

DM.  
RAMOS

1995/96

**Dissertação de Mestrado em Psicologia Educacional  
do  
Instituto Superior de Psicologia Aplicada**

**Maria João Ramos**

**Representação Gráfica de Quantidades em Crianças de 5 anos**

**Berlindes e Livros**

**ORIENTADOR: Prof<sup>a</sup> Doutora Glória Ramalho**

**Instituto Superior de Psicologia Aplicada**

**SEMINÁRIO DE INVESTIGAÇÃO DIRIGIDO POR: Prof<sup>a</sup> Doutora Glória Ramalho**

**Instituto Superior de Psicologia Aplicada**



**Centro de Documentação do I.S.P.A.**

*Telef. 805 31 84*

**Reg. 9818**

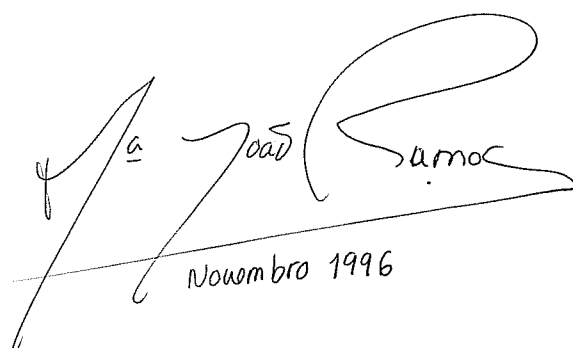
C.

## AGRADECIMENTOS

Os meus sinceros agradecimentos a todos os que me apoiaram durante a elaboração desta dissertação.

Gostava ainda de dirigir um obrigado especial às seguintes pessoas:

- À Profª Doutora Glória Ramalho por todas as discussões que tivemos pelas que permitiram a realização desta investigação e por todas as outras extremamente enriquecedoras para o aperfeiçoamento do meu percurso profissional.
- Às educadoras Conceição, Mª João e Marina que me facilitaram a recolha dos dados
- À Mª José que me apoiou a nível informático e com quem realizei um verdadeiro trabalho de equipa.
- Aos membros da Direcção de A Voz do Operário.
- E, por último, a todos com quem vivo e convivo, receptores de desabafos típicos de quem trabalha, estuda e vive, sem desejar alterar a velocidade com que o tempo passa...



Handwritten signature of Glória Ramalho, dated Novembro 1996.

## INDICE

<b>INTRODUÇÃO</b> .....	1
<b>REVISÃO DA LITERATURA</b> .....	4
<b>O Desenvolvimento do Conhecimento Matemático - A Teoria dos</b>	
<b>Campos Conceptuais de Vergnaud</b> .....	5
<i>Conceitos em Acto, Teoremas-em-Acto e Teoremas</i> .....	12
<i>O Real e a sua Representação Simbólica - A Linguagem</i> .....	16
<b>Representação Gráfica de Quantidades Associadas a Referentes</b> .....	22
<b>Processo de Contagem</b> .....	31
<b>Síntese</b> .....	35
<b>METODOLOGIA</b> .....	37
<b>Amostra</b> .....	37
<b>Instrumento</b> .....	38
<i>Testagem e Aperfeiçoamento do Instrumento</i> .....	39
<b>Materiais Utilizados</b> .....	40
<b>Procedimento</b> .....	41
<b>Análise dos Dados</b> .....	41
<b>RESULTADOS</b> .....	43
<b>Representação Gráfica de Quantidades Associadas a Referentes</b> .....	43

<i>Organização das Respostas</i> .....	43
<u>Natureza Global</u> .....	47
<u>Perfil Individual</u> .....	51
<i>Organização das Estratégias</i> .....	55
<u>Natureza Global</u> .....	56
<u>Perfil Individual</u> .....	59
<i>Cruzamento de Resposta e Estratégias</i> .....	60
<b>Processo de Contagem e Escrita de Números</b> .....	61
<i>Comparação entre Contagens Com e Sem Suporte e Escrita de Números</i> .....	62
<u>Respostas Alternativas ao Sistema Numérico Convencional</u> .....	64
<b>Comparação de Respostas Referentes à Representação Gráfica de</b>	
<b>Quantidades Associadas a Referentes e à Escrita de Números</b> .....	66
<b>Análise Transversal das Respostas de 5 Crianças</b> .....	68
<b>Síntese</b> .....	77
<i>Representação Gráfica de Quantidades</i> .....	77
<i>Processo de Contagem e Escrita de Números</i> .....	80
<i>Casos Ilustrativos</i> .....	80
<b>DISCUSSÃO DE RESULTADOS</b> .....	82
<b>Representação Gráfica de Quantidades de Objectos em Crianças de 5</b>	
<b>anos</b> .....	82
<b>Processos de Contagem e Escrita de Números</b> .....	93
<b>CONCLUSÕES</b> .....	97
<b>Representação Gráfica de Quantidades</b> .....	98
<b>Processo de Contagem e Escrita de Números</b> .....	100
<b>Implicações Educativas</b> .....	100

<i>Representação Gráfica de Quantidades, Cantilena Numérica e Escrita de Números .....</i>	100
<i>Tempo para Construir, Comunicar e Valorizar .....</i>	101
<i>Contexto Educativo Interactivo - Uma Dinâmica Facilitadora do Desenvolvimento dos Conhecimentos .....</i>	104
<i>Pistas para Futuras Investigações .....</i>	105
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	106
<b>ANEXOS .....</b>	111
<b>Anexo A: Guião da Entrevista .....</b>	112
<b>Anexo B: Protocolo Individual .....</b>	113
<b>Anexo C: Quadro de Resultados .....</b>	117

## INDICE DE QUADROS

Quadro 1:	Representações Gráficas Encontradas em Três Estudos	
	Classificados de acordo com Sinclair e Al (1983) .....	28
Quadro 2:	Frequências das Respostas .....	47
Quadro 3:	Respostas - Situações com Quantidades Inferiores e Superiores a	
	10 .....	51
Quadro 4:	Respostas - Distribuição Individual .....	52
Quadro 5:	Estratégias - Distribuição de Frequências .....	57
Quadro 6:	Estratégias - Situações com Quantidades Inferiores e Superiores a	
	10 .....	58
Quadro 7:	Estratégias - Distribuição Individual .....	59
Quadro 8:	Estratégias - Situações com Quantidades Inferiores e Superiores a	
	10 .....	60
Quadro 9:	Respostas e Estratégias .....	61
Quadro 10:	Distribuição de Frequências do Último Número Verbalizado e	
	Escrito .....	63
Quadro 11:	Contagens com e sem Suporte Gráfico .....	64
Quadro 12:	Distribuição de Frequências das Respostas Alternativas ao Sistema	
	Numérico Convencional .....	66
Quadro 13:	Representação Gráfica de Quantidades - Perfis Individuais	
	Seleccionados .....	69
Quadro 14:	Contagem e Escrita de Números - Perfis Individuais Seleccionados	69
Quadro 15:	Representação Gráfica das Quantidades Associadas a Referentes -	
	Sintese .....	79

Quadro 16:	Processo de Contagem - Síntese .....	80
Quadro 17:	Comparação entre Investigações .....	91

## RESUMO

Neste trabalho aborda-se o tema da representação gráfica de quantidades associadas a referentes em crianças de 5 anos que frequentam o Jardim de Infância. Do quadro teórico de referência destacam-se as contribuições da teoria dos campos conceptuais de Vergnaud (1988), os estudos sobre a representação gráfica das quantidades de F.Siegrist e H.Sinclair (1983) e os trabalhos sobre desenvolvimento dos processos de contagem de Gallistel e Gelman (1987) e Fuson (1988).

Foram objecto deste estudo: i) a representação gráfica de quantidades inferiores e superiores a 10 associadas a referentes; ii) a comparação dos processos de contagem com e sem suporte gráfico; e finalmente iii) a escrita de números.

O instrumento utilizado foi a entrevista individual de tipo piagetiano.

Verificou-se que o desenho foi a representação gráfica mais frequente coexistindo com outras representações numéricas igualmente disponíveis. No que se refere à contagem, a existência de um suporte gráfico permitiu que as crianças contassem até números superiores aos atingidos nas contagens sem suporte. A maioria das crianças revelou ter conhecimentos ao nível da escrita de números até ao número 10.

Constatou-se que os conhecimentos ao nível da contagem e da escrita de números, nem sempre foram mobilizados para representar graficamente quantidades associadas a referentes.

Apresentam-se algumas implicações dos resultados obtidos para as práticas educativas do Jardim de Infância e 1º ano de escolaridade.

## INTRODUÇÃO

Os números aparecem desde muito cedo na vida da criança. Os pais utilizam-nos em brincadeiras, canções e contagens de objectos. A criança descobre os números de telefone, o número da porta onde mora e dos autocarros. Habitua-se a ver números nos preços, nos relógios, nos dias da semana, do mês e do ano. E, quando lhe perguntam a idade mostra os dedos.

O conceito de número vai ser alvo de inúmeras aprendizagens em situações concretas, conhecimentos de natureza diversa e complementar vão sendo progressivamente construídos.

Com este trabalho pretende-se contribuir especificamente para o conhecimento da representação gráfica de quantidades associadas a referentes, em crianças de 5 anos, que frequentam o Jardim de Infância.

O principal interesse foi efectuar um levantamento da diversidade de representações gráficas da quantidade, sem a preocupação de produzir a sua ordenação por níveis de desenvolvimento. Por esta razão, consideraram-se quantidades superiores a 10, para além das quantidades inferiores a 10, as mais frequentemente estudadas. Introduziu-se ainda uma situação experimental nova na qual se solicitou às crianças, após a sua primeira resposta, outras maneiras diferentes de representar as quantidades. O processo de contagem e a escrita de números conhecidos foram também, objecto de análise. Neste caso examinou-se o modo como as crianças contavam na presença e na ausência de um suporte gráfico e que conhecimentos possuíam sobre a escrita de números.

O enquadramento teórico geral em que esta pesquisa se insere identifica-se com a Teoria dos Campos Conceptuais de Vergnaud (1981). Sobre a representação gráfica de quantidades foram tidas em consideração as investigações de M.Hughes (1983; 1986), C.Pontecorvo (1985) e de uma forma mais próxima os estudos de Sinclair (1983; 1988). Na abordagem do processo de contagem este trabalho apoiou-se sobretudo nas contribuições de Gallistel e Gelman (1987) e Fuson (1988).

Mais especificamente formularam-se as seguintes questões que estruturaram este estudo:

- 1ª Questão - Quais são as formas de representação gráfica de quantidades de objectos adoptadas por crianças de 5 anos de idade?
- 2ª Questão - Como se desenrola o processo de contagem?
- 3ª Questão - Que conhecimentos têm estas crianças ao nível da escrita de números?

No que se refere à metodologia, optou-se pela entrevista individual do tipo piagetiano, tendo-se recolhido registos gráficos e as respectivas verbalizações, que foram tratados através da análise de conteúdo (Bardin, 1979).

Tendo em conta os constrangimentos impostos por este tipo de investigação não foi possível considerar uma amostra de dimensão mais alargada. Esta foi também a limitação de investigações realizadas por outros autores a que se teve acesso. Pensa-se que em futuros trabalhos será importante, considerar um maior número de crianças.

Esta dissertação encontra-se organizada em cinco capítulos. No primeiro, apresenta-se um enquadramento teórico centrado no desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos complementado por contribuições mais específicas referentes à representação gráfica de

quantidades e ao desenvolvimento do processo de contagem. No segundo capítulo descreve-se a metodologia adoptada. No terceiro capítulo apresentam-se os resultados. No quarto, discutem-se estes resultados e confrontam-se com os obtidos noutras investigações. Por último, no quinto capítulo apresentam-se as conclusões e as implicações pedagógicas para as práticas educativas do Jardim de Infância e do 1º ciclo de escolaridade, e termina-se com sugestões para pesquisas futuras.

## **REVISÃO DA LITERATURA**

Apresenta-se em primeiro lugar, o enquadramento teórico geral que foca o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos na perspectiva de Vergnaud.

Passa-se em seguida, a uma apresentação do levantamento de investigações mais específicas e complementares realizadas nos domínios da representação gráfica da quantidade associada a referentes e dos processos de contagem.

## **O Desenvolvimento do Conhecimento Matemático**

### **- A Teoria dos Campos Conceptuais de Vergnaud**

Vergnaud (1982) propõe uma abordagem diferenciada do processo de construção de conceitos matemáticos. Adoptando uma perspectiva desenvolvimentalista e uma concepção interactiva da formação de conceitos, explica as razões da sua formulação dos campos conceptuais e do modo como estes interagem entre si, em detrimento da pesquisa de conceitos isolados. Está presente uma linha de investigação que destaca a complexidade dos processos de apropriação individual dos conhecimentos matemáticos e que promove uma leitura enriquecida e com maior especificidade que se contrapõe a teorias mais generalistas de que a de Piaget é um exemplo.

Na génese do número na criança Piaget explorou a relação existente entre o desenvolvimento das capacidades lógicas e das competências numéricas na criança, através de estudos efectuados que integravam provas de conservação, de seriação e de inclusão. O sucesso numa prova estava associado ao sucesso nas restantes devendo existir uma sincronia resultante da manifestação das estruturas lógicas subjacentes directamente relacionadas com os denominados estádios de desenvolvimento. As investigações que se fizeram na sequência das de Piaget realçaram que as crianças apresentam dificuldades variáveis na identificação das invariantes presentes em diversas situações e que os desfasamentos horizontais são frequentes.

Os estádios foram descritos por Piaget como totalidades dinâmicas, dotadas de carácter integrador e organizados segundo uma ordem estável. Estaria presente uma continuidade associada a uma crescente complexidade das estruturas.

Estes sistemas dinâmicos continham um mecanismo regulador (assimilação-acomodação), que permitia a adaptação e conseqüentemente o progresso. As estruturas assimiladas ao entrarem em conflito com as anteriores produziam um desequilíbrio, promovendo o aparecimento de novas estruturas cognitivas mais complexas e evoluídas.

Tal como Piaget, Vergnaud (1986) refere que o saber operatório resulta da construção individual, no entanto, acrescenta que pouco se sabe sobre este assunto, e que uma abordagem mais específica sobre a formação de determinados conceitos se torna cada vez mais necessária porque as estruturas do pensamento não são independentes dos conteúdos dos conhecimentos.

Neste sentido Vergnaud (1986) afirma ainda que a descrição de estádios gerais de desenvolvimento de Piaget não permite compreender a evolução das “competências-conhecimentos” implicados em diversos problemas, porque são necessários modelos que explorem as especificidades do contexto matemático. Assim torna-se fundamental reconhecer a variedade das classes de problemas possíveis, de analisar com cuidado a sua estrutura e as operações de pensamento necessárias para as tratar.

A **teoria dos campos conceptuais** analisa o processo de conceptualização da realidade através do estudo das continuidades e descontinuidades estruturais, presentes nas etapas de aquisição de conhecimentos, considerando sempre a especificidade dos conteúdos. Os conceitos aparecem como invariantes explícitos e os esquemas como variantes intuitivos ou implícitos. (Vergnaud 1986).

De acordo com Vergnaud (1983) um **conceito** pode ser definido, com base no conjunto de situações (S) que o tornam funcional e lhe dão sentido-referência; no conjunto de invariantes

(I) (objectos, propriedades, relações, teoremas-em-acto) que o constituem - associados ao significado; e no conjunto de representações simbólicas (S) que podem ser utilizadas para representar as invariantes (situações, procedimentos, esquemas) - ao nível do significante. Assim, um conceito é representado da seguinte maneira: conceito = (S,I,S)

Na sua opinião o estudo de um conceito isolado é redutor e por isso propõe a definição de campo conceptual que considera um conjunto de situações, cujo domínio requer uma variedade de conceitos, de procedimentos e de representações simbólicas em estreita conexão, apontando claramente para uma natureza interdisciplinar do conhecimento.

Para Vergnaud (1986) o saber forma-se a partir de problemas a resolver, quer dizer, de situações a dominar. Adota uma definição alargada de “problema” considerando-o como qualquer situação que torne necessário descobrir relações, desenvolver actividades de exploração, formular hipóteses e proceder à sua verificação, afim de se produzir uma solução.

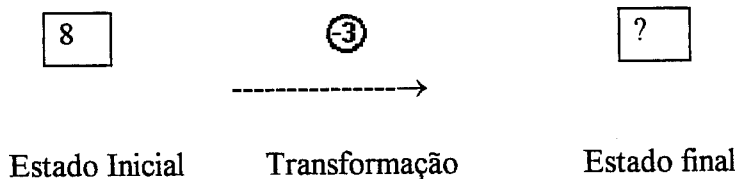
A título de exemplo veja-se o caso da subtracção, em que o mesmo autor apresenta um conjunto diversificado de situações-problema que mobilizam representações matemáticas diferenciadas, com cálculos distintos mas centrados na escolha de uma mesma operação aritmética. Num primeiro momento a criança tem uma concepção de subtracção associada à diminuição de uma quantidade inicial, seja ela por consumo, perda ou venda (Vergnaud, 1986). Ao tentar aplicar esta concepção primitiva a situações diversificadas, que põem em causa a regra estabelecida, a criança vai confrontar-se com dificuldades que uma vez ultrapassadas, permitem uma aproximação aos conceitos matemáticos, através da descoberta progressiva das suas propriedades.

Passa-se agora à exemplificação com situações problemáticas que ilustram estruturas diferentes associadas ao conceito de subtração.

Nos diferentes enunciados que se apresentam são abordadas as representações matemáticas que lhes correspondeu melhor para se compreenderem os desafios que se colocam às crianças.

### Exemplo 1 - Caso clássico de subtração

“Jean tinha 8 bombons; come 3. Quantos bombons tem agora?”

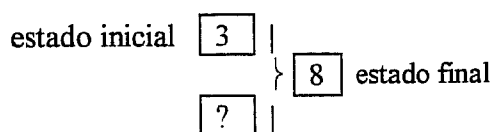


Neste caso a incógnita corresponde ao estado final sendo a situação mais fácil de resolver

Seguem-se mais cinco exemplos de enunciados que abordam o conceito de subtração:

### Exemplo 2 - A subtração como complemento

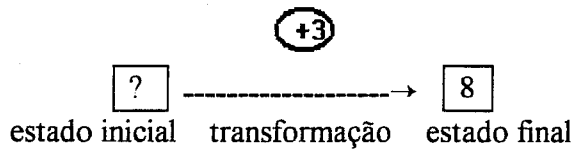
“Há 8 crianças à mesa no aniversário de Dorothé. 3 são raparigas. Quantos rapazes há?”



Desta vez a incógnita localiza-se ao nível da transformação

### Exemplo 3 - Subtração como o inverso de um aumento

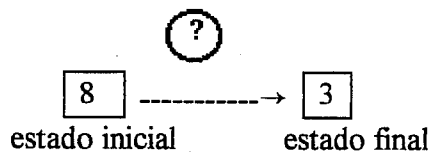
“Jeanine acaba de receber 3 francos da avó. Tem agora 8 francos: Quanto é que tinha antes?”



A incógnita encontra-se no estado inicial

#### Exemplo 4 - Subtração como uma diferença entre estados sucessivos

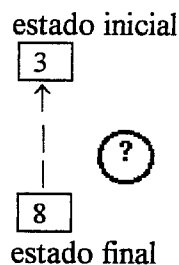
“Robert tinha 8 berlindes antes de jogar com a Isabelle. Agora tem 3 berlindes. O que é que se passou durante o jogo?”



#### Exemplo 5 - Subtração como uma relação de comparação

“Suzanne tem 3 francos no bolso. Berthyl tem 8.

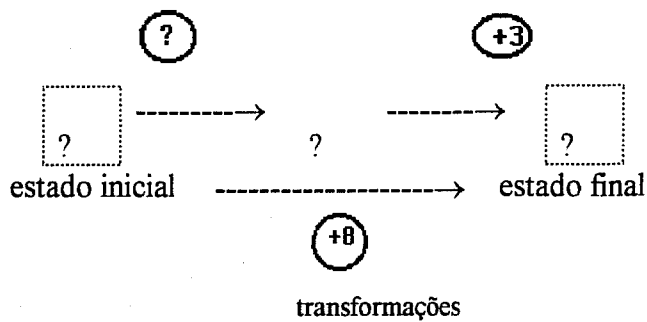
Quanto é que Suzanne tem a menos que Berthyl?”



Em ambos os casos é necessário descobrir as transformações embora impliquem cálculos diferentes

#### Exemplo 6 - Subtração como uma diferença entre transformações

“Frederic jogou duas partidas de berlinde. Na segunda ganhou 3 berlindes. Ele já não se lembra do que se passou na primeira partida. Mas quando ele, no fim, contou os berlindes apercebe-se de que ganhou 8 berlindes ao todo. O que é que se passou na primeira partida?”



O número de incógnitas aumenta complexificando a tarefa a resolver

Estes exemplos ilustram enunciados que permitem explorar as diferentes propriedades de um mesmo conceito que para Vergnaud só se encontra construído quando todas as situações problemáticas que o abordam forem resolvidas pelo aluno.

Ao nível da didática das matemáticas Vergnaud salienta que a tendência dominante dos professores é ainda para ensinar “maneiras de fazer” em vez de propôr situações-problema diversificadas que permitam a construção individual da significação e da função de um conceito. E essa construção passa por reconhecer que as concepções dos alunos são modeladas pelas situações da vida quotidiana com que eles se deparam. Nas suas interações, vão construindo concepções que durante algum tempo controlam a sua acção. A confrontação com situações diversificadas facilita a evolução destas concepções iniciais no sentido de outras mais elaboradas e complexas permitindo alargar a significação de um conceito. No entanto, este processo não é linear, uma vez que podem surgir diversos desfasamentos entre as concepções que se vão construindo e os conceitos matemáticos tal como são conhecidos pela cultura científica actual.

Um exemplo ilustrativo, são os números negativos (Vergnaud, 1986). Se o aluno considerar que os números só representam quantidades, os números negativos não possuem qualquer

sentido. É natural que dificuldades como esta possam surgir sempre que as concepções das crianças entrem em conflito com os conceitos científicos.

Vergnaud (1986) chama a atenção para a importância da **análise dos erros**, pois estes fornecem indicadores do modo como se está a desenrolar o desenvolvimento. Bickhard, (1992) completa esta ideia considerando os erros uma fonte de diversidade e criatividade de elevada importância durante o processo de desenvolvimento, uma vez que eles dão indicações sobre possibilidades de funcionamento favorecendo a construção de suportes, para que outros conhecimentos possam ser alcançados.

