

1120

S

DM
SILV/MJ.1



INSTITUTO SUPERIOR DE PSICOLOGIA APLICADA
MESTRADO EM PSICOLOGIA EDUCACIONAL

TESE DE MESTRADO

**Os Problemas de Adição e Subtração nos Manuais
Escolares do 2º Ano de Matemática**

Maria João Silva Nº 13471

ORIENTADOR: Ana Cristina Silva

Instituto Superior de Psicologia Aplicada

SEMINÁRIO DIRIGIDO POR: Margarida Alves Martins

Instituto Superior de Psicologia Aplicada



2004/2006

Stamp area containing a circular logo, the text "Instituto Superior de Psicologia Aplicada", and handwritten information: "17241" and "7/9/07".

*“Para um espírito científico todo conhecimento é uma resposta a uma pergunta.
Senão existir pergunta não pode haver conhecimento científico.
Nada vem sozinho, nada é dado. Tudo é construído.”*
Bachelard, citado por Charnay (1996)

Agradecimentos

À *Professora Doutora Ana Cristina Silva*, por estar sempre presente, por me ter ajudado a crescer ao longo destes últimos anos, pela exigência e reflexão, e sobretudo, pela amizade e carinho. Obrigado por tudo.

À *Professora Doutora Margarida Alves Martins*, pela disponibilidade, pelas sugestões e pelo incentivo.

À *Professora Doutora Glória Ramalho*, pela sugestão do tema, foi assim que tudo começou...

Aos *meus pais, irmã e avó*, por estarem sempre presentes e por terem contribuído para ser o que sou!

Ao *Marco*, por todo o amor, carinho, apoio e por seres aquilo que és. Por seres incansável e estares sempre ao meu lado. Por acordares a pensar se faria sentido ou não analisar os dados daquela forma. Por tudo isto e muito mais.

Ao *Pedro*, por toda a disponibilidade, na recolha e na análise dos dados, por seres um colega e amigo sempre presente.

À *Fátima Silva*, por me teres criado o gosto pela educação, pela disponibilidade na recolha e na análise dos dados. Sem ti, tudo teria sido muito mais difícil.

À *Inês*, pela disponibilidade em rever o texto e por teres ajudado a melhorá-lo.

À *Sofia*, por todos os fogos que sempre ajudaste a apagar e pela tua amizade.

À *Patricia*, pelo apoio, pela disponibilidade do “lápiz” sofisticado, por perguntares sempre “Como estás?”, pelo teu beijinho de boa noite, por seres a amiga que és.

A todos os meus outros *amigos*, por estarem sempre lá, cada um à sua maneira, e pelo vosso carinho.

Às *Professoras*, pela disponibilidade e colaboração, sem isso nada disto seria possível.

Aos *Alunos*, por me fascinarem com o seu mundo e me ensinarem sobre o modo como pensam e aprendem a Matemática.

E... a quem já não estando, sempre estará.

Resumo

O conhecimento que a criança vai adquirindo resulta das suas experiências quotidianas, do conjunto de situações que lhes vai proporcionando esquemas de pensamento acerca do mundo que a rodeia. Perante situações que ela não consegue explicar ou resolver, ela vai colocando hipóteses e explorando diversas formas de resolução. No caso dos conhecimentos matemáticos, esta situação não é diferente. A criança vai construindo teoremas-em-acção de modo a resolver situações problemáticas localizadas, dando início à elaboração de noções matemáticas, como representar, relacionar e operar com quantidades, por exemplo.

Com a entrada para a escola, a criança vai sendo confrontada com um saber institucional “decretado” e transmitido por alguém mais competente. Muitas vezes, acontece, as crianças tentarem adaptar os seus esquemas ao conhecimento transmitido, o que pode originar dificuldades na aprendizagem. É através da confrontação com problemas para os quais não tem uma solução e que não servem as ideias que foi construindo, que a criança vai alterando as suas concepções e evoluindo para teoremas mais abstractos e adequados.

Perante a resolução de diferentes categorias de problemas, nos quais se fazem variar as relações semânticas, a posição da incógnita, a posição da pergunta a investigar, entre outros aspectos, a criança domina diferentes propriedades do mesmo conceito. No caso deste estudo, os conceitos a dominar são o de adição e o de subtracção. É também documentado, por várias investigações acerca das práticas pedagógicas levadas a cabo dentro da sala de aula, que os manuais escolares desempenham um papel fundamental, por vezes orientador, destas práticas e do conhecimento a adquirir pelos alunos.

Centrando-se nestas perspectivas, o presente estudo pretendeu analisar os manuais escolares do 2º ano de escolaridade, da disciplina de Matemática, mais utilizados pelas escolas portuguesas, em relação às categorias de problemas aditivos e substractivos que apresentavam. Estabelecendo-se duas análises distintas: por um lado, comparar os manuais entre si, no que respeita, à proporção de problemas aditivos e substractivos em relação ao número de exercícios aditivos e substractivos e às categorias de problemas aditivos e substractivos que apresentavam (analisados segundo a tipologia de problemas de Vergnaud, 1982); por outro, averiguar se as diferenças entre os manuais se reflectiam em diferenças significativas nos desempenhos das crianças que tinham o ensino da Matemática, baseada naqueles manuais.

A amostra do estudo compreendeu um total de 60 crianças, do 2º ano de escolaridade, da região de Lisboa, com uma média de idade de 7 anos e 11 meses, divididas por três grupos, consoante os manuais em análise: *Amiguinhos*, *Fio-de-Prumo* e *Eu e o Bambi*. De modo a homogeneizar os grupos, consideraram-se os resultados das Matrizes Progressivas Coloridas de Raven.

A análise feita aos manuais consistiu na contagem do número de exercícios e de problemas aditivos e substractivos, existentes nos manuais em estudo, e na categorização desses problemas, baseada na tipologia de problemas de Vergnaud (1982). Para alguns dos manuais, foi ainda averiguada a posição da incógnita para todas as categorias de problemas. Os desempenhos dos participantes foram analisados segundo o processo de resolução de quatro categorias diferentes de problemas aditivos e substractivos, a saber: *composição de duas medidas* (categoria I), *transformação unindo duas medidas* (categoria II), *relação estática entre duas medidas* (categoria III), e *composição de duas transformações* (categoria IV) (Vergnaud, 1982). A análise estatística efectuada (teste paramétrico t-student) e para um nível de significância de $\alpha = 0,05$, confirmou a existência de diferenças significativas no desempenho dos participantes de cada grupo, na resolução de problemas de duas categoria de problemas (*composição entre duas medidas* e *relação estática entre duas medidas*), em função da posição da incógnita.

Contudo, a análise estatística efectuada para avaliar os desempenhos dos participantes na resolução de problemas de adição e de subtracção, (teste paramétrico ANOVA, para uma nível de significância de $\alpha= 0.05$), revela que não existem diferenças significativas entre os grupos definidos pelo manual.

As grandes ilações retiradas do estudo são as seguintes: a marcada predominância de exercícios de cálculo em detrimento de problemas aditivos e subtrativos; também, a predominância de uma determinada categoria de problemas, nos manuais analisados; e a ausência de diferenças significativas no desempenho dos diferentes grupos nas várias categorias de problemas, mas a presença de diferenças significativas na resolução de problemas de cada categoria, em função da posição da incógnita.

Índice

Introdução	13
<i>Os Manuais Como Tradução do Currículo</i>	16
<i>Definição e Funções do Manual Escolar</i>	18
<i>Os Manuais e as Práticas Pedagógicas</i>	22
<i>Avaliação de Manuais Escolares</i>	26
<i>Manuais de Matemática</i>	30
<i>Resolução de Problemas</i>	37
<i>Classificação de Problemas</i>	46
<i>Estratégias de Resolução</i>	54
<i>Objectivos da Investigação</i>	62
<hr/>	
Método	64
<i>Participantes</i>	64
<i>Matrizes Progressivas Coloridas de Raven</i>	66
<i>Instrumentos</i>	69
<i>Análise dos Manuais</i>	69
<i>Avaliação dos Desempenhos das Crianças</i>	74
<i>Prova de Resolução de Problemas de Adição e Subtracção</i>	74
<i>Procedimentos</i>	76
<i>Análise dos Manuais Escolares</i>	76
<i>Avaliação do Nível Cognitivo dos Participantes</i>	77
<i>Avaliação do Desempenho dos Participantes na Resolução de Problemas Aditivos e Subtractivos</i>	78

Resultados	79
<i>Caracterização dos Manuais</i>	79
<i>Análise dos Cinco Manuais mais Escolhidos pelas Escolas Portuguesas</i>	80
<i>Análise dos Problemas em Relação à Natureza da Incógnita</i>	84
<i>Manual Amiguinhos</i>	85
<i>Manual Fio-de-Prumo</i>	85
<i>Manual Eu e o Bambi</i>	86
<i>Análise dos Desempenhos dos Participantes</i>	87
<i>Resultados da Prova de Resolução de Problemas de Adição e de Subtração</i>	87
<i>Problemas de Composição de Duas Medidas (Categoria I)</i>	88
<i>Problemas de Transformação que Une Duas Medidas (Categoria II)</i>	89
<i>Problemas de Relação Estática entre Duas Medidas (Categoria III)</i>	91
<i>Problemas de Composição de Duas Transformações (Categoria IV)</i>	92
Discussão	94
Conclusões	106
Referências Bibliográficas	109
Anexos	116
<i>Anexo A - Comparação das Classificações de Problemas</i>	117
<i>Anexo B - Outup com a Caracterização dos Grupos</i>	119
<i>Anexo C - Prova de Resolução de Problemas Aditivos e Subtrativos</i>	122
<i>Anexo D - Folha de Resposta das Matrizes Progressivas Coloridas de Raven</i>	125
<i>Anexo E - Folha de Resposta à Prova de Resolução de Problemas Aditivos e Subtrativos</i>	127
<i>Anexo F - Output dos Resultados Obtidos na Prova de Resolução de Problemas Aditivos e Subtrativos</i>	132
<i>Anexo G - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Composição de Duas Medidas (Categoria I)</i>	134

<i>Anexo H - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Composição de Duas Medidas, em Relação à Natureza da Incógnita</i>	138
<i>Anexo I - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Transformação Unindo Duas Medidas (Categoria II)</i>	142
<i>Anexo J - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Transformação Unindo Duas Medidas, em Relação à Natureza da Incógnita</i>	146
<i>Anexo L - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Relação Estática entre Duas Medidas (Categoria III)</i>	152
<i>Anexo M - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Relação Estática entre Duas Medidas, em Relação à Natureza da Incógnita</i>	156
<i>Anexo N - Output dos Resultados Obtidos na Categoria de Problemas de Composição de Duas Transformações (Categoria IV)</i>	160

Índice de Quadros

Quadro 1. Caracterização da amostra em relação à variável idade.....	66
Quadro 2. Caracterização da amostra em relação aos resultados da <i>Prova Matrizes Progressivas Coloridas de Raven</i>	68
Quadro 3. Tipologia de problemas aditivos e subtrativos (Vergnaud, 1982) e exemplos presentes nos cinco manuais em estudo.....	70
Quadro 4. Caracterização de <i>Prova de Resolução de Problemas Aditivos e Subtrativos</i> em relação às operações que mobilizam.....	75
Quadro 5. Percentagem de problemas em relação à totalidade de exercícios que requerem as operações de adição e de subtração.....	80
Quadro 6. Frequência e percentagem de exercícios de adição e de subtração presentes nos manuais.....	81
Quadro 7. Frequência e percentagem de problemas por categorias existentes nos cinco manuais.....	82
Quadro 8. Frequência e percentagem de incógnitas por categorias de problemas no manual <i>Amiguinhos</i>	85
Quadro 9. Frequência e percentagem de incógnitas por categorias de problemas no manual <i>Fio-de-Prumo</i>	86
Quadro 10. Frequência e percentagem de incógnitas por categorias de problemas no manual <i>Eu e o Bambi</i>	87
Quadro 11. Desempenho das crianças na resolução de problemas de <i>composição de duas medidas</i> (categoria I).....	88
Quadro 12. Desempenho das crianças aos problemas de <i>composição de duas medidas</i> (categoria I), em relação à natureza da incógnita.....	89
Quadro 13. Desempenho das crianças na resolução de problemas de <i>transformação que une duas medidas</i> (categoria II).....	90

Quadro 14. Desempenho das crianças aos problemas de <i>transformação unindo duas medidas</i> (categoria II), em relação à natureza da incógnita.....	90
Quadro 15. Desempenho das crianças na resolução de problemas de <i>relação estática entre duas medidas</i> (categoria III)	91
Quadro 16. Desempenho das crianças aos problemas de <i>relação estática entre duas medidas</i> (categoria III), em relação à natureza da incógnita.....	92
Quadro 17. Desempenho das crianças na resolução de problemas de <i>composição de duas transformações</i> (categoria IV)	93

Introdução

Vários estudos na área do desenvolvimento do raciocínio matemático enfatizam o papel preponderante da resolução dos problemas na apropriação das noções matemáticas. Quando a criança é confrontada com uma situação problemática perante a qual não conhece a solução e tem de mobilizar estratégias com o objectivo de a encontrar, vai alargando as suas conceptualizações e adquirindo novos conhecimentos.

Exemplificando, é perante a resolução de diferentes categorias de problemas, e dos diferentes problemas dentro de cada categoria, que a criança compreende os diferentes significados que as operações de adição e de subtracção podem ter. As primeiras concepções infantis de adição e de subtracção consistem em aumento e diminuição, e são claramente insuficientes.

Assim, a resolução de problemas é entendida como ferramenta contextualizadora das diferentes operações aritméticas. No actual *Curriculo Nacional do Ensino Básico* (M.E., 2001), para a disciplina de matemática, é evidente o destaque atribuído à resolução de problemas.

