 3

P1	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • levar a constatar que se trata de calcular a diferença, sendo o aditivo o mesmo • regra 10
P2	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • pergunta se podiam usar a calculadora; se sim, atenção à introdução dos dados • se não, relembrar identidade fundamental da subtracção • transforma "6-0,7" em "60-7", sem qualquer explicação • passa de "60-7" a "7+53=60" e compara "60-7" c/ "60-3"
P3	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • perguntar à turma semelhança entre es três alíneas, para concluir que aditivo é igual em cada par • analogia c/ casos concretos (laranjas) • regra 10 • certificar c/ cálculo
P4	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: pedir aos alunos • assinalar na recta numérica os pontos correspondentes ao aditivo e subtractivo, para cada alínea • comparar, observando na recta os subtractivos
P5	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • execução de operações de adição e subtracção, afim do aluno apreender o modo de operar

P6	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • interpretação em termos de distâncias concretas (Lisboa - Sacavém, ou dentro da sala de aula), c/ representação esquemática • regra 9
P7	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • tentar que al. descubram rel. de grandeza entre os subtractivos • treino c/ n.º inteiros, relativos à regra 10 (não explicita esta regra) • utilização de situações concretas (de uma peça de pano c/ 6 m. vendeu--se ...)
P8	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • focar subtractivos e compará-los • pergunta: se a uma certa quantidade (20) tirarmos 10 ou 7, quando ficamos c/ mais? • concluir regra 10
P9	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • necessidade do cálculo estimativo - não se ficar escravo-dependente da máquina calculadora
P10	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • recordar noção de subtracção • regra 10 • chocolate fraccionado em dez partes, ilustrando regra 10
P11	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • algoritmo? É muito pouco claro ..
P12	• generalidades
P13	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • estratégia p.ª decimais em geral - não aborda esta questão
P14	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: alunos respondem a ficha de trabalho • exercícios de aplicação da regra 10 • alunos completam frase que explicita aquela regra
P15	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • regras 6 e 9 • passa de "6,0 - 0,7" a "60 - 7", compara com "60 - 3" e conclui

P16	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • reparar que a única diferença entre a) e b) é o subtractivo • comparar os subtractivos, em cada alínea • concluir regra 10 • comprovar c/ algoritmo • se houver dificuldades, casos concretos (Tu és um guloso!..)
P17	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • concretização - A mãe deu 2 dl de leite ... • concluir regra 10
P18	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor; alunos vão ao quadro • pedir cálculo das diferenças • dar tempo aos alunos para trocarem impressões para descobrir como calcular estas diferenças mentalmente
P19	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor põe questões • exemplos retirados do quotidiano, para concluir regra 9

QUESTÃO 4

P1	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • usar calculadora • comparar resultados e tirar conclusões • fazer exercícios semelhantes só c/ cálculo mental • relembra regra 11
P2	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • relembra regras 11 ('×') e aplica
P3	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • levar alunos a verificar relação entre 1° e 2° elemento de cada par • relembra regra 12 • aplica regra 11
P4	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • utilizar a calculadora para fazer vários cálculos do tipo • comparar os resultados com os operandos • concluir regras 12 e 13

P5	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • para a multiplicação, conceito da multiplicação como adição de parcelas iguais • para a divisão, algoritmo
P6	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • "$4 \times 0,8 < 4 < 4 : 0,8$" , ilustrado com jarros com a capacidade de 0,8
P7	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: sugeria aos alunos... • utilização da calculadora • comparação dos resultados com os operandos
P8	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor questiona os alunos • propor um n.º e perguntar o que acontece se o multiplicar por 1, por um n.º > 1, por um n.º < 1. • concluir regra 12 • não fala da divisão
P9	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • reforço da necessidade de cálculo estimativo ... (= item 3)
P10	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • descer nível de linguagem, p.ª chegar ao nível destes alunos • divisão de um n.º inteiro em porções muito pequenas: vou ficar com muitas ou com poucas? • resolução de exercícios
P11	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • relembra regra 14 e 15
P12	• generalidades
P13	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • estratégia p.ª decimais em geral - não aborda esta questão
P14	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: alunos respondem a ficha de trabalho • cálculo de operações semelhantes (n.º int. [×/:] n.º < 1) • completar "$4 \times 0,8 \square 4$" com < ou > • completar "$4 \times 0,8 \square 4 : 0,8$" com < ou >
P15	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ? • relembra regras 6 e 9 e aplica, transformando 6 em $6 \times 1 = 6 \times 1,00$ • comparar 100 centésimas com 87 centésimas • <u>ou</u> transformar 0,2 em 2/10 e operar