Vergnaud (1986) relembra ainda que o desenvolvimento se processa lentamente, e que uma organização em espiral, na qual se trabalham os mesmos conceitos aprofundando-os ao longo do tempo, à medida que se vão introduzindo outros novos, é a metodologia mais eficaz.

O mesmo autor recupera a noção de invariante de Piaget enquanto conjunto de propriedades de um objecto ou de relações que são conservadas num conjunto de transformações. Na matemática e na física aparecem frequentemente os “invariantes relacionais” que Vergnaud (1986) designa como uma relação que permanece inalterável para um conjunto de transformações, de operações, ou de variações. As relações de parentesco são um dos exemplos escolhidos pelo autor que ilustra o que acaba de ser dito: uma criança tem dificuldade em compreender que a relação “filho de” é, simultaneamente, verdadeira para ele, para o pai e para os avós. “Como é que o seu pai pode ser, ao mesmo tempo, pai e filho?”

A noção de esquema de Piaget é também retomada. As competências estão associadas à acção em situações concretas (Vergnaud 1988). Para serem analisadas deve-se considerar o conceito de esquema, composto por quatro elementos:

- invariantes de diferentes níveis
- inferências
- regras de acção
- expectativas e predições

Os **esquemas** são de natureza **implícita** e funcionam ao nível do **significado** - ao nível de situações concretas e localizadas.

Por sua vez, as **concepções** de natureza **explícita** são analisadas como objectos, propriedades e relações, passivas de serem reflectidas e verbalizadas pelo sujeito, encontram-se ao nível do **significante** - linguagem simbólica e, podem ser extensíveis a um alargado conjunto de situações.

A conexão entre os esquemas e as concepções efectua-se através da palavra ou de outras representações simbólicas.

### *Conceitos-em-Acto, Teoremas-em Acto e Teoremas*

Vergnaud (1983) distingue dois grandes grupos de invariantes operatórios: conceitos-em-acto e os teoremas-em-acto. Por conceito-em-acto entende as categorias que permitem decidir sobre a informação pertinente numa situação e por teorema-em-acto as proposições tidas como verdadeiras para o sujeito e que lhe permitem tratar essa mesma informação como adequada ao real. Este autor salienta ainda a distinção entre pertinência e veracidade e acrescenta que a conceptualização consiste numa articulação entre conceitos e teoremas. Para

que isso aconteça torna-se necessária a resolução de diversas situações que permitem que a criança exercite e progressivamente tome consciência dos esquemas subjacentes à sua acção.

Seguidamente, iremos abordar esta passagem dos teoremas-em-acto aos teoremas.

Os **teoremas-em-acto** têm origem na actividade espontânea e intuitiva da criança. Podem considerar-se uma forma circunstancial de conhecimento, intrinsecamente ligada à acção e por isso, de validade limitada. A sua natureza implícita explica por que em determinado momento do desenvolvimento não aparecem explícitos através de representações matemáticas ou outras.

À medida que a criança começa a ser confrontada com situações-problema diversificadas os teoremas-em-acto transformam-se em **teoremas**. Através da descoberta e compreensão progressiva das propriedades dos conceitos assiste-se então, à explicitação dos invariantes e à clarificação da relação entre o significado e significante, sendo a sua aplicação mais alargada.

Para que este processo decorra é necessário segundo o mesmo autor uma diversidade ao nível de:

- 1 - situações
- 2 - procedimentos
- 3 - representações simbólicas

Para Vergnaud (1986) um dos problemas do ensino reside na passagem dos teoremas-em-acto a teoremas e vice-versa, uma vez que podem existir teoremas que não são teoremas-em-acto, ou seja, conhecimentos apreendidos que as crianças não conseguem aplicar durante a resolução de problemas concretos. O contrário também pode acontecer, quando a criança

possui conhecimentos operatórios construídos espontaneamente que não se convertem em verdadeiros enunciados.

Como exemplo da passagem do teorema-em-acto a teorema Vergnaud (1986) cita os estudos realizados por Gelman e Gallistel (1978) e Fuson e Hall (1983) que mostraram que na contagem de 4 elementos a criança enumera os seus constituintes enquanto aponta para cada um deles, efectuando uma correspondência termo a termo. No entanto, não consegue responder que o último número dito corresponde ao último elemento, e também representa a quantidade solicitada. A criança necessita de diversas descobertas em contextos funcionais para construir o conceito de cardinalidade.

São também disso exemplo, as crianças de 5/6 anos que contam 4 raparigas e 3 rapazes e quando lhes é perguntado o número total de crianças começam a contar de 1 ao 7 e respondem 7. Nesta situação está presente o procedimento “counting-all”. Ainda não está presente a adição mas a união de dois conjuntos diferentes; posteriormente a criança mobiliza o procedimento “counting-on”, ao iniciar a contagem no número referente ao cardinal do primeiro conjunto (4, 5, 6, 7). Trata-se de uma etapa intermédia decisiva na construção progressiva do conceito de adição, que só se encontra presente quando a criança junta o 4 e o 3 para obter o resultado 7.

Perante a proposta de descoberta do estado inicial de um problema, as crianças de 6 e 8 anos têm algumas dificuldades e escolhem mal a operação. É com base no resultado obtido (estado final) e na experimentação de diferentes valores que constroem novas hipóteses, até chegarem à solução correcta. Segue-se um exemplo citado por Vergnaud (1983) do que acaba de ser referido.

Durante o jogo o Robert perdeu 7 berlindes. Ele tem agora 5 berlindes. Quantos berlindes tinha ele antes de começar a jogar.

#### Hipóteses

10      10-7 dá 3, está mal

12      12-7 dá 5, está bem

Um importante teorema-em-acto poderia facilitar esta resolução, especialmente se os números fossem superiores.

$$F=T(I) \Rightarrow I = T^{-1}(F)$$

O F é o estado final, resultante de se ter aplicado a transformação T ao estado inicial I, e este é o resultado da aplicação  $T^{-1}$  (inversa de T) ao estado final F. Se T é positivo (adição), se  $T^{-1}$  é negativo (subtração) e vice-versa.

Considerando a função adaptativa do desenvolvimento, Vergnaud (1988) distingue dois tipos de situações: as classes de situações para as quais o sujeito dispõe de um repertório de competências que permitem a resolução imediata da situação; e as classes de situações, para as quais o sujeito não tem as competências necessárias, obrigando-o a uma reflexão, experimentação e algumas hesitações.

O conceito de esquema funciona de forma diferente em cada tipo de situação. No primeiro, estarão presentes condutas automatizadas, organizadas num único esquema; no segundo, esquemas sucessivos (anteriores e mais evoluídos) podem entrar em competição, e a solução só é obtida após a combinação e acomodação, frequentemente acompanhadas por novas descobertas.

Deste modo, a par da automatização existe sempre um conjunto de decisões conscientes que podem ser objecto de organização invariante para uma classe de situações. O reconhecimento dos invariantes é fundamental para a generalização de esquemas a situações que pertençam a uma mesma classe ou a classes semelhantes, uma vez que o sujeito pode decompor o esquema nos seus elementos distintos, susceptíveis de serem reconstruídos de forma diferente e aplicados a sub-classes de situações.

### *O Real e a sua Representação Simbólica - A Linguagem*

Uma palavra, ou um enunciado matemático, tem um ou mais sentidos, para um ou para diferentes indivíduos, porque o sentido não está nas coisas em si, mas na representação que resulta da construção individual de relações entre significados e de esquemas evocados pelo sujeito enquanto resolve um problema. Uma situação por si não activa todos os esquemas disponíveis. O funcionamento de uns tem por consequência a restrição de outros que não são necessários à compreensão e à produção (Vergnaud 1983).

Interessa abordar de que forma o funcionamento da linguagem é representado pela teoria dos campos conceptuais. Com efeito Vergnaud (1986) salienta três tipos de contribuições:

- de apoio ao nível da designação e identificação dos invariantes sejam eles objectos, propriedades, relações e teoremas: a linguagem pode também desencadear a utilização de esquemas disponíveis.
- de apoio durante a resolução de problemas como organizadora das sequências temporais necessárias;

– de apoio ao nível da antecipação, planificação e do controlo da acção.

A linguagem tem assim, funções de comunicação, de representação, de regulação do comportamento e favorece ainda a descoberta de novas relações pertinentes.

Na sua obra Piaget secundarizou os instrumentos simbólicos, tais como a linguagem, não os considerando fontes de progresso, por estarem dependentes da existência de estruturas mentais prévias. Segundo este autor, o processo de contagem só poderia conduzir a “verdades empíricas” resultantes do uso incipiente de palavras-números.

Por outro lado Bchneuwly e Bronkhart (1985) referem que Vygotsky considerando a importância da acção mediadora de variáveis sócio-culturais qualifica os sistemas simbólicos de “instrumentos psicológicos”, uma vez que eles são a manifestação mas também, a criação do pensamento. Este autor salienta a origem social da cognição individual e refere que a actividade humana resulta da mediação social. Neste sentido, postula que os processos mentais superiores aparecem duas vezes no desenvolvimento; primeiro no plano social externo, entre indivíduos, como categoria interpsicológica e posteriormente, através da internalização, num plano psicológico interno, ou intrapsicológico. A função comunicativa da linguagem assume um papel determinante, a nível social e educativo e posteriormente, como instrumento organizador do pensamento.

Vygostky a propósito da zona de desenvolvimento próximo propõe o conceito de “scaffolding” - conhecimentos disponibilizados por outras pessoas que funcionam como suportes possibilitando à criança a resolução de tarefas que ela sozinha seria incapaz de resolver. Bickhard (1992) repegou este conceito e apresenta uma nova versão, designada por “self-scaffolding” salientando a presença de suportes construídos pela própria criança durante

as suas interacções funcionais com o meio. A grande riqueza deste novo conceito, encontra-se no facto do próprio individuo construir suportes que lhe permitem a resolução de tarefas.

Bickhard refere alguns sistemas dos quais destaca a linguagem, como um “self-scaffolding” fundamental na resolução de tarefas.

Bruner (1981) salienta também o papel do adulto como mediador das interacções sociais; o desenvolvimento resulta, segundo ele, da complementaridade entre a existência de um suporte organizador de natureza sócio-cultural e as vivências que a criança vai acumulando em contextos significativos. A actividade da criança é estimulada e modelada através de reforços que a orientam na realização da tarefa; começa por ser hetero-regulada para se tornar progressivamente auto-regulada.

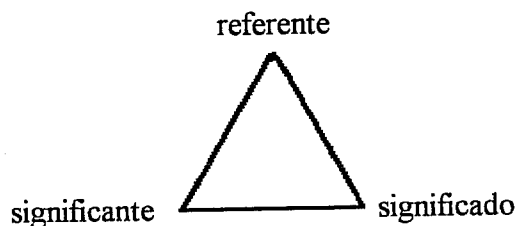
Wertsch (1985) relembra Vygotsky considerando que a linguagem surge num primeiro momento para comunicar com os outros, associada à acção regulada pelo adulto em contextos específicos. A palavra começa por ser um sinalizador da acção e só mais tarde durante o desenvolvimento se torna significado. A linguagem egocêntrica surge como um diálogo interior que reproduz diálogos sociais experimentados pela criança e que regulam a acção.

A linguagem adquire uma função organizadora do pensamento com um importante papel ao nível da estruturação de conceitos, permitindo a actividade reflexiva.

Vergnaud considera que as representações simbólicas são um meio facilitador da identificação dos objectos matemáticos, decisivas no processo de conceptualização. As crianças têm dificuldade em representar simbolicamente o problema. É uma aprendizagem

que têm de fazer com o apoio do adulto. Segundo este autor o uso de esquemas facilita a organização dos dados e a resolução do que é solicitado no enunciado. Durante o processo de desenvolvimento existem meios de transformar os conceitos-utensílios usados na acção, em conceitos-objectos, passíveis de serem reflectidos enquanto objectos de apropriação conceptual progressivamente mais complexa.

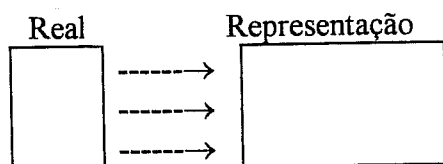
Este autor começou por se apoiar no triângulo dos linguistas com o objectivo de compreender o funcionamento da representação. (Vergnaud ?)



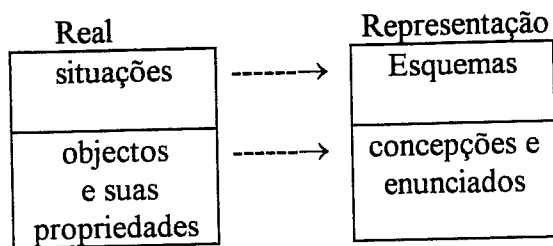
No entanto, rapidamente se apercebeu que era necessário uma teoria mais específica.

O mesmo autor propôs três etapas nas quais dá a conhecer o funcionamento simbólico da representação.

Na primeira, esta representação é calculada e apresentada por um homomorfismo reportado ao real representado.



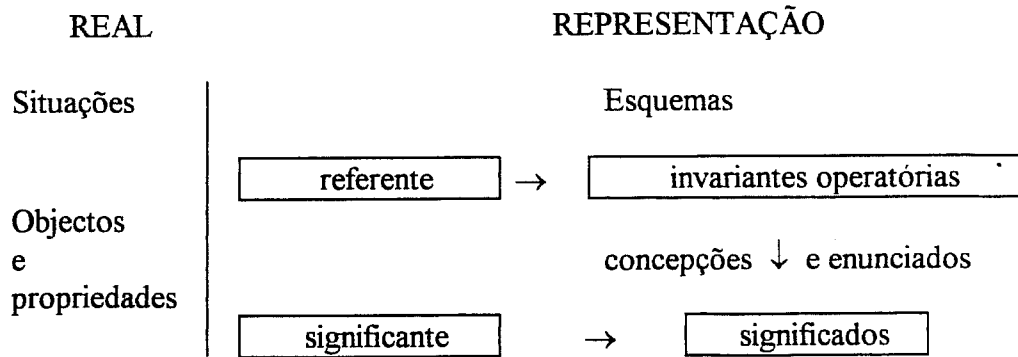
No entanto, os homomorfismos são parciais e não consideram certas classes de objectos e de fenómenos. Numa segunda etapa, o real resulta de um conjunto de situações nas quais entram esquemas, e conjuntos de objectos organizados em sistemas e representados por concepções cujos enunciados podem contribuir para um desfasamento face ao real.



Não existem situações sem esquema e esquema sem situação. As concepções são relativas aos objectos do real e são experimentados normalmente nos textos e enunciados através de uma forma predicativa que contribui para que um possível desfasamento se aproxime progressivamente do real.

Numa terceira etapa, os esquemas repousam em invariantes, objectos, predicados e teoremas-em-acto. Esses invariantes reenviam directamente para os objectos do real para as suas propriedades para além das situações analisadas.

A questão da compreensão e da utilização de significantes linguísticos e simbólicos, deverá ser articulada em torno de quatro instâncias: os objectos do real (referentes), os invariantes operatórios constituintes dos esquemas, o significado e o significante. Se a relação significante/significado não é unívoca a conceptualização dos indivíduos dificulta a interpretação das formas linguísticas e simbólicas. Da mesma maneira, os invariantes operatórios formados não são rigorosamente idênticos.



Vergnaud (1990) garante que sem o apoio dos conceitos de esquema e de situação é impossível compreender como se processa a comunicação na aula de matemática, assim como, entender a aquisição dos conhecimentos matemáticos.

A título de conclusão pode afirmar-se que, a teoria dos campos conceptuais tem por base o princípio da elaboração pragmática dos conhecimentos, possível através da diversidade de relações, problemas, procedimentos e representações simbólicas que cada criança vai construindo, durante o desenvolvimento de novas concepções e competências.

A apropriação das estruturas matemáticas é complexa e não se opera de forma linear, existindo descontinuidade durante o desenvolvimento das concepções e conflitos desencadeados por desajustamentos entre significantes e significados. A dialéctica existente entre os teoremas-em-acto, descobertos ou compreendidos intuitivamente pelas crianças em situação, e os teoremas, ilustra a ligação fundamental entre prática e teoria, necessária no decorrer do processo de conceptualização do real.

## Representação Gráfica de Quantidades Associadas a Referentes

Nesta secção serão apresentados estudos realizados por diversos autores, ilustrativos do processo de desenvolvimento das representações gráficas de quantidades associadas a referentes.

A.Sinclair, F.Siegrist e H.Sinclair (1983), estudaram a representação gráfica de quantidades em crianças dos 3 aos 6 anos. Solicitaram a 45 crianças de 4 a 6 anos, que representassem num papel um conjunto de objectos idênticos (bolas, carros, lápis e borrachas) presentes no acto da entrevista, cujo cardinal variava entre 1 e 8. A indicação era a seguinte “Podes escrever o que está em cima da mesa”. Noutra situação, pediam que fossem representados no papel quantidades numéricas ditas oralmente. Neste caso a indicação foi “Podes escrever 2 casas, no papel?”. A diversidade de respostas foi distribuída por seis categorias, que passaremos a descrever:

### *Categoria 1 - Representação global da quantidade*

A criança não representa nem o referente, nem a sua quantidade.

### *Categoria 2 - Representação do tipo de objecto*

A criança representa um referente, sem qualquer indicação sobre a quantidade. A representação pode ser feita através do desenho ou da escrita de letras do nome do referente.

### *Categoria 3 - Correspondência termo-a-termo sem números*

A criança representa a quantidade do referente através de um símbolo gráfico.

#### *Categoria 4 - Correspondência termo-a-termo com números*

A criança representa a quantidade do referente através da escrita de números. Foram encontrados dois tipos de resposta:

- a) A criança escreve os números sequencialmente até ao cardinal solicitado;
- b) A criança repete o número correspondente ao cardinal, tantas vezes, quantos os elementos do conjunto.

#### *Categoria 5 - Valor do cardinal isolado*

A criança escreve o número correspondente ao cardinal do conjunto solicitado ou escreve o seu nome.

#### *Categoria 6 - Valor do cardinal e tipo de referente*

A criança escreve o número correspondente ao cardinal associado ao tipo de objecto.

Neste estudo, o tipo de resposta ao longo das situações apresentadas foi diferente de criança para criança e houve variação nas respostas produzidas por uma mesma criança, indicando falta de consistência.

Os autores concluíram que as crianças mais novas utilizaram preferencialmente respostas do tipo da categoria 1 e 2, ou seja, elas representavam globalmente a quantidade ou desenhavam o referente, não relacionando a extensão e a compreensão do conjunto.

As crianças mais velhas recorreram às categorias do tipo 5 e 6, centrando a sua atenção na representação do número correspondente ao cardinal isolado ou conjugando-o com a representação do referente, coordenando a extensão e a compreensão.

No que se refere à *Categoria 3* - Correspondência termo-a-termo sem números, os autores afirmam que este tipo de representação pode aparecer independentemente da capacidade de contagem, uma vez que as crianças que responderam desta forma não dominavam a contagem. Limitaram-se a produzir uma marca por cada objecto presente em cima da mesa.

As respostas do tipo da *Categoria 4* - Correspondência termo-a-termo com números, parecem representar processos de contagem nos quais cada referente foi representado por um símbolo numérico (escrita sequencial de números até ao cardinal solicitado ou repetição do número correspondente ao cardinal solicitado).

Pensa-se que nesta categoria teria sido interessante separar os dois tipos de resposta, porque se o primeiro (escrita sequencial de números) representa o processo de contagem, como os autores referem, o segundo (repetição do número correspondente ao cardinal) parece ilustrar uma tentativa de representação da quantidade dos elementos do conjunto em compreensão com suporte na contagem. A criança representa numericamente o cardinal, mas necessita ainda de fazer corresponder esse número a cada objecto observado. Parece que a característica da numerosidade do conjunto necessita de estar presente em em cada um dos seus elementos antes de os representar a todos.

No trabalho destas autoras (Sinclair e Al, 1983) não aparece a comparação dos resultados obtidos nas situações em que os objectos estavam presentes, com os das situações em que as quantidades foram solicitadas oralmente, na ausência de objectos.

No grupo de crianças de 5 anos a maioria das crianças estava próxima dos 6 anos. As respostas distribuíram-se pelas 6 categorias apresentadas. No entanto, nenhuma criança de 5 anos deu exclusivamente respostas de categoria 1 e 2. As respostas de categoria 3 - correspondência

termo-a-termo sem números foram as mais frequentes, seguidas das respostas de categoria 5 - valor do cardinal isolado e categoria 6 - valor do cardinal e tipo de referente.

Anos antes G.Sastre e M.Moreno (1977) tinham realizado um estudo semelhante com crianças de 6 a 10 anos, a fim de verificarem se elas reproduziam espontaneamente o sistema numérico convencional para representarem quantidades. As autoras solicitavam às crianças que registassem num papel quantidades de objectos existentes em cima de uma mesa; para esse efeito as quantidades não ultrapassaram o 5.

Foram descritas as categorias de respostas encontradas; embora estivesse presente uma terminologia diferenciada, não existiriam diferenças qualitativas entre os exemplos ilustradores das categorias construídas e os encontrados por A. Sinclair e Al, (1983).

As autoras concluíram que, a hierarquia das categorias ilustrava a evolução do tipo de resposta das crianças, do desenho à representação numérica convencional, não se pronunciando em relação à consistência das respostas encontradas.

Considerou-se este estudo por integrar uma metodologia semelhante ao estudo anterior e a diversidade de categorias construídas ser semelhante ao estudo de Sinclair e Al (1983) embora com diferenças ao nível da distribuição de frequências.

M.Hughes (1983; 1986), realizou um estudo com o objectivo de explorar a influência de diferentes enunciados na representação gráfica das quantidades. A amostra era constituída por 96 crianças dos 3 anos aos 7 anos e 9 meses distribuídas por 4 grupos de idades, o referente (tijolos) variava de 1 a 6. O enunciado era "Podes pôr alguma coisa no papel para mostrar quantos tijolos estão em cima da mesa" ou "põe algo no papel"; não foram utilizados os verbos "escrever" ou "desenhar". O autor organizou as respostas distribuindo-as por quatro categorias

respostas idiossincráticas, na qual não se descobre qualquer regularidade na produção; respostas pictográficas, em que o desenho dos objectos é repetido, representando a numerosidade: é a cópia dos tijolos que orienta a produção (ex: □□□□□); respostas icónicas, em que a numerosidade é representada através da correspondência termo-a-termo entre os objectos e as marcas produzidas (ex: |||||; OOOOO); para representar 5 tijolos); respostas simbólicas, nas quais surgem os símbolos convencionais para representar as quantidades. As crianças de 5 anos utilizaram preferencialmente respostas icónicas e idiossincráticas enquanto que as crianças mais velhas recorreram a respostas pictográficas e simbólicas. A grande novidade deste trabalho é que as crianças produziram respostas consistentes nas seis situações apresentadas.