Ainda que seja esperado que as crianças, durante os primeiros quatro anos do Ensino Básico, sejam capazes de dominar o sistema de numeração de forma a relacioná-los com os algoritmos das quatro operações, representar e relacionar os números inteiros e decimais e recorrer às operações para uma realização económica de cálculos em situações concretas, a ênfase é colocada na resolução de problemas (M.E., 2001). Quer isto dizer que, a referência é assente na concepção de um ensino assente na resolução de situações problemáticas, para que a criança compreenda e domine esses aspectos.

Das diversas competências gerais enunciadas para que um aluno se torne matematicamente competente, a resolução de problemas surge como fonte de raciocínio matemático, possibilidade de comunicar descobertas e ideias matemáticas, desenvolver processos de resolução e estruturas abstractas, e capacidade crítica para decidir sobre a razoabilidade dos resultados (M.E., 2001).

A literatura revela-nos, também, que o meio privilegiado de expressão dos currículos, muitas vezes, dá-se pela “voz” dos manuais escolares. É através deles que o currículo ganha corpo e que as práticas pedagógicas, os conteúdos e a natureza das actividades que ocorrem na sala de aula são determinados (Ballér, 1990; Chassapis, 1997; Castro, 1999; Duarte, 1999; Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman, Dipipi-Hoy, Sczesniak & Xin, 2005; Morgado, 2004; Reys, Reys, & Chávez, 2004; Yahhontova, 2001).

Estudos desenvolvidos no nosso país acerca das práticas pedagógicas levadas a cabo dentro da sala de aula, referem que os manuais constituem instrumentos auxiliares privilegiados dessas práticas (Castro, 1999; Duarte, 1999; Morgado, 2004; Santos, 2001).

Numa altura em que é implementado um Plano de Acção Para a Matemática, cujo objectivo último é melhorar os desempenhos dos alunos do Ensino Básico nesta disciplina, o Ministério da Educação Português propõe cinco principais acções, operacionáveis num conjunto diversificado de medidas, sendo a avaliação dos manuais escolares, uma destas acções.

Desta forma, este estudo centrar-se-á no modo como os manuais escolares de Matemática do 1º Ciclo do Ensino Básico, do 2º ano de escolaridade, tratam a resolução de problemas aditivos e subtractivos e possibilitam o desenvolvimento do pensamento infantil em relação às operações de adição e subtracção.

A formulação da questão de investigação deste estudo surge após a análise de alguns estudos desenvolvidos sobre a análise de manuais escolares e do desenvolvimento de competências matemáticas nas crianças em idade escolar (Brissiaud, 1989, 1994; Carpenter & Moser, 1982, 1983; Carraher, 1989; Carraher, Carraher, & Schliemann, 1988; Fayol, 1996; Fuson, 1982, 1986; Gérard & Roegiers, 1998; Resnick, 1983; Riley, Greeno & Heller, 1983; Vergnaud, 1982, 1986, 1997; entre outros).

Concretizando, temos então a seguinte questão de investigação: *Como abordam os manuais escolares, do Ensino Básico do 1º Ciclo, da disciplina de Matemática, do 2º ano de escolaridade, a resolução de problemas de adição e de subtração?*

Baseando-nos na formulação desta questão serão elaborados os objectivos do estudo que, por sua vez, irão centrar-se na análise do tipo de problemas aditivos e subtrativos presentes nos manuais escolares, no número de exercícios aditivos e subtrativos versus os problemas aditivos e subtrativos, e no desempenho das crianças na resolução de alguns desses problemas.

Conhecida a dificuldade em transpor para a sala de aula os resultados das investigações, e as diferenças entre a prática pedagógica e o discurso dos currículos, este estudo parte das dinâmicas ocorridas na sala de aula para a análise do seu efeito no desempenho das crianças na resolução de problemas aditivos e subtrativos. Contudo, algumas das limitações metodológicas (garantias de um ensino puramente baseado num determinado manual, por exemplo) serão tidas em conta nas conclusões a retirar.

De seguida far-se-á uma revisão de literatura que sustenta a problemática deste estudo, mencionando os quadros teóricos referentes à(s): análise de manuais escolares, suas funções e sua avaliação, de modo geral, e dos de matemática, em particular; resolução de problemas aditivos e subtrativos, com elucidação do que é um problema e como estes podem ser caracterizados; estratégias de resolução e os erros que ocorrem durante a resolução de algoritmos.

Os Manuais Como Tradução do Currículo

Em Portugal, as competências essenciais da educação estão definidas no Currículo Nacional para o Ensino (ME, 2001), enquanto as competências que os alunos devem adquirir ao longo dos nove anos do Ensino Básico, são expressas em objectivos de aprendizagem na Organização Curricular e Programas (ME, 1998/2004).

Segundo diversos autores, estes documentos assumem expressão nos manuais escolares, porque são eles que dão ‘voz’ ao que é seleccionado pelos programas como sendo o conhecimento útil que os alunos devem aprender na escola (Castro, 1999; Choppin, 1992; Farquin, 1993, Mendes, 1999, Zabala, 1990, citados por Morgado, 2004).

Mas, Ballér (1990), refere que o currículo, tanto pode ser visto como: o conteúdo do ensino numa determinada área dentro do sistema escolar que é seleccionado na base de considerações educacionais, organizado e estruturado segundo tópicos de orientações principais; ou como o elemento globalizador que contém os objectivos, assuntos, prazos, materiais e resultados esperados da aprendizagem, expressando-os numa listagem oficial, mais ou menos standardizada, geralmente adoptada pelas autoridades educacionais.

Ilustra ainda a relação existente entre currículo e manual, consoante o sistema educacional que esteja em debate. Assim, por um lado, num sistema educacional centralizado, onde a grande preocupação é a homogeneidade cultural, apenas existe um manual por disciplina e ano de escolaridade que é produzido pelas autoridades educacionais. Por outro, nos sistemas educacionais descentralizados é dada autonomia às escolas para efectuarem esta escolha de modo a que possam servir melhor a sua população, no entanto, isto fez com que a publicação de manuais se tornasse num negócio comercial (Ballér, 1990).

Morgado (2004) refere que alguns manuais são construídos na base de uma visão claramente etnocêntrica, pois veiculam valores e atitudes aceites por determinados grupos sociais dominantes, não figurando o padrão cultural que normalmente as escolas portuguesas exibem.

Sendo o currículo resultado de uma determinada selecção cultural, então o manual pode protagonizar essa selecção, se se limitar a incorporar os conteúdos mínimos obrigatórios, prescritos pela administração central através dos programas escolares. Os principais intérpretes dos programas oficiais para cada ano ou ciclo de escolaridade são, assim, os autores dos manuais escolares, trabalhando os conteúdos aí propostos (Morgado, 2004).

Mas, as editoras também desempenham um papel importante ao nível da concepção porque se está na mão do Estado conceber o discurso curricular e regulá-lo politicamente, é às editoras, que cabe o papel de o (re)interpretar e apresentar aos professores (Morgado, 2004).

Ora, o currículo desde que se prescreve até que alcança o seu verdadeiro significado nas aprendizagens que os alunos realizam, passa por uma série de modificações resultantes de um conjunto de decisões tomadas a diferentes níveis e por várias instâncias – administração central, editores, escolas, professores, entre outras (Gimeno, 1988, cit. por Morgado, 2004).

Noutro exemplo de como a cultura dominante influencia a elaboração dos manuais, Yakhontova (2001), compara os manuais universitários de Inglês americanos com os ucranianos, caracterizando os primeiros como tendo uma abordagem pragmática e comunicativa, característica da linguagem anglo-saxónica, bem diferente da atitude romântica das culturas eslavas, presente nos segundos, e que, inevitavelmente, se reflecte nas noções específicas nacionais da escrita enquanto processo interactivo ou como arte do mundo.

Os manuais contêm a informação necessária para os alunos satisfazerem os requisitos mínimos exigidos para serem aprovados numa determinada disciplina (Morgado, 2004). Torres (1998, cit. por Morgado, 2004), considera que os manuais facilitam a “reprodução do conhecimento académico”, necessário quer para progredir ao longo dos ciclos de ensino, quer para sobreviver no interior de uma instituição escolar, mas muito pouco para a realização de acções na sua comunidade e aplicação de saberes no seu quotidiano. Daí a necessidade de se utilizar outros instrumentos pedagógicos.

Definição e Funções do Manual Escolar

O Decreto-Lei nº 369/90, de 26 de Novembro, define manual escolar como sendo um

instrumento de trabalho, impresso, estruturado e dirigido ao aluno, que visa contribuir para o desenvolvimento de capacidades, para a mudança de atitudes e para a aquisição dos conhecimentos propostos nos programas em vigor, apresentando a informação básica correspondente às rubricas programáticas, podendo ainda conter elementos para o desenvolvimento de actividades de aplicação e avaliação da aprendizagem efectuada (art. 2º).

Gérard e Roegiers (1998), apresentam uma definição mais centrada na melhoria da eficácia do processo de aprendizagem, acrescentando que o manual escolar pode ser caracterizado por “preencher diferentes funções associadas à aprendizagem” e “incidir em diferentes objectos de aprendizagem” (p. 19). Santos (2001), acrescenta a estas definições a intencionalidade da concepção de suportes escritos para uma determinada disciplina no seio de uma instituição escolar.

Para Castro (1999), “os manuais escolares são objectos particularmente complexos, característica para que contribuem decisivamente a rede de relações intertextuais em que são posicionados, a natureza plural dos seus destinatários, a multiplicidade de objectivos que a sua utilização persegue, bem como todos os tipos de condicionalismos que marcam a sua produção e difusão” (p.189).

Para Ballér (1990), os manuais são vistos como um produto de um processo tecnológico, que especifica e interpreta o conteúdo do currículo e estrutura-o de tal forma que serve para o ensino e para a aprendizagem.

Choppin (1992), refere que é através dos manuais que os alunos estruturam, adquirem e avaliam a esmagadora maioria dos seus conhecimentos. O que lhes dá um estatuto próprio é serem um produto de consumo, um suporte de conhecimentos escolares, um veículo transmissor de um sistema de valores, de uma ideologia, de uma cultura e um instrumento pedagógico, aspectos esses que os caracterizam.

A complexidade dos manuais, que Choppin (1992) sistematiza, atribuindo-lhes marcas de objectos pedagógicos, culturais e de produtos de consumo, provoca múltiplos olhares que neles podem privilegiar diferentes dimensões, nomeadamente, relativas às funções culturais, ideológicas e pedagógicas que podem desempenhar.

Como supra citado, o currículo resulta de operações de selecção de uma determinada cultura e de entre o conhecimento disponível, isto é, são efectuadas escolhas; e nestas escolhas os manuais escolares podem ser descritos em função dos conhecimentos que comportam e dos princípios que subordinaram as inclusões e exclusões efectuadas (Castro, 1999).

O manual escolar constitui, não só um auxiliar de suporte de conhecimentos para alunos e professores, como um elemento de ligação entre a escola e a família. Desta forma, apresenta para além da função de regulação da prática pedagógica uma função recontextualizadora, sobretudo de programas disciplinares (Santos, 2001).

Castro (1999), considera que os manuais desempenham importantes funções pedagógicas, já que estes constituem um repositório dos conteúdos legitimados na escola e para a escola, e são, também, uma tecnologia para a transmissão daqueles, integrando

aspectos relativos à sequência e ao ritmo da sua transmissão através das actividades que propõem e dos modos de avaliar as aquisições realizadas.

Estas funções pedagógicas e culturais que os manuais realizam, considera Castro (1999), não são dissociáveis da sua natureza de “bem de consumo”. Senão vejamos, algumas das opções tomadas por autores e editores, as múltiplas estratégias de sedução que são desenvolvidas, não podem estar desarticuladas das características do “mercado” em que têm que concorrer. Contudo, corre-se o risco de se radicar mais em preocupações comerciais do que pedagógicas e das características do(s) público(s) alvo.

Gérard e Roegiers (1998), fazem referência às funções do manual escolar, sob o ponto de vista do aluno e do professor, pois consideram que este pode desempenhar diferentes funções, dependendo do seu utilizador, da disciplina e do contexto em que é elaborado.

Os manuais escolares que estão mais orientados para a função de transmissão de conhecimentos, de desenvolvimento de capacidades e competências, de consolidação de aquisições e/ou avaliação dessas aquisições, são manuais, segundo Gérard e Roegiers (1998), orientados para as aprendizagens escolares.

Servindo aquele que é o principal objectivo do ensino, e opondo-se às funções supra citadas, estes autores enunciam ainda as que são orientadas para a vida quotidiana e profissional, são elas: ajuda na integração das aquisições, referência e educação social e cultural.

Ainda que estas funções surjam discriminadas no texto, não significa que existam manuais exclusivamente orientados para uma única função, sendo raríssimo esta situação se dar (Gérard & Roegiers, 1998). Os manuais cuja função principal seja transmitir conhecimentos, pelo menos de forma implícita, pretendem, também, desempenhar uma função de desenvolvimento de capacidades e de competências. Pode-

se então afirmar que um manual tem uma função primária e uma ou mais funções secundárias.

No que respeita às funções dos manuais do ponto de vista do professor, Gérard e Roegiers (1998), enunciam as seguintes: informação científica e geral; formação pedagógica; ajuda nas aprendizagens e na gestão das aulas, e ajuda na avaliação das aquisições.

Os manuais escolares servem o objectivo de contribuírem com instrumentos que permitem um melhor desempenho da acção docente, contudo, isso implica que os seus autores contribuam com novas pistas, novos instrumentos e práticas que contemplem a evolução dos conhecimentos pedagógicos, a sensibilidade dos professores e a especificidade dos contextos (Gérard & Roegiers, 1998).