P16	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: ... o aluno deve reflectir... • efectuar vários cálculos do tipo • concluir regra 12 e 13
P17	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: levar alunos a ... • com calculadora, fazer vários exercícios do tipo (quadro mult. ou div.) • levar alunos a concluir a regra 11
P18	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: aluno responde a ficha de trabalho • dar ficha de trabalho com grande listagem de produtos e divisões do tipo, para calcularem com a calculadora • dar tempo aos alunos para trocarem impressões e tirarem conclusões • apresentação pelos alunos e discussão das conclusões
P19	• centrado no conteúdo • sujeito da acção: professor • tabela do tipo n.º int. × 10 × 0,1 : 0,1 3 30 0,3 30 • tentar que aluno relacione os resultados • verificar c/ a calculadora

ANEXO XI

Análise dos Comentários

ANÁLISE DOS COMENTÁRIOS

Os comentários dos professores foram classificados de acordo com a seguinte tabela:

TIPO DE COMENTÁRIO	DESCRIÇÃO
C1	Relembrar regras
C2	Comentários que, talvez, levem aluno a pensar
C3	Orientações para estudo
C4	Conjunto instruções para aluno extrair conclusões
C4.1	que parece poderem ajudar o aluno
C4.2	que parece duvidoso ajudarem o aluno
C5	Efectua algoritmo
C6	Sugestões baseadas em regras
C7	Comentários cuja ligação ao assunto parece pouco clara
C8	Apelo para aluno usar o cálculo mental
C9	Localizar números na recta
C10	Colocar n.º por ordem de valor e não por grandeza do último algarismo
C11	Constatação de dificuldade
C12	Parabéns na alínea bem resolvida (4.2)

PROFESSOR	ANÁLISE DOS COMENTÁRIOS			
	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4
P 1	C1 - "Não podes adicionar sem ter em atenção as casas decimais"	C7 - Item 2.1: "A matemática não é um jogo de sorte, é uma ciência exacta" C2 - It. 2.2 3 :"A tua dificuldade neste tipo de problemas é semelhante à de confundires 50$00 com $50"	não fez	C12 - Item 4.2: Parabéns C8 - It. 4.1, 3 e 4: apelo ao uso do cálculo mental
P 2	não fez	não fez	não fez	não fez
P 3	C3 - Sugere mini revisão da matéria implicada (indica títulos de assuntos a estudar)	C3 - "É necessário estudar melhor as regras que te permitem comparar n.º decimais (consulta o caderno diário e o livro)"	C3 - "É preciso rever a operação subtracção e conhecer o significado dos termos "aditivo", "subtractivo" e "resto". O que acontece ao resto quando ao aditivo	C3 - "Tens de compreender melhor o significado da multiplicação e divisão de um n.º por 0,1; 0,01; 0,001; ... de modo a conheceres as regras que te facilitam os cálculos"

PROFES-SOR	ANÁLISE DOS COMENTÁRIOS			
	ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4
P3 (cont.)			se vai subtraindo um n.º cada vez menor?"	
P 4	C1 - "Repara que ..." não usaste regra 2	C6 - "Repara que ..." : 0,2 (2 décimas) =20 cent. = 200 milés.; sugere que faça isto p.ª todos	C4.1 - "Compara os subtractivos em cada alínea e assinala o maior. Sem fazer cálculos, pensa em que situação é que o resultado da subtracção é menor. Agora procura corrigir o teu erro"	C4.1 - "Calcula os produtos com máquina de calcular e regista. Compara os produtos da questão 4.1 e 4.2. Escreve uma frase que traduza o que te parece que acontece. Faz o mesmo para 4.3 e 4.4"
P 5	não fez	não fez	não fez	não fez
P 6	C1 - Regras 1 e 3	C1 - Relembra regra 6	C1 - Relembra regra 10	não fez
P7	Considera que, para esta idade, é difícil fazer comentários escritos, pois é difícil eles entenderem; seriam, contudo, do tipo da planificação feita (dar matéria novamente)			
P 8	C1 - Regra 1	C1 - Regra 6	C2 - Comentário irónico: "Se perderes <u>mais</u> ficas com <u>mais</u>?"	C4.2 - "Tenta multiplicar um n.º (inteiro e pequeno para ser mais fácil) Ex. 6 por 1; por um n.º maior que 1 ex. 4; por um n.º menor que 1 ex. 0,1. Compara os resultados obtidos com o número dado."
P 9	C3 - Manda rever ordens	C11 - "Não dominas estes conteúdos"	C7 - "Não te deixes dominar pela máq. calculadora"	não fez
P 10	Comentários na linha das planificações - dar matéria novamente			
P 11	Não fez, pois respondeu da uma forma global à ficha, por considerar que outra forma não daria resultado			
P12	Só dá ideia geral do comentário que faria - chamando a atenção para os assuntos que cada um deveria rever com mais cuidado			
P 13	Comentário ao conjunto da ficha, referindo que seria bom ir rever o assunto no livro da primária e afirmando-se disponível para conversar com o aluno			
P 14	"A fim de não prejudicar o evoluir da pesquisa a realizar pelos alunos, não registaria quaisquer orientações na ficha de avaliação."			