C.Pontecorvo (1985) investigou a representação gráfica de quantidades que variavam entre 1 a 4, em 48 crianças dos 4 aos 6 anos. Na situação experimental as crianças eram confrontadas com diferentes objectos e solicitava-se-lhes que os contassem. Depois era-lhes proposto que os representassem de modo a se recordarem mais tarde da quantidade. Caso a criança não produzisse números, perguntava-se-lhe a idade e pedia-se-lhe que a representasse por escrito. Neste estudo existia também uma situação de reconhecimento de números impressos num cartão (as quantidades variavam entre 1 e 5). A autora chegou à conclusão que as crianças de 4 e 5 anos produziam preferencialmente desenhos e formas substitutas dos referentes para representarem a quantidade, enquanto que as crianças com 6 anos optavam pelos sistemas simbólicos de representação (números e letras). Não se pronunciou em relação á consistência das respostas encontradas.


A.Davis, Bridges e Brosgall (1985), realizaram um estudo no qual compararam diferentes instruções, com 108 crianças de 5 anos e 6 anos e 9 meses. Cuidaram da linguagem dos enunciados comparando as produções das crianças em duas situações: numa, era solicitado

“Mostra no papel, escreve no papel e põe no papel, o que tens à tua frente”; na segunda, substituiu-se a pergunta por “Quantos vês à tua frente”. Os conjuntos tinham quatro cubos.

Concluiu-se que quando se escolhia a palavra “quantos”, as crianças eram automaticamente reenviadas para representar a quantidade de elementos do conjunto apresentado, associada ou não ao referente, em vez de simplesmente os desenharem, ou de escreverem o seu nome, como acontecia quando lhes era colocado “Mostra, põe ou escreve no papel”.

Apresentam-se em seguida as categorias construídas com base nas respostas encontradas, por se achar interessante o modo como os autores as organizaram.

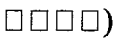


#### *Categoria 1 - Referência ao tipo de objecto*

As respostas nas quais as crianças desenhavam o objecto ou tentavam escrever o seu nome (ex: ; cubo).

#### *Categoria 2 - Referência à numerosidade*

Respostas nas quais era escrita a sequência de números até se atingir o número correspondente ao cardinal solicitado (ex: 1,2,3,4,). E respostas nas quais o cardinal era escrito com números ou com a escrita do nome do número (ex: 4; quatro)


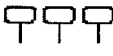

#### *Categoria 3 - Referência à numerosidade e tipo de objecto*

Respostas nas quais os objectos foram desenhados um a um (ex: ); escrita do cardinal com números e desenho do objecto (ex: 4; 4); escrita do cardinal com números e nome do objecto (ex: 4 cubos); escrita do nome do número correspondente ao cardinal e do nome do objecto (ex: 4 cubos).

Neste mesmo estudo os autores não discriminaram as respostas por grupos etários, não sendo possível saber como se comportavam as crianças de 5 anos. No entanto salienta-se que cerca de 1/2 crianças da amostra de crianças 5 e 6 anos deram respostas nas quais estava presente a referência à numerosidade. 1/4 da amostra produziu respostas nas quais só era visível o referente e igualmente 1/4 representou a numerosidade e o referente. Neste estudo verificou-se também que as crianças deram respostas consistentes.

O quadro nº 1 que a seguir se apresenta pretende resumir os resultados encontrados nos diferentes estudos apresentados. Não se contemplam os estudos de Sastre e Moreno (1977) e o de Davis e Al (1985), o primeiro porque integrou crianças de 6 anos, o segundo porque por um lado não discrimina os resultados obtidos pelas crianças de 5 e 6 anos e por outro a organização das categorias não facilita a comparação (diferentes formas de representar a quantidade numa mesma categoria).

**Quadro 1: Representações Gráficas Encontradas em Três Estudos classificados de acordo com Sinclair e Al (1983)**

1. // // //
2. 
3. 
3. TIL
4. 1 2 3
4. 3 3 3
5. 3 TRD
6. 4 

ESTUDOS NÍVEIS	SINCLAIR N=15 (5 ANOS)	HUGHES N= 24 (5 ANOS)	C.PONTECORVO N=17 (5 ANOS)
1	2	1	1
2	6	-	1
3	9	11 + 4	11
4	6	8	4
5	8		-
6	8		-

Legenda: Ilustração dos Níveis

Neste quadro aparecem as frequências encontradas nas diferentes investigações tomando-se como referência as categorias construídas por Sinclair e Al (1983), e tentando ultrapassar-se as diferentes terminologias propostas por cada autor. No estudo de Sinclair o total de respostas é superior ao número de crianças por terem existido várias situações e se considerarem todas as respostas distribuídas pelas categorias mais ou menos elaboradas. Não se registou a consistência entre as respostas dadas pelas crianças quando expostas a diferentes situações. No caso de Hughes, diferenciamos com dois parciais as respostas icónicas e pictográficas colocando-as na categoria 3 - correspondência termo-a-termo sem números (Sinclair e Al, 1983), com o objectivo de tornar possível a comparação dos resultados.

Em todos os estudos anteriormente referidos, existem semelhanças nos exemplos que ilustram as categorias de resposta cuja representação gráfica é não numérica e sem relação aparente com a quantidade solicitada: Rabiscos (Sastre e Moreno, 1977), representação global da quantidade (A. Sinclair e Al, 1983), respostas idiossincráticas (M. Hughes, 1983, 1986) e signo continuo (C. Pontecorvo, 1985), foram os termos escolhidos para descrever representações gráficas semelhantes por diferentes autores.

A designação que aqui se adopta é a “representação global da quantidade”, na qual não é visível qualquer indicador do referente e da quantidade, na produção gráfica.

Após a análise das categorias construídas nos estudos apresentados, é-se levado a pensar que as crianças começam por se centrar no tipo de referente, tentando representá-lo graficamente através do desenho ou de formas próximas que o substituam; podem também recorrer a pseudo letras ou letras, estando presente a correspondência termo-a-termo, e o conjunto é representado em extensão.

Parece que a correspondência termo-a-termo continua a orientar as respostas da criança, quando ela começa a produzir algarismos para representar a quantidade. As formas numéricas substituem as não numéricas, (desenhos, formas substitutas), visíveis nas respostas de escrita sequencial de números até ao número solicitado, ou através da repetição do número correspondente ao cardinal do conjunto. O cardinal ainda não sintetiza a numerosidade do conjunto e em vez de ser escrito uma única vez, é repetido representando cada um dos elementos do conjunto, estando presente simultaneamente, a expressão em extensão e a compreensão.

No conjunto dos estudos citados e utilizando a nomenclatura que se seleccionou passa-se agora a ilustrar as diferentes respostas de representação gráfica de quantidades associados a referentes que foram encontradas.

*Categoria 1* - Representação global da quantidade através de:

- a) um signo contínuo ( — (3 bolas))
- b) signos discretos ( ^^^ ^^^ (3 bolas))

*Categoria 2* - Quantidade representada através da correspondência termo-a-termo de:

- a) formas não numéricas (desenhos do referente, outras formas, pseudo letras e letras); ( $\otimes \otimes \otimes$ ; •••, B,B,B);
- b) escrita sequencial de números até ao cardinal solicitado; (1,2,3)
- c) repetição do número correspondente ao cardinal: ( 3 3 3)

*Categoria 3* - Quantidade representada através da escrita do número correspondente ao cardinal ou da escrita do nome do número.

- a) escrita do cardinal isolado;

b) escrita do cardinal associada ao tipo de referente (desenho de um referente ou escrita do seu nome); 3 ⊗; 3 bolas)

A nível metodológico interessa referir que nestes estudos as crianças tinham idades compreendidas entre os 3 e os 7 anos e as quantidades mais utilizadas variavam entre 1 e 5; só num dos estudos atingiram o 8 (Sinclair e Al, 1983); em todos eles os objectos a representar estavam presentes.

### **Processo de Contagem**

Os estudos mais citados pertencem aos autores Gelman e Gallistel (1978), Gelman e Greeno (1989) e Gelman e Meck (1983); referem que crianças muito novas (2/3 anos de idade) possuem conhecimentos matemáticos de grande complexidade. Daí que os autores apontem para a existência de princípios numéricos inatos, orientadores da capacidade de contar.

Numa linha teórica construtivista, outros autores tais como, Antell e Feating (1983), Starkey e Cooper (1980), Straus e Curtis (1981) realizaram estudos que confirmaram que alguns animais e crianças pequenas conseguem discriminar pequenas quantidades (“Subitize”); esta capacidade parece estar geneticamente programada manifestando-se muito cedo podendo ser considerada uma competência precursora da sensibilidade que permite a detecção de números pequenos.

Passamos a enumerar os princípios fundamentais da contagem, segundo Gelman e Gallistel (1987).

1. Ordem estável - os números devem ser utilizados nas contagens segundo uma mesma sequência;

2. Correspondência termo-a-termo - cada elemento contado deve ser relacionado com um só número;
3. Cardinalidade - o último número pronunciado tem um estatuto específico porque representa a quantidade de todo o conjunto;
4. Abstracção - a contagem aplica-se a qualquer conjunto de entidades;
5. Ordem irrelevante - a ordem porque os elementos são contados não influencia o resultado da contagem;

Estes autores referem a existência de estruturas mentais prévias e estáveis que permitem a assimilação e o desenvolvimento de capacidades mais complexas através da generalização de esquemas (Gelman e Meck 1986).

No que refere ao princípio da cardinalidade para Gelman e Gallistel o facto da criança repetir o número correspondente ao último elemento de um conjunto significa que a primeira vez que ele era pronunciado pertencia à sequência convencional, e a segunda vez representava a quantidade tendo valor de cardinal.

Constratando com o que se acaba de ser referido os trabalhos realizados por Briars e Siegler (1984), Fuson, Pergamont, Lyon e Hall (1985) Fuson (1988) e Krys, Braisby, Lowe Moroudas e Nicholls (1989), referem que as crianças aprendem a contar imitando a actividade rotineira modelada pelos adultos que as rodeiam; o acto de contar resulta de uma aprendizagem reforçada no contexto social.

De inicio, esta actividade tem pouco significado para a criança, tratando-se de uma simples cantilena, cuja a letra é constituída por uma sequência de palavras-número, todas com o mesmo valor.

Para Fuson (1988) as crianças necessitam de ser confrontadas com diferentes rotinas de contagem em contextos diversificados, para que generalizem o processo de contagem e abstraíam o que têm em comum, para que os princípios descritos possam aparecer, resultantes de uma construção individual em contextos estimulantes.

Deste modo, os autores face ao princípio da cardinalidade adiantado por Gelman e Gallistel, são mais cautelosas, preferindo falar da “regra da última palavra pronunciada” (Fuson e Hall, 1983; Fuson Pergamont, Lyon e Hall, 1985; Fuson 1988; Krye, Braisby, Lowe Maroudas e Nicholls, 1989). A criança repete a última palavra-número por imitação e pelo reforço do adulto sem que esteja necessariamente presente o princípio da cardinalidade.

Um exemplo do que acaba de ser apresentado é as crianças apontarem para cada elemento de um conjunto associando ao gesto uma correspondência termo-a-termo de palavras número verbalizadas. No entanto essas mesmas crianças não conseguem responder à pergunta sobre quantos elementos tem esse conjunto, ou encontram-se impossibilitadas de comparar dois conjuntos depois de terem “contado” os seus elementos respectivos.

Saxe (1982) refere a contagem como uma actividade adquirida socialmente. Embora as primeiras contagens possam ser concebidas como uma actividade mecânica resultante da imitação simples. Num segundo momento a contagem está associada ao conceito de cardinalidade, este de elaboração complexa.

Para Sophian (1987) as primeiras contagens, resultantes da sequência de palavras-número vão adquirindo uma crescente estabilidade. A criança vai integrando diversas descobertas, resultantes de diferentes utilizações dos números em contextos numéricos e não numéricos. A compreensão de que o último número dito corresponde à numerosidade de um conjunto, é

construída quando se estabelecem relações entre a percepção global de pequenas quantidades que são confirmados através da contagem e se descobre a similitude dos resultados obtidos.

A capacidade de “subitize” defendida como inata por Starkey e Cooper (1980), é uma precursora da construção do conceito de cardinalidade (Michie, 1984). A criança reconhece globalmente pequenas quantidades e mais tarde quando as conta, apontando para cada elemento, descobre a numerosidade e relaciona-a com a quantidade.

Steffe (1983) faz distinção entre contagem “internalized” e interiorizada. A primeira, resulta da estabilidade de uma sequência de palavras-número, aspecto quinestésico e auditivo realizada na presença de elementos unitários figurativos. A segunda, a contagem interiorizada resulta de uma abstracção reflectiva, a partir da generalização do esquema de contagem que conduz ao sistema decimal de numeração.

Para Brissiaud (1988) existem dois tipos de representação da quantidade: um modo analógico, outro convencional de medida. O primeiro, consiste na construção de colecções-testemunho equivalentes, através da correspondência termo-a-termo. O modo convencional de medida, é suportado por um sistema de denominação de quantidades, resultantes da cardinalidade.

Brissiaud (1988) reafirma também a importância dos dedos e das constelações (ex:  $\cdot\cdot=5$ ) como facilitadores da construção do conceito de cardinalidade. Com efeito, a criança aprende que uma mão é igual a cinco e estabelece equivalências sem recorrer a contagens, entre os dedos e os elementos de conjuntos, determinando o cardinal. Também as constelações têm o mesmo papel facilitador, resultando de uma leitura global de pequenas quantidades, cujos elementos se encontram distribuídos espacialmente. É o caso da organização do dominó e dos dados. A criança aprende que  $\cdot\cdot$  é igual a três.

Ainda segundo o mesmo autor, a criança a partir dos 4/5 anos utiliza a contagem como ajuda mnésica, conjugando o sistema gestual de natureza analógica, com o sistema verbal que permite através da sua coordenação, a construção numérica das quantidades, enquanto sistema lógico-matemático. Enquanto o processo de contagem se desenvolve, a generalização é frequente. As crianças usam segmentos estáveis de números que obedecem à ordem convencional, que alternam com segmentos não convencionais orientados por uma sequência coerente, ou por números produzidos ao acaso.

Gelman e Gallistel (1978), abordam ainda os erros lexicais, visíveis quando a ordem convencional é trocada. Fuson (1982; 1988), Seron Deloche (1987), Siegler e Robison (1982) estudam os erros sintáticos, Este último tipo de erros é um indicador da construção criativa das crianças quando sobre-generalizam, inferindo a partir das regularidades descobertas do sistema numérico. Um exemplo, é a verbalização do número “vinte e dez” para designar o número trinta.

### **Síntese**

Termina-se a revisão da literatura sintetizando as contribuições mais relevantes que orientaram a realização da presente pesquisa.

O principal destaque vai para a Teoria dos Campos Conceptuais de Vergnaud que foca a natureza interdisciplinar da construção dos conhecimentos matemáticos.

Acrescenta-se-lhe uma contribuição mais específica dos trabalhos de Sinclair e Al que inspiraram a presente abordagem das representações gráficas da quantidade.

E, por último, completa-se esta abordagem com a selecção de trabalhos sobre o processo de contagem dos quais se salientam os que foram elaborados por Gallistel e Gelman e K.Fuson.

Pensa-se que estas recolhas se complementam pois possibilitam a compreensão do processo de desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos com particular incidência na representação gráfica de quantidades presentes em crianças de 5 anos de idade e nos processos de contagem.

## **METODOLOGIA**

### **Objectivo e Questões**

O presente trabalho abordou a representação gráfica de quantidades associadas a referentes inferiores e superiores a 10, em crianças de 5 anos que frequentam o ensino pré-escolar. Foram também objecto de análise as competências destas crianças em situações de contagem com e sem suporte gráfico e ao nível da escrita de números conhecidos, procurou-se compreender o processo de apropriação do sistema numérico convencional, no período que antecede a aprendizagem formal.

Neste sentido, formularam-se as seguintes questões:

- 1ª Questão -Quais são as formas de representação gráfica de quantidades de objectos adoptadas por crianças de 5 anos de idade?
- 2ª Questão - Como se desenrola o processo de contagem?
- 3ª Questão - Que conhecimentos têm estas crianças ao nível da escrita de números?

### **Amostra**

A amostra foi constituída por 20 crianças, 13 raparigas e 7 rapazes, com idades compreendidas entre os 5 anos e 0 meses e 5 anos e 6 meses, provenientes de três salas de um Jardim de Infância que utiliza métodos activos, situado em Lisboa.

Nas salas existiam materiais não estruturados (caricas; rolhas;...) calendários e quadros de dupla entrada para a marcação das presenças e da escolha das actividades pelas crianças. Estes instrumentos de organização cooperativa eram utilizados diariamente. As contagens de materiais (canetas; lápis; ...) também eram frequentes.

### **Instrumento**

A entrevista foi constituída por duas partes complementares (Anexo A).

A primeira, teve como objectivo a recolha das representações gráficas de quantidades de objectos solicitados oralmente e na ausência dos conjuntos de objectos pedia-se à criança “*põe no papel 5 berlindes*”; foram também solicitados “*9 livros; 14 berlindes e 22 livros*”. Após a criança ter respondido a estas situações, solicitava-se que representasse “*de outra maneira diferente*” das anteriores essas quantidades; pretendia-se saber se a criança tinha outras respostas disponíveis que ainda não tivessem sido explicitadas, uma vez que se estava interessado na análise da diversidade das representações gráficas.

Optou-se por não ter os objectos presentes porque diversos trabalhos dos quais se destaca o de Sinclair e Al (1983), tinham revelado que na sua presença as crianças podem representar correctamente a quantidade, através da correspondência-termo-a-termo independentemente do processo de contagem dificultando a distinção entre estes processos e os outros que se baseiem na contagem como suporte orientador da sua representação.

A segunda parte, permitiu avaliar os conhecimentos das crianças no domínio da contagem. Para o efeito foi solicitado “*conta até saberes*”, posteriormente usou-se como suporte gráfico uma

folha de papel impressa com asteriscos e pediu-se “*conta estas coisas*”. Os asteriscos encontravam-se alinhados em sequências de 10, totalizando 40 por página, o número de páginas permitia contagens até números muito elevados. Por último, solicitou-se a escrita de números conhecidos através da indicação “*Põe no papel os números que conheces*”.

Estas situações foram criadas com o objectivo de recolher indicadores sobre o processo de contagem e de analisar se a presença de suporte influenciava o acto de contagem. Pretendia-se também, averiguar quais os números que as crianças sabiam escrever, e se estes conhecimentos eram mobilizados para a representação de quantidades associadas a referentes.

#### *Testagem e Aperfeiçoamento do Instrumento*

Foi construído um primeiro guião de entrevista (anexo B), que foi aplicado a quatro crianças de 5 anos, que não pertenciam à amostra. As situações de representação gráfica da quantidade foram reformuladas, porque se verificou que a diversidade de referentes (berlindes, casas, galinhas, pintos, elefantes, ratos) introduzia dificuldades ao nível da representação gráfica, desviando do registo numérico. Deste modo, optou-se por dois referentes com formas fáceis de serem representadas no papel (berlindes e livros).

O número de situações foi revisto, passando de 6 para 4, a fim de diminuir a duração da entrevista e o cansaço daí resultante. A ordem de apresentação das situações foi alterada. Decidiu-se começar pela representação gráfica das quantidades para eliminar a influência dos efeitos de aprendizagem decorrentes das contagens e da escrita de números.

A linguagem dos enunciados foi também alvo de atenção, no que se refere aos verbos que orientavam a execução das tarefas. Experimentaram-se os termos: “*escreve*”, “*põe*” e “*faz no papel*”, para se ver a sua influência na resolução da tarefa.

Quando se utilizou a palavra “*escrever*” no enunciado, obtiveram-se respostas inibidoras da realização da tarefa. “*Eu ainda não sei escrever*”; “*Só sei escrever o meu nome, o dos meus amigos, pai e mãe*”, “*Eu posso fazer letras mas eu só sei escrever o meu nome, eu, ontem, pai e mãe*”.

O termo “*faz no papel*” direccionava a realização da tarefa para o desenho. “*Faço o desenho?*”, “*É para desenhar?*” Escolheu-se a indicação “*põe no papel*” por ser aquela que foi melhor acolhida, não tendo levantado qualquer resistência ou ambiguidade.

Após estas reformulações o guião voltou a ser experimentado com 5 crianças, para se verificar a adequação das alterações e só depois foi aplicado às crianças da amostra.

### **Materiais Utilizados**

Os registos das crianças foram realizados em folhas de papel A4 fornecidas para o efeito. Disponibilizaram-se canetas de feltro. Construíram-se folhas de papel impressas com asteriscos para apoiar a contagem (situação de contagem com suporte). E, um gravador audio permitiu a recolha das trocas verbais entre as crianças e o entrevistador.

## Procedimento

Durante a segunda semana de Janeiro (1995) todas as crianças da amostra foram submetidas a uma entrevista individual, com duração média de 15 minutos, que foi gravada (audio) e posteriormente transcrita. Também foram recolhidas produções gráficas que acompanharam as respostas das crianças. (Vidé exemplo de protocolo individual completo - anexo B).

O entrevistador estava familiarizado com as crianças. A sua função consistiu no seu encaminhamento da sala onde se encontravam a trabalhar, para outra sala próxima e conhecida onde se realizaram as entrevistas. Durante a entrevista, foram-se colocando uma a uma as diversas situações, valorizando as respostas verbais e gráficas independentemente da sua adequação ao sistema numérico convencional. Confrontou-se as crianças com as suas respostas, pedindo esclarecimentos (*“o que é que fizeste? o que é que está aí no papel? Aonde? Aponta lá”*).