Santos (2001), reforça estas ideias ao mencionar que os manuais desempenham uma função fortemente reguladora das práticas pedagógicas, sociais e éticas, pois são elementos que auxiliam na organização da recolha de informações e ajudam a construir e a estruturar as aquisições.

A literatura acerca do papel que os manuais desempenham no ensino é consensual, as actividades desenvolvidas dentro da sala de aula são maioritariamente orientadas a partir do manual adoptado e constituem a principal fonte de informação para os alunos e de referência para o ensino (Beishuizen, Stoutjesdijk & Putten, 1994; Jitendra, et al., 2005; Morgado, 2004; Nathan, Long & Alibali, 2002; Reys, et al., 2004; Vilela, 1991).

Assim, por exemplo, Duarte (1999), acerca da investigação sobre o ensino da ciência, sob o ponto de vista das influências dos manuais escolares, cita alguns investigadores que consideram que o manual escolar constitui o principal determinante da natureza da actividade científica desenvolvida na sala de aula (Hofstein & Lunetta, 1982, cit. por Duarte, 1999), da organização do currículo e da forma como os professores concebem,

por exemplo, o desenvolvimento da ciência (Chiappetta, et al., 1991, cit. por Duarte, 1999).

Segundo alguns autores, o manual escolar determina a natureza da actividade científica desenvolvida na sala de aula e constitui um dos recursos educativos mais utilizados pelos professores (Johnsen, 1993, Stinner, 1992; citados por Duarte, 1999).

Os Manuais e as Práticas Pedagógicas

Morgado (2004), defende que os manuais escolares estimulem o papel dinâmico e interventivo que os alunos devem ter na construção do seu próprio saber. Já que a aprendizagem é um processo de construção pessoal, que não pode ser determinado a priori, de um modo linear e rígido, sob pena de produzir efeitos muito perversos e contrários ao que a educação deve ter.

Sarramona (2002, cit. por Morgado, 2004), refere que a escola não pode ser à margem das formas de comunicação e dos instrumentos de aprendizagem que fora dela se constituem, sob pena de deixar de cumprir uma das suas principais finalidades: preparar para a vida.

Morgado (2004), distingue uma escola onde o principal objectivo é conhecimentos, de outra escola cujo principal objectivo é a promoção e o desenvolvimento cultural, social, afectivo e psicomotor da criança. Esta distinção é feita para mencionar a utilização divergente que é dada aos manuais escolares. Ou seja, na primeira escola, os métodos de aprendizagem privilegiam a memorização e a repetição, adaptam-se à existência de um programa rígido para cada disciplina, donde existe recurso a um manual único. No caso da segunda, o método de aprendizagem repousa na (re)construção de conhecimentos e o manual é conjugado com outros instrumentos curriculares alternativos.

Uma escola que não descarta o conjunto de aprendizagens tidas como necessárias para todos e aceita partir dos conhecimentos que os alunos possuem, das suas experiências de vida e de recorrer a situações e problemas locais, é uma escola que faz cumprir os objectivos do ensino supra citados (McCombs & Whisler, 2000).

Torres (1989, cit. por Morgado, 2004), considera que alguns manuais escolares não têm em conta as diferentes formas e ritmos de aprendizagem dos alunos, a que se associam a falta de experiências interdisciplinares e globalizadoras, a não mobilização de experiências e conhecimentos que os alunos já possuem, a ausência de contraste entre os conhecimentos abordados e a realidade em que os jovens se inserem, e a falta de incentivos à sua curiosidade e iniciativa.

Também Imbernón e Casamayor (1985, cit. por Morgado, 2004), consideram que existe uma certa tendência para o recurso a uma linguagem impessoal e abstracta para transmitir os conhecimentos preestabelecidos nos programas escolares. Finley (1994, cit. por Duarte, 1999), refere constituir uma tarefa descomunal, esperar que os alunos abandonem as suas próprias ideias e aceitem outras com base na autoridade do texto.

Yakhontova (2001), refere que, apesar de ser um requisito pedagógico importante e padronizado, a adequação dos manuais às necessidades dos alunos e ao contexto sócio-cultural da sua utilização, ainda existem situações em que este requisito é negligenciado ou intencionalmente violado.

Acrescenta, ainda, que esta situação tende mais a acontecer quando os materiais de ensino são utilizados para educar alunos cujos objectivos não se relacionam totalmente com os objectivos dos materiais, ou para aqueles que estão a estudar em contextos educacionais e culturais diferentes daqueles que foram inicialmente estabelecidos pelos autores (Yakhontova, 2001).

Estes aspectos levam-nos a reflectir sobre a discrepância que pode existir entre os objectivos do ensino e o meio utilizado para o implementar.

Para muitos professores os manuais escolares são encarados como instrumentos de trabalho auxiliares da prática pedagógica e um meio facilitador da aprendizagem dos alunos. Para outros, os manuais escolares são intérpretes privilegiados das fidelidades e das infidelidades curriculares, já que reúnem as propriedades pedagógicas necessárias para que os alunos desempenhem o seu papel, quer na escola quer em casa (Morgado, 2004).

Para além de simples instrumentos de trabalho para professores e alunos, os manuais escolares envolvem e desenvolvem um sistema complexo de relações sociais, na medida em que estruturam dispositivos de controlo social sobre o trabalho docente, como os conteúdos e estratégias didácticas (Santos, 2001; Correia & Matos, 2001, cit. por Morgado, 2004).

Contudo, isto também pressupõe uma prática quotidiana dentro de sala de aula contrária ao papel meramente técnico do professor que se limita a debitar conteúdos curriculares propostos para uma determinada disciplina. Os professores usufruem de autonomia e responsabilidades para organizarem a sua prática pedagógica como melhor entenderem (Morgado, 2004).

Contudo, Morgado (2004) refere que o que se tem verificado é que as escolas de formação inicial de professores continuam a formá-los sob uma perspectiva tyleriana, sintetizada no triângulo objectivos-actividades-avaliação, o que se reflecte numa abordagem racionalista do currículo.

Morgado (2004), vai ainda mais longe, questionando se os manuais não são autênticos armazéns de respostas que os professores administram quando julgarem mais conveniente, se não valorizarão essencialmente a transmissão de conhecimentos e a prossecução de

objectivos previamente delineados e se não valorizarão, eles, mais os produtos que os processos educativos.

Mas, considerando a autonomia e responsabilidade que os professores têm sob a sua acção docente, estes podem optar por: limitarem-se a implementar aquilo que outros decidiram e organizaram ou, ao invés, assumirem um papel interventivo, procurando trilhar caminhos que, embora mais árduos, garantam a competente valorização profissional (Morgado, 2004).

Correia e Matos (2001, cit. por Morgado, 2004), alertam-nos para a possibilidade dos manuais escolares se constituírem como “instrumento simbólico de desresponsabilização dos professores” (p. 51), se os considerarmos como ferramentas imprescindíveis para o desenvolvimento da autonomia e do sentido de responsabilidade dos alunos e determinantes do sentido da acção pedagógica.

Castro (1999), num trabalho de investigação sobre as representações dos professores acerca dos manuais escolares de português, refere da análise de um manual desta disciplina, que são fornecidos a estes profissionais vários conhecimentos que deveriam resultar de decisões profissionais especializadas (e.g. devem ser fornecidos dados elementares do funcionamento da língua; devem ser dados a conhecer o significado de certas palavras ou expressões), ou seja, confirma uma concepção de um elevado grau de desprofissionalização dos professores.

Morgado (2004), considera que muitos professores não conseguem problematizar convenientemente as questões relativas aos conteúdos, não só porque se apoiam em determinadas práticas instituídas na escola, que se preocupam mais com os produtos (e.g. certas práticas de avaliação que, normalmente, fazem apelo mais directo a aspectos periféricos, tais como a memorização e a compreensão de factos, a assiduidade e a participação) do que com o processo de construção do conhecimento.

Num trabalho de investigação conduzido por Morgado (2003, cit. por Morgado 2004). acerca da acção educativa no nosso país, chegou-se à conclusão que esta acção se reduz a interacções pergunta-resposta, que geram um leque de pseudodiálogos que acabam por servir mais ao professor do que aos alunos, deixando subjacente a ideia de que o mais importante, portanto, são os produtos.

Avaliação de Manuais Escolares

Avaliar significa “recolher um conjunto de informações suficientemente pertinentes, válidas e fiáveis; examinar o grau de adequação entre este conjunto de informações e um conjunto de critérios adequados aos objectivos definidos à partida ou ajustados no decurso do processo; para se tomar uma decisão” (De Ketele, 1989, cit. por Gérard & Roegiers, 1998, p. 95).

Morgado (2004), considera que os manuais podem ser analisados a dois níveis distintos: explícito (em relação ao que pretendem transmitir de forma consciente, existe uma clara intencionalidade de fazê-lo); e implícito (em relação às mensagens latentes, do inconsciente, dada a ausência de intencionalidade na sua transmissão – currículo oculto).

Gérard e Roegiers (1998), referem que os manuais podem ser avaliados sob o ponto de vista da qualidade do manual e da sua utilização, ou seja, sobre o processo global de elaboração e realização do manual, ou sob o ponto de vista das aquisições dos alunos.

Sejam quais forem os objectivos da avaliação, ou os indicadores em que assenta, este é sempre um processo complexo e moroso. No entanto, não se pode ignorar a pertinência de ser levada a cabo, tendo em vista a qualidade científica e pedagógica dos manuais escolares que são disponibilizados para professores e alunos. Concretizamos de seguida a complexidade deste processo.

Para que seja levada a cabo qualquer avaliação é necessário colocar algumas questões como “que tipo de decisão podemos ser obrigados a tomar?” e em função da resposta a

esta questão “que objectivos devem ser visados para preparar esse tipo de decisão?” (Gérard & Roegiers, 1998, p. 97).

No decurso de um processo de avaliação pode ser necessário o reajustamento dos objectivos definidos à priori, pois a informação recolhida durante o processo pode conduzir a uma necessidade de redefinição dos propósitos da avaliação. Mas a definição de objectivos por si só pode não ser suficiente, sobretudo, nos casos em que o avaliador não é responsável pela tomada de decisão. Neste caso é necessário que existam critérios adequados aos objectivos definidos, para que o decisor possa tomar uma boa decisão (Gérard & Roegiers, 1998).

A informação recolhida durante o processo de avaliação pode ser de dois tipos: baseada em factos, ou em representações. A primeira remete mais para uma avaliação de natureza quantitativa, enquanto a segunda para uma mais qualitativa. Em qualquer dos casos, a informação tem de estar de acordo com os objectivos definidos, ser feita com instrumentos adequados e não dependente da subjectividade do avaliador, ou seja, tem de ser pertinente, válida e fiável (Gérard & Roegiers, 1998).

Mas quando se trata da avaliação do projecto global de elaboração e de execução de um manual, Gérard e Roegiers (1998), distinguem quatro tipos de avaliação que remetem para as diferentes fases por que passa um manual, são elas: processo de elaboração; qualidade do manual; da sua utilização e dos efeitos junto dos utilizadores (professores e alunos). Podemos então dizer que, a avaliação deste projecto se baseia, por um lado, no processo de elaboração, por outro, no produto.

A administração central, através do Decreto-Lei nº 369/90, de 26 de Novembro, define uma política de manuais escolares baseada em sete principais objectivos. Sucintamente, estes assentam na estabilidade do mercado dos manuais escolares sem que o processo de inovação pedagógica seja comprometido; na qualidade científica e pedagógica destes recursos, cabendo às escolas a escolha dos manuais a adoptar, fornecendo um sistema de

apreciação e de controlo; e a divulgação dos manuais adoptados, assim como a disponibilização de informações, aos autores e editoras, para que seja assegurada a qualidade do manual (M.E, 1998).

O sistema de apreciação e de controlo disponibilizado para as escolas é estabelecido pela Direcção-Geral de Inovação e do Desenvolvimento Curricular e consiste numa grelha com quatro critérios, a saber: organização e método; informação; comunicação e características materiais. Estes são, depois, concretizados em formulações genéricas que podem conduzir a tantas interpretações quantas as conceptualizações de quem as preenche, neste caso dos professores (Duarte, 1999).

É ainda disponibilizado, por esta mesma Direcção-Geral, uma grelha de registo de incorrecções detectadas ao nível da adequação ao programa/orientações curriculares, à qualidade científica e adequação à faixa etária dos alunos.

Contudo, Santos (2001), considera esta política pouco clarificadora de um conjunto de medidas que reforcem a qualidade científica e pedagógica dos manuais, pois o cenário de escolha de manuais, que verificou no seu trabalho de investigação, mostra que este é baseado, sobretudo, em critérios estéticos.

Alerta, ainda, para a necessidade da criação de instrumentos de apreciação dos manuais, para que os professores, agentes que são chamados a avaliar os manuais, consigam levar a bom termo e num tempo exequível esta tarefa. Cabe aos serviços centrais não se esconderem sob uma falsa autonomia e tomarem medidas, considera Santos (2001).

Apesar da documentação acerca de técnicas e normas de elaboração de manuais ser bastante extensa, Santos (2001), refere que são raras as análises realistas, profundas e fundamentadas do discurso, da forma de ler e utilizar os manuais escolares.

Johnsen (1993, cit. por Duarte, 1999), refere, com base na revisão de diferentes estudos, que os professores, frequentemente, consideram difícil a selecção do manual escolar, especialmente porque não descobrem os aspectos maus e bons do manual antes de o terem utilizado.

Vilela (1991), considera um conjunto de tópicos orientadores da avaliação de um manual, que se prendem com os seguintes aspectos: autores e editores; apresentação; ilustrações; legibilidade; conteúdo; apresentação dos conteúdos; matemática; auxiliares de ensino e avaliação.

Professores mais esclarecidos estarão com certeza mais preparados não só para fazerem uma selecção criteriosa do manual escolar, mas também para exercerem melhor o papel de mediadores em relação à utilização do manual escolar na sala de aula por forma a facilitarem aos alunos uma aprendizagem mais significativa (Duarte, 1999).