PROFES- SOR	ANÁLISE DOS COMENTÁRIOS ITEM 1	ITEM 2	ITEM 3	ITEM 4
P 16	C1 - "Desrespeitaste as regras ... (R3). Só assim resultado ficará correcto"	C9 - It. 2.1 e 3: sugestão de localizar n° na recta C10 - It.2.2: "Deves colocar os n.° por ordem de valor e não porque o último algarismo é maior do que no 1° n.°"	C5 - "Teria sido melhor efectuares o algoritmo p.ª ter a certeza da resposta"	C5 - "Teria sido melhor efectuares o algoritmo p.ª ter a certeza da resposta"
P 17	C1 - Regra 2	C1 - Regra 6	C1 - Regra 10	C1 - Regras 12 e 13
P 18	C1 - Regra 2	C1 - Regra 7	C4.2 - Repara: $6 - 0{,}7 = 5{,}3$ + $6{,}0 - 0{,}7 = 5{,}3$ $\begin{array}{r} 6{,}0 \\ -\ 0{,}7 \\ \hline 5{,}3 \end{array}$	C4.1 - "Investiga! O que acontece quando se multiplica um n.° inteiro por um n.° decimal menor que 1? E se em vez de multiplicares, dividires? Usa a calculadora e vai registando os cálculos numa folha de papel."
P 19	C1 - Regras 2 e 3	C2 - It. 2.1: "0,03; 0,04; 0,07 são todos menores que 0,08" C2 - It. 2.2: "Quanto maior fôr o n.° de casas decimais menor é o número" C2 - It. 2.3: 0,08 0,2	C1 - Regra 10	C5 - "Experimenta fazer os cálculos"

ANEXO XII

Regras

REGRAS

R1 - só se podem adicionar grandezas da mesma espécie

R2 - para somar numerais decimais, tem que se pôr vírgula debaixo de vírgula

R3 - para somar e subtrair, temos que colocar unidades debaixo de unidades

R4 - num número decimal, os algarismos à direita valem menos que os anteriores

R5 - cada ordem é igual a dez vezes a ordem seguinte

R6 - para adicionar, subtrair ou comparar números decimais, estes devem ter o mesmo número de casas decimais, para o que se acrescentam zeros à esquerda

R7 - para comparar números decimais, comparam-se os algarismos da mesma ordem, da esquerda para a direita, só se passando à ordem da esquerda se há igualdade nos anteriores

R8 - na recta numérica, os números que ficam à frente (à direita?) são maiores

R9 - por vezes é conveniente fazer uma mudança de unidades

R10 - na subtracção, se o subtractivo aumenta/diminui, o resultado diminui/aumenta

R11 - multiplicar (dividir) por 0,1/0,01 é equivalente a dividir (multiplicar) por 10/100

R12 - quando se multiplica por um número maior/menor que 1, o resultado é menor/maior que o número inicial

R13 - quando se divide por um número maior/menor que 1, o resultado é maior/menor que o número inicial

R14 - para multiplicar decimais tem que se contar as casa decimais e colocar a vírgula do resultado no local certo

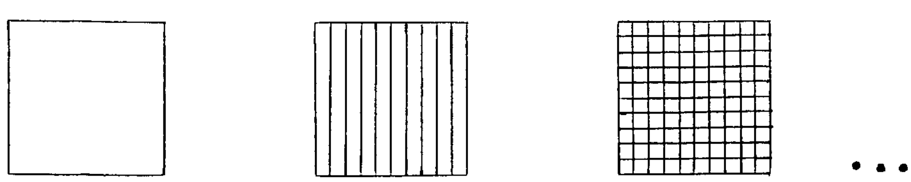
R15 - dividir é o mesmo que multiplicar pelo inverso

MATERIAIS AUXILIARES:

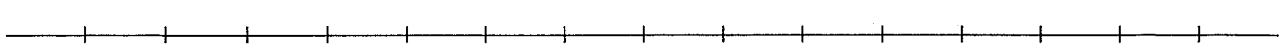
TABELAS:

CENTEN.	DEZENAS	UNIDAD.	DÉCIMAS	CENTÉS.	MILÉSIM.
		,			
		,			

QUADRADO DECIMAL:



RECTA NUMÉRICA



ANEXO XIII

Análise das Entrevistas

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 1 PADRÃO	ITEM 1 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 1 CORRECÇÃO	ITEM 1 TIPO DE CORRECÇÃO
P 1	– identifica imediatamente o padrão: "põe os últimos algarismos uns por baixo dos outros" (4)	– usou o processo a que estava habituado com números inteiros, pois não tem na cabeça dele a distinção entre inteiros e decimais (10)	– explorar o erro dele, chamando a atenção para que estava a adicionar números de ordens de grandeza diferentes (8)	– A.1; A.5
P 2	– primeiro diz que o padrão é não saber operar com decimais (95) – diz que faz as adições sempre da mesma maneira, mas não é claro qual é essa maneira (97) – reconhece que usou o processo correcto para os números inteiros (101)		– não diz claramente o que faria, pois estes erros não costumam aparecer-lhe e considera a situação um bocado irreal (99; 105) – a primeira coisa que lhe diria era que sabe fazer adições com inteiros, mas que não sabe com decimais (99; 107)	– ------ – ------
P 3	– verifica que há uma forma comum de resolução: "põe os números um por baixo do outro sem se preocupar com a parte inteira e a parte decimal", contrapondo sempre o conteúdo que o aluno não domina (15)	– não ter ideia nenhuma dos números decimais (25)	– mandava-lhe ler os números, para ver se ele identificava a parte inteira e a parte decimal; chamava a atenção para ele estar a somar grandezas de ordens diferentes – chamar a atenção para a soma das duas partes inteiras, contrapondo-a ao resultado dado pelo aluno (19) – recordar os conhecimentos que o aluno tinha da primária (23)	– A.1 – B.2 – A.1
P 4	– identifica o padrão imediatamente: "deve colocar os algarismos que se encontram mais à direita um por baixo do outro" (13)	– não sabe porquê, se calhar por uma questão visual, estética (17)	– ou entrava única e simplesmente no esquema do algoritmo ou, por comparação de decimais, tentava levá-lo a concluir da necessidade de pôr vírgula debaixo de vírgula (19)	– A.1 – B.1
P 5	– identifica o padrão imediatamente: "preocupação de pôr os algarismos uns debaixo dos outros, da direita para a esquerda" (17)	– operação realizada sem decimais (19)	– ver a ordem de grandeza, ver o que era uma décima, uma centésima,... (21)	– A.1

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 1 PADRÃO	ITEM 1 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 1 CORRECÇÃO	ITEM 1 TIPO DE CORRECÇÃO
P 6	– refere que faz as operações como costumava fazer, com os inteiros (10-14)		– recordar necessidade de pôr unidade debaixo de unidade, décima debaixo de décima, ... (99)	– A.1
P 7	– primeiro refere que ele não sabe o algoritmo da adição de números decimais (6) – depois de eu esclarecer, identifica claramente o padrão: "arruma os números, partindo da direita para a esquerda" (8)	– não tem a noção do papel da vírgula, nem do valor que cada um representa (10)	– situações concretas, os números a representarem medidas, ...; – fazerem a identificação da parte inteira e da parte decimal, e estimarem o resultado da adição - "talvez isto os levasse a ver que no algoritmo estava qualquer coisa errada" (14)	– B.2 – B.2
P 8	– identifica o padrão imediata-mente: "faz as somas, alinhando os últimos algarismos", e passa a falar do conteúdo que ele não domina (46-48)	– não sabe o que são decimais; "adicionou como se fossem inteiros. .... Mas depois resolveu pôr uma vírgula ... Não faço ideia nenhuma ... só perguntando (60)	– mandava-lhe ler o número, de-compôr as partes inteira e decimal, estimar a soma das primeiras e comparar com o resultado que lhe deu (49) – só depois levar à regra de pôr vírgula debaixo de vírgula (54-56) – relacionar as várias casas deci-mais usando o quadrado decimal (64)	– B.2 – B.1 – A.1
P 9	– identifica imediatamente o pa-drão: "alinha à direita e faz as contas como se fossem inteiros" (13)	– pode ter várias origens, por exemplo, o aluno ter utilizado um processador de texto para fazer as contas, tendo usado o alinhar à direita (17)	– fazer com que os alunos situem as parcelas entre dois inteiros conse-cutivos e estimar o resultado, a partir daqui e "deixar que ele chegasse à conclusão que tinha que estar por baixo ... os colegas fazem esse trabalho de lhe dizer que é por baixo" (17 - 21)	– B.2 – B.1 – B.5
P 10	– identifica imediatamente o pa-drão: "alinha os algarismos que estão mais à direita" (4)	– desconhecimento total dos núme-ros decimais, só vê algarismos, não vê números (8)	– voltar a explicar tudo outra vez, as ordens, a comparação de decimais; só depois punha novamente as questões (6)	– A.2