Após a entrevista as crianças dirigiram-se para o recreio, a fim de não contactarem com as restantes. Nas salas com 8 crianças realizaram-se as entrevistas no período da tarde, interromperam-se à hora do seu regresso a casa, e concluíram-se na manhã seguinte. Na sala com 4 crianças, as entrevistas realizaram-se numa só tarde.

## Análise dos Dados

Os dados obtidos nas entrevistas foram tratados através da análise do conteúdo (Bardin, 1979) (Quadro de resultados - anexo C). Perante uma amostra de dimensão relativamente reduzida decidiu-se recorrer a uma análise estatística meramente descritiva.

Deste modo, compararam-se as frequências das diversas **representações gráficas de quantidades** associadas a referentes (situações 1, 2, 3, 4 e 5), tendo em conta:

- Organização das Respostas

- Natureza global
- Perfil individual

- Organização das Estratégias

- Natureza global
- Perfil individual

- O cruzamento de respostas e estratégias;

Em relação ao processo de **contagem** com e sem suporte e à **escrita de números** (situações 6, 7 e 8) compararam-se as contagens realizadas na presença e na ausência de suporte gráfico e examinaram-se as respostas alternativas ao sistema numérico convencional sempre com base nas frequências. Efectuou-se ainda uma comparação dos dados referentes à representação gráfica das quantidades (situações 1,2,3,4 e 5) e à escrita de números (situação 8).

Por último, procedeu-se a uma análise transversal das respostas de cinco crianças de forma a obter uma leitura mais detalhada.

## RESULTADOS

### Representação Gráfica das Quantidades Associadas a Referentes

(Situações 1, 2, 3, 4 e 5)

#### *Organização das Respostas*

Com base na totalidade das respostas referentes à representação gráfica recolhidas nas cinco situações (5 berlindes, 9 livros, 14 berlindes, 22 livros e por último, uma maneira diferente de pôr no papel as quantidades solicitadas anteriormente), foram construídas três grandes categorias.

O principal objectivo foi agregar numa mesma categoria, conjuntos de representações semelhantes de acordo com os critérios utilizados, no sentido de discriminar melhor as respostas, sem a preocupação da sua possível organização por níveis desenvolvimentais; estava-se interessado em escrutinar a diversidade das respostas disponíveis nas crianças.

Deste modo, optou-se por integrar numa mesma categoria todas as representações expressas através do desenho; noutra categoria, todas as representações nas quais apareceram desenhos acompanhados de letras e números e finalmente, numa outra categoria as respostas nas quais só se produziram números e a escrita do nome do referente.

Categoria **A** - Representação gráfica da quantidade, através do **desenho** do referente ou de formas semelhantes.

Nesta categoria foram integradas as respostas nas quais o desenho do referente foi repetido tantas vezes quantas as necessárias para registar a quantidade solicitada.

Nalguns casos, o desenho do referente foi substituído por formas geométricas, tais como, quadrados e circunferências, para representar respectivamente, livros e berlindes.

Ex: 





- *Posso fazer o desenho dos berlindes?*

*Estão giros? 5 berlindes.*

- *Vou fazer bolinhas. Já está. 5 berlindes.*

*(aponta para os berlindes)*

- *Os livros podem ser quadrados. Vou fazer diferentes destes para se saber que são livros.*

Categoria **B** - Representação gráfica da quantidade através de **desenhos** acompanhados de

**números** ou desenhos conjugados com a **escrita do nome** do referente.

Nesta categoria integram-se as respostas nas quais o desenho representou graficamente a quantidade ou sinalizou o tipo de referente; o desenho foi conjugado com a escrita de números que traduziam as quantidades solicitadas, ou com tentativas de escrita do nome do referente.

Esta categoria foi dividida em sub-categorias de modo a permitir uma análise mais detalhada, ilustrativa da diversidade das respostas.

Sub-Categoria **B1** - Escrita do nome do referente e repetição do desenho do referente até se

alcançar a quantidade solicitada.

Ex: Bid 0 0 0 0 0 0

- Berlindes. Passa fazer o **B**, um **i** e um **d** e depois fazer o desenho dos berlines, para se saber quantos são.

Sub-Categoria **B2** - Escrita sequencial de números conjugada com o desenho do referente

A cada número fez-se corresponder um desenho até se atingir a quantidade solicitada. A escrita dos números foi por vezes interrompida no último número que a criança conhecia e a produção continuada só com a repetição do desenho do referente.

Ex: 0 0 0 0 0 0  
1 2 3 4 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0

- Fiz 5 berlines, depois não me lembrava de mais números, fui contando para ver se chegava ao 14, para dar 14 berlines.

Sub-Categoria **B3** - Desenho do referente conjugado com o número solicitado repetidos até perfazer essa quantidade.

Ex: 05 05 05 05 05

- 1, 2, 3, 4, 5 berlines. Fiz um berlinde e depois o cinco, 5 vezes, porque eram 5 berlines.

Sub-Categoria **B4** - Escrita do número solicitado e repetição do desenho do referente até se alcançar essa quantidade

Ex: 5 0 0 0 0 0

- Faça o 5, depois ponha bolinhas, 5 berlines.

Sub-Categoria **B5** - Escrita de números que adicionados representam o número solicitado e

desenho de um ou dois referentes.

Ex: 10 4 0 0

- O 14 é difícil, não sei se sei fazer. Faça o 10 e o 4 e depois ponha berlindes

20 2 0

- Não sei fazer o 22. Vinte é um 2 e um zero. 20, 22 falta o 2, depois desenha um livro

Sub-Categoria **B6** - Escrita do número solicitado e desenho de um ou dois referentes

Ex: 9 0

- Escrevi 9 para se saber que são 9 e fiz um livro, para se saber que são livros. Já se sabe tudo

9 0 0

- Eu sei fazer o 9. Agora faça um livro e outro livro; (...) pus dois livros, se não fica 9 livro, fica um bocadinho mal

Categoria **C** - Representação gráfica da quantidade através da **escrita do número** solicitado

acompanhado da escrita do **nome do referente**.

Nesta categoria, foram integradas as produções nas quais foram escritos os números solicitados e se tentou escrever o nome do referente.

Ex: 14 Blid

- Já está. 14 berlindes

22 Livu

- Pronto. 22 livros

## Natureza Global

Apresenta-se em seguida no quadro 2, a distribuição das frequências das categorias e sub-categorias em cada uma das situações contempladas.

Interessa referir que para o total concorreram todas as respostas produzidas razão pela qual, o total de respostas por situação poderá não corresponder ao número de sujeitos. Na mesma situação, algumas crianças produziram mais do que uma resposta ou recusaram-se a responder.

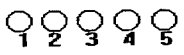
**Quadro 2: Frequência das Respostas**

SITUAÇÕES		QUANTIDADES < 10			QUANTIDADES > 10			SITUAÇÃO 5 OUTRA MANEIRA ≠	Sub-Totais
		SITUAÇÃO 1 5 BERLINDES	SITUAÇÃO 2 9 LIVROS	SUB TOTAL	SITUAÇÃO 3 14 BERLINDES	SITUAÇÃO 4 22 LIVROS	SUB- TOTAL		
<b>A</b>		14	12	26	15	9	24	3	53
<b>B</b>	B1	1	-	1	-	-	-	-	1
	B2	2	1	3	1	-	1	3	7
	B3	-	-	-	-	-	-	1	1
	B4	5	2	7	1	3	4	4	15
	B5	-	-	-	1	3	4	1	5
	B6	-	3	3	-	1	1	5	9
<b>C</b>		-	2	2	2	2	4	2	8
Sub- Totais		22	20	42	20	18	38	19	TOTAL 99

Este quadro vai ser objecto de uma abordagem faseada. Apresenta-se em primeiro lugar, a análise das frequências encontradas no conjunto das situações contempladas (leitura vertical da última coluna). Passa-se depois, à análise de cada uma das categorias e respectivas sub-

categorias, no conjunto das situações (leitura horizontal do quadro). Finalmente, considera-se a diversidade de resposta em cada situação (leitura vertical das várias colunas do quadro) e comparam-se as respostas às situações com quantidades inferiores a 10 com as superiores a 10.

Através da observação das frequências correspondente à **última coluna do quadro** anterior, observa-se que o desenho do referente foi o tipo de resposta mais utilizado pelas crianças da amostra para representar quantidades superiores e inferiores a 10, tendo aparecido em cerca de metade das respostas (Categoria A).

A segunda categoria mais frequente foi a B, que integra respostas compostas por desenhos e números; para este resultado, salienta-se a contribuição da sub-categoria mais frequente a B4 (ex: 5 OOOOO). Segundo uma ordem decrescente de frequências, aparecem as sub-categorias B6 (ex: 9 □ □), B2 (ex: ) e B5 (10 4 OO). Por último, só com uma resposta contabilizada surgem as sub-categorias B1 (ex: berlindes OOOOO) e B3 (ex: O5 O5 O5 O5 O5).

A categoria C (ex: 9 livros) - escrita do número solicitado e do nome do referente foi a menos frequente.

Uma **leitura horizontal do quadro** permite contrastar as ocorrências de cada categoria e sub-categoria nas cinco situações. Verifica-se que só a sub-categoria B4 (ex: 5 OOOOO) e a categoria A (OOOOO) estiveram presentes nas cinco situações contempladas. Podemos considerá-las as representações mais escolhidas pelas crianças de 5 anos uma vez que, tendo-se variado a dimensão das quantidades (5, 9 14 e 22), estes tipos de representação apareceram sempre nas respostas dadas. Estiveram ainda presentes na situação em que foi solicitado às

crianças que representassem a quantidade de “maneira diferente”. A sub-categoria B2 (ex:  $\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix}$ ) e a C (ex: 9 livros), apareceram em quatro situações. As restantes sub-categorias embora mais esporádicas forneceram indicadores sobre a variedade de respostas.

Uma **leitura vertical do quadro**, fornece indicação sobre a diversidade de respostas por situação observa-se que foi na situação 5 - “outra maneira diferente”, que se observou maior diversidade de respostas. Estiveram presentes sete tipos diferentes de resposta, distribuídos por todas as sub-categorias, excepto pela B1 (ex: berlindes OOOOO), que só apareceu uma vez para representar 5 berlindes. O facto de se ter solicitado “uma maneira diferente” de representar quantidades, acabou por viabilizar que algumas crianças tivessem a oportunidade de produzir outras respostas disponíveis.

Na situação 1, distribuíram-se apenas pelas categorias A e B. Nas restantes situações a Categoria C apareceu também representada. Foi no registo de 5 berlindes, na representação da menor quantidade considerada, que se obteve menor diversidade de respostas.

Continuando a leitura vertical do quadro, propõe-se colocar de lado temporariamente, a Categoria A, por ter sido a mais frequente em todas as situações, de modo a analisar-se o aparecimento das sub-categorias mais específicas de cada situação (e exceptuando a situação 5). Na situação 1 sobressai então, em segundo lugar, a sub-categoria B4 (Ex: 5OOOOO), seguida da B2 (Ex:  $\begin{matrix} \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc & \bigcirc \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{matrix}$ ); na situação 2 aparece a sub-categoria B6 (Ex: 9 □□), seguida da B4; na situação 3, manifesta-se a categoria C (14 berlindes); e por último na situação 4, as sub-categorias B4 e B5 (Ex: 10 10 2 □□); surgem em segundo lugar, com a mesma frequência. Lembra-se que na situação 5, o desenho (categoria A) apareceu com fraca expressão, sendo as sub-categorias mais frequentes a B6 (Ex: 9 □□) e a B4 (ex: 5OOOOO).


Verifica-se que neste conjunto de situações as crianças representaram o número correspondente ao cardinal, variando a forma de representar o referente. Considera-se, que na situação 4 o cardinal apareceu representado de forma diferente (ex: 10 10 2 □□) por as crianças desconhecerem os algarismos constituintes do número 22 e terem optado por conjugar (adicionar) números conhecidos. Foi na situação 1, em que se solicitou a menor quantidade (5 berlindes), que surgiu mais frequentemente uma representação do cardinal acompanhada do desenho de todos os referentes. A segunda sub-categoria mais representada (continuando a exceptuar a Categoria A) ilustra o registo do processo de contagem e a ausência do conceito de cardinalidade. Desta leitura, interessa referir que a representação do cardinal (através de diferentes tipos de resposta) apareceu predominantemente associada a quantidades iguais ou superiores a 9.

Procurando agora examinar a incidência do cardinal no conjunto das respostas verifica-se que, a diversidade se manifesta através das diferentes formas de representar o referente, ou seja, desde o desenho de todos os elementos, a uma forma abreviada do desenho de dois elementos, à escrita do nome do referente.

Relembra-se que o desenho como representação da quantidade (categoria A), obteve-se um total de 53 respostas face a 45 nas quais se utilizaram números; destas 45, em 38, as crianças representaram o cardinal (B3+B4+B5+B6+C), ou seja, em mais de 3/4 das respostas em que se usaram números, o cardinal foi representado.

Por último, passa-se à comparação do aparecimento das categorias nas situações 1 e 2, quantidades inferiores a 10, com as situações 3 e 4 em que as quantidades foram superiores a 10. De modo a facilitar esta análise apresentamo-la em duas colunas.

### Quadro 3: Respostas - Situações com Quantidades Inferiores e Superiores a 10

Quantidades < 10	Quantidades > 10
* O desenho (categoria A, ex: OOOOO) surge em primeiro lugar, com maior frequência;	* O desenho surge igualmente em 1º lugar;
* A sub-categoria B4 (ex: 5 OOOOO) aparece em segundo lugar;	* Em segundo lugar, com frequências iguais aparecem para além da sub-categoria B4, as categorias B5 (ex: 10 4 OO) e C (ex: 9 livros);
* As sub-categorias B2 (ex:  ) e B6 (ex: 9□□) ocupam o terceiro lugar;	* Da mesma forma que nas quantidades < 10 as sub-categorias B2 e B6 ocupam o terceiro lugar; no entanto interessa referir que nestas situações apareceram uma única vez.
* Em quarto lugar, aparece a categoria C (ex: 9 livros) e por último a sub-categoria B1 (ex: berlindes OOOOO)	* Não existiu quarto lugar.
* Salienta-se que a sub-categoria B1 só aparece uma única vez e, neste grupo de situações (<10);	* A sub-categoria B5, só aparece neste grupo de situações.

Para concluir esta análise, interessa referir que, apesar das representações mais frequentes serem comuns nas situações com quantidades inferiores a 10 e superiores a 10 e - A e B4 - nota-se que, quando as quantidades são maiores, as crianças mobilizam representações mais elaboradas e simultaneamente mais económicas (B5 e C) sendo a (B5) específica deste grupo de situações.

#### Perfil Individual

Na análise dos perfis individuais de resposta vai abordar-se a consistência das respostas produzidas por cada criança nas diferentes situações e compara-se o que acontece quando as quantidades são inferiores e superiores a 10.

Num segundo momento, analisa-se a ocorrência dos diversos tipos de respostas produzidas por cada criança pelo menos uma vez (diversidade de categorias por criança).



Interessa salientar que a situação 5 forneceu um contributo significativo ao nível da manifestação da diversidade de respostas disponíveis. Caso não se tivesse considerado esta situação, o número de crianças que teriam respondido de forma consistente passaria de 6 para 12 (situações 1, 2, 3 e 4).

Quando se comparam os grupos de situações com quantidades inferiores a 10 e superiores a 10, verifica-se que quase não existem diferenças ao nível da diversidade de respostas - 14 crianças deram respostas consistentes no primeiro grupo e 15 crianças e no segundo grupo.

Passa-se então a nova leitura do quadro salientando agora a diversidade individual de respostas que foram produzidas pelo menos uma vez.

O desenho (ex: OOOOO) foi usado por 16 crianças para representar a quantidade e o referente;

O cardinal solicitado acompanhado do desenho de todos os referentes (ex: 5 OOOOO) foi realizado por 8 crianças;

O cardinal seguido do desenho de um ou dois referentes (ex: 9 □□) apareceu nas respostas de 6 crianças;

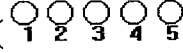
A escrita sequencial de números fazendo corresponder a cada um o desenho do referente (ex:

○<sub>1</sub> ○<sub>2</sub> ○<sub>3</sub> ○<sub>4</sub> ○<sub>5</sub> ) foi produzida por 5 crianças;

A representação do cardinal através da escrita de números que adicionados perfaziam o número solicitado acompanhado do desenho de um ou dois referentes (ex: 10 4 OO) foi efectuada por 4 crianças;

O cardinal seguido do nome do referente (ex: 9 livros) apareceu igualmente, nas respostas de 4 crianças;

Por último, a escrita do nome do referente seguida do desenho de todos os elementos (ex: berlindes OOOOO) e a representação do cardinal emparelhado com o desenho do referente repetido até perfazer a quantidade solicitada foram produzidas apenas por uma criança respectivamente e uma única vez.

Interessa reter que 12 crianças representaram o cardinal seguido do referente, pelo menos numa resposta; 5 crianças só fizeram o desenho dos referentes sempre que responderam; 3 crianças representaram graficamente o processo de contagem uma só vez (  ) e desenharam nas restantes respostas.

Sintetizando, 14 crianças produziram mais do que um tipo de resposta nas situações de representação gráfica de quantidades.

A situação 5 contribuiu significativamente para o conhecimento de outras respostas disponíveis. Não se verificaram diferenças ao nível da consistência das respostas entre as situações com quantidades inferiores e superiores a 10.

A representação da quantidade com números apareceu em 15 crianças, umas reproduzindo o processo de contagem, outras registrando o cardinal. O cardinal seguido do referente foi representado por mais de metade das crianças da amostra coexistindo, por vezes, com outros tipos de representação.

### *Organização das Estratégias*

Com base nas verbalizações que acompanharam as respostas gráficas e nos comportamentos observados, foram isoladas 8 estratégias que passaremos a descrever.

E1 - Realizou a tarefa em silêncio quando terminou, disse o número solicitado acompanhado do referente.

E2 - Representou graficamente um elemento, parou e contou-o alto, adicionou-lhe mais um elemento, voltou a parar e recomeçou a contagem desde o início.

Este procedimento foi accionado do primeiro ao último elemento a ser representado, ou seja, até o número solicitado ter sido atingido. (estratégia "counting-all").

E3 - A verbalização sequencial dos números acompanhou parcialmente a produção ou até o número solicitado ser atingido: correspondência termo a termo entre uma palavra-número e um elemento representado.

E4 - Realizou a tarefa em silêncio, parou para contar os elementos representados, no sentido de os confirmar; acrescentando ou riscando, tendo em conta o número solicitado.

E5 - Escreveu sequencialmente os números, verbalizando-os para descobrir o número solicitado; fazendo ou não correspondência directa com o desenho

Ex: 1, 2, 3, 4, ⑤

ou □□□□□

1 2 3 4 5

E6 - Escreveu o número solicitado através da sua decomposição em parcelas, com apoio dos dedos da mão.

E7 - Escreveu o número solicitado através da segmentação oral das palavras que o constituem.

E8 - Escreveu o número solicitado após o ter pronunciado.

### Natureza Global

Apresenta-se seguidamente, o Quadro 5 onde se pode observar a diversidade das estratégias orientadoras das respostas nas cinco situações.

Em primeiro lugar apresenta-se a frequência das estratégias por ordem decrescente de aparecimento em cada situação; seguidamente, comparam-se as situações com quantidades inferiores e superiores a 10.

**Quadro 5: Estratégias - Distribuição de Frequências**

ESTRATÉGIAS	SITUAÇÃO 1 5 BERLINDES	SITUAÇÃO 2 9 LIVROS	SUB TOTAL	SITUAÇÃO 3 14 BERLINDES	SITUAÇÃO 4 22 LIVROS	SUB TOTAL	SITUAÇÃO 5 OUTRA MANEIRA DIFERENTE	TOTAL
E1	7	2	9	1	1	2	3	14
E2	-	-	-	1	-	1	-	1
E3	6	6	12	10	11	21	1	34
E4	2	10	12	15	6	21	-	33
E5	2	2	4	3	-	3	6	13
E6	-	-	-	1	1	2	1	3
E7	-	-	-	-	2	2	-	2
E8	5	4	9	2	6	8	7	24
TOTAL DAS ESTRATÉGIAS	22	24	46	33	27	60	18	124

Interessa referir que neste quadro, tal como sucedeu no caso das representações, aparece contabilizado o número de vezes que uma estratégia foi detectada numa mesma situação, razão pela qual os totais das estratégias em cada situação são tão variados.

As estratégias mais frequentes nas cinco situações, foram a E3, a E4 e a E8, a primeira apoiada na verbalização sequencial que acompanha a representação, a segunda na contagem para confirmar a quantidade representada, e por último a escrita do número correcto após o ter pronunciado.

A estratégia E1 - Realizou a tarefa em silêncio, quando terminou disse o número solicitado acompanhado do referente, foi a quarta estratégia mais frequente seguida da E5 - Escrita sequencial dos números verbalizando-os. Na estratégia E8, a verbalização antecede a produção; a criança dizia o número solicitado e o referente e registava-os; na estratégia E1, a produção antecede a verbalização, a criança terminava a produção e depois dizia o que tinha representado.

As estratégias E1 e E8, bem como a estratégia E3 (verbalização sequencial) foram as únicas a estarem presentes nas cinco situações.

Com frequências menores aparecem as restantes três estratégias E6, E7, e E2.

Foi na situação 3 (14 berlindes) que apareceu o maior número e diversidade de estratégias (33), distribuídas por 7 categorias diferentes.

Na situação 4 totalizaram-se 27 estratégias de 6 categorias diferentes nas restantes situações registaram-se 5 categorias diferentes, com os sub-totais a continuarem a decrescer nas situações 2, 1 e 5.

Passa-se agora para a comparação entre situações de quantidades superiores e inferiores a 10, disposta em duas colunas de modo a facilitar a leitura.

#### Quadro 6: Estratégias - Situações com Quantidades Inferiores e Superiores a 10

Quantidades < 10	Quantidades > 10
* Nestas situações, registou-se um menor número de estratégias (46);	* Foram contabilizadas 60 estratégias;
* Na situação onde a quantidade foi superior (9 livros), o número de estratégias aumentou ligeiramente (de 22 para 24);	* O maior número de estratégias ocorreu na representação de 14 berlindes (33), na situação 4 - 22 livros - registou-se um número menor (27), mas superior ao das situações com quantidades menores que 10.
* A estratégia E1 - realização em silêncio registou maior frequência nestas situações embora não tenha sido exclusiva destas. As estratégias E5 - escrita sequencial verbalizada e E8 - escrita do número após o ter pronunciado tiveram um ligeiro aumento quando comparadas com as situações de quantidades superiores.	* As estratégias E3 e E4 - apoiadas na verbalização sequencial e na contagem respectivamente - quase duplicaram de frequência ( de 12 para 21), quando comparadas com as situações de quantidades menores.
* Não foram registadas estratégias exclusivas destas situações.	* As estratégias E2, E6 e E7 - baseadas na contagem, decomposição dos números em parcelas e segmentação oral da palavra-número - só apareceram nestas situações



estratégias nas quatro situações, enquanto que a outra metade usou três, quatro ou cinco estratégias diferentes.