Como ao processo de concepção, execução, divulgação e utilização de manuais escolares não são alheios interesses de ordem financeira e comercial, não nos surpreende que as editoras idealizem um ‘produto que possa ser vendido ao maior número possível de professores’, esmerando-se para conceber trabalhos o mais fundamentados e ‘refinados’ possível, procurando facilitar ao máximo o trabalho docente na sala de aula (Morgado, 2004).

Só que todo esse conjunto de eventuais facilidades pode, eventualmente, contribuir para uma progressiva desprofissionalização docente. A tendência de serem os professores a escolher os manuais parece, muitas vezes, dar lugar a uma tendência de serem antes os manuais a escolherem e a fazerem os professores (Morgado, 2004).

Não deixa de ser surpreendente que um recurso que se destina aos alunos seja apenas apreciado e seleccionado pelos professores (Morgado, 2004). Santos (2001) também

refere que apesar dos manuais servirem professores e alunos, raramente têm sido objecto de análise profunda por parte da comunidade educativa.

Não é concebível iniciar uma avaliação de um manual acabado de concluir e com um número de exemplares previstos para cobrir uma distribuição de cinco anos. No entanto, é pertinente avaliar a utilização desse mesmo manual com o objectivo de tomar decisões ligadas à realização de uma campanha de informação, à formação de professores, à elaboração de um guia de utilização do manual para os professores, ou para a edição de uma errata. Mas se for o caso do manual estar a dois ou três anos antes do esgotamento do stock, convém promover uma avaliação da qualidade do manual (Gérard & Roegiers, 1998).

Manuais de Matemática

O currículo, de um modo geral, foi criticado por ser demasiado repetitivo, disperso e pouco exigente, e a par disto, a literatura acerca da aprendizagem da matemática comprovava a eficácia de um ensino centrado, sobretudo, na resolução de problemas (Jitendra, et al., 2005).

No caso do ensino da matemática, a literatura é unânime ao enfatizar a relevância dos conhecimentos serem transmitidos a partir de situações do quotidiano. A matemática escolar, assim como outras matérias escolares, advoga os valores e padrões do sistema dominante de pensamento numa determinada sociedade (Chassapis, 1997).

Chassapis (1997), descreve que os manuais escolares gregos de matemática, em relação aos conteúdos que apresentam, vão passando de actividades baseadas em situações sociais retiradas, aparentemente, do mundo natural e social da criança, para actividades financeiras e, especialmente, comerciais desprovidas de quaisquer relações sociais pertinentes.

E o mesmo autor (Chassapis (1997), acrescenta que os manuais escolares de matemática gregos transmitem, implicitamente, que o mercado comercial no mundo social é o campo matemático dominante, porque a orientação ideológica dominante da sociedade grega, de acordo com a literatura, assume uma versão da ideologia mercantil da classe média.

No ensino da matemática, no exemplo da Grécia, adquirir a noção de números naturais e fracções com as quatro operações fundamentais e os algoritmos associados, assim como os elementos de geometria e as medidas básicas são as competências a adquirir durante os primeiros anos do ensino básico. Para cada um dos seis anos da escola elementar existe um manual único de matemática, que é acompanhado por um livro do professor compatível que dita em detalhe todas as unidades de ensino, os seus conteúdos, o método pedagógico e as ferramentas de aprendizagem. Ambos os livros são produzidos e definidos a um nível nacional por uma instituição estatal (Chassapis, 1997).

Como já foi referido anteriormente, as actividades desenvolvidas dentro da sala de aula são maioritariamente orientadas a partir do manual adoptado; estes constituem uma referência para o ensino e a principal fonte de informação para os alunos. Reys e colaboradores (2004), consideram que isto pode ser mais característico no ensino da matemática do que noutras disciplinas. Nalgumas escolas dos Estados Unidos da América, a única expressão do currículo que existe dentro das salas são os manuais escolares (Jitendra, et al., 2005).

Segundo Garner (1992, cit. por Jitendra, et al., 2005), os manuais servem como meios cruciais para a aquisição de conhecimento na escola e podem substituir o discurso do professor enquanto fonte primária de informação. Os manuais continuam a ser materiais fundamentais na disciplina de matemática (Flanders, 1994; Lappan, 1999; Saminy & Liu, 1997; citados por Jitendra, et al., 2005).

No quadro desta realidade torna-se importante analisar as representações dos professores sobre a relação entre o currículo e os manuais. Serrazina (1999), desenvolveu uma investigação cujo principal objectivo era compreender como é que as concepções dos professores sobre a Matemática e o seu ensino interferiam nas suas práticas pedagógicas, nomeadamente, no novo programa de Matemática baseado na resolução de problemas e na utilização de materiais manipuláveis.

Um processo longo de reflexão sobre a compreensão da Matemática foi levado a cabo pelas professoras que participaram no estudo, que se reflectiu em alterações nas suas práticas. De um modo geral, as concepções destas evoluíram do paradigma tradicional (Simon, 1993, cit. por Serrazina, 1999), onde a Matemática é vista como uma série de procedimentos e factos que requerem do aluno uma postura passiva e de treino repetitivo, para um novo paradigma que encara a Matemática como uma forma de pensar.

Em jeito de conclusão, Serrazina (1999), reforça a importância das alterações curriculares serem acompanhadas de alterações profissionais e pessoais dos professores, através de um apoio continuado, que pode passar pela organização de grupos de trabalho, por exemplo.

Christou e colaboradores (2004), analisaram as preocupações dos professores do Chipre em relação a novas situações ou exigências emergentes da adopção de um novo currículo de matemática e novos manuais. Os resultados desse estudo apontam para importância de se ter em conta as preocupações e experiências dos professores no que respeita ao currículo de matemática e dos manuais, e que é da responsabilidade dos líderes educacionais e governantes conhecerem e identificarem as preocupações dos professores de forma a aumentar as perspectivas de sucesso das inovações educacionais.

A concepção do papel do professor de matemática passou de uma autoridade e fornecedor de respostas, para um orientador, ouvinte e observador, pois a literatura na

área da educação da matemática (NCTM, 2000; Romberg & Carpenter, 1986; citados por Christou, Eliophotou-Menon & Philippou, 2004) colocou uma grande responsabilidade nos professores para o sucesso da nova reforma. Esta responsabilidade inclui um enfoque nos processos matemáticos como resolução de problemas e raciocínio, comunicação e discurso à volta de tópicos matemáticos e relação com outras áreas. Desta forma, os alunos são encorajados a tentarem resolver diversos problemas, que reflectem situações do dia a dia e despertam os seus interesses, enquanto é colocada menor ênfase na memorização e em procedimentos automáticos.

Aprofundar as questões sobre as representações dos professores sobre o papel da resolução de problemas no desenvolvimento do pensamento matemático, poderá constituir um ponto relevante na alteração do tipo de práticas pedagógicas, que têm vindo a ser apontadas como predominantes.

Num estudo levado a cabo por Nathan e Koedinger (2000, cit. por Nathan, et al., 2002), com professores do ensino secundário acerca da percepção que estes tinham da dificuldade sentida pelos seus alunos na resolução de problemas de matemática, os resultados mostram que a maioria dos professores ordena como mais difíceis os problemas verbais (e.g. os chamados *story problems* e *word equations*) e as equações simbólicas como sendo mais fáceis.

Flanders (1994, cit. por Nathan, et al., 2002), afirma que os professores têm maiores expectativas em relação ao desempenho dos alunos nos itens apresentados nos manuais do que em relação aqueles que são baseados no conhecimento do próprio professor.

Os professores apresentavam argumentos, tais como, os problemas só deveriam ser apresentados depois dos alunos serem capazes de resolver o mesmo problema mas apresentado sob a forma de equação. No entanto, os desempenhos dos alunos do ensino secundário contrariam as expectativas dos professores; os alunos tendem a aplicar

estratégias informais na resolução destes problemas e aplicam métodos ineficazes na resolução de equações (Nathan, et al., 2002).

Reys e colaboradores (2004), indicam um conjunto de questões que os professores poderão colocar na altura de escolherem um manual de matemática, a saber:

- “- Que ideias matemáticas devem estar claras em cada ano de escolaridade?*
- Como é que o manual trata essas ideias?*
- Que tipo de actividades o manual fornece? Os alunos são desafiados a pensar, ou o manual apenas mostra como devem trabalhar em determinados exercícios e depois solicitam exercitar esses exercícios? Irão estas actividades envolver as crianças em actividades e pensamento matemático?*
- Existe um enfoque no pensamento matemático e na resolução de problemas? É esperado que as crianças expliquem porquê? Os manuais incentivam as crianças a explorarem outras hipóteses e oferecem e testam outras conjecturas?” (p. 65).*

Num estudo desenvolvido pelo Third Mathematics and Science Study, concluiu-se que em comparação com os manuais de outros países, os manuais de matemática americanos são muito mais largos e pesados, cobrem mais tópicos com menor profundidade e falham em desenvolver relações entre os assuntos (Valverde & Schmidt, 1997/1998, cit. por Jitendra, et al., 2005).

Neste estudo é ainda referido que, numa comparação entre os manuais do 7º ano americanos e japoneses, os primeiros valorizam mais os aspectos visuais, ilustrações irrelevantes e problemas práticos irresolúveis, enquanto os segundos enfatizam ilustrações relevantes, apresentam exemplos de aprendizagem, representações múltiplas e apresentam um texto mais integrado que os primeiros (Mayer, Sims & Tajika, 1995, cit. por Jitendra, et al., 2005).

Jitendra e colaboradores (2005), desenvolveram um estudo onde avaliaram 5 manuais de matemática do 3º ano dos EUA, que eram representativos dos manuais adoptados pelas escolas desse país, baseando-se nos objectivos *Standards* para o ensino da matemática, a saber: resolução de problemas, inferir, comunicar, relacionar e representar conteúdos matemáticos.

Das conclusões que retiraram é de realçar as seguintes: os manuais apresentam mais variações entre eles do que seria de esperar em relação aos *Standards*; ainda que a resolução de problemas estivesse presente a maioria das vezes, o mesmo não acontece para as inferências e para o estabelecimento de relações que apenas surgiam em menos da metade das vezes (Jitendra, et al., 2005).

Noutro estudo levado a cabo por Brenner e colaboradores (1999, cit. por Nathan, et al., 2002), as diferenças encontradas nos desempenhos dos alunos asiáticos e americanos a utilizarem a matemática eram paralelas às diferenças entre os manuais asiáticos e americanos.

Estes resultados sugerem que se é esperado que os professores ensinem segundo o *Standards*, os editores (em particular os autores dos manuais) precisam de estar atentos a isto quando os revêem. Sugerem assim que os comités locais de adopção dos manuais e o estado discutam a selecção dos manuais baseando-se nos objectivos do ensino. Exemplificam que, se o objectivo educacional é aumentar a compreensão conceptual infantil das operações através da criação de oportunidades de resolução de problemas adequados, então seleccionar um manual que vá ao encontro deste objectivo é fundamental (Jitendra, et al., 2005).

Num estudo acerca da fase de introdução dos problemas nos manuais escolares turcos (se para introduzir um conceito, aplicar uma regra ou procedimento, como uma secção separada ou se com o objectivo de treino ou exercício), do tipo de problemas e de como é tratada a sua resolução (se são dadas orientações na sua resolução ou se é dado espaço

aos alunos para criarem as suas próprias soluções), Toluk e Olkun (2002), mostram que nestes manuais a resolução de problemas é tratada de um forma tradicional.

Quer isto dizer que, raramente, os problemas são utilizados para introduzir conceitos ou um procedimento, aliás, são mesmo utilizados depois de ser introduzido um novo conceito, e são mais utilizados para a aplicação de algoritmos e regras. Apontam ainda que, apenas uma pequena percentagem de problemas podem ser classificados como tal, acabando por cair na categoria de exercícios ou questões (Toluk & Olkun, 2002).

Esta visão limitada da resolução de problemas pode dificultar o desenvolvimento da aptidão dos alunos para a resolução de problemas, já que podem falhar no desenvolvimento das suas próprias estratégias para resolverem problemas pouco familiares. Questionam ainda como é que os alunos hão-de desenvolver significativamente os conceitos geométricos e estatísticos se não surgem problemas que remetam para os mesmos (Toluk & Olkun, 2002). De forma a dotar as crianças de competências de resolução de problemas, eles têm de ter oportunidades de experimentarem situações problemáticas pertinentes nas aulas de matemática, daí a importância do estudo dos manuais.

Reys e colaboradores (2004), acrescentam ainda que a repetição de exercícios conduz a um tratamento superficial da matemática e falha na estimulação dos interesses e de constituírem desafios para os alunos. É a exploração dos conceitos matemáticos através do estabelecimento de relações que conduz as crianças a desenvolverem o raciocínio matemático, mais do que colocá-las a decorar fórmulas.

É de assinalar, a título de conclusão, a inexistência de estudos em Portugal que se debrucem de uma forma sistemática sobre estes vários níveis de questões em relação aos manuais de matemática utilizados no ensino.

Resolução de Problemas

O processo de ensino-aprendizagem da Matemática implica numerosos conceitos e processos de raciocínio, no entanto, no presente trabalho serão apenas mencionados os mais relevantes para a sua fundamentação, a saber: resolução e classificação de problemas, operar e representar quantidades.

É clara a valorização da resolução de problemas no Currículo Nacional do Ensino Básico (M. E., 2001), pois define como matematicamente competente, aquele que compreende a estrutura de um problema e tem aptidão para desenvolver processos de resolução, que decide sobre a razoabilidade do resultado encontrado e recorre ao cálculo mental, aos algoritmos ou aos instrumentos tecnológicos.