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 1 PADRÃO	ITEM 1 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 1 CORRECÇÃO	ITEM 1 TIPO DE CORRECÇÃO
P 11	– identifica imediatamente o padrão: "coloca a 2ª parcela debaixo da 1ª, a partir da direita para a esquerda" (7)	– não perguntei, mas está implícito que o que a professora acha é que os alunos não conhecem os números decimais (13)	– levar a compreender o que são números inteiros e o que são números decimais, comparar os números, comparar parte inteira e parte decimal, para poder chegar à conclusão s/ o algoritmo (11)	– A.2
P 12	– não identifica o padrão, embora vá concordando comigo, quando eu lho explicito - diz que o aluno alinha os números sem reparar na vírgula e acrescenta que ele varia na resolução que faz, quanto à forma como põe a vírgula (19 - 35)	– talvez uma questão de estética – o assunto não ter sido bem tratado no 1º ciclo (39)	– mantinha o que estava errado, dava a explicação e corrigia, para eles compararem o certo e o errado (43)	– B.2
P 13	– identifica o padrão, depois de uma ligeira intervenção minha: "encosta o último número debaixo do último número" (2-4)	– ou não aprendeu como deve ser – ou para ele tem mais lógica – ou ainda não atingiu o desenvolvimento intelectual para entender como funcionam os decimais – ou a coisa foi mal tratada na primária (8)	– perceber bem como o número decimal é formado, partes inteira e decimal, perceber necessidade de pôr partes inteiras por baixo uma da outra (6)	– A.1
P 15	– identifica padrão à primeira, embora com uma certa hesitação: "junta tudo à esquerda 1) e depois meteu as casas decimais que existem no aditivo" (13) 1) penso que queria dizer direita	– ou não lhe chamaram a atenção para isso (19) – ou nunca ouviu o professor dizer que tem que pôr vírgula debaixo de vírgula (19) – ou nunca ligou (19)	– tentar que o aluno leia o número, identificando partes inteira e decimal e que veja que tem que somar unidades com unidades (17)	– B.1
P 16	– identifica o padrão, depois de uma ligeira intervenção minha: "encosta os números à direita" (2-4)	– não aprendeu como deve ser os números decimais e trata-os como se fossem inteiros (8)	– revisão das ordens dos números, levando o aluno a colocar o número numa grelha que tenha as várias ordens identificadas (6)	– A.1

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 1 PADRÃO	ITEM 1 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 1 CORRECÇÃO	ITEM 1 TIPO DE CORRECÇÃO
P 17	– identifica imediatamente o pa-drão: "acertarem sempre pelo último número" (4)	– relacionou com os números inteiros, com certeza não entendeu o significado da vírgula (6)	– explicar-lhe bem a situação de cada número, verificar onde estão as unidades e que só se adiciona unidade c/ unidade (8)	– A.1
P 19	– identifica imediatamente o pa-:drão: "colocou os últimos números uns por baixo dos outros" (8)	– tentou representar o algoritmo da multiplicação (12)	– chamava-lhe a atenção para a regra de colocar unidades e vírgula umas debaixo das outras, respectivamente (14)	– A.1

ENTRE-VISTA	ITEM 2 PADRÃO	ITEM 2 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 2 CORRECÇÃO	ITEM 2 TIPO DE CORRECÇÃO
P 1	– identifica facilmente o padrão es-perado na 2.1 e 2.2 - "vai escolher números entre o 2 e o 8, como se estivesse a trabalhar apenas com inteiros"; a 2.3 diz que sai fora por causa de estar assinalado o 0,3 e o 0,03 (16-31)	– só pondo o aluno a falar aquando da correcção é que se pode saber (31)	– levar aluno a comparar entre décimas e centésimas, com o auxílio do eixo (33)	– B.3
P 2	– identifica o padrão, embora só o explicite quando eu lhe pergunto como é que o aluno terá raciocinado (119-127)	– considera que o aluno só racio-cinou ao nível dos números inteiros, porque não sabe os decimais (125-127)	– explicar a relação entre as unidades, as décimas e as centésimas (129); transformar 7 décimas em 70 centésimas (123)	– A.1
P 3	– considera não haver padrão (43-49)			
P 4	– considera não haver padrão (23-33)			