Interessa ainda salientar que as estratégias E3 e E4 (verbalização sequencial e tarefa em silêncio seguida de contagem) apareceram diversas vezes associadas e com maior expressividade (6 vezes) na situação 3 (14 berlindes).

### QUADRO 8: Estratégias - Situações com Quantidades Inferiores e Superiores a 10

Quantidades < 10	Quantidades > 10
* 8 crianças utilizaram uma só estratégia nas respostas a estas situações.	* 3 crianças o fizeram quando as quantidades aumentaram;
* 10 crianças mobilizaram duas estratégias;	* 13 crianças usaram duas estratégias;
* 2 crianças usaram três estratégias diferentes;	* Mais uma criança do que nas situações anteriores;
* Nenhuma criança se apoiou em quatro estratégias.	* Uma criança mobilizou quatro estratégias diferenciadas.

O registo individual de uma ou duas estratégias foi preponderante nas situações de quantidades inferiores a 10.

#### *Cruzamento de Resposta e Estratégias*

No sentido de averiguar a existência de uma relação entre as representações gráficas da quantidade e as estratégias que as orientaram, procedeu-se à análise conjunta dos dados. Deste modo, no quadro 9 encontram-se conjugadas as respostas gráficas associadas às estratégias utilizadas por cada criança.

**Quadro 9 - Respostas e Estratégias**

SITUAÇÃO 4 22 Livros	A	B4	R	B4	A	A	E5	B4	A	A	A	B5	B5	A	A	A	B6	C	C	
SITUAÇÃO 3 14 Berlindes	A	A	A	B4	A	A	B2	A	A	A	A	A	B6	A	A	A	A	C	C	
SITUAÇÃO 2 9 Livros	A	B4	A	B4	A	A	B6	A	A	A	A	C	B6	A	A	A	B6	B2	C	
SITUAÇÃO 1 5 Berlindes	A	B4	A	B4	A	A	B2	A	A	A	A	A	B4	A	A	A	B4	B2 B1	A	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20

Legenda

	E1		E2		E3		E4		E5		E6		E7							
	E8		R	Recusa a nível de produção gráfica acompanhada de verbalização da resposta de Categoria A																

Numa leitura global, podemos afirmar que o desenho do referente (Categoria A - OOOOO), apareceu frequentemente associado às estratégias E3 (verbalização sequencial) e E4 (contagem).

Na categoria B, que integrou respostas com desenhos, números e letras, apareceram as estratégias E5 (escrita sequencial dos números verbalizando-os) e a E8 (escrita do número solicitado após o ter pronunciado).

A categoria C (9 livros) foi basicamente orientada pela estratégia E8.

A estratégia E1 (realização da tarefa em silêncio), apareceu associada a todas as categorias.

### **Processo de Contagem e Escrita de Números (situações 6, 7 e 8)**

Num primeiro momento aborda-se as respostas obtidas nas situações de contagem na presença e na ausência de um suporte gráfico. Depois, apresenta-se a forma como as crianças escreveram números. Por último, descrevem-se as respostas alternativas ao sistema numérico convencional produzidas nestas situações

### *Comparação entre Contagens com e Sem Suporte e Escrita de Números*

Na análise destes dados, optou-se por considerar o último número verbalizado ou escrito que obedeceu à sequência convencional. Foram analisados os limites inferiores e superiores dos números identificados nas situações de contagem com e sem suporte de modo a possibilitar a comparação; construíram-se intervalos de frequência de modo a facilitar a leitura da distribuição global das respostas (Quadro 10).

Na situação de contagem sem suporte (situação 6), as respostas variaram entre o número 11 e o 140 ou seja, a criança que contou menos parou no número 11 e o maior número alcançado por uma criança foi o 140; na situação de contagem com suporte (situação 7), o intervalo foi de 16 a 299, tendo-se registado uma maior amplitude de contagem, sendo o limite superior muito mais elevado.

Interessa ainda assinalar que na contagem sem suporte, 10 das crianças interromperam a contagem em números que tinham o 9 como algarismo das unidades, ou seja, 29, 39, 69; este número de crianças foi mais elevado na situação de contagem com suporte. Em ambas as situações (contagem com e sem suporte), existiram crianças que interromperam a sequência em números terminados em 0 ou em 5; 6 crianças pararam noutros números.

Na situação de escrita de números (situação 8) as respostas variaram entre o número 3 e o número 40; só uma criança se recusou a responder. Neste caso, as crianças escreveram sequencialmente os números e interromperam quando não sabiam que algarismos necessitavam de registar para constituir o número seguinte. Salienta-se que 11 crianças, das 19 que responderam a esta situação pararam no número 10 ou muito próximo dele (ex: 9 11).

Acrescenta-se ainda que 5 crianças interromperam a escrita sequencial no número 5 ou perto dele.

**Quadro 10: Distribuição de Frequências do Último Número Verbalizado e Escrito**

INTERVALOS	SITUAÇÃO 6 CONTAGEM SEM SUPORTE	SITUAÇÃO 7 CONTAGEM COM SUPORTE	SITUAÇÃO 8 ESCRITA DE NºS
0 -10	-	-	10
11 -20	4	4	6
21 -30	10	6	2
31 -40	2	5	1
41 -50	1	1	-
> 51	3	4	-
Nº de Crianças	20	20	19

No Quadro 10 pode observar-se que na situação de contagem sem suporte, 14 crianças contaram números até 30, enquanto que na situação de contagem com suporte apenas 10 crianças o fizeram. Quando se comparam estas duas situações constata-se que na contagem com suporte existiu um deslocamento do número de crianças para intervalos com números superiores. Com efeito, metade das crianças da amostra contou até números superiores a 31 quando o suporte gráfico esteve presente.

Na situação de escrita de números, as crianças iniciaram a escrita pelo número 1 e continuaram até saberem. Metade da amostra 10 crianças escreveram números até 10. Somente 3 crianças produziram números superiores a 21.

O Quadro 11 permite uma leitura comparada das respostas obtidas nas contagens efectuadas pelas crianças na ausência e na presença de um suporte gráfico, relembra-se que para esta análise se considerou o último número contado de acordo com a sequência convencional em ambas as situações.

**Quadro 11: Contagens Com e Sem Suporte Gráfico**

ÚLTIMO NÚMERO	Nº DE CRIANÇAS
Sem suporte = Com suporte	6
Sem suporte > Com suporte	3
Sem suporte < Com suporte	11

Neste quadro, observa-se que 11 crianças contaram com suporte respeitando a sequência convencional até números superiores aos que foram alcançados na situação de contagem sem suporte. Pode ler-se também que 6 crianças atingiram o mesmo número nas situações com e sem suporte. Somente, 3 crianças atingiram números superiores na situação de contagem sem suporte. A maior parte das crianças (16 e 18 nas situações 6 e 7 respectivamente) continuaram as suas contagens até números superiores, afastando-se da ordem convencional ou criando novas palavras-número. A este tipo de produções orais chamou-se-lhes respostas alternativas.

#### Respostas Alternativas ao Sistema Numérico Convencional

Segue-se uma análise qualitativa do desfasamento entre o último número verbalizado e/ou escrito, que respeitou a sequência convencional e o maior número pronunciado em resposta às situações anteriormente apresentadas; esta análise permitiu evidenciar, indicadores do processo de apropriação do sistema numérico.

A partir das respostas alternativas, construíram-se 4 categorias, que se passa a apresentar.

a1 - Descontinuidades na sequência convencional verificadas, quer ao nível do algarismo das unidades, quer do das dezenas. Os saltos eram para números superiores aos anteriormente verbalizados, não existindo repetição de números.

Ex: 1 até 16, (seguido do) 18, 20

1 até 39, 50 até 59, 80

a2 - Descontinuidades circulares, ocorreram sempre que existiu um retorno a números inferiores anteriormente verbalizados, a partir dos quais se retomou a sequência.

Ex: 40 até 49, 40 até 49, 30

a3 - Verbalização de nomes de números que resultam da regularização do sistema numérico.

Ex: 20 e 10, 20 e 11 (oral)  
 19 110 111 112 ... (escrita)  
       20    21    22

(vinte e dez para se referir ao número 30) (A criança ao atingir o número 19, não substitui o algarismo das dezenas para representar o número 20, mantém o número 1 no início e continua o registo não respeitando o sistema decimal conforme o exemplo 1 11, 1 12, ...).

a4 - Registo do número através da sua decomposição em parcelas.

Ex: 6 é o 5 mais 1  
 7 é o 5 mais 2

O Quadro 12, mostra como se distribuíram as respostas alternativas pelas situações de contagem com e sem suporte e pela situação de escrita de números.

### Quadro 12: Distribuição de Frequência das Respostas Alternativas ao Sistema Numérico Convencional

RESPOSTAS ALTERNATIVAS	SITUAÇÕES	SITUAÇÃO 6 CONTAGEM SEM SUPORTE	SITUAÇÃO 7 CONTAGEM COM SUPORTE	SITUAÇÃO 8 ESCRITA DE NºS	TOTAL
a	1	12	10	-	22
a	2	2	9	-	11
a	3	5	11	1	17
a	4	-	-	1	1
		19	30	2	51

No que se refere à situação de contagem com suporte, salienta-se o facto de existir um maior número de respostas alternativas, um total de 30, em relação às 19 verificadas na situação sem suporte.

Quanto à natureza das respostas alternativas encontradas, os saltos para números superiores (a1) foi a resposta mais frequente, seguida do recurso a palavras-números criadas a partir da regularização do sistema numérico (a3).

Por último, na situação de escrita de números, só apareceram duas respostas alternativas resultantes da regularização da escrita dos números (a3) e da sua decomposição em parcelas (a4).

#### Comparação entre Respostas Referentes à Representação Gráfica de Quantidades Associadas a Referentes (Situações 1, 2, 3, 4 e 5) e à Escrita de Números (Situação 8)

Pensou-se que seria interessante comparar com é que a mesma criança mobiliza os números para representar quantidades associadas a referentes e como é que os escreve sequencialmente. Pretendia-se saber se os números usados nas situações de representação também apareciam na escrita de números isolados ou vice-versa.

A comparação das produções de cada criança nas situações 1, 2, 3, 4, 5 e 8 mostrou que:

Das 6 crianças que adotaram sempre o desenho para representar as quantidades associadas a referentes, 5 escreveram sequencialmente números (até 3, 4, 5, 11 e 19 respectivamente) e só uma se recusou a escrever números alegando que “não sabia”.

Metade destas crianças (3) escreveram os números 5, 9 e 14 mas não o retiraram da sequência para representar as quantidades 5 berlindes, 9 livros e 14 berlindes.

Refere-se também que 2 crianças representaram a quantidade 5 através da escrita do cardinal, mas não representaram da mesma forma a quantidade 9 embora tenham escrito números até 10 e 13 respectivamente.

O cardinal foi representado por 2 crianças que interromperam a escrita sequencial no maior número solicitado nas situações de representação gráfica da quantidade associada a referentes (Ex: uma criança representou 22 livros e para isso escreveu sequencialmente números até ao 22, para descobrir quais os algarismos que o formavam). Estas crianças apoiaram-se simultaneamente na escrita sequencial de números e na contagem para descobrirem o número correspondente à quantidade solicitada.

Salienta-se que 8 crianças representaram quantidades registando números superiores, àqueles que foram escritos sequencialmente (Ex: representaram a quantidade 22 livros mas só escreveram números até 10). Destas algumas decompuseram o número correspondente à quantidade solicitada (Ex: 10 10 2 para representarem 22 livros); outras decompuseram a palavra-número 20 e 2 escrevendo os números respectivos (Ex: 20 e 2 livros), afirmando não saber escrever números até ao 22 mas, “sabiam o 20 e o 2”.

Por último 2 crianças representaram correctamente as quatro quantidades solicitadas e escreveram números respectivamente até 30 e 40. Uma sabia o nome dos números que ia escrevendo, a outra não. Tendo-se apercebido das regularidades ao nível do algarismo das unidades (de 0 a 9) e o modo como mudava o algarismo das dezenas foi escrevendo os números sequencialmente, necessitando de os contar desde o início para os localizar.

Sintetizando as crianças podem escrever números sequencialmente sem que estes sejam mobilizados para representar quantidades e a inversa também acontece. As descobertas parecem operar-se a partir da articulação entre conhecimentos ao nível da contagem, da escrita de números e sua relação com as quantidades que lhes estão associadas. A ordem convencional não orienta as descobertas, uma vez que algumas crianças souberam escrever números superiores para representarem quantidades mostrando desconhecer como se representavam quantidades inferiores.




#### **Análise Transversal das Respostas de 5 Crianças (nº 11, nº 12, nº 14, nº 18 e nº 19)**

Foram escolhidas as respostas de cinco crianças dado que permitem salientar a natureza diferenciada dos conhecimentos manifestados no decorrer da entrevista. Esta selecção ilustra um conjunto de produções típicas e também específicas possibilitando uma análise complementar dos dados anteriormente apresentados. Facilita ainda, o confronto de respostas dadas por uma mesma criança nas oito situações organizadas.

Quadro 13: Representação Gráfica de Quantidades - Perfis Individuais Seleccionados

	I N Ê S	M A R I A	L E O N O R	D I O G O	C A R O L I N A
SITUAÇÃO 5 outra maneira diferente	B2	B4			
SITUAÇÃO 4 22 Livros			B5	B6	
SITUAÇÃO 3 14 Berlindes			B5		
SITUAÇÃO 2 9 Livros			B6	B6	B2
SITUAÇÃO 1 5 Berlindes			B4	B4	B4 B2 B1
	11	12	14	18	19

Legenda

	Categoria A
	Categoria B
	Categoria C

Quadro 14: Contagem e Escrita de Números - Perfis Individuais Seleccionados

	I N Ê S	M A R I A	L E O N O R	D I O G O	C A R O L I N A
SITUAÇÃO 8 - ESCRITA DE NÚMEROS	11	22	10	11	40
SITUAÇÃO 7 - CONTAGEM COM SUPORTE	33 - 40	299 - 301	20 - 35	39 - 69	29 - 69
SITUAÇÃO 6 - CONTAGEM SEM SUPORTE	25 - 30	140 -	29 - 35	19 - 69	29 - 49
	11	12	14	18	19

Legenda: Na situação 6 e 7, o 1º número corresponde, ao último número que obedeceu à sequência convencional; o 2º número, trata-se do último número verbalizado, após alguns "saltos" ou contagens circulares

O principal critério para a escolha destas crianças foi o modo como se comportaram nas situações de representação gráfica de quantidades; as respostas às restantes situações funcionaram como um complemento.

Assim:

A Inês foi seleccionada por ter produzido o mesmo tipo de resposta nas cinco situações criadas;

A Maria porque só produziu diferentes tipos de representação da quantidade disponíveis, quando lhe foi solicitada "uma maneira diferente" após ter respondido de forma semelhante nas quatro primeiras situações;

A Leonor porque mobilizou diferentes respostas, todas elas pertencentes à categoria B;

O Diogo porque só recorreu ao desenho para representar a quantidade 14;

A Carolina porque efectuou espontaneamente representações diversificadas de uma mesma quantidade e de quantidades diferentes;

### *Inês*

A Inês, respondeu às quatro primeiras situações, através da repetição do desenho dos referentes até atingir a quantidade pretendida (Categoria A). E, na situação 5, quando foi pedida “outra maneira diferente” de pôr no papel as quantidades associadas a referentes, ela aceitou e deu, igualmente, uma resposta de Categoria A - Representação gráfica da quantidade, através do desenho do referente ou de formas semelhantes que o representem.

#### ***Ex: Representação de 5 berlindes na Situação 5***

///// (produção)

*- Já está. E, depois tem de se dizer que são berlindes.*

- Achas que já está?

*- Não posso fazer as bolas perto dos riscos, porque as pessoas olham e pensam que eu fiz mais de cinco, e fica mal.*

A Inês foi a única criança que representou a quantidade 5 através de riscos. O desenhar os berlindes ou outras formas substitutas a seguir aos riscos iria aumentar a quantidade, razão pela qual não representou o referente. Esta produção parece ilustrar uma etapa intermédia entre o desenho e a representação numérica da quantidade. Somente a Inês que respondeu consistentemente, às cinco situações de representação de quantidades. Nas contagens esta criança atingiu um número superior na situação com suporte, o número 33 a partir do qual, deixou de seguir a ordem convencional “saltando” para números superiores e regularizando o nome do número 40, chamando-lhe 30 e 10. Na escrita de números escreveu sequencialmente,

até ao número 11, embora não tenha utilizado o número 5 e o número 9 para representar as quantidades associadas a referentes solicitadas. (5 berlindes; 9 livros).

*Maria*

A Maria, respondeu de forma consistente nas quatro primeiras situações e na situação 5, deu respostas de natureza diferenciada.

**Ex: Representação de 5 berlindes na Situação 5**

5 0 0 0 0 0

- Fiz o cinco e depois os berlindes. 5 berlindes, já está.

**Ex: Representação de 9 livros na Situação 5**

9 □ □ □ □ □ □ □ □ □

- Faço o nove e depois faço os livros.

1,2,3,4,5,6,7,8,9

9 livros

(conta enquanto desenha).

**Ex: Representação de 14 berlindes na Situação 5**

14 BLINDS

- Catorze é um 1 e um 4. Já estou farta de fazer berlindes, vou escrever berlindes, mas eu não sei escrever... Olha, fica assim catorze berlindes.

**Ex: Representação de 22 livros na Situação 5**

22 LIVROS  
□□

22 { 4 5 6 7 8 9 10 11 12  
13 14 15 16 17 18 19 20 21 22

- E tantos, vou escrever 22 como é que é?

-Então, como é que podes descobrir?

- Então, vou fazer assim

(começa a escrever sequencialmente os números continuando do número 9 descoberto na situação anterior até ao 22).

22 é assim

(escreve o número, desenha dois livros e depois escreve a palavra livros).

- O que é que estás a fazer?

- Fiz o 22 e pus dois livros, porque senão ficava 22 livro, ficava mal. É mais fácil assim, porque há meninos que não sabem ler as letras de livro.

Resumindo, a Maria inicialmente representou as quatro quantidades associadas a referentes através do desenho mas, na situação 5 mostrou ter outros conhecimentos de natureza numérica, nas situações com quantidades inferiores a 10 optou por escrever o número solicitado, seguido da repetição do desenho do referente até perfazer essa quantidade. Quando as quantidades aumentaram verbalizou o cansaço de representar um a um esses elementos e limitou-se a escrever o número solicitado, seguido da escrita do nome do referente; no caso dos 22 livros acrescentou o desenho de dois livros a pensar nas crianças que ainda não sabem ler. Contou respeitando a ordem convencional até 299. Escreveu sequencialmente números até 22, para descobrir quais eram os algarismos que o constituíam, retirou-o da sequência para o aplicar na representação de 22 livros, procedeu de forma semelhante na representação de outras quantidades.

### Leonor

A Leonor, respondeu às quatro primeiras situações adoptando a Categoria B. Nas situações de quantidades inferiores a 10, escreveu o número solicitado e repetiu o desenho do referente até alcançar essa quantidade (ex: 500000 sub-categoria B4); quando a quantidade aumentou para 9, escreveu o número acompanhado de um só desenho para assinalar o tipo de referente. (ex: 9 □) e justificou: “Escrevi o 9 para se saber quantos são e fiz um livro, para se saber que são livros. Já se sabe tudo”. Nas situações de quantidades superiores a 10, decompôs o número solicitado em parcelas com o apoio dos dedos da mão (sub-categoria B5).

#### **Ex: Representação de 14 berlindes na Situação 3**



- O 14 é difícil, não sei se sei fazer. Põe lá as mãos para eu contar. 1, 2, 3, .... 10.  
Faço o 10 e o 4 e depois ponho berlindes.

(passa para as mãos dela e conta mais 4 dedos).

O número mais elevado, contado pela Leonor foi atingido na situação de contagem sem suporte (29).

Resumindo, a Leonor nas situações de quantidades inferiores a 10, registou escrita o número solicitado, tendo variado a forma como representou os referentes. Quando as quantidades aumentaram, ela não sabia quais eram os algarismos constituintes dos números solicitados, por isso decompôs esses números em parcelas, com o apoio das mãos. Contou até 29 e escreveu números até 10, mobilizou estes números na representação de quantidades.

00000  
D

00000  
123456789101112131415161718192021

232425262728

29303132333435

3637383940

0000000000

22

1234

14

BID

10

## Diogo

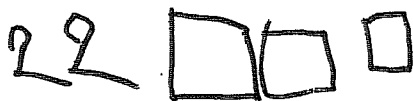
O Diogo, só usou o desenho na situação 3 (14 berlindes), nas restantes situações optou pela Categoria B. Para representar 5 berlindes, escreveu o número e repetiu o desenho do referente até atingir essa quantidade (ex: 5 OOOOO - B4); e, em 9 livros, escreveu o número e desenhou dois livros (ex: 9 □□ - B6).

**Ex: Representação de 14 berlindes na Situação 3**

- *Eu não sei fazer números até ao 14. O 14 é muito difícil. Posso fazer os berlindes.*

*1, 2 ... 17. É pá fiz mais, enganai-me. Podemos fazer um risco a seguir ao 14 para se saber que os outros não contam. Estes três não contam, pronto.*

- (Depois de terminar, contou os elementos representados).

**Ex: Representação de 22 livros na Situação 4**

- *22 eu acho que sei. É, um 2 e um 2 e depois ponho aqui uns livros.*

- *Fiz três livros porque são muitos, são mais do que aqui*

*Pus mais um para se saber que são muitos.*

- Porque é que fizeste 3 livros?

(aponta para a representação que tinha feito de 9 livros, onde tinha desenhado dois livros a seguir ao número).