O enfoque curricular é na promoção de um “desenvolvimento integrado de conhecimentos, capacidades e atitudes”; e a resolução de problemas surge como um exemplo de aprendizagem associada ao raciocínio e à comunicação matemática, bem diferente de conhecimentos isolados e técnicas de cálculo (M.E., 2001, p. 58).

Por problema entende-se “qualquer situação em que é necessário descobrir relações, desenvolver actividades de exploração, hipótese e verificação, para produzir uma solução” (Vergnaud, 1986, p. 76). Para uma criança, dependendo dos seus conhecimentos prévios, pode constituir um problema, por exemplo, comparar quantidades, seriar sequências de objectos em função de uma característica, reconhecer a direita da esquerda quando se está frente a um objecto, organizar dados numéricos para o seu tratamento, calcular o efectivo de um conjunto composto por duas partes sem tornar a contar cada uma das partes (Charnay, 1996).

Para Lester (1983), um problema é uma tarefa individual ou de grupo onde se precisa ou onde se quer encontrar uma solução, não é um procedimento rapidamente acessível que

garante ou determina completamente a solução, assim o indivíduo ou o grupo tem de procurar essa solução.

Os problemas constituem processos de elevado nível de complexidade que, por sua vez, implicam processos mais simples de representar, relacionar e operar. Quer isto dizer que, para a criança ser bem sucedida na resolução de problemas precisa de: compreender e usar símbolos, convenções, gráficos, representar números de diferentes maneiras e explorar as suas propriedades; classificar e ordenar objectos, calcular, estabelecer relações entre conceitos matemáticos e interpretá-las (Ponte & Serrazina, 2000).

A resolução de problemas desempenha um papel fundamental na formação de conceitos e permite a representação dos mesmos, o conhecimento tem como base situações que têm de ser dominadas, ou seja, de problemas a resolver. Os diferentes tipos de problemas permitem à criança dominar propriedades diferentes de um mesmo conceito (Vergnaud, 1986; 1990).

“A resolução do problema é a origem e o critério do saber operatório” (Vergnaud, 1986, p. 79) e permite estabelecer correlações, hierarquias e situações metafóricas. Só se as crianças forem confrontadas com situações que não resolvem por definições é que as suas concepções erradas poderão ser alteradas.

Vergnaud (1986), aponta para a tendência pedagógica de se ensinar algoritmos, competência bem distinta da que considera necessária para a formação do saber que remete para situações a dominar, ou seja, partir de diferentes problemas para resolver.

As situações problemáticas constituem então um desafio para os alunos, onde são, frequentemente, utilizadas várias estratégias e métodos de resolução (M. E., 2001). Os algoritmos das operações aritméticas elementares não podem ser apenas “contas de papel e lápis”, porque quando a aprendizagem é um treino de uma habilidade a

aprendizagem é pouco significativa (Carpenter & Moser, 1982; M. E., 2004; Ponte & Serrazina, 2000; Toom, 1999).

Charnay (1996), caracteriza a utilização da resolução de problemas consoante o modo de aprendizagem é centrado no conteúdo, no aluno ou na construção do saber pelo aluno. No primeiro modelo, a resolução de problemas é encarada como tendo de partir do mais simples para os mais complexos, e quando confrontadas com um novo problema as crianças questionam-se se já resolveram algum do mesmo tipo. No segundo modelo, é atribuído um papel mais activo à criança, sendo que as situações são demasiado complexas e permitem às crianças construir por si mesmas ferramentas coerentes. No último modelo, a resolução de uma série de problemas está presente desde o início da aprendizagem formal e permite à criança construir o seu saber, em interacção com os seus pares.

É perante um problema que os conceitos ou teorias das crianças têm sentido, e é quando esses conceitos não dão resposta aos problemas, que as crianças sentem a necessidade de alterarem as suas concepções e modificam os seus conhecimentos. De forma sucinta, são estas as noções que a teoria piagetiana nos dá da aquisição de conhecimento por parte das crianças (Piaget, 1973/1978).

Um conjunto de investigações mostra que muitas crianças antes de receberem ensino formal da adição e da subtracção conseguem resolver problemas simples de adição e de subtracção. O que sugere que os problemas podem dar significado à adição e subtracção, representando uma alternativa viável para desenvolver estes conceitos na escola (Carraher, 1989; Carraher, et al., 1988; Carpenter & Moser, 1982; Ponte & Serrazina, 2000; Vergnaud, 1990).

Mas quando se fala das operações de adição e de subtração, estamos a referir-nos a procedimentos mais vantajosos e económicos para descobrir o resultado de determinada acção, ou comparação entre elementos de dois conjuntos diferentes (Brissiaud, 1989). Inevitavelmente, estão quantidades implicadas nestes procedimentos, assim podemos dizer que a criança para operar aditivamente e subtrativamente, de forma eficaz, necessita de ter adquirido a noção de número e do seu valor posicional (Brissiaud, 1989; Fayol, 1996; Pontes & Serrazina, 2000; Vergnaud, 1990, 1997).

A importância deste conhecimento prende-se com o facto das operações se caracterizarem por um conjunto de regras sintáticas, que quando aplicadas respeitando escrupulosamente a ordem, salvo em caso de erro, levam à solução. Estas regras são os, já referidos, algoritmos (Fayol, 1996).

No caso das operações de adição e subtração, os algoritmos têm uma regra sintática comum: opera-se da esquerda para a direita. No caso da subtração, o algoritmo é constituído pelas seguintes regras: só pode estar um dígito por coluna; a coluna mais à direita é que é considerada a coluna activa; escrever 1 numa posição particular (quando o dígito de baixo é maior do que o de cima), entre outras.

Por exemplo, aquando das subtrações escritas, podem ocorrer duas categorias de erros, são elas: as “respostas falsas” (que acontecem quando a criança/adulto escreve um número que não é resultado daquela subtração, e.g. $8-3=4$), ou os *bugs* (que são erros sistemáticos relacionados com uma compreensão incompleta ou defeituosa dos procedimentos que têm de ser utilizados) (Brown & Burton, 1978; Brown & Van Lehn, 1982; Young & O’Shea, 1981, citados por Fayol, 1996; Resnick, 1982). Segundo Van Lehn (1983, cit. por Fayol, 1996), os *bugs* acontecem quando o sujeito, na resolução da subtração escrita, é confrontado com um impasse, ou porque o procedimento adequado não foi aprendido ou foi esquecido. Perante este impasse as crianças, tornam-se inventivas, isto é, arranjam formas de reparar ou consertar uma solução.

Se enumerarmos, os vários erros que podem ocorrer durante a resolução de uma subtração escrita, percebemos o seu nível de complexidade (Brown & Burton, 1978, cit. por Resnick, 1982; Van Lehn, 1983, cit. por Fayol, 1996). Os erros são:

1. subtrair o menor do maior, em vez de “emprestar” (*smaller-from-larger* na classificação de Brown & Burton, 1978);
2. colocar zero como resultado, em vez de “emprestar” (*zero-instead-of-borrow*);
3. retirar o menor do maior, em vez de “emprestar” ao zero;
4. introduzir zero, em vez de “emprestar” ao zero;
5. ao “emprestar” de uma coluna cujo dígito superior é 0, a criança escreve 9 mas não continua a “emprestar” da coluna à esquerda do 0 (*borrow-from-zero*);
6. ao “emprestar” da coluna cujo dígito do topo é 0, a criança passa essa coluna e “empresta” da seguinte (*borrow-across-zero*);
7. a criança falha no decréscimo do 0 para 9, ainda que adicione 10 correctamente ao dígito do topo da coluna activa (*stop-borrow-at-zero*);
8. ao “emprestar” de uma coluna na qual o dígito do topo é 0, a criança reescreve o 0 como 10 mas não muda o 10 para 9 quando aumenta a coluna activa (*don't-decrement-zero*);
9. “emprestar” do dígito inferior, se o dígito do topo da coluna que está a ser “emprestado” é 0 (*borrow-from-bottom-instead-of-zero*).

Brown e Burton (1978, cit. por Resnick, 1982), referem que grande parte dos erros que as crianças dão resulta da utilização sistemática de procedimentos errados, e categorizam os *bugs*, segundo o seu carácter semântico ou sintáctico. O estudo dos *bugs* ajuda a determinar em que medida os erros cometidos estão ligados aos algoritmos ensinados (Fayol, 1996).

Resnick (1982), sugere que muitas crianças podem aprender os procedimentos sintácticos da subtração escrita sem os relacionarem com a informação semântica que está na base do algoritmo, no entanto, esta situação pode levar a erros sistemáticos no desempenho da criança (Favart, 1987, cit. por Fayol, 1996). Assim, se o valor

posicional do número estiver bem adquirido rapidamente as crianças conseguem relacioná-lo com a sintaxe dos algoritmos (Fuson, 1986; Resnick, 1983; Ponte & Serrazina, 2000).

Mas para que as crianças relacionem estes dois aspectos têm de efectuar um controlo semântico sobre os procedimentos ou os resultados (Fayol, 1996). Fuson (1986), acrescenta a esta ideia a de que é possível ensinar algoritmos da adição e da subtracção a crianças de jardim-de-infância e do 1º ano de escolaridade se se considerar os valores posicionais dos números e não se limitar aos números com dois ou três algarismos.

O mesmo autor defende que, ter em atenção que as crianças saibam passar do material manipulado em colunas (que simbolizam milhares/centenas/dezenas/unidades) ao simbolismo escrito, comentem e relacionem as transformações efectuadas nos dois registos, e o inverso, passem do simbolismo escrito ao material manipulável, permite que exerçam controlo sobre os procedimentos e os resultados (Fuson, 1986).

Fayol (1996) refere que cada vez que se tenta passar um mecanismo, sem que o sujeito exerça um controlo semântico sobre a operação que efectua, está-se a propiciar que cometa erros sistemáticos e que reforce ligações associativas erradas.

Contudo, existem perspectivas distintas acerca da aquisição do valor posicional do número. De um lado, as que concebem que a estrutura do sistema de numeração só se desenvolve depois da aquisição dos números escritos e do valor de posição (Luria, 1969; Bednarz & Janvier, 1982; Kamii, 1986; Bergeron & Herscovics, 1990; Sinclair, *et al.*, 1992; Sinclair & Scheuer, 1993, citados por Martins-Mourão, 1997), do outro as que consideram que a estrutura do sistema de numeração é a base da compreensão do conceito de valor de posição (Ginsburg, 1997; Carraher, 1985; Carraher & Schliemann, 1990; Fuson, 1990; Nunes & Bryant, 1996, citados por Martins-Mourão, 1997).

Essa preocupação também é expressa como competência específica a adquirir no final do 1º Ciclo do Ensino Básico (M. E., 2001), ou seja, é esperado que uma criança que conclua o primeiro ciclo da sua escolaridade seja capaz de compreender o sistema de numeração de posição e o modo como este se relaciona com os algoritmos das quatro operações, reconhecer os números inteiros e decimais e ser capaz de usar as propriedades das operações em situações concretas, quando estas facilitam a realização de cálculos.

Como vimos um algoritmo não necessita de incluir nenhuma referência explícita à ordem semântica de forma a ser resolvido com sucesso (Resnick, 1982), no entanto, compreender as características semânticas dos problemas pode ser determinante para uma resolução correcta. Neste contexto os algoritmos devem ser enquadrados como instrumentos de resolução, cuja aquisição está associada às dificuldades anteriormente descritas, mas que por si só não constituem a base para o desenvolvimento de conhecimentos conceptuais no domínio dos problemas de adição e de subtracção. Na medida em que, as características semânticas dos problemas constituem os conhecimentos conceituais relativos aos aumentos, diminuições, combinações e comparações de conjuntos de elementos (Fayol, 1996), como veremos no capítulo seguinte.

Num estudo de Carraher e colaboradores (1988), foi demonstrado, pelos resultados encontrados, que o contexto exerce uma influência decisiva na resolução de problemas de matemática. Crianças e jovens vendedores nas ruas e nas feiras do Brasil, ainda que escolarizadas, apresentavam desempenhos fracos em problemas escolares, no entanto, elas eram capazes de resolver adequadamente problemas equivalentes, que lhes eram apresentados no contexto prático de trabalho. Para os resolverem recorriam a estratégias próprias, diferentes daquelas ensinadas na escola.

Esses métodos de resolução utilizados pelas crianças eram totalmente correctos, são os chamados procedimentos “naturais” ou “inventados”, segundo Resnick (1980, cit. por Carraher, et al., 1988). A principal característica destas resoluções era as crianças trabalharem por “chunking” ou por agrupamentos de porções da resposta até obterem o total, ou seja, compunham ou decompunham as quantidades consoante os dados envolvidos.

Perante a resolução de problemas de venda simulada, de problemas verbais e de algoritmos (que os autores designam de exercícios de computação), crianças brasileiras, entre os 6 e os 13 anos (sem experiência de vida em situações reais de venda) apresentavam significativamente mais dificuldades na resolução de algoritmos do que nas outras duas situações (Carraher, et al., 1988; Nunes & Bryant, 1997).

Os estudos de Carraher e colaboradores (1988), referem a importância de oferecer aos alunos oportunidades de resolverem problemas em contextos práticos, pois contribui para uma melhor compreensão e proporciona a descoberta de estratégias novas e mais económicas. As situações em que os problemas são resolvidos e as finalidades da sua resolução têm impacto sobre a representação que fazemos da solução a partir da nossa própria estratégia de resolução de problemas.

As actividades matemáticas dentro da sala de aula perdem o significado porque a resolução de problemas na escola tem objectivos que diferem daqueles que nos movem para resolver problemas de matemática fora da sala de aula; porque na sala de aula não estamos preocupados com situações particulares, mas com regras gerais, que tendem a esvaziar o significado das situações; porque o que interessa ao professor não é o esforço na resolução mas a aplicação de uma fórmula, de um algoritmo, de uma operação, predeterminados pelo capítulo em que o problema se insere ou pelo ano em que a criança se insere (Carraher, et al., 1988).