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 2 PADRÃO	ITEM 2 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 2 CORRECÇÃO	ITEM 2 TIPO DE CORRECÇÃO
P 5	– identifica o padrão, embora de forma um pouco confusa: "fez como se fossem 8 décimas e 2 décimas ... só pelo valor do algarismo em si, sem atender à colocação dele" (25-35)	– não se fez	– mostrar-lhe o que é uma décima, o que é uma centésima, qual a relação de grandeza entre as duas, qual a sua posição no número (43)	– A.1
P 6	– embora comece por referir o que acha que devia ser feiro para evitar o erro, identifica o padrão, dizendo que "considerou apenas a parte inteira: 2 e 8" (34)	– não se fez	– acrescentar zeros de maneira a todos os números terem o mesmo número de casas decimais (22); – usar o eixo (107)	– A.1 – A.1
P 7	– "... compara os números indepen-dentemente da posição que eles têm ..." (16)		– levá-los a representar na semi-recta, o que se torna complicado por causa de haver centésimas; – ou então em conversa, levá-los a concluírem que têm que pôr tudo na mesma unidade, acrescentando zeros (16-18)	– B.3 – B.1
P 8	– embora acabe por considerar que o aluno terá usado o padrão esperado - "... olhou só para os números .... não lhe interessou saber se eram décimas, se eram centésimas ..."-, sugere, em dada altura, que o aluno terá respondido ao acaso - "quando se vêem assim estas ... dá-me a ideia que ele fez isto tudo ao acaso" (66-94)	– o aluno não estabelece as ordens decimais, a diferença entre elas (74-76)	– ensinar-lhe de novo as ordens, talvez até com o ábaco, com o quadrado decimal, talvez com dinheiro (98)	– A.1
P 9	– identifica imediatamente o padrão - "... considerando que são apenas números inteiros, tudo isto está correcto ..." (25)	– dificuldades com a noção de número decimal (25)	– traduzir os números em escudos (27), comparar a grandeza relativa dos vários números - "... fazer-lhe ver que este valor (0,05) 2 vezes dá este (0,1)" (33)	– B.2

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 2 PADRÃO	ITEM 2 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 2 CORRECÇÃO	ITEM 2 TIPO DE CORRECÇÃO
P 10	– considera não haver padrão (12)			
P 11	– identifica imediatamente o padrão - "... raciocina com base no algarismo, independentemente da posição..." (19)	– não interiorizam o sistema decimal, por terem graves problemas de memorização (19-25)	– voltar a explicar tudo outra vez (21)	– A.2
P 12	– identifica imediatamente o padrão - "... olha apenas para o valor do algarismo..." (59)		– utilizando a semi-recta (61); comparando os números, ordem a ordem (67)	– A.1
P 13	– identifica imediatamente o padrão - "... olha apenas para os algarismos, sem ser o zero, e sem olhar à posição dos algarismos... " (10)	– não tem a noção da posição relativa dos algarismos (12)	– recapitular as classes, as ordens, o seu valor relativo (12)	– A.1
P 15	– identifica imediatamente o padrão - " ... está somente a ligar à parte inteira do número ... " (29)	– não perceberam o que é um número decimal, não prestarem aten-ção; "... a contar aprendem desde sempre ... " (29; 33 - 35)	– explicar o que é a décima, a cen-tésima, a milésima, a relação de gran-deza relativa, vantagem em igualar as casas decimais (31)	– A.1
P 16	– identifica imediatamente o padrão - " ... escolhe a partir somente dos valores absolutos 2 e 8, como se fossem inteiros ..." (10)	– não reconhece os decimais, trata os números olhando só aos algarismos diferentes de zero (10)	– uso a leitura dos números com identificação das ordens; localizo na recta graduada; na recta, os números que ficam à frente são maiores (12)	– A.1
P 17	– identifica imediatamente o padrão - "... entendem como se fossem números inteiros..." (10-12)		– motivá-los p.ª o significado da posição da vírgula, o que é cada uma das diferentes ordens, talvez usar a recta (14)	– A.1
P 19	– identifica imediatamente o padrão - " ... considera só o 2 e o 8, como se fossem números inteiros ... " (18)		– régua graduada p.ª lhe fazer notar nela o que é uma unidade, uma décima, uma centésima	– A.1