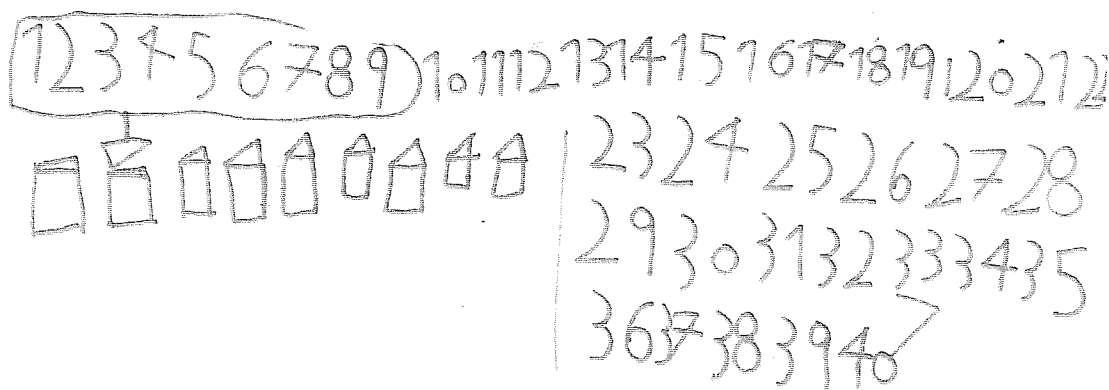
O Diogo escreveu o número solicitado e ao desenhar os livros, sinalizou o tipo de referente e introduziu uma noção de grandeza comparativa com as restantes. Desenhou três livros para se saber que 22 é maior do que 9.

O número mais elevado contado pelo Diogo foi obtido na situação de contagem com suporte (39).

Resumindo, o Diogo escreveu números para representar quantidades inferiores e superiores a 10, no entanto, verbalizou que o número 14 era difícil e nesta situação optou por representar esta quantidade através do desenho. Contou até ao número 39 e escreveu sequencialmente números até ao 11. Quando lhe foi perguntado que outros números sabia escrever, uma vez que já tinha escrito o 22, afirmou que não sabia mais nenhum e que o 22 era diferente, porque eram 22 berlindes. Depois de provocada uma comparação com as situações em que tinha representado 5 berlindes e 9 livros, respondeu que conhecia o 5 e o 9, mas que não sabia o 22, “22 são muitos”, talvez por desconhecer o percurso numérico do ponto de vista gráfico que o levaria do número 11 ao 22.

### Carolina

A Carolina representou espontaneamente 5 berlindes de três maneiras diferentes, e quando as quantidades aumentaram, apoiou-se na escrita sequencial de números para descobrir os algarismos constituintes do 14 e do 22.



### Ex: Representação de 5 berlindes na Situação 1

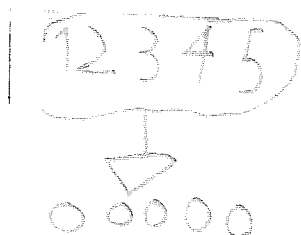
- Como? Eu sei fazer o desenho e de outra maneira.

- Vou pedir-te para pões no papel 5 berlindes.

- Então, faz lá de todas as maneiras que souberes.

- Então, Carolina, mas se chegasse aqui outro menino, ele sabia que eu te tinha pedido 5 berlines?

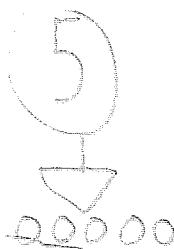
- Não. Faltam os berlines. (Faz o desenho dos berlines e depois coloca uma seta dos números para os berlines)



- Então como é que outro menino iria descobrir o que fizeste?

- Ele olhava e 12345 e depois percebia que eram berlines.

Ah! Pode ser de outra maneira mais parecida. (Faz o número 5 e o desenho dos berlines)



- Pus o 5 e depois 5 berlines, porque há meninos que não sabem os números. Posso escrever o mesmo de maneira diferente. Berlines, posso fazer B i d e depois fazer o desenho dos berlines.



Quando lhe foi pedido para representar os 9 livros, a Carolina optou fazer corresponder o número verbalizado o desenho do berlinde e a escrita de um número (um (no oral),  $\begin{matrix} \circ \circ \\ 1 \ 2 \ \dots \end{matrix}$ )

Contou até ao número 29, em ambas situações de contagem, no entanto, atingiu o número 49 através de alguns saltos na contagem sem suporte e realizou mais tentativas, alcançando o número 69, na contagem com suporte. Enquanto escrevia os números que conhecia, a Carolina,

chegou ao 9 (algarismo das unidades) verbalizou depois vem o 10, mas só se põe o 0 nunca se mete o 1 e depois do 2 vem o 3. É sempre 3 no principio até chegar outra vez ao 9 depois muda”.

Resumindo, a Carolina fez algumas experimentações, produzindo diferentes representações de quantidades inferiores a 10. Quando a quantidade aumentou, apoiou-se na escrita sequencial de números para descobrir como se escreviam os números solicitados e escreveu o nome dos referentes. Contou até ao 29 e escreveu números até ao 40, porque descobriu as regularidades que orientam o sistema decimal. Soube escrever números mas desconhecia como se chamavam.

Para terminar, salienta-se que a Leonor e o Diogo embora tenham respondido de maneira diferenciada, manifestaram preferência por uma categoria ou sub-categoria em relação às restantes.

### Síntese

A síntese dos resultados está organizada em três partes, seguindo a ordem da sua apresentação: dados referentes à representação gráfica das quantidades e ao processo de contagem e escrita de números. Por último tecem-se considerações sobre a leitura transversal de casos ilustrativos de algumas crianças da amostra.

#### *Representação Gráfica de Quantidades*

As respostas de categoria A (ex: OOOOO) e sub-categoria B4 (5 OOOOO), são as duas mais frequentes estiveram presentes em todas as situações consideradas, quando se variou a quantidade (5, 9, 14 e 22)

Só na situação 5, na qual se solicitava “uma maneira diferente” de representar as quantidades é que o desenho não foi a resposta mais frequente. Esta situação revelou dar um contributo muito significativo, para a diversidade de respostas obtidas, uma vez que permitiu conhecer outras representações disponíveis, para além das imediatas. Por isso, afirma-se que o desenho embora tenha sido a representação mais frequente, coexistiu com outras representações diferenciadas, nas quais os números foram maioritariamente utilizados. Interessa ainda, reter que a situação 1, na qual se solicitou o menor número de objectos contemplados neste estudo (5 berlindes) foi onde se verificou uma menor diversidade de respostas.

Constata-se que, à medida que as quantidades aumentam aparecem representações gráficas mais económicas e eficazes. Concretizando, através de uma análise quantitativa observou-se que do total de respostas (99), registaram-se 54 respostas não numéricas, em que o desenho foi usado para representar a quantidade. E, 45 respostas nas quais apareceram números, sendo que em 38 destas (45) o cardinal foi representado.

Passando de uma análise de frequências globais para a leitura de trajectos individuais salienta-se que 14 crianças produziram mais do que um tipo de resposta. Considera-se este dado importante para a continuação desta síntese. Com efeito, embora o desenho tenha sido a representação mais frequente, 15 crianças usaram números para representar quantidades pelo menos numa das situações criadas. Destas, 12 representaram o cardinal e três representaram o processo de contagem. Apenas 5 crianças representaram as diferentes quantidades consideradas, somente através do desenho.

As representações gráficas foram analisadas separadamente das estratégias e foram posteriormente cruzadas possibilitando uma abordagem mais enriquecedora. Constatou-se que existiram crianças que escolheram sempre a mesma estratégia nas quatro situações

consideradas, mas a maioria usou 2 ou mais estratégias. Associando as categorias com as estratégias, observou-se que a verbalização sequencial e a contagem após a representação foram as estratégias mais frequentes quando a criança desenhou os referentes (categoria A). Nas categorias B e C, onde as representações foram numéricas, a escrita sequencial de números para descobrir o cardinal e a escrita do número correspondente ao cardinal, após o seu nome ter sido pronunciado, foram as estratégias que atingiram maiores frequências.

Completamos esta parte referente à representação gráfica das quantidades com a comparação entre as situações de quantidades inferiores e superiores a 10.

#### Quadro 15: Representação Gráfica de Quantidades Associadas a Referentes - Síntese

QUANTIDADES < 10	QUANTIDADES > 10
<ul style="list-style-type: none"> <li>• O desenho foi a forma privilegiada de representação; atingindo maior frequência na situação 1 (5 berlindes).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• O desenho foi igualmente a forma privilegiada; atingindo maior frequência na situação 3 (14 berlindes);</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A sub-categoria mais utilizada que se lhe seguiu foi (ex: B4 5 OOOOO); seguida da B6 (ex: 9□□);</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• As sub-categorias mais frequentes foram a B4 e B5 (ex: 10 4 OO) C (ex: 22 livros)</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 crianças optaram por escrever sequencialmente os números fazendo-lhe corresponder o desenho do referente (ex: B2 1 2 3 ....); OOO</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Só uma criança o fez.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A escrita do nome do referente acompanhada do desenho até perfazer a quantidade solicitada, (berlindes OOOOO) apareceu uma única vez e só nestas situações;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A decomposição do número solicitado em parcelas acompanhado pelo desenho de um ou dois referentes, B5 (ex: 10 4 OO), só apareceu nestas situações;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• 5 crianças registaram o número solicitado acompanhado do desenho de um ou dois referentes ou da escrita do seu nome;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 5 crianças também o fizeram;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A correspondência termo a termo entre o oral e a produção (E3) e a produção em silêncio seguida de contagem para confirmar (E4), foram as estratégias predominantes.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A frequência destas estratégias (E3 e E4), duplicou;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A produção em silêncio (E1), obteve maior frequência nestas situações.</li> </ul>	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Não existiram estratégias exclusivas deste grupo de situações;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Estratégias que só aparecem nestas situações: <ul style="list-style-type: none"> <li>- Contar tudo de principio após a produção de alguns elementos e continuar (E2);</li> <li>- A decomposição do número solicitado em parcelas;</li> <li>- A segmentação oral do nome do número;</li> </ul> </li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nestas situações foi totalizado um maior número de estratégias</li> </ul>

*Processo de Contagem e Escrita de Números*

Procurou-se reunir no Quadro 16 os dados mais relevantes sobre as contagens com e sem suporte.

**Quadro 16: Processo de Contagem - Síntese**

<b>CONTAGEM SEM SUPORTE</b>	<b>CONTAGEM COM SUPORTE</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menor número contado 11 até ao 140;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Menor número 16 até ao 299; maior amplitude de contagem</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Apenas 4 crianças contaram até números superiores a 30;</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 10 crianças contaram ultrapassando o número 30;</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ao nível das respostas alternativas predominam os saltos para números superiores (a1)</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• A resposta a1 aparece com frequência muito próxima da situação anterior.</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• As contagens circulares (a2) e a regularização do nome dos números (a3) foram responsáveis pela duplicação da frequência das respostas alternativas nesta situação.</li> </ul>

Pode-se concluir que a situação de contagem com suporte é facilitadora, atingindo-se com a resposta números consideravelmente superiores aos alcançados na sua ausência.

Salienta-se ainda que foram escritos números até ao 40, sendo que metade das crianças da amostra escreveu números até 10.

*Casos Ilustrativos*

A análise transversal das respostas de algumas crianças da amostra permitiu realçar o seu conhecimento da escrita sequencial de números. No entanto revelou também que este conhecimento pode não ser mobilizado para a representação de quantidades associadas a

referentes. Foi o caso de uma criança que escreveu números até ao 11, mas representou através do desenho 5 berlindes e 9 livros.

Esta análise salientou também, a coexistência do desenho com representações numéricas igualmente disponíveis encontradas através da escrita sequencial de números, e que foram produzidas após a solicitação de “uma maneira diferente” (situação 5). Reafirma-se a importância experimental desta situação para o conhecimento da diversidade de respostas produzidas por uma criança.

Da análise transversal concluiu-se que as crianças constroem conhecimentos ao nível da contagem e da escrita de números que nem sempre se manifestam na representação gráfica de quantidades e vice-versa. Este facto parece apontar para uma construção progressiva da relação entre a representação gráfica de quantidades, a contagem e a escrita de números, visível através das situações experimentais criadas. A ordem da sequência convencional parece não determinar as descobertas da criança, uma vez que números maiores podem ser conhecidos e aplicados na resolução de situações antes que o mesmo possa acontecer com números menores.

## DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo far-se-á o confronto entre os resultados obtidos no presente trabalho e os encontrados nos estudos de outros autores citados no enquadramento teórico. Convém no entanto salientar que as diferenças entre os seus objectivos e metodologias irão dificultar uma comparação mais próxima dos resultados.

Interessa referir que nesta pesquisa e ao contrário de estudos apresentados, sobre representações de quantidades (Sinclair e Al (1983), M.Hughes (1983; 1986) e C.Pontecorvo (1985)) os objectos a que se fez referência não estiveram presentes no momento das entrevistas. Ou seja, as quantidades e os referentes foram solicitados oralmente, sem qualquer apoio visual. E a resposta às situações criadas só se considerou completa quando as crianças representaram a quantidade e o referente. Nos outros estudos, os autores aceitaram respostas só com a representação da quantidade talvez por os objectos estarem presentes.

Relembra-se ainda que, a categorização que se segue teve simultaneamente, em consideração as formas de representar as quantidades e as formas de representar os referentes que lhes estavam associados, porque a principal preocupação deste estudo foi analisar a diversidade de respostas produzidas.

### **Representação Gráfica de Quantidades de Objectos em Crianças de 5 anos**

Confrontando os resultados obtidos por Sinclair e Al, considerado como principal referência, onde se revelou a existência de apenas seis níveis de resposta, nesta investigação encontraram-se oito tipos de resposta:

- 00000
- Berlindes 00000
- 00000  
1 2 3 4 5
- 05 05 05 05 05
- 5 00000
- 10 4 00
- 9 □□
- 9 livros

Contrastam-se em seguida estas respostas de forma mais detalhada iniciando-se por uma forma de representação simultânea da quantidade e referente, quatro maneiras de representar a quantidade e por fim, complementa-se com dois modos distintos de representar os referentes.

#### *1ª Forma de Representar a Quantidade e o Referente - 00000*

A quantidade representada através do desenho de todos os elementos do conjunto, ou de formas que o representem, foi a resposta mais frequente e imediata. Quer isto dizer que, as crianças utilizavam esta representação como primeira resposta e quando lhes foi perguntado se conheciam “outras maneiras” de representar quantidades elas recorreram aos números. Talvez, a indicação “põe no papel” possa ter sido responsável por este facto.

No estudo de Sinclair e Al (1983), o desenho do referente só apareceu para assinalar a natureza dos objectos numa categoria intitulada “valor do cardinal e tipo de referente”, nas restantes categorias esteve ausente, não tendo sido mobilizado para representar a quantidade, ao contrário dos dados encontrados nesta pesquisa.

Continuando a análise comparativa entre estas duas investigações, pode-se afirmar que, a representação mais próxima do desenho (ex: OOOOO), encontrada neste trabalho, é a que Sinclair e Al designaram por “correspondência termo-a-termo sem números” em que foram registados símbolos para representar a quantidade pretendida. Poder-se-ia pensar que a dificuldade em representar os referentes poderia estar subjacente a esta diferença, mas tal não é possível porque foram também usadas formas muito simples. Julga-se que a designação desta categoria pelos autores integra a estratégia orientadora e a descrição da resposta produzida.

Nesta pesquisa analisaram-se também as produções gráficas e as estratégias mas separadamente e, só depois se conjugaram estas duas informações. Embora nalguns casos, a descrição da produção esteja próxima da explicitação a estratégia, esta distinção veio enriquecer o tratamento dos dados recolhidos; uma vez que permitiu saber que uma mesma estratégia orientou diferentes produções, que apareceu repetidamente durante uma produção e que diferentes estratégias se conjugaram para orientar uma produção.

Sinclair e Al referem que a correspondência termo-a-termo sem números pode ser produzida independentemente do processo de contagem, através da correspondência analógica, entre os objectos presentes e a produção símbolos respeitando a numerosidade do conjunto de marcas.

No presente trabalho, esta representação esteve associada predominantemente ao processo de contagem, uma vez que os objectos não estiveram presentes.

Algumas crianças desenharam os elementos do conjunto em silêncio, outras estabeleceram uma correspondência termo-a-termo entre as formas produzidas e a sequência de palavras-número verbalizadas, respeitando a ordem convencional e a numerosidade. A estratégia “counting-all”

descrita por Gelman e Gallistel (1978) e por Fuson e Al (1983) - na qual, a criança tem de iniciar a contagem sempre que produz mais um elemento, só apareceu uma vez.

Nos estudos de M.Hughes (1983; 1986) e C.Pontecorvo (1985), ao contrário do de Sinclair e Al o desenho dos referentes aparece como categoria descrita como “referência à numerosidade e ao tipo de objecto”. A.Davis (1985) separou na construção das categorias a representação da quantidade, da representação dos referentes, porém os restantes autores que acabam de ser citados, consideraram formas de representar quantidades e referentes numa mesma categoria à semelhança desta investigação.

Pensa-se que os resultados obtidos no presente estudo reforçam a importância de se analisar a quantidade e o referente, pois deste modo se compreendem melhor as diferentes representações da quantidade, que contêm simultaneamente indicadores sobre a quantidade e a natureza do referente. Veja-se a seguinte representação: Bid OOOOO. Neste caso, o referente encontra-se representado através da escrita do seu nome, seguido da representação da quantidade. Terá o referente aparecido representado duas vezes? Através da escrita e do desenho? Ou está-se na presença de uma representação icónica (M.Hughes 1983), na qual as formas se assemelham ao desenho mas, não se confundem com ele, à semelhança da produção de riscos (| | | |) para expressar a quantidade. A criança que usou esta representação explicou, não deixando dúvidas que o referente foi representado duas vezes “Berlindes posso fazer um B, um I e um d e depois fazer o desenho dos berlindes para se saber quantos são”. Este tipo de produção não apareceu ilustrado no exemplos das produções dos estudos a que tivemos acesso.

*2ª Forma de Representar a Quantidade- OOOOO*  
 1 2 3 4 5

Nesta produção a quantidade foi representada em extensão através da escrita sequencial de números, que segundo Sinclair e Al (1983) e A.Davis (1985) representa o processo de contagem. Cada número representou um elemento no conjunto; a produção parou quando se atingiu o número solicitado. Sinclair e Al descreveram esta representação como “correspondência termo-a-termo com números”, (1,2, 3, 4, 5).

Pode-se afirmar que este tipo de resultados aponta para o conceito de cardinalidade que se encontra em construção. Tal como, a contagem possibilita a descoberta de quantidades, também a escrita sequencial de números pode orientar a descoberta de como se escreve um número específico e do seu significado quando este é destacado da sequência, deixando somente de ser o último da série, para também representar a quantidade, situação em que, de acordo com Gelman e Gallistel (1978) está presente o princípio da cardinalidade

Neste trabalho, os números apareceram conjugados com desenhos, que passam a representar a quantidade quando a criança deixa de os saber escrever. “OOOOO OOOOOOOOO”.

1 2 3 4 5

Em nenhum estudo dos que tivemos acesso, tal aconteceu. É possível que talvez tenha sido por existirem poucas referências à natureza dos referentes e, porque as quantidades eram menores, não ultrapassando o 8 enquanto que, neste trabalho se introduziram o 9, o 14 e o 22. Salienta-se a importância de se terem contemplado quantidades superiores, para o estudo da natureza das respostas bem como das descontinuidades manifestadas durante a resolução das tarefas. Situações como esta possibilitam recolher indicadores sobre o modo como a criança mobiliza os seus conhecimentos, durante o período de apropriação do sistema numérico convencional.

Começa por registar números mas depois, continua com o desenho ao qual recorre e integra adequadamente para finalizar a sua resposta ao solicitado. Estes segmentos de números aprendidos vão sendo cada vez maiores e mais mais estáveis. Gallistel e Gelman (1978) analisaram este processo de estabilização progressiva em relação à contagem; neste trabalho encontraram-se respostas ilustradoras deste desenvolvimento nas situações de representação gráfica de quantidades e nas situações de contagem. Na presente pesquisa, a escrita sequencial de números foi acompanhada pela representação da quantidade através do desenho e pela contagem verbalizada, expressando uma correspondência correcta entre estes três factores.

### *3ª Forma de Representar a Quantidade - 05 05 05 05 05*

Esta representação é interessante porque o número correspondente ao cardinal foi produzido mas ainda não resume a quantidade que continua a ser representada em extensão.

Sinclair e Al (1983) encontraram uma representação semelhante só que o referente mais uma vez não foi representado - Ex: 5 5 5 5 5. Esta produção foi colocada na categoria "Correspondência termo-a-termo com números" que continha outra resposta - Ex: 1, 2, 3, 4, 5. Pensamos que teria sido interessante separar estas duas representações, uma vez que a primeira parece estar mais próxima do conceito de cardinalidade e a segunda, do processo de contagem.

### *4ª Forma de Representar a Quantidade- 5 00000*

Neste caso, a escrita do número correspondente ao cardinal do conjunto parece também não sintetizar a quantidade, havendo ainda a necessidade de representar em extensão os elementos; o desenho continua a ser um indicador do tipo de referente e expressa simultaneamente a quantidade.

Esta representação não apareceu nos exemplos dos estudos a que tivemos acesso e que foram apresentados no enquadramento teórico. Pensamos que ela ilustra a transição da representação em extensão para a representação em compreensão coexistindo ainda ambas as formas.

Considerando o estudo de Sinclair e Al (1983), esta resposta enquadrar-se-ia na categoria “valor do cardinal e tipo de referente”, e nos estudos de A.Davis e Al (1985), na categoria que contempla a “numerosidade e a natureza do referente”, que contêm respostas semelhantes mas onde não se observou esta forma de representação.

#### *5ª Forma de Representar a Quantidade - 10 4 00*

Este tipo de representação também não se encontrou nas investigações de outros autores, manifestando-se apenas nas situações com quantidades superiores a 10. Esta poderá ser a razão pela qual não apareceu mencionada, dado que nesses trabalhos as quantidades não ultrapassaram o número 8.

A decomposição em parcelas é uma resolução criativa que algumas crianças encontraram perante o desconhecimento técnico ao nível da escrita convencional dos números 14 e 22. Como não sabiam quais os seus algarismos constituintes adicionaram números menores, até perfazerem a quantidade solicitada. Recorreram aos conhecimentos disponíveis, estabelecendo novas relações que lhes permitiram resolver a tarefa (Vergnaud, 1988).