A matemática oral não é apenas distinta dos algoritmos no aspecto simbólico – oral vs escrita – mas também na forma como operam. No exemplo da adição e da subtração a forma como operam oralmente envolve a decomposição; portanto a prática da matemática oral é distinta da matemática escrita (Carraher, 1989).

Vergnaud (1986), avança, para se compreender a diferença dos conceitos do quotidiano para os escolares, com uma definição de conceito, que envolve três conjuntos distintos, a saber: um conjunto de situações, que lhes dão significado; um conjunto de invariantes, que podem ser vistos como as propriedades distintas do conceito; e um conjunto de símbolos, utilizados na representação do conceito.

O conjunto de situações usados na escola é sempre diferente das situações práticas diárias, quando se resolvem problemas de dinheiro, o dinheiro não está envolvido, quando se pretende dividir uma peça, não se faz efectivamente essa divisão. Quer isto dizer que, o significado atribuído aos conceitos aprendidos na escola não é exactamente o mesmo significado que é desenvolvido na vida quotidiana, ainda que os invariantes, ou seja, as propriedades que definem o conceito, sejam os mesmos.

Analisando os invariantes dos conceitos matemáticos que são aprendidos na escola ou fora dela, verificamos que as suas propriedades são idênticas, no entanto, isso não significa que os conceitos sejam iguais. A pluralidade de situações a que o conceito é aplicado num contexto e noutro, pode não definir conceitos com a mesma extensão. A matemática ensinada na escola coloca uma maior ênfase nas regras, na sintaxe em detrimento do significado.

Frequentemente a escola não procura estabelecer qualquer relação com os teoremas-acção que as crianças vão constituindo a partir da sua experiência concreta. Contudo, estes teoremas, não explicam todas as possíveis situações de aplicação dos conceitos, e é por mobilizá-las e colocá-las em confronto que estas ideias das crianças que as próprias ideias vão evoluindo para ideias mais abstractas e correctas (Vergnaud, 1986; 1990).

No que respeita à simbolização, a principal diferença reside no aspecto da predominância oral em oposição à escrita, enquanto que a primeira é característica da matemática de rua, a segunda é da matemática escolar. As fórmulas veiculadas na escola, constituem representações abstractas de relações entre variáveis.

Esta definição de conceitos é bem caracterizada pelos estudos de Carraher e colaboradores (1988) acerca do desempenho de crianças brasileiras na resolução de problemas em contextos reais do seu quotidiano de vendedores e em contexto escolar.

Carraher e colaboradores (1988), questionam a validade do ensino de algoritmos para a resolução de problemas de proporção, ainda que reconhecem as vantagens dos algoritmos, pois diminuem as exigências de processamento, acrescentam que também é útil, a cristalização desse conhecimento numa fórmula.

Classificação de Problemas

Toom (1999), enfatiza que os problemas escritos não têm todos a mesma dificuldade, mas que todos implicam alguma compreensão da língua materna e a capacidade para traduzir diferentes formas de representação, tais como, palavras, símbolos e imagens. Ressalva, ainda, a vasta tradição dos manuais russos para o ensino da matemática assente na resolução de problemas do quotidiano, ainda que defenda que estes não devam ser a única e exclusiva forma de ensinar matemática.

Não são as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão) que distinguem os problemas entre si. Existem problemas de diferentes níveis que mobilizam a mesma operação, existem problemas diferentes que necessitam de duas operações diferentes e têm diferentes níveis de dificuldade (Fayol, 1996).

Existem várias taxonomias de problemas que se distinguem entre si pelas características que evidenciam. Uma classificam os problemas em termos da sintaxe, do nível de

vocabulário e do número de palavras (Jerman, 1973; Suppes, Loftus & Jerman, 1969, citados por Carpenter & Moser, 1982); outras diferenciam os problemas pelas frases abertas que representam (Grows, 1972; Lindvall & Ibarra, 1980; Rosenthal & Resnick, 1974, citados por Carpenter & Moser, 1982); outros têm em consideração as características semânticas dos problemas (Carpenter & Moser, 1982, 1983; Riley, et al., 1983; Vergnaud, 1982). Considerando a perspectiva que temos vindo a descrever, analisaremos com mais detalhe estas últimas.

A tipologia de Riley e colaboradores (1983) é baseada nas relações semânticas que descrevem um determinado tipo de situações; nas operações postas em jogo (adição e subtração); e na identidade do elemento desconhecido. Deste modo temos quatro grandes tipos de problemas: de mudança, de combinação, de comparação e de igualdade.

Os problemas do tipo de *mudança* implicam, todos, a ocorrência de pelo menos uma transformação “temporal” aplicada a um estado inicial que resulta (ou tendo resultado) num estado final. Esta categoria possui três tipos, visto que a incógnita concerne o estado final, a transformação ou o estado final. A transformação (e não a operação) pode ser aditiva ou subtractiva.

Os problemas de *combinação* dizem respeito a situações estáticas e não a transformações. Pode tratar-se, segundo o caso, ou da pesquisa de um total, ou de um estado inicial.

No terceiro tipo de problemas, tem de se *comparar* quantidades estáticas apresentadas com a ajuda de fórmulas do tipo “mais de/menos de”. Tal como os problemas de tipo de mudança, tem-se relação com uma organização subjacente que leva a calcular ora o conjunto de chegada, ora o de partida, ora o operador.

Por fim, os problemas de *igualdade* têm um estatuto intermediário entre os problemas de tipo comparação – devido ao carácter “estático” das situações mencionadas – e os do tipo mudança – em consequência da transformação implicada.

Esta classificação é baseada na organização subjacente descrita pelo enunciado e pode ser contestada por isto, pois apenas tem em conta os aspectos semânticos e a natureza da incógnita (Fayol, 1996).

Vergnaud (1982), distingue “cálculo numérico”, que remete para as operações aritméticas, de “cálculo relacional”, que se refere às “operações do pensamento” necessárias para elucidar as relações que sustentam os elementos da situação problema.

Faz uma classificação considerando o “cálculo relacional” e isolando seis categorias de relações, em função de três tipos principais de conceitos: medida (*composição de duas medidas; transformação unindo duas medidas; relação estática entre duas medidas*), transformações temporais (*composição de duas transformações*) e as relações estáticas (*transformação entre duas relações estáticas; composição de duas relações estáticas*).

As duas primeiras categorias de problemas (*composição de duas medidas e transformação unindo duas medidas*) implicam uma relação de inclusão; na primeira categoria, os elementos dos dois conjuntos são partes de um todo; na segunda categoria, ou o conjunto inicial é parte de um final, ou o final é parte de um inicial. Na terceira categoria (*relação estática entre duas medidas*), porque as duas medidas relacionadas estão simultaneamente presentes, não existe necessariamente uma relação de inclusão.

A tipologia definida por Carpenter e Moser (1982), baseia-se em dimensões básicas que caracterizam as acções ou as relações implicadas nos problemas aditivos e substractivos, tais como a ausência ou não de uma relação entre os conjuntos ou os objectos

implicados, a comparação de quantidades, ou uma acção sobre a quantidade inicial. Classificam, então, seis diferentes tipos de problemas, a saber: *reunião*; *separação*; *igualdade com adição*; *igualdade com subtracção*; *parte-parte-todo*; e *comparação*.

Enquanto os dois últimos descrevem relações estáticas entre as quantidades, todos os outros implicam uma acção sobre estas. Os autores distinguem os problemas de *reunião* e de *separação*, assim como os de *igualdade* pela acção que está implicada, ou seja, se remete para um aumento ou para uma diminuição. Os problemas *parte-parte-todo* descrevem uma relação estática entre uma entidade e as suas duas partes. Os problemas de *comparação* implicam, como o nome indica, uma comparação de duas quantidades distintas (ou encontrar a diferença entre duas quantidades, ou problemas nos quais uma das quantidades e a diferença entre elas é dada e a segunda quantidade é desconhecida). Nos de *igualdade*, existe alteração das quantidades dadas de modo a torná-las iguais (Carpenter & Moser, 1982).

Mas ao tipo de acções e relações características desta classificação ainda se junta uma outra variável que é a natureza da incógnita. Para cada um dos seis tipos de problemas, existem três possibilidades diferentes de problemas, dependendo das quantidades que são dadas e de qual é a incógnita (Carpenter & Moser, 1982).

Os problemas do tipo de *composição de duas medidas*, na categoria de Vergnaud (1982), equivalem aos de *combinação* na classificação de Riley e colaboradores (1983) e aos de *parte-parte-todo* na classificação de Carpenter e Moser (1982). Os problemas de *transformação unindo duas medidas* (Vergnaud, 1982), equivalem aos de *mudança* (Riley, et al, 1983) e de *reunião* e *separação* (Carpenter & Moser, 1982). Os problemas de *relação estática entre duas medidas* (Vergnaud, 1982) são idênticos aos de *comparação* (Carpenter & Moser, 1982; Riley, et al, 1983). Na classificação de Riley e colaboradores (1983) e de Carpenter e Moser (1982) existem problemas de *igualdade*, ainda que na segunda categoria estes estejam divididos por problemas de *igualdade com*

adição e com *subtração*. E as semelhanças entre as classificações ficam-se por aqui (ver comparação no Anexo A).

Riley e colaboradores (1983) e Vergnaud (1982) tinham como objectivo das suas investigações fazerem classificações em função de critérios que supõem explicar “proximidades” nos modos de tratamento. Ainda que as classificações contenham algumas imperfeições, possibilitaram compreender melhor os mecanismos cognitivos subjacentes à resolução de problemas aritméticos.

Por isso, para além da estrutura dos problemas, várias outras dimensões como os verbos utilizados, a posição da formulação da pergunta (se no início ou no fim do problema), as grandezas numéricas, a ordem de apresentação dos números, entre outros, podem interferir no procedimento de resolução (Verschaffel & De Corte, 1990).

Carraher e Bryant (1987, cit. por Carraher, et al., 1988), referem que os problemas verbais que envolvem palavras como ganhou, achou, comprou são particularmente sugestivos de adição; enquanto que, os que contém palavras como perdeu, comeu ou morreu são particularmente sugestivos de subtração, ou seja, o conteúdo tem influência na escolha que o sujeito faz dos modelos e procedimentos para a resolução de problemas.

A primeira concepção infantil da subtração consiste na diminuição, por consumo, perda ou venda, e a adição é concebida como sendo uma quantidade que cresce, por ganho ou compra. Quando as crianças têm de alargar a outras classes de problemas e a outras relações as suas concepções da adição e da subtração encontram dificuldades (Vergnaud, 1986).

Pois partindo de uma concepção desta natureza não é possível de imediato compreender a subtração como: um complemento (*composição de duas medidas*); o inverso de um aumento (*transformação unindo duas medidas*); uma diferença entre estados sucessivos

(*transformação unindo duas medidas*); uma relação de comparação (*comparação entre duas medidas*); ou uma diferença entre transformações (*composição de duas transformações*) (Vergnaud, 1982; 1986), por exemplo.

Outra conclusão que os estudos nos mostram é que as crianças resolvem os problemas de adição com mais facilidade que os problemas subtrativos (Nesher, 1982).

Diferentes investigações demonstram que a maior parte das crianças se deparam com dificuldades, na adição e na subtracção de transformações ou de relações, até ao fim do 1º ciclo e mesmo para além dele. Isto acontece porque as concepções das crianças e as concepções do professor de matemática entram em conflito (Carpenter, Moser & Romberg, 1981, cit. por Vergnaud, 1986). As concepções das crianças são melhor representadas por um modelo de operação unitário que pelo modelo da lei de composição binária (Vergnaud, 1986).

São vários os factores que podem interferir no desempenho infantil na resolução de problemas aditivos e subtrativos. No estudo de Lindvall e Ibarra (1980, cit. por Fayol, 1996), com crianças no final do jardim-de-infância e no primeiro ano de escolaridade, onde se variava o lugar da incógnita (x) e o do resultado (c), para adições e subtracções, verificou-se que a colocação do resultado (c) à frente aumenta sistematicamente a dificuldade do exercício.

A capacidade de ler correctamente o exercício (ou seja, respeitando a ordem dos elementos e a natureza da operação) parece constituir um pré-requisito para o sucesso; isto é, somente conseguem ser bem-sucedidas as crianças que lêem de maneira pertinente, mesmo que isto não seja suficiente.

Algumas crianças só contavam os números e o sinal, negligenciavam a ordem dos termos; os erros cometidos variavam assim em função das modalidades de apresentação; com $a+x=c$, $x+a=c$, $c=a+x$ e $c=x+a$ trata-se, mais frequentemente, de adições; ao contrário,

observa-se essencialmente subtracções com $x-a=c$ (Lindvall & Ibarra, 1980, cit. por Fayol, 1996).

As crianças têm mais dificuldade em encontrar o estado inicial de um problema de transformação (Carpenter & Moser, 1982; Nesher, 1982; Riley, et al., 1983; Vergnaud, 1997), pois este esquema assenta num teorema-em-acção que implica a diferenciação de quatro conceitos diferentes em acção: o estado inicial, o estado final, a transformação directa e a transformação inversa (Vergnaud, 1997).

Os teoremas-em-acção são as ideias que as crianças criam ao resolverem problemas no espaço, no tempo, no domínio das quantidades e das grandezas e que apenas têm validade para si próprias, sem que tenham uma representação matemática ou qualquer outra forma de representação (Vergnaud, 1986; 1990). Estes teoremas englobam uma grande variedade de conteúdos e permitem avaliar e analisar os conhecimentos das crianças. Um dos grandes desafios do ensino é transformar teoremas-em-acção em teoremas e vice-versa.