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTREVISTA	ITEM 3 PADRÃO	ITEM 3 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 3 CORRECÇÃO	ITEM 3 TIPO DE CORRECÇÃO
P 1	– identifica imediatamente o padrão - escolhe o que tem subtractivo maior, esquecendo-se que está a subtrair(47-49)	– esquece que está a subtrair (49)	– rever a relação de grandeza dos números decimais; distinguir o aditivo, do resto e do subtractivo e fazer exercícios de modo a levá-lo a verificar que quando o subtractivo aumenta, o resto diminui (51-53)	– A.1
P 2	– o aluno considerou que quanto mais tira, mais dá (na subtracção) (135)	– não tem a noção do decimal (131-135)	– fazia uma mudança de unidades, transformando 6 unidades em 60 décimas e operava com os números inteiros 60, 7 e 3 (alínea 3.1) (137)	– A.6
P 3	– o resultado da subtracção é maior quando o subtractivo é maior (65-69)		– levá-lo a fazer o cálculo e depois a explorar a resposta errada que deu (73)	– B.2
P 4	– parece que o aluno olhou só para os números 7 e 3, 8 e 5, 6 e 3 (43)	– o aluno olha só para os algarismos e não para os números (45)	– ver se o aluno sabia o que era uma subtracção, começando com números inteiros e só depois passando aos decimais (45)	– A.1
P 5	– o resultado da subtracção é maior quando o subtractivo é maior (45)		– ver se o aluno sabia que é uma subtracção; ver se o aluno sabia a relação de grandeza nos decimais; – levar o aluno a concluir que quanto mais tira, menor é o resultado, começando com inteiros (49)	– A.1 – B.1
P 6	– "pensou ... o subtractivo é maior ... a diferença irá dar maior" ... " não partiu do princípio que isto seria uma subtracção" (42)		– caso concreto, com distância de casa à escola, ou com trajectos feitos por caracóis ... (42;111)	– B.4

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 3 PADRÃO	ITEM 3 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 3 CORRECÇÃO	ITEM 3 TIPO DE CORRECÇÃO
P7	– diz que não vê qual é o padrão (24)			
P 8	– confunde o subtractivo com o resultado da operação (107)		– levá-lo a fazer contas daquele tipo, com números decimais, primeiro em concreto, com botões com qualquer material que o aluno tenha (107)	– B.4
P 9	– o maior é o que tem o algarismo diferente maior (37)	– o aluno não reparou que aqui havia uma operação aritmética (37)	– explicar-lhe que há uma subtracção nos enunciados e confrontar al. c/ os mesmos enunciados, transformando-os em dinheiro	– B.4
P 10	– é maior o que tem algarismos maiores (16)		– perguntava-lhe o que era subtrair, e o que é que acontecia quando tirava mais, relacionando com coisas do dia- -a-dia (18)	– A.1
P 11	– se o subtractivo aumenta, o resultado aumenta também (29)	– não entende como é que eles dão uma resposta destas (29)	– passar a exemplos concretos com números inteiros, para ele perceber (39)	– A.4
P 12	– o aluno olhou somente para os algarismos que são diferentes (93-95)		– não sabe, pois não trabalham actualmente com estes pares e não é de Matemática (97)	– ------
P 13	– é maior aquele em que o decimal que está a subtrair é maior (14)		– pôr o aluno a fazer operações destas, em várias situações, levando-o a concluir da regra e só depois passava a esta situação de abstracção (18)	– B.1

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 3 PADRÃO	ITEM 3 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 3 CORRECÇÃO	ITEM 3 TIPO DE CORRECÇÃO
P 15	– parece identificar o padrão, mas não está explicitado (37-39)	– não sabem o que é subtrair nem adicionar (37) – ou por distracção (42)	– não consegue responder por não perceber como o erro é possível	– ------
P 16	– considera maior o que tem um algarismo diferente maior (14)		– faria o aluno fazer várias operações; ir situações concretas (bolos, laranjas,..) e relacionar com o valor do subtractivo; só depois passava ao cálculo mental (16-18)	– B.1
P 17	– escolhe o que tem o subtractivo maior (16)	– não reparou que está a subtrair (16)	– dava-lhe um exemplo concreto com números inteiros a representarem rebuçados, por ex.. (18)	– A.4
P 19	– escolhe o que tem o subtractivo maior (30-34)	– não pensou sequer na operação (34)	– obrigava-o a fazer várias operações com aditivos iguais, levando-o a concluir o que acontece quando o subtractivo aumenta (36)	– B.1

ENTRE-VISTA	ITEM 4 PADRÃO	ITEM 4 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 4 CORRECÇÃO	ITEM 4 TIPO DE CORRECÇÃO
P 1	– não identifica o padrão (59-67) (ou não dei tempo?)			
P 2	(deve ter acabado a fita sem eu dar por ela, não tenho gravação do fim da entrevista)			
P 3	– identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (87)		– utilizar o cálculo e relembrar o que eles já sabem da multiplicação/divisão por uma décima, uma centésima,... (89)	– A.1; A.4