Para esgotarmos o confronto de respostas encontradas neste trabalho, com os resultados indicados nos estudos revistos falta-nos apresentar mais duas produções nas quais o referente aparece representado de maneiras diferentes.

*Formas de Representar o Referente- 9 □□ e 9 Livros*

Ambas as representações foram referidas nos exemplos ilustrativos de Sinclair e Al, (1983), na categoria “referência à numerosidade e ao referente”; este tipo de resposta, no estudo de Hughes (1983; 1986) integra-se na categoria “respostas simbólicas” e no estudo C.Pontecorvo (1985), numa categoria equivalente intitulada “uso de números”.

Qualquer um destes autores citados não distinguiu estas respostas e, sempre que apareceram foram colocadas numa mesma categoria.

No presente estudo, estas respostas distribuíram-se por duas sub-categorias diferenciadas.

Constatou-se que as crianças que produziram a resposta “9 □□”, referiram a necessidade de desenhar mais do que um referente para que a construção do plural ficasse correcta.

O desenho de um só referente permitia a distinção entre livros e berlindes mas, quando relacionado com a quantidade representada “ficava um bocadinho mal, nove livro, diz-se nove livros”, razão alegada para desenharem mais do que um referente.

Neste trabalho, uma única criança escreveu o número nove e desenhou um livro justificando: “o nove é para se saber quantos são, desenhei um livro para se saber que são livros, já se sabe tudo”. A mesma criança desenhou três livros, após ter escrito o número 22 (ex: 22 □□□), referindo que 22 representava uma quantidade superior às anteriormente produzidas. Neste caso, o desenho dos referentes indicou a sua natureza e permitiu hierarquizar as grandezas (9□; 14 OO; 22□□□).

Este tipo de indicadores de grandeza associados à representação dos referentes parece não ter sido abordado nos estudos anteriormente referidos.

A criança vai construindo a noção de quantidade e aprende a representá-la através dos números mas, acompanha-a ainda, de um outro indicador de grandeza representado através do desenho do número de referentes. Esta poderá ser uma situação intermédia entre a representação de todos os referentes e a escrita do seu nome com letras; nesta, ainda parece existir a necessidade de uma ordenação das quantidades que se estão a representar.

A resposta “9□□” apareceu com maior frequência, quando se pediu “uma maneira diferente” de representar as quantidades.

A escrita do cardinal seguida do nome do referente (22 livros), apareceu com maior frequência nas situações com quantidades superiores a 10. Foi descrita pelas crianças como uma forma “mais rápida” de representar grandes quantidades de objectos; algumas crianças referiram que o desenho do referente é mais fácil, para se descobrir o que está escrito porque “há crianças que não conhecem os números” e “ainda não sabem ler”. Pensa-se que esta referência expressa a preocupação comunicativa - é importante que os outros consigam ler o que se escreveu.

Parece que estes comentários são elucidadores da dificuldade da produção deste tipo de resposta por crianças destas idades: o desenho é a representação menos sujeita a enganos, as restantes são facilitadoras da produção mas ainda nem todas as crianças as dominam: são os próprios que utilizam os dois tipos de representação a afirmá-lo.

Se associarmos as frequências destas sub-categorias verificamos que nesta investigação estes tipos de representação apareceram nas respostas de metade das crianças da amostra.

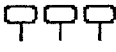
Os tipos de resposta “9□□” e “9 livros”, foram pouco frequentes nas respostas de crianças de 5 anos, no estudo de Hughes, e inexistentes no estudo C.Pontecorvo. Foi contudo registada em 8 crianças numa amostra de 15 no estudo de Sinclair e Al.

No Quadro 17 tenta-se sintetizar o contraste já apresentado entre os resultados encontrados pelos diferentes autores. O número reduzido de crianças testadas e as diferentes organizações das categorias dificultam as comparações directas, no entanto, tentaremos aproximar os resultados entre categorias, sempre que possível.

**Quadro 17 - Comparação entre Investigações**

1. // // //

2. 

3. 

3. TIL

4. 1 2 3

4. 3 3 3

5. 3 TRD

6. 4 CREION

NÍVEIS	SINCLAIR N=15 (5 ANOS)	HUGHES N= 24 (5 ANOS)	C.PONTECORVO N=17 (5 ANOS)	M <sup>o</sup> JOÃO RAMOS N= 20 (5 ANOS)
1	2	1	1	-
2	6	-	1	-
3	9	15	11	16 * <sup>1</sup>
4	6	8	4	6 * <sup>2</sup>
5	8		-	-
6	8		-	21 * <sup>3</sup>

Níveis encontrados por Sinclair e Al

\*1 Ex: 00000

\*2 Ex: 00000 e 05 05 05 05 05  
1 2 3 4 5

\*3 Ex: 500000, 9 □□, 10 4 00 e 22 livros

Relembra-se que tal como nesta investigação no estudo de Sinclair e Al (1983), o total de respostas é superior ao número de crianças porque foram contabilizadas as diferentes respostas

produzidas por cada uma, uma vez que muitas delas mobilizaram mais do que uma representação gráfica da quantidade.

Na presente pesquisa, salienta-se a ausência de respostas de nível 1. Com efeito, nenhuma criança representou globalmente a quantidade, ao contrário do que aconteceu nos restantes estudos.

Neste trabalho, nenhuma criança deu respostas de nível 2 - representação do tipo de referente - o mesmo acontecendo no estudo de Hughes (1986).

A representação gráfica da quantidade através do desenho ou, de outras formas orientadas pela correspondência-termo-a-termo respeitando a numerosidade esteve presente em todos os estudos, parecendo ser a mais típica destas idades (níveis 3 e 4).

Interessa referir que no presente trabalho em nenhuma resposta a quantidade foi representada isoladamente - nível 5. O mesmo sucedeu no estudo de C.Pontecorvo (1985).

Chama-se à atenção para a diversidade de representações que se colocou no nível 6, ilustrativas de duas maneiras de representar o cardinal e três formas de representar o referente.

Nesta investigação, a numerosidade foi sempre respeitada pelas crianças, ao contrário do que aconteceu nos outros três estudos apresentados. O facto de não se ter acesso a mais exemplos de resposta encontradas nestas idades permite-nos reforçar o contributo deste estudo para o conhecimento da diversidade de representações gráficas da quantidade neste grupo etário.

Passando às especificidades desta pesquisa, verifica-se que as situações experimentais com quantidades superiores a 10 contribuíram para o aparecimento de representações numéricas consideradas mais económicas, quando comparadas com as representações não numéricas que expressam todos os elementos do conjunto - representação em extensão. Nestas situações registou-se um maior número de estratégias, quando comparado com as situações de quantidades inferiores a 10; e, encontraram-se duas estratégias que não foram referidas pelos estudos contemplados no enquadramento teórico talvez, por estes terem considerado quantidades menores. Uma destas estratégias consiste na decomposição do número para representar o cardinal; outra, centrou-se na escrita do número correspondente ao cardinal, a partir da segmentação oral das palavras que o constituem (20 2).

Nesta pesquisa as estratégias mais frequentes estavam relacionadas com o acto de contar, para orientar a produção ou para a confirmar. Outra especificidade deste trabalho, foi a situação em que se solicitava uma “maneira diferente” de representar as quantidades que contribuiu significativamente para a diversidade de respostas. Este facto chamou à atenção para que as crianças produzem uma representação que coexiste com outras que nem sempre se manifestam numa primeira abordagem.

### **Processos de Contagem e Escrita de Números**

O interesse principal era conhecer o processo de contagem adoptado pelas crianças e não até que números elas sabiam contar, no entanto é de salientar que a quase totalidade da amostra (17 crianças em 20), contou até ao mesmo número ou até números superiores, na presença de suporte gráfico.

De acordo com Gallistel e Gelman (1978) e Fuson (1988) as crianças começam por dominar com estabilidade pequenas sequências numéricas, a partir das quais continuam a fazer descobertas, aumentando progressivamente os seus conhecimentos até existir a generalização de regras orientadoras do sistema numérico. Interessa porém, referir que nos estudos a que tivemos acesso, destes autores, não foram introduzidas situações experimentais de contagem nas quais se manipulava a presença ou ausência de suporte gráfico, ao contrário do que aconteceu neste trabalho.

Nesta investigação, isolaram-se ainda, duas sub-classes de erros, aos quais se chamou de “respostas alternativas”: as descontinuidades através de saltos para números superiores e através de contagens circulares, sempre que um segmento da sequência numérica era repetida - erros lexicais descritos por Gallistel e Gelman (1978).

Os erros sintáticos (Fuson (1982; 1988), Seron Deloche (1987), Siegler e Robinson (1932)), estiveram presentes quando se generalizavam regras, inferindo a partir das regularidades descobertas, verbalizando 20 e 10, para se referirem ao número 30.

Estes “erros” desenvolvimentais transitórios podem considerar-se uma manifestação criativa da diversidade de conhecimentos, suportes necessários para novas aprendizagens, tal como Bickhard (1992) os apresentou.

Este tipo de respostas alternativas, confirmaram que as crianças imitam, reproduzem as contagens, mas também, pensam criativamente sobre o sistema numérico, respondendo ao desconhecido, com base no que dominam ou julgam dominar.

As soluções encontradas temporariamente desadequadas do ponto de vista do significante, serão úteis quando a criança começa a operar, compondo e decompondo números, uma vez que são a manifestação resultante de um significado construído.

A frequência de respostas alternativas foi maior na situação de contagem com suporte gráfico. Pensa-se que as crianças perante esta situação, estabelecem uma correspondência termo-a-termo entre a sequência numérica verbalizada e o acto de apontar para cada elemento, que é facilitadora da concentração durante a realização da tarefa.

As crianças deram por terminada a contagem depois de se esforçarem por contar todos os elementos impressos, respeitando ou não a ordem convencional, ou quando pensavam não conhecer mais números que lhes permitissem continuar, apercebendo-se das próprias repetições. Daí o se terem atingido números mais elevados que respeitaram a sequência convencional quando foi facultado o suporte e, de ter existido um aumento no número de respostas alternativas nesta situação.

Sensivelmente metade das crianças da amostra (11), escreveram números respeitando a ordem convencional até ao número 11.

Existiram crianças que descobriram enquanto respondiam à tarefa que sabiam escrever mais números do que inicialmente pensavam. No entanto, quando lhes foi perguntado que número estavam a escrever tinham de fazer corresponder uma contagem desde o número 1 ou, do número 10, prosseguindo à medida que apontavam para cada número escrito. Uma criança chegou mesmo a escrever até números elevados, a partir de determinado momento deixou de saber como se chamavam, interrompeu a contagem e continuou o registo gráfico correctamente.

Em síntese, foram consideradas situações de representação gráfica de quantidades, de contagem e de escrita de números com o objectivo de recolher indicadores sobre o modo como as crianças mobilizam estes conhecimentos e os aplicam na situação de representação gráfica de quantidades associadas a referentes.

A maioria das crianças utilizaram o desenho, algumas destas escreveram sequencialmente números e quando questionadas pareceram não compreender a relação entre estes saberes. A escrita numérica sequencial conjugada com a contagem serviram para descobrirem como se escreviam determinados números, aplicando-os nas situações de representação gráfica de quantidades e quando lhes era solicitado “uma maneira diferente” de representar.

Apareceram ainda, casos de decomposição de números que totalizavam os números solicitados, que as crianças não sabiam escrever.

Confirma-se que a diversidade de situações funcionais permitem a apropriação de diferentes características e saberes sobre o sistema numérico convencional.

As cantilenas, bem como, o conhecimento da escrita sequencial de números possibilitam o estabelecimento de relações geradoras de novas descobertas reforçadas pelo meio envolvente. Estes saberes constituem importantes suportes desenvolvimentais que interagem durante o processo de construção da representação gráfica de quantidades associadas a referentes.

## CONCLUSÕES

Apresentam-se em primeiro lugar os aspectos mais relevantes deste estudo, seguidos de pistas para reflexão sobre possíveis implicações educativas e futuras investigações.

O interesse principal era o estudo da diversidade de representações da quantidade associadas a referentes produzidas por crianças de 5 anos que frequentavam o Jardim de Infância. Razão pela qual se contemplaram quantidades inferiores a 10, abordadas por outros autores, e quantidades superiores a 10 que não foram exploradas nas pesquisas a que se teve acesso. Considerou-se também, outra situação em que lhes era solicitado que tentassem reproduzir mas de “uma maneira diferente” as quantidades previamente representadas.

Na análise das respostas recolhidas no conjunto das situações experimentais, teve-se a preocupação de discriminar não só as diferentes representações das quantidades, como as diferentes maneiras de representar os referentes, levando em conta todas as possibilidades de associação entre estas variáveis. Fez-se a análise deste modo, porque se entendeu que estas manifestações correspondem a formas de pensar diferenciadas. Esta questão pareceu não estar presente nas preocupações de outros autores que se consultaram uma vez que foram por eles aceites respostas nas quais, somente a quantidade ou o referente eram representados. Lembra-se que nestas investigações se optou pela presença dos objectos, enquanto que neste estudo a solicitação foi somente oral.

Outra particularidade que distinguiu esta investigação de outras realizadas, foi ter-se considerado a frequência das respostas de todas as crianças da amostra, conjugada com uma leitura mais individualizada das respostas por elas produzidas o mesmo aconteceu com a descrição das estratégias e sua posterior associação às representações que orientaram.

## Representação Gráfica de Quantidades

Na totalidade de respostas produzidas encontraram-se 8 representações gráficas da quantidade. Verificou-se que o desenho foi a representação mais frequente e imediata, coexistindo com mais 7 representações, 6 das quais de natureza numérica. Com efeito, uma leitura mais individualizada dos resultados mostrou que a maioria das crianças, representou através de números associados a referentes, pelo menos uma das quantidades consideradas nas situações experimentais criadas, e durante a entrevista produziu duas, três ou quatro representações diferenciadas. Estes resultados foram reveladores de uma elevada diversidade quer global, visível no conjunto de respostas, quer individual, observada nas respostas dadas por uma mesma criança.

A análise da representação da quantidade e do referente mostrou que durante a apropriação do sistema numérico e a construção do conceito de cardinalidade, as crianças representam o conjunto em extensão e em compreensão chegando a reunir estas propriedades numa mesma resposta, - “500000”. Neste exemplo, o cardinal expressou a quantidade, e foi seguido do desenho de cada um dos elementos. Registou-se outro caso, onde a quantidade foi representada duas vezes, “05 05 05 05 05”.

Estes dois exemplos revelam fases intermédias na construção do conceito de cardinalidade que ainda não sintetizam completamente a quantidade. O conhecimento vai sendo adequado no confronto com situações diversificadas. O significado vai-se construindo mas o domínio do conceito ainda não está adquirido.

Algumas crianças expressaram uma preocupação comunicativa, no modo como manifestaram os conhecimentos recentes. Após terem escrito os algarismos correspondentes ao cardinal seguido do nome do referente, ou do desenho de um ou dois referentes, “9 livros” ou “9□□”,

desenharam todos os elementos solicitados, para que outras crianças que “não soubessem ler” pudessem compreender, lembrando possivelmente, as suas próprias dificuldades ainda próximas. O cuidado revelado na forma como se apresentar aos outros para que eles entendam parece ser um exemplo educativo que merece um reparo especial.

Por último, salientam-se duas representações que não foram encontradas nos trabalhos citados. A “Berlids OOOOO”, em que o referente aparece representado pela escrita do seu nome e a quantidade solicitada pelo desenho de todos os elementos; e, “10 4 OO”, uma resolução criativa perante o desconhecimento dos algarismos constituintes do número correspondente ao cardinal, quando este foi superior a 10. As crianças recorreram à representação através da soma de números menores de modo a perfazer a quantidade solicitada.

As representações gráficas foram orientadas por diferentes estratégias, centradas na correspondência termo-a-termo entre a contagem (oral) e a produção gráfica de desenhos ou números:

- a contagem para confirmação da quantidade após a produção;
- a adição de parcelas até totalizar o número solicitado;
- a escrita do número correspondente ao cardinal, através da segmentação oral do seu nome, “20 2”, para representar o número 22.

A verbalização durante a realização da tarefa foi mais frequente nas situações com quantidades superiores a 10.

## **Processo de Contagem e Escrita de Números**

A presença do suporte facilitou as contagens até números mais elevados, favorecendo o aparecimento de um maior número de respostas alternativas - saltos para números superiores, saltos para números inferiores e continuação repetida de segmentos numéricos (contagem circular), e regularização do nome dos números, por exemplo 20 e 10, para referir o número 30. Estas respostas evidenciaram a estabilização dos segmentos numéricos aprendidos e a generalização desadequada de regularidades do sistema numérico do ponto de vista do significante. O significado constroi-se e um significante temporário foi inventado resultante do pensamento dedutivo a partir dos conhecimentos prévios. Metade da amostra escreveu correctamente números isolados até 10.

Na análise transversal das respostas a todas as situações criadas (quantidades, contagens e escrita de números) constatou-se que as crianças possuem conhecimentos ao nível da contagem e da escrita sequencial de números que nem sempre são mobilizados para a representação de quantidades associadas a referentes. O inverso também é válido para algumas crianças. A relação entre estes conhecimentos resulta de uma elaboração progressiva.

## **Implicações Educativas**

### *Representação Gráfica de Quantidades, Cantilena Numérica e Escrita de Números*

Os resultados obtidos nesta investigação confirmam que a criança aprende a sequência de palavras-número tal como uma canção cuja letra ainda não compreende totalmente. De forma semelhante, escreve sequencialmente números, desenhando símbolos que reproduz segundo uma ordem memorizada mas que ainda não entende completamente. Assim, conhece muitos

números mas, poucos em particular. Com efeito, relembra-se que nesta pesquisa algumas crianças apoiaram-se na escrita sequencial de números conjugada com a contagem (correspondência-termo-a-termo) para descobrirem o número solicitado; outras recorreram à associação de números conhecidos para representar a quantidade pedida; outras ainda, escreveram o nome do número conjugado com o nome do referente. Estas aprendizagens complementares revelam-se como importantes suportes necessários para a construção de futuros conhecimentos em situações problemáticas funcionais e dotadas de significado.

A ordem orientadora das descobertas é variada não obedecendo à sequência numérica convencional. Com efeito, é provável que a criança descubra como se representa graficamente a quantidade 5 correspondente à sua idade muito antes de saber como se representa a quantidade 3.

As suas vivências e interesses conjugam-se determinando as aprendizagens com sentido que ocorrem em situações concretas muitas vezes em desacordo com a organização do sistema numérico.

Estas aprendizagens aparentemente isoladas vão-se construindo progressivamente preenchendo as lacunas que as separam até que através da transferência e da generalização alcançam a conceptualização numérica do real.

### *Tempo para Construir, Comunicar e Valorizar*

Neste trabalho, as crianças usaram os dedos como suporte das suas respostas e verificou-se que a presença de registos gráficos favoreceu a descoberta e a explicitação de conhecimentos mais alargados. Este resultado favorece a ideia de que a disponibilização de materiais tais como

calendários, rectas numéricas, e registos de quantidades em situações funcionais facilitam a construção e a explicitação de aprendizagens diferenciadas. As crianças precisam também, de desafios para que mobilizem os saberes disponíveis e estabeleçam novas relações entre eles, aprofundando-os.

No presente trabalho realizou-se um levantamento de registos individuais da quantidade e respectivas justificações, num clima de aceitação da totalidade das respostas, tendo-se recolhido uma diversidade de respostas individuais.

Uma proposta semelhante poderá ser feita no contexto educativo de sala de aula, ao confrontar as crianças com situações problemáticas, seguidas de um momento de comunicação sobre o que fizeram. Este momento de partilha tem inúmeras vantagens educativas porque, as crianças se esforçam por explicar o modo como pensaram até chegar ao resultado, explicitando os processos, comparando-os e seleccionando os mais económicos e eficazes. Esta actividade contribui ainda para o distanciamento da própria acção, favorecendo a compreensão. Neste caso, espera-se que o adulto coloque questões que facilitem novos confrontos, a verbalização do pensamento e a adequação da linguagem.

A aceitação de diferentes respostas em detrimento da resposta correcta, permite por outro lado respeitar os diferentes ritmos de desenvolvimento, acelerando e consolidando o processo de aprendizagem, rumo ao sistema numérico convencional. Neste processo aparecem frequentemente os chamados erros desenvolvimentais que devem ser encarados como manifestações do pensamento. Por esta razão, eles devem ser compreendidos pelo adulto, e não simplesmente eliminados; estes erros podem constituir patamares (suportes) de desenvolvimento resultantes de um esforço criativo de resolução de situações a partir da generalização dos conhecimentos disponíveis, desadequados ao nível do significante mas,

reveladores da construção progressiva de significados cada vez mais pertinentes e próximos do real.

Este trabalho permitiu ainda, salientar que as crianças dispõem de outras respostas para além das imediatas que podem ser mais elaboradas do que as previamente comunicadas. O clima de valorização das respostas e encorajamento possibilita que a criança as comunique, fornecendo ao adulto interessantes indicadores, do modo como o processo se está a operar.

Pensa-se que a comunicação dos percursos seguidos por diferentes crianças é facilitadora das aprendizagens criando um espaço privilegiado para se intervir, no sentido de adequar a construção progressiva de significados e sua relação com os respectivos significantes. À linguagem objectiva do adulto, junta-se-lhe a linguagem das crianças durante a descoberta do sistema numérico.

Ao longo da educação pré-escolar e escolar a alternância entre momentos nos quais a criança pode construir livremente as suas concepções, a partir da escolha de actividades e de materiais que lhe são proporcionados na sala de aula e momentos nos quais lhe são dirigidas propostas de situações problemáticas a resolver parecem facilitar a construção dos conhecimentos matemáticos. Com efeito, actividades mais genéricas tais como, lenga-lengas com números e contagens sem suporte, conjugadas com actividades mais intencionais de contagem de conjuntos de objectos favorecem a construção progressiva das aprendizagens. O mesmo acontece ao nível dos registos numéricos. A organização propostas de representação gráfica de uma quantidade determinada de objectos parece orientar as crianças para novas descobertas do sistema numérico. A comunicação de diferentes respostas que expressam o modo como pensam, permite explicitar as relações entre conceitos bem como, adequar a linguagem e consolidar os saberes.