As concepções erradas das crianças só serão alteradas se entrarem em conflito com situações que elas não permitem tratar. Torna-se essencial criar situações susceptíveis de levar as crianças a «acomodarem» os seus pontos de vista e os procedimentos a novas relações (a inversão, a composição e a decomposição de transformações) ou dados novos (grandes números, decimais, fracções) (Vergnaud, 1986).

As competências encontram-se intimamente ligadas a determinadas concepções, ou seja, não existe nenhum procedimento que se desenvolva por si próprio sem estar relacionado com as representações das relações de que trata ou que implica. Reciprocamente, um conceito ou um teorema que não possam ser utilizados em situações-problemas em que são pertinentes permanecem vazios de sentido (Vergnaud, 1986, 1990).

Vergnaud (1982), demonstra no seu estudo que, contrariamente ao que se possa pensar, nem todas as situações dinâmicas, que implicam transformações, são mais fáceis de resolver em comparação com as estáticas. As categorias de problemas não são redutíveis aos “cálculos numéricos” e ao formalismo matemático que leva a representá-los como equivalentes. Na realidade, os vários tipos de problemas considerados parecem diferenciar-se pelo carácter semântico dos elementos em jogo e pelas relações que entre eles se mantêm (Fayol, 1996).

A união de dois conjuntos que resultam da combinação binária de dois cardinais oferece a possibilidade de duas classes de problemas: encontrar o cardinal do todo, conhecendo o cardinal das 2 partes (adição); encontrar o cardinal de uma das partes conhecendo o cardinal do todo e da outra parte (subtração). A correspondência entre a operação aritmética necessária e a estrutura da tarefa esconde o facto de, para muitas outras relações, a correspondência entre a operação aritmética da tarefa não ser um para um (Vergnaud, 1997).

Não é a mesma operação de pensamento inverter uma transformação directa, encontrar um complemento, ou encontrar uma diferença. Um meio possível de levar os alunos a pesquisar e dominar os procedimentos é justamente mudar os valores numéricos, e utilizar, por exemplo, números grandes ou números decimais (Brousseau, 1981, cit. por Vergnaud, 1986), tendo em consideração o período de desenvolvimento cognitivo dos alunos.

As actividades de resolução de problemas ou do tratamento de novas situações deveriam ser largamente privilegiadas, uma vez que é verdade que existem diferentes categorias de problemas, e que apelam ao domínio de propriedades diferentes de um mesmo conceito (Brousseau, 1981, cit. por Vergnaud, 1986).

Estratégias de Resolução

Perante um problema, de adição ou de subtracção, o processo que a criança utiliza para o resolver depende das ajudas que dispõe: contagem ou cálculo (Brissiaud, 1989). Para efectuar o processo de contagem a criança precisa de utilizar objectos (dedos, e.g.) com os quais imita as transformações descritas no enunciado. No cálculo, a criança tem de colocar em relação as quantidades, directamente a partir das suas representações numéricas, sem passar pela realização física de uma ou de várias colecções nas quais os elementos são enunciados.

As crianças utilizam os processos de contagem, desde que o tamanho das quantidades em jogo autorize a sua representação por colecções-testemunho. Só quando o tamanho das quantidades não permite a formação de colecções-testemunho, é que a criança vai necessitar saber empregar os sinais «+», «-» ou «=», para determinar o resultado de uma adição ou subtracção (Brissiaud, 1989).

O desempenho das crianças na resolução de problemas é afectado pela estrutura semântica dos mesmos, pela ordem de apresentação dos dados, pelo tamanho da diferença entre esses números e pela ordem de apresentação dos dois conjuntos, ou seja, existe uma forte relação entre o tipo de problema e o modo de resolvê-lo (Carpenter & Moser, 1983; Verschaffel & De Corte, 1990; Siegler & Shrager, 1984, cit. por Fayol, 1996).

Por exemplo, os problemas de transformação em que o valor da transformação é desconhecido caracterizam-se pelas suas afirmações descreverem um aumento (*addend*), mas a operação é subtractiva (i.e. *problemas missing addend* “O João tinha 7 chocolates. Ele comprou mais chocolates e agora tem 13. Quantos chocolates ele comprou?”). Isto cria um conflito óbvio entre o conteúdo semântico das frases dos problemas e o tipo de operação aritmética necessária para encontrar a solução numérica (Duval, 1991; Richard, 1990; Willis & Fuson, 1988, citados por Brissiaud, 1994). É compreensível que estes problemas sejam mais difíceis para as crianças do que aqueles problemas de

subtração onde as frases contenham expressões como “tirar” (taking away) (i.e. *problemas missing end* “Dennis tem 13 doces. Comeu 7 deles. Quantos doces é que ainda tem?”) (Vergnaud & Durand, 1976; Conne, 1984, citados por Brissiaud, 1994).

Alguns resultados, de diferentes estudos, mostram que tanto as crianças mais velhas como os adultos utilizam diferentes estratégias para resolver adições; a escolha dos procedimentos varia consoante os dados numéricos, os conhecimentos, as capacidades e as dificuldades que a situação coloca aos sujeitos (Svenson, 1975; Svenson & Sjöberg, 1983; Siegler & Shrager, 1984; Hamann & Ashcraft 1985, citados por Fayol, 1996).

As grandezas numéricas implicadas na operação têm, igualmente, implicações nos procedimentos de resolução. Estudos nesta área revelam que as crianças de jardim-de-infância resolvem adições simples por contagem de um a um, a partir de um ponto de partida que corresponde ao número mais elevado do par $m+n$. No caso das subtrações, as crianças tanto resolvem por acréscimo como por decréscimo, consoante a opção que se revela mais rápida. Por exemplo, na subtração 8-2 o sujeito **decrece** dois número (8) 7 - 6 parando no número que é o resultado (6); mas na subtração 8-5 o sujeito **acresce** (5) 6 - 7 - 8, chegando desta forma ao resultado (3) (Groen & Parkman, 1972; Wood, Resnick & Groen, 1975; Aschcraft & Battaglia, 1978; Svenson & Hedenborg, 1979; Baroody & Ginsburg, 1986, citados por Fayol, 1996).

Contudo, para adições e subtrações dos pares de números iguais, os chamados “duplos” (e.g. 2+2; 4+4...) e “duplos inversos” (e.g. 8-4; 6-3), as crianças tendem a utilizar mais a estratégia reprodutiva, i.e., enunciam o resultado que guardam na memória a longo prazo (Groen & Parkman, 1972; Wood, Resnick & Groen, 1975; Aschcraft & Battaglia, 1978, citados por Fayol, 1996).

Wood e colaboradores (1975, cit. por Fayol, 1996) referem que para o sujeito escolher entre o acréscimo e o decréscimo tem de comparar o resultado, pois ele tem de comparar

o n dado e $m-n$. Para explicar este facto, os autores invocam a intervenção de um comparador capaz de avaliar a proximidade vs distanciamento.

A resolução de subtracções que comportam o número 10 mostra ser mais rápida, portanto, mais fácil; no entanto, observa-se, também, um crescimento relativo das durações de resolução quando se tem, às vezes, $m > 10$ e $n < 10$. Aqui parece que, em alguns casos, os sujeitos recorrem sistematicamente ao decréscimo (Wood, Resnick & Groen, 1975, cit. por Fayol, 1996).

Ao longo dos primeiros anos do primeiro ciclo, as crianças vão progressivamente passando da contagem, inicialmente auxiliada pelos dedos (estratégia reconstitutiva), para o recurso da recuperação em memória a longo prazo (M.L.P.) (estratégia reprodutiva) para resolverem adições simples (Sekuler & Mierkiewicz, 1977; Svenson & Hedenborg, 1979; Aschcraft, 1982; Aschcraft & Fierman, 1982; Siegler & Shrager, 1984; Baroody & Ginsburg, 1986, citados por Fayol, 1996; Carpenter & Moser, 1983).

Svenson e Hedenborg (1979, cit. por Fayol, 1996), através da análise dos comportamentos e das verbalizações de 12 crianças, durante os três primeiros anos da escolaridade primária, chegaram à conclusão que: a proporção das recuperações directas de respostas na M.L.P. cresce linearmente do final do jardim-de-infância ao final do 2º ano; e a utilização dos dedos aumenta, num primeiro momento (do jardim-de-infância ao primeiro ano) para, em seguida, diminuir rapidamente.

As crianças mais jovens executam processos de resolução que tendem a simular as acções descritas nos enunciados, assim os problemas difíceis de serem transformados em actos revelam-se significativamente mais difíceis de serem resolvidos. Neste nível não há recurso à operação aritmética, adição ou subtracção (Fayol, 1996), mas sim, a esquemas de resolução.

Na etapa seguinte (fim do 1º e 2º ano), as simulações subsistem, mas interiorizam-se progressivamente e tornam-se cada vez mais abstractas – contagem mental. Dá-se assim a passagem gradual do “contar a partir do primeiro termo” (3+6) para o “contar a partir do maior dos termos” (6+3). No entanto, modificações na formulação têm um forte impacto na escolha de um ou outro processo.

No terceiro ano, os processos de contagem dão lugar, pouco a pouco, à recuperação directa dos resultados em memória a longo prazo. Supõem que os sujeitos tenham anteriormente identificado a operação aritmética, sem necessariamente se referirem a uma simulação qualquer da situação descrita.

Carpenter e Moser (1982), Lindvall e Gibbons-Ibarra (1980, cit. por Resnick, 1983) mostraram que as crianças são capazes de resolver determinadas classes de problemas utilizando procedimentos de contagem.

As crianças quando confrontadas com o resolver uma adição, numa fase inicial, tendem a enumerarem todas as entidades. Fazem uma de duas coisas: ou a soma é determinada pela contagem do número total de entidades expressas nos dois conjuntos (*counting all*), ou a enumeração começa na palavra do primeiro número e continua até chegar à enumeração do segundo número (*counting on*). Uma forma mais eficaz de *counting on* é começar a contagem pelo número maior dos dois (e.g.: 5+3 → (5) 6, 7, 8) (Fuson, 1982).

Baroody e Ginsburg (1986, cit. por Fayol, 1996) subdividem ainda em quatro categorias, a contagem mental, são elas: contar tudo a partir do 1º dado (*counting all starting with the first addend*); contar a partir do 1º dado (*counting on from the first addend*); contar tudo a partir do maior dos dados (*counting all starting with the larger term*); e contar a partir do dado maior (*counting on from the larger term*).

A estratégia contar tudo, começando pelo primeiro termo (*counting all starting with the first addend*), caracteriza-se por se tratar de uma forma de “conservação da lembrança do já contado”, nele há, simultaneamente, aumento de um em um, e contagem de n , senão veja-se, para a adição $2+4$, a criança conta “1, 2, 3... (=1 a mais), 4(2 a mais), 5 (3 a mais), 6(4 a mais)”.

Na segunda estratégia, contar a partir do primeiro termo (*counting on from the first addend*), $3+5$ é resolvido começando pelo cardinal do primeiro termo: 3, 4 (+1), 5(+2)... 8 (+5). Ainda que este processo alivie a carga de trabalho mental em relação à estratégia anterior, não reduz o número de etapas necessárias à “conservação da lembrança” dos resultados obtidos. A carga cognitiva pode ser diminuída encadeando os passos da contagem a partir do maior dos dois termos.

A estratégia contar tudo começando pelo maior dos dois termos (*counting all starting with the larger term*), reduz elementos da “conservação da lembrança” do que já foi contado, e.g., $2+6$ será contado assim: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 (+1), 8 (+2).

A última estratégia, enunciada por Baroody e Ginsburg (1986, cit. por Fayol, 1996), contar a partir do maior dos dois termos (*counting on from the larger term*) diminui duplamente a carga cognitiva: “conservando a lembrança” somente pelos termos menores, e ordenando a contagem pelo cardinal maior, por exemplo, na adição $3+5$, a criança conta 5, 6 (+1), 7 (+2), 8 (+3).

Estas estratégias são, sobretudo, usadas pelas crianças para resolverem os problemas de *Transformação unindo duas medidas* e de *Composição de duas medidas* (Vergnaud, 1982), ou de *Mudança* e de *Combinação* na classificação de Riley e colaboradores (1983), ou *Reunião* e *Parte-parte-todo*, na classificação de Carpenter e Moser (1982), quando estes implicam uma operação aditiva.

Quando os problemas remetem para uma operação subtractiva, nos problemas de *Composição de duas medidas* (Vergnaud, 1982), ou de *Combinação* (Riley, et al., 1983), ou *Parte-parte-todo*, (Carpenter & Moser, 1982), a escolha da estratégia reflecte a ambiguidade dos problemas, porque as crianças também escolhem estratégias aditivas para os resolverem. Escolhem, sobretudo, estratégias que representam a estrutura do problema, ou então utilizam também a estratégia de *contar a partir* da maior quantidade (Carpenter & Moser, 1982).

Esta estratégia, em conjunto com a estratégia *adding on* (começar na quantidade menor até à maior e a quantidade acrescentada fornece o resultado), também é muito usada pelas crianças para resolverem os problemas de *Transformação unindo duas medidas* (Vergnaud, 1982), ou *Mudança* (Riley, et al., 1983), ou *Reunião* (Carpenter & Moser, 1982), que implicam uma operação subtractiva.

As estratégias de *contar para trás* e *separar de* (esta última só possível pela presença de objectos, que consiste em representar a quantidade maior e retirar-lhe a menor) são mais utilizadas nos problemas de *Transformação unindo duas medidas* (Vergnaud, 1982), ou *Mudança* (Riley, et al., 1983), ou *Separação* (Carpenter & Moser, 1982).