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 4 PADRÃO	ITEM 4 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 4 CORRECÇÃO	ITEM 4 TIPO DE CORRECÇÃO
P 4	– identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (49)	– não liga ou não sabe o significado das vírgulas (49)	– no que respeita à multiplicação, ligava-a à adição e começava com inteiros; quanto à divisão, associo-a à distribuição - embora isso "corte" um bocado a noção de divisão; com decimais, torna-se muito difícil arranjar elementos concretos para o aluno entender, de forma que recorria ao algoritmo (51); – outra hipótese poderia ser usar a recta numérica, pegar numa certa quantidade e eles tentarem dividi-la em partes, mas os alunos têm bastante dificuldade na recta numérica; – por isso, provavelmente usava a calculadora (53)	- A.1 - A.1 - A.3
P 5	– identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais (não fala da divisão, mas parece-me implícito) (55)		– considera difícil explicar isto a miúdos desta idade e pensa não haver mal de maior em que eles automatizem, pois mais tarde virão a entender (63-65)	- A.7
P 6	– identifica imediatamente o padrão (51-55)		– com a régua, ver quantas vezes cabe 0,3 decímetros em 6 dm (118)	- A.1
P 7	– não identifica padrão (29-52)			

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 4 PADRÃO	ITEM 4 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 4 CORRECÇÃO	ITEM 4 TIPO DE CORRECÇÃO
P 8	– identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (127-129)		– fazia o aluno fazer várias operações, mantendo um dos factores ou o dividendo constante, e fazendo variar o outro número, começando por valores maiores que 1, passando pelo 1 e indo a seguir a valores menores que 1 p.ª ver se ele conclui regras 12 e 13; podia também usar o quadrado decimal (139-155)	– B.1
P 9	– parece estar implícito que o padrão é que o aluno considera os decimais como se fossem inteiros (49-57)	– falha na noção de número decimal (53)	– aqui é mesmo um assunto em que só mecanizando, pois as explicações parecem que dão muito bem no primeiro dia, mas, passado um tempo, vê-se que o aluno não aprendeu (57)	– A.7
P 10	– quando multiplica, o resultado fica maior (a divisão parece-me implícita) (22)		– para a multiplicação, se o factor é maior, aumenta, se é menor, diminui; para a divisão começava por per-guntar se fica com mais quando fraccionamos em porções muito pe-quenas ou em porções maiores (28)	– A.1
P 11	– quando multiplica, o resultado fica maior (a divisão parece-me implícita) e a não diferenciação entre números inteiros e números decimais (61)	– não distingue números inteiros e números decimais (63)	– tinha que voltar ao início dos números decimais (67)	– A.2
P 12	– identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (105-107)		– fazer as operações (99;109)	– A.3

ANÁLISE DAS ENTREVISTAS

ENTRE-VISTA	ITEM 4 PADRÃO	ITEM 4 "o que se passa na cabeça do aluno"	ITEM 4 CORRECÇÃO	ITEM 4 TIPO DE CORRECÇÃO
P 13	- identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (26)		- pô-lo a fazer as operações con-cretamente para ver se ele próprio chegava a uma conclusão (28)	- B.1
P 15	- identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (53)		- tentar fazer com o aluno as repar-tições: por exemplo, tentar que per-ceba a diferença de tentar encher copos inteiros ou meios copos com um litro de leite (53)	- B.3
P 16	- para a multiplicação, diz que o aluno se baseou em que multiplicar aumente, mas para o conjunto, refere que "ele não tem presente quais são os valores decimais, aquilo que eles representam em relação a números inteiros" (22)	- baseia-se naquilo que faria se os números fossem inteiros (22)	- primeiro começaria por fazer com que eles fizessem imensos cálculos, fazendo o algoritmo; só depois passaria ao cálculo mental (22)	- A.3
P 17	- identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (22)		- fazer estes exemplos, até com a calculadora, para ele verificar a incorrecção e tirar conclusão (24)	- B.1
P 19	- identifica imediatamente o padrão - multiplicar dá mais, dividir dá menos (42)		- obrigava o aluno a fazer bastantes exercícios deste tipo com a calcula-dora, procurando que o aluno relacionasse as diferenças no resultado com as diferenças nos factores (44)	- B.1

Instituto Superior de Psicologia Aplicada
BIBLIOTECA