As práticas educativas tornam-se mais enriquecedoras ao centrarem-se no desenvolvimento do saber-fazer e dos saberes existentes facilitando a transferência para outras situações funcionais diversificadas num clima de aceitação e valorização das manifestações do pensamento divergente, criativo e cada vez mais eficaz.

*Contexto Educativo Interactivo -  
Uma Dinâmica Facilitadora do Desenvolvimento dos Conhecimentos*

A criança vai construindo concepções a partir das suas experiências no meio que a rodeia. Num primeiro momento, estas concepções possuem um valor localizado, encontrando-se dependentes da acção e de factores perceptivos que podem estar em contradição com os conceitos matemáticos, disponíveis na cultura científica actual.

As práticas educativas ao promoverem a resolução de situações diversificadas que permitam abordar as diferentes propriedades de um conceito e as suas relações com outros conceitos, numa perspectiva interdisciplinar contribuem de forma significativa para a construção dos conhecimentos matemáticos. Daí a necessidade de se ter em linha de conta, a epistemologia dos conceitos postulada por Vergnaud (1983). Só assim, serão conhecidas as concepções que lhes estão associadas no sentido de as alterar, ou de as mobilizar para futuras aprendizagens.

Na programação das actividades os educadores e os professores, sugere-se que considerarem dois factores de elevada importância: o primeiro, refere-se ao ritmo lento em que decorre o desenvolvimento dos conhecimentos, de modo a se evitar o seu desfasamento face à velocidade de apresentação das propostas efectuadas pelo adulto; o segundo remete para que as estruturas do pensamento não são independentes dos conteúdos, facto que reforça a integração dos

conhecimentos resultantes das vivências das crianças na organização das situações problemáticas a resolver.

### *Pistas para Futuras Investigações*

Deste trabalho surgiram pistas para posteriores investigações. Seria interessante estudar o significado e a representação gráfica da quantidade zero associada a referentes, com o objectivo de explorar as justificações e os possíveis conflitos das crianças que utilizam o desenho para representar a natureza do referente. A leitura por crianças de representações de quantidades produzidas por outras crianças permitiria também, enriquecer o estudo das representações numéricas nestas idades ou próximas.

Para terminar recomenda-se que se contemple uma amostra de maior dimensão.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aglin, F; Martini, A. (1995). Rappresentazione et notazione della quantità in età prescolare, *Età evolutiva*, 51, 30 - 44
- Bardin, L. (1979). *Análise de Conteúdo*, Persona, Edições 70.
- Bideaud, J.. Nombre, Sération, Inclusion: Irrégularités du développement et perspectives de recherche, *Bulletin de psychologie*, Tome XXXIII, nº 345, 559 - 664
- Becker, J. (1993). Young children's numerical use of numbers words: counting in many-to-one situation, *Development psychology*, vol 29, nº 3, 458 - 465
- Bednarz, N.; Dufour-Janvier, B. (1986). Une étude des conceptions Inappropriées Développées par les enfants dans l'apprentissage de la numération du primaire, *JEPE*, vol.I, nº 2, 17-34
- Bickhard, M. (no prelo). *Critical Principles: on the negative side of rationality*, Herfel, Hooker. CA (Eds) Beyond Ruling Reason: Non-form approaches to rationality
- Bickhard, M. (1992). *Children's development within social context*, Lawrence Erl Baum Associates, publishers
- Brissiaud, R. (1989). *Como as crianças aprendem a calcular*, Inst. Piaget.
- Brissiaud, R. (1991). *Un outil pour construire le nombre: les collections-témoins de doigts*, Les Chemins du Nombre, Bideaud, J.; Meljac, Kischer, Press Universitaires de Lille.
- Carpenter, T. Moser, J. (1983). *The acquisition of addition and subtraction concepts and process*, (7-44.)
- Carrather, T. N. (1988). Mathematics as personal and social activity, *JEPE*, Num.especial, 63-68
- Clark, R. (1990). *When teaching kills learning: Research on mathematics*, Learning and Instruction, Pergamon Press
- Cooper, R.; Campbell, R.; Blevin's, B. (1983). *Numerical representation from infancy to middle childhood what develops?*, The acquisition of Symbolic Skills, Roger, D.; Sloboda, J.

- Cooper, R. (1984). *Early number Development discovering number space with addition and subtraction*, Origin's of Cognitive Scalle, ed.Sophian.C.
- Cooper, R. (1991). *The role mathematical transformations and practice*, Mathematical development, Steffe L. ed. Epistemological foundation of mathematics experience
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities, *Cognition*, (44, 1-42)
- Fuson, K. Hall, J. (1983). *The acquisition of early number word meanings: a conceptual analysis and review*, The Development of Mathematical Thinking, Ed. by Herbert P. Ginsburg, (49-107)
- Fuson, K. (1986). Role of representation and verbalisation in the teaching of Multi-digit addition and subtraction, *JEPE*, vol I, n° 2, 35-56
- Fuson, K. (1991). *Relation entre comptage et cardinality chez les enfants de 2 à 8 ans*, Les Chemins du Nombre, Bideaud, J.; Meljac; Fischer, Presses Universitaires de Lille.
- Gelman, R. Gallistel,C. (1983). *The child's understanding of number*, Early childhood development and education, Donaldson, M. Grieve,R. e Pratt Chris, (185-203)
- Ginsburg, H. e Al (1983). *Protocol Methods in Research on Mathematical thinking*, The Development of Mathematical Thinking, Academic Press
- Groen, G.; Kieran, C. (1983). In *search of Piagetian Mathematics*, The Development of Mathematical Thinking, Ed by H. Ginsburg, (351-375)
- Guitel (1975). *Histoire comparée des numerations écrites*, Flammarion, Paris
- Hughes, M. (1986). *Children and number*, Difficulties Learning Mathematics
- Hughes, M. (1983). *What's difficult about learning arithemitsc*, Early childhood Development and Education, Donaldson, M.Grieve, R. e Pratt C., (204-221)
- Kamii, C.. Place value: children effort to find a correspondence between digits and number of objects, *paper presented at the tenth Annual symposium of the Jean Piaget Society, Philadelphia*
- Kamii, C. (1991). A criança e o número, Papirus

- Kamii, C. (1989). Reinventando a aritmética, Papirus
- Lesh, R.; Landau, H. (1983). Acquisition of Mathematics concepts and process
- Lovell, K. (1988). O desenvolvimento dos conceitos matemáticos e científicos na criança, *Artes Médicas*
- Macintosh, A.; Reys, B.; Reys, R. (1992). *A proposed Framework for examining Basic number sense*, Learning of Mathematics, 12,3,Nov.
- Meissner, H. (1986). Cognitive conflicts in mathematics learning, *JEPE*, vol I, nº 2, 7-16
- Noël, M. P. (1991). Influence des systèmes de notation des nombres sur les mécanismes d'encolage et traitements numériques, *l'anné Psychologique*, (91, 581-607)
- Nöel, M.P; Seron, X. Deloche, G. (1991). *Un transcodage des nombres chez l'enfant. La production des chiffres sous dictée*, Les Chemins du Nombre, Bideaud, J.; Meljac; Fischer, Presses Universitaires de Lille.
- Perret, J.F. (1985). Comprendre l'écriture des nombres, Ed.Peter Lang
- Perret, J.F. (1987). Quelle psychologie pour quel apprentissage des mathématiques? *JEPE*, vol II, nº 3,247-260
- Piaget, J. e Szeminska A.(1941). La genèse du nombre chez l'enfant, Neu Châtes Delachaux e Niestlé, 1967
- Pirie, S; Kieren, T. (1994). Beyond Metaphor: Formalising in Mathematical understanding within construtivist environments, Learning of Mathematics, 14, Feb..
- Pontecorvo, C. (1985). Figure, parole, numeri: un problema di simbolizzazione, *Età evolutiva*, Ot., nº 22, 5-33
- Rangel, A.C. (1992). Educação matemática e a construção do número pela criança, *Artes Médicas*
- Resnic, L.B. (1983). *A development theory of number understanding*, The Development of Mathematical Thinking, Ed. by Herbert P. Ginsburg, 109-151

Sastre; Moreno. Représentation graphique de la quantité, *Bulletin de Psychologie de l'Université de Paris*, 30, 346

Saxe, G.; Posner, J. (1983). *The development of numerical cognition: cross-cultural perspectives*, *The Development of Mathematical Thinking*, Academic Press

Shipley, E.; Sherpperson, B. (1990). The what if of counting, *Cognition*, 36: 285-289

Sinclair, A et Al (1992). Constructing and understanding of place value, numerical notation, *JEPE* Vol VII, n° 3, Set.

Sinclair, H. et Al (1990). *A produção de notações na criança, linguagem, número, ritmos e melodias*, Cortez, ed.

Sinclair; Siegrist e Sinclair (1983). *Young children's ideas about the written numbers system*, *The Acquisition of Symbolic Skills*, Roger, D e Sloboda, j.

Sophian, C. (1991). *Le nombre et sa genèse avant l'école primaire comment s'en inspirer pour enseigner les mathématiques*, Les Chemins du Nombre, Bideaud, J, Meljac, C; Fisher, Presses universitaires de Lille

Smedslund, J. (1978). Sobre a prática da teoria de Piaget, in *Análise psicológica*, n° 4, 127-131

Steffe, L. (1991). *Stades d'apprentissage dans la construction de la suite des nombres*, Les Chemins du Nombre, Bideaud, Meljac; Fisher, Presses Universitaires de Lille

Vergnaud, G. (1989). La formation des concepts scientifiques, Reline Vygotsky et débattre avec lui aujourd'hui, *Enfance*, tome 42, n° 1-2, 111-118

Vergnaud, G. (1991). *L'appropriation du concept de nombre: un processus de longue halaiene*, Les Chemins du Nombre, Bideaud, J; Meljac; Fisher, Presses Universitaires de Lille

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Peter Lang Bern

Vergnaud, G. (1990). La théorie des champs conceptuels. Recherches en didactiques des mathématiques, vol. 10, n° 23, pp 133-170

Vergnaud, G. (1990). *Problem solving and concept formation*, *The Learning of Mathematics*, In Mandle, H, Decorte; Beneth, N; Friedrich H.

Vergnaud, G. (?). *Le rôle de l'enseignant à la lumière des concepts de schéma et de champ conceptuel*,

Vergnaud, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas um exemplo: as estruturas aditivas, *Análise Psicológica*, 1, V: 75-90

Wertsch, J. Wlture, (1985). *Communication, and cognition: Vygotskian perspectives*, Cambridge University press

Wynn, K (1990). Children's understanding of counting, *Cognition*, 36, 155-193

**ANEXOS**

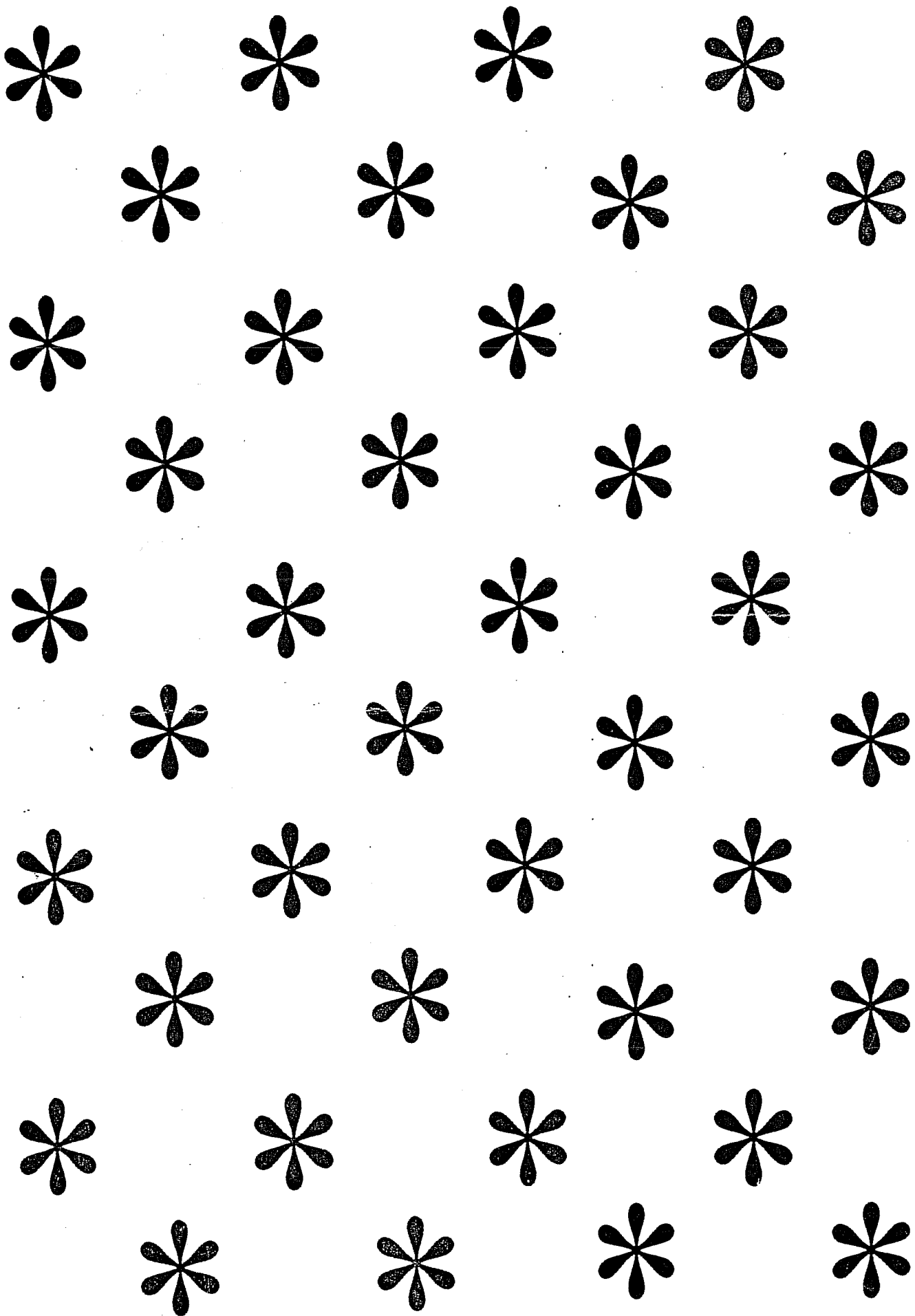
**Anexo A - Guião da Entrevista**

**Anexo B - Protocolo Individual**

**Anexo C - Quadro de Resultados**

**Anexo A - Guião da Entrevista**

1. Vou pedir-te para pões no papel 5 berlindes
  
2. E, agora põe 9 livros
  
3. Põe no papel 14 berlindes
  
4. E, agora 22 livros
  
5. E, se eu te pedisse para pões no papel 5 berlindes, mas de uma maneira diferente, como é que fazias?
  
6. Sabes contar?  
Conta lá até seres.
  
7. Olha para este papel. Gostava que contasses estas coisas.  
(Folha impressa com asteriscos)
  
8. Sabes escrever números?  
Põe no papel os números que conheces.



## Anexo B - Protocolo Individual

Carolina

- **Vou pedir para pões no papel 5 berlindes.**

Como? eu sei fazer o desenho, e de outra maneira.

- **Então faz lá de todas as maneiras que souberes.**

(Começa a fazer os números até ao 5)

- **Então Carolina, mas se chegasse aqui outro menino ele sabia que eu te tinha pedido 5 berlindes?**

Não faltam os berlindes.

(faz o desenho de 5 berlindes e depois coloca uma seta dos números para o desenho)

- **Então como é que outro menino iria descobrir o que fizeste?**

Ele olhava e 1 2 3 4 5 e depois percebia que eram 5 berlindes. Ah! Pode ser de outra maneira, mais parecida.

(Faz o número 5 e faz o desenho dos berlindes)

- **Então, o que é que fizeste?**

Pus o 5 e pus 5 berlindes, porque há meninos que não sabem os números. Posso escrever o mesmo nº de maneira diferente. Berlindes, posso fazer um B i d e depois fazer o desenho dos berlindes.

- **Agora faz 9 livros.**

(Começa a escrever os números até ao 9 e depois faz o desenho dos livros).

Pronto 9 livros.

- **Agora vou pedir-te para fazeres 14 berlindes.**

São muitos, como se faz o 14. É o 1 e o 3?

- **Não. Como é que podemos descobrir?**

É, o 1 e o 1?

- **Carolina tu já fizeste tantos números tão bem feitos que se pensares vais descobrir, não digas os números que te lembras, pensa lá.**

Tenho aqui até ao 9 eu sei fazer mais.

Continua aproveitando os números escritos para os 9 livros e continua 10, 11, 12,

13, 14

Escrevo 14. E agora o desenho ou as letras?

- **Qual é a maneira que tu preferes qual é a mais fácil?**

A mais fácil para descobrir é as bolinhas mas para fazer é as letras porque são 3, e eu já sei quais são (olha para a escrita de 5 berlindes)

14 B i d.

- **Agora se fossem 22 livros?**

Vinte e 2, tem um 2 e qual é o outro?

- **Então, como é que podes descobrir?**

(Continua a fazer os números a seguir ao 14)

(Chega ao vinte e coloca um 1 e depois pára). Enganei-me o vinte é um 2 e um 0, não é?

- **É? Porque é que te enganaste?**

Porque depois do 9 é 10 e eu ia fazer o 1 e o 0. 22 já está é o 2 e o 2.

Li é o L livros o i é grande ou pequeno?

- **Pode ser pequeno.**

i e depois é um u.

- **Vou pedir-te para continuares a fazer os números até saberes.**

Depois vem o 2 e o 3.

- **E, qual é esse?**

Começa a contar a partir do 10 - até ao 23.

Depois é o 24, 25 - 19 agora acabaram os 2.

- **Acabaram os 2, isso quer dizer o quê?**

Quando chega ao 9 vem o 10 mas só se põe o 0 nunca se põe o ① e depois a seguir ao 2 quando acaba vem o 3.

(Escreve 30).

31, 32, 33, 34

- **Olha, Carolina que número é esse que estás a fazer?**

Tem um 3 e um 4 é o vinte e quatro

- **Vinte e 4: Como é que podes ter a certeza. Aqui tu escreves o quê (apontando para 22 livros).**

22 livros

- **E, como é que escreves 22?**

Um 2 e o 2

24 era um 2 e um 4

É, 34.

- **Faz lá mais.**

35, 36, 37

- **Estás a olhar para onde?**

Para ali para ver para que lado é o 7

(Olhou para os números de 1 a 9)

38, 39 depois é o 40. Não quero fazer mais.

- **Mas, sabes qual é que vinha a seguir? Não sabes?**

É, o 4 e 1. 41.

- **Conta estas coisas que eu tenho aqui:**

1-29    40-49    60-69    60  
 ↗        ↗        ↗

- **Conta lá até saberes.**

1-29 40-49 depois já não sei



## Anexo C - Quadro de Resultados

CODIGO	SEXO	MESES	SALA	ESTRATÉGIAS											RESPOSTAS ALTERNATIVAS						
				SIT.1	SIT.2	SIT.3	SIT.4	SIT.5	SIT.6	SIT.7		SIT.8	SIT.6	SIT.4	SIT.3	SIT.2	SIT.1	SIT.6 SEM	SIT.7 COM	SIT.8 ESC.Nº	
				5 BERLINDES	9 LIVROS	14 BERLINDES	22 LIVROS	1 MANEIRA DE	CONTAGEM SEM SUPORTE	CONTAGEM COM SUPORTE	ESC.Nº.										
1	1	61	1	A	A	A	A	-	29	35	29	33	4	E3	E4	E4	E4	-	a3	a3	-
2	1	65	1	B4	B4	A	B4	-	29	69	29	69	9	E8	E4	E3	E8	-	a1	a1;a2;a3	-
3	1	60	1	A	A	A	R(A)	1-B2	29	30	20	39	13	E3	E3	E2	E3	E5	a3	a1;a3	-
4	1	66	1	B4	B4	B4	B4	-	39	1000	39	-	11	E8	E1	E8+E3+E4	E8+	-	a1	-	-
5	1	64	1	A	A	A	A	1-B2	39	89	59	99	10	E3	E3	E3	E3	E5	a1	a1;a2	-
6	1	63	1	A	A	A	A	1-B2	28	38	49	50	5	E4	E4	E4+E3	E4+E3	E5	a1	a3	-
7	2	62	1	B2	B6	B2	B5	-	27	60	39	59	9	E5	E5	E3	E7	-	a2;a3	a1	-
8	2	61	1	A	A	A	B4	-A,B4,1	24	-	39	44	11	E1	E4+E3	E4	E3	E1;E8;E	-	a3	-
9	1	64	2	A	A	A	A	-	45	55	59	80	5	E4	E4	E3+E4	E3	-	a1	a3	-
10	2	63	2	A	A	A	R	-	16	33	16	29	3	E3	E3+E4	E3+E4	E3	-	a1;a3	a1;a2	-
11	1	64	2	A	A	A	A	1-A	25	30	33	40	11	E1	E3	E3+E4	E3	E1	a1	a1;a3	-
12	1	63	2	A	A	A	A	1-B4, 2-B4, 3-C, 4-B6C	140	-	299	301	22	E1	E1	E4+E4	E4+	E8	-	a3	-
13	2	65	3	A	C	A	B5	-	30	49	30	52	10	E1	E8	E5+E1	E7	-	a2	a2;a3	-
14	1	63	3	B4	B6	B5	B5	-	29	35	20	35	10	E8	E8	E5+E8	E6	-	a3	a3	-
15	1	66	3	A	A	A	A	1-B4 2-B6	11	39	18	37	5	E3	E3+E4	E4+E4	E4+	E8; E8;E8	a1	a1;a2	a4
16	2	63	3	A	A	A	A	-	69	-	29	59	19	E1	E4	E9+E4	E3	E8;E8	-	a1;a2	a3
17	2	62	3	A	A	A	A	-	20	-	30	-	R	E3	E4+E4	E4+E4	E4+E3	6;E6	a1	a2	-
18	2	62	3	B4	B6	A	B6	-	19	69	39	69	11	E8	E8	E4	E8	-	a1	a1;a2	-
19	1	63	3	B2,4,1	B2	C	C	-	29	49	29	69	40	E5;E8;E1	E5	E5	E8	-	a1	a1;a2	-
20	1	64	3	A	C	C	C	-	59	80	69	80	30	E1	E8	E8	E8	-	a1	a3	-