Nos problemas, que remetem para operações subtractivas, de *Comparação* (Carpenter & Moser, 1982; Riley, et al., 1983), ou *Relação estática entre duas medidas* (Vergnaud, 1982) as estratégias adoptadas dependem da utilização ou não de objectos. Se as crianças dispõem de objectos, então utilizam, sobretudo, a estratégia de *matching* (fazem dois conjuntos que representam as quantidades, emparelham os objectos de cada conjunto, e os que não forem emparelhados fornecem o resultado). Caso não utilizem ajudas externas recorrem mais às estratégias de *contar a partir* da maior quantidade ou de *adding on* (Carpenter & Moser, 1983).

Os resultados da investigação de Siegler e Shrager (1984, cit. por Fayol, 1996), mostram que as crianças de 4/5 anos recorrem a ajuda externa, sobretudo, para as adições mais difíceis (4+5, e.g.).

Outra estratégia, definida por De Corte e Verschaffel (1987, cit. por Brissiaud, 1994) (*forward strategie*), consiste em reduzir o problema a uma adição cuja resposta a criança sabe de cor (e.g., se os dados dos problemas são 4 e 7, ela encontra a solução 3 porque sabe que $4+3=7$).

Um procedimento típico que as crianças utilizam para a subtração é: contar um conjunto para coincidir com o número maior (diminuendo); depois contar desde este conjunto o número de objectos especificados no menor número (subtraendo), e por fim contar os objectos restantes no conjunto original (Resnick, 1983).

Sintetizando, as crianças resolvem problemas de adição e de subtração através de (Fayol, 1996):

- a) **separar de** (*separating from*): do maior conjunto, a criança retira em seguida o menor e conta o que resta. Pela contagem sem objecto, este processo equivale a **contar para trás a partir** (*counting down from*) do maior dos termos diminuindo de um em um até ter retirado o menor dos termos, sendo o último número fornecido a resposta;
- b) **separar até** (*separating to*): equivale ao anterior, com a diferença de que os elementos são retirados do maior conjunto até deixar subsistir somente o número que corresponde ao menor dos dois termos fornecidos. Equivale ao **contar para trás até** (*counting down to*);
- c) **adição**: partir da menor das quantidades fornecidas e ir até à maior, aumentando de um em um; o número de elementos acrescentados fornece a resposta. O processo pode ser feito por manipulações (*adding on*) ou por contagem mental (*counting up from given*);

- d) **estabelecimento de correspondências** (*matching*) entre elementos de dois conjuntos, depois enumerando os que restam. Só é possível com objectos/representações fisicamente presentes;
- e) **escolha** de um processo misto, consistindo em utilizar ora (a), ora (c) em função das características numéricas dos dados fornecidos;
- f) **ou recuperação directa em memória a longo prazo.**

Segundo Groen e Parkman (1972, cit. por Fayol, 1996), os sujeitos resolvem adições elementares utilizando ou uma estratégia reprodutiva (recuperam da memória a longo prazo os resultados das adições armazenadas), ou uma estratégia reconstrutiva (recorrem a um procedimento de cálculo que permite reconstituir a resposta).

A estas estratégias está associado um conhecimento declarativo para o caso da recuperação directa do resultado da adição na memória a longo prazo, e um conhecimento processual quando o indivíduo tem de recorrer a algoritmos para chegar à solução.

O esquema geral de evolução dos processos de resolução de subtracções mentais é de uma complexidade muito maior quando comparado com o da adição. Esta complexidade de resolução das subtracções diz respeito, para além da operação mental executada, também, ao tratamento escrito da operação.

Resnick (1982), fala de três procedimentos chave para realizar os algoritmos escritos: a regra da leitura da direita para a esquerda, o transporte e o empréstimo. O facto das crianças não serem capazes de usar o seu conhecimento semântico para suportar os procedimentos escritos da aritmética é que leva as crianças a errarem nestes procedimentos.

Quando as quantidades dos problemas aumentam de forma que seja difícil usar objectos ou desenhos para chegar à solução, as crianças tendem a aplicar uma regra implícita que

diz “Para resolver um problema, têm de se escolher a operação aritmética correcta” (Schoenfeld, 1983; Frank, 1988, citados por Brissiaud, 1994).

As crianças utilizam uma estratégia de resolução de problemas onde traduzem directamente alguns elementos do enunciado do problema, as “palavras-chave”, em operações aritméticas (Nesher & Teubal, 1974; Paige & Simon, 1966; Sowder, 1988, citados por Brissiaud, 1994). Por exemplo: no problema “Eric compra mais alguns doces”, já que a frase refere-se a uma aumento da quantidade, as crianças escolhem a adição. Esta escolha é baseada no isolamento de um elemento do enunciado.

Quando as crianças têm de escolher uma operação aritmética elas falham intensivamente e o erro mais comum é escolher a adição em detrimento da subtracção (Carey, 1992; Ermel, 1993; Audigier, et al., 1979, citados por Brissiaud, 1994).

Para Fayol (1996), quem tem a tarefa da formação das crianças depara-se com vários problemas, por um lado tem de entender a experiência das crianças fornecendo-lhes a ocasião de construir ou afinar “micromundos” nos quais se associem conhecimentos declarativos e processuais e as suas condições de desencadeamento, por outro através de situações significativas, conduzi-las à elaboração de algoritmos para, a pouco e pouco, automatizá-las após estar assegurada a sua compreensão, e ainda conceber situações susceptíveis de incitar, e até mesmo obrigar, as crianças a coordenarem, através de uma estrutura de controle mais abstracta, diferentes “micromundos”.

Objectivos da Investigação

É reconhecida a importância da análise dos manuais escolares, pois estes concretizam o currículo oficial e definem grande parte dos conhecimentos que se ensinam na escola. É

também reconhecida a importância da aquisição de competências matemáticas para a formação de futuros cidadãos e profissionais.

Santos (2001), citando Cachapuz e Praia (1996), refere que poucas são as vezes em que são valorizados manuais que resultam de investigações didácticas da área disciplinar correspondente. Aponta como justificação para esta realidade, o facto de os autores dos manuais raramente estarem envolvidos em investigação ou dificilmente terem acesso a ela.

A literatura enfatiza a importância da resolução de problemas em detrimento de exercícios repetitivos e isolados, surge assim o primeiro objectivo que pretende: *Qual a proporção de problemas em relação à totalidade de exercícios de cálculo (aditivos e substractivos) propostos nos manuais, do 2º ano de escolaridade, mais utilizados em Portugal?*

Surge também um outro objectivo de trabalho: *Como se caracterizam os manuais escolares de matemática, do 2º ano de escolaridade, mais utilizados em Portugal, em termos dos problemas de adição e subtracção?*

Como vimos anteriormente, os aspectos semânticos, a formulação, as formas de apresentação e a estrutura do problema são determinantes das dificuldades que as crianças encontram na resolução dos problemas. É a possibilidade de serem confrontadas com diferentes tipos de problemas que permite às crianças ultrapassarem essas mesmas dificuldades. Deste modo, o terceiro objectivo tem a seguinte formulação: *Como é que as diferenças nos manuais se reflectem em diferenças nos desempenhos das crianças na resolução de problemas aditivos e substractivos.*

Método

O presente capítulo pretende explicitar os procedimentos que foram levados a cabo de forma a analisar a proporção de problemas em relação ao número de exercícios aditivos e substractivos, e as categorias de problemas aditivos e substractivos que estão presentes nos manuais de Matemática do 2º ano de escolaridade, do 1º Ciclo do Ensino Básico. Pretende, também, analisar o desempenho de crianças do 2º ano, na resolução de diferentes categorias de problemas em função dos manuais escolares em estudo.

Participantes

As crianças seleccionadas frequentavam o 2º ano de escolaridade, do 1º Ciclo do Ensino Básico, da região de Lisboa. A escolha deste ano de escolaridade, mais do que com a faixa etária das crianças, prende-se com a altura em que é introduzida no currículo a resolução de problemas aditivos e substractivos.

Antes de seleccionarmos a nossa amostra, fizemos um levantamento dos manuais escolares, do 2º ano de Matemática, mais utilizados nas escolas portuguesas, por indicação de uma editora. Fizemos também um levantamento dos manuais adoptados, para o ano e disciplina em estudo, em todas as escolas do 1º ciclo, da cidade de Lisboa. Não foi possível obter esta informação para 3 das escolas listadas. Este levantamento permitiu seleccionar o conjunto de escolas que adoptaram os manuais mais utilizados que foram objecto do nosso estudo.

Foram então seleccionadas 4 escolas do conjunto de cada um dos manuais em estudo, ou seja, 4 escolas que tinham adoptado o manual *Amiguinhos*, 4 do manual *Fio-de-Prumo*,

e 4 escolas do manual *Eu e o Bambi*. Depois deste processo de amostragem aleatória, foi solicitada autorização às escolas para a recolha da informação necessária junto dos seus alunos.

As crianças foram seleccionados segundo um processo de amostragem aleatória por conglomerados (Maroco, 2003), ou seja, de um conjunto de escolas, foram retirados 6 alunos (3 raparigas e 3 rapazes), aleatoriamente de cada sala do 2º ano, até perfazer um número total de 60 participantes.

Contudo, tendo em vista a rentabilização do tempo de recolha, e nas escolas, que autorizavam o estudo e que tinham mais de uma turma do 2º ano, optou-se por avaliar as crianças das diferentes turmas.

Nas turmas em que o docente referia que existiam crianças ao nível de um 1º ano de escolaridade, apesar de estarem matriculadas no 2º ano, e que não lhes era leccionada a matéria do ano de escolaridade em estudo, essas crianças foram excluídas da amostra.

Às crianças que apresentavam um desempenho abaixo da média na prova de desenvolvimento cognitivo, não foi administrada a prova de desempenho de resolução de problemas aditivos e substractivos e, conseqüentemente, foram retiradas da amostra.

Assim, a amostra é composta por 60 alunos (30 raparigas e 30 rapazes), do 2º ano, do 1º Ciclo do Ensino Básico, da região de Lisboa, com idades compreendidas entre os 7 anos e 1 mês e os 9 anos e 3 meses, sendo a média das idades de 7 anos e 11 meses, aquando da recolha dos dados (Quadro 1).

Visto que os participantes foram seleccionados, tendo em conta o manual que era utilizado para leccionar a disciplina de matemática, temos três grupos distintos em análise, cada um composto por 20 crianças (10 rapazes e 10 raparigas), consoante o manual adoptado pela escola.

Quadro 1: Caracterização da amostra em relação à variável idade.

	<i>Idade mínima</i>	<i>Idade máxima</i>	<i>Idade média</i>	<i>Desvio-padrão da idade</i>
Grupo 1 (<i>Amiguinhos</i>)	7,5	8,25	7,87	0,27
Grupo 2 (<i>Fio-de-Prumo</i>)	7,4	9,25	7,92	0,42
Grupo 3 (<i>Eu e o Bambi</i>)	7,08	8,58	7,88	0,43
Geral da amostra	7,08	9,25	7,89	0,38

Temos assim que, o grupo 1 (Manual *Amiguinhos*) caracteriza-se por apresentar uma média de idades de 7 anos e 10 meses; a criança mais nova ter 7 anos e 6 meses, e a mais velha 8 anos e 3 meses (Quadro 1).

O grupo 2 (Manual *Fio-de-Prumo*) apresenta uma média de idades de 7 anos e 11 meses; sendo o intervalo de idades compreendido entre os 7 anos e 5 meses e os 9 anos e 3 meses (Quadro 1).

Por último, o grupo 3 (Manual *Eu e o Bambi*) caracteriza-se por ter uma média de idades de 7 anos e 11 meses, sendo o mínimo das idades de 7 anos e 1 mês, e o máximo de 8 anos e 7 meses (Quadro 1) (ver Anexo B).

Matrizes Progressivas Coloridas de Raven

O motivo da escolha da prova *Matrizes Progressivas Coloridas de Raven* (1956), prende-se com os seguintes aspectos: a faixa etária da população alvo do estudo (crianças entre os 7 e 9 anos); a validade e a fidelidade da prova.

Por se tratar de uma população muito jovem, que pode apresentar tempos de atenção reduzidos, esta prova apresenta cada problema de cor viva impresso sob um fundo branco. Desta forma pretende-se atrair e manter a atenção das crianças, o que faz com

que a natureza do problema a resolver seja mais evidente, sem que contribua para a sua solução (Raven, 1956).

As *Matrizes Progressivas Coloridas de Raven* (1956), são compostas por 3 conjuntos de pranchas (A, Ab e B), cada um com 12 pranchas. Cada prancha apresenta uma situação problemática: uma figura incompleta, com seis possibilidades de preenchimento (onde só uma delas está correcta).

Esta prova foi estabelecida de forma a permitir avaliar o desenvolvimento cognitivo de crianças dos 3 aos 10 anos, com uma maior dispersão de resultados, tendo por objectivo a diminuição da possibilidade de encontrar a solução por acaso.

A escolha da edição revista prende-se com o facto desta estar mais apta para seleccionar os sujeitos que, por uma razão ou por outra, têm um nível mental inferior à média, que têm debilidade, deterioração mental ou retardada. Esta edição tem uma série intermediária (Ab) de doze problemas que foi intercalada entre as séries A e B das Matrizes de 1938. Os problemas dessa série foram concebidos para ter uma dificuldade intermédia entre a dificuldade dos problemas 7 e 10 da série A e a dos problemas 1 a 7 da série B. Foram estabelecidos de maneira a que, pelas três séries combinadas, as crianças dos 3 aos 10 anos pudessem resolver mais três problemas por ano de idade suplementar (Raven, 1956).

Desta forma pretendia-se assegurar a equivalência dos grupos, ao nível da variável nível intelectual, de modo a garantir que as diferenças nos desempenhos dos participantes na resolução de diferentes problemas de adição e subtração não eram influenciadas por diferenças cognitivas entre os sujeitos.

O Quadro 2, mostra-nos que a média geral da amostra na prova de desenvolvimento cognitivo situa-se no valor 24,55, o que significa que situam-se no percentil 84,75. O grupo 1 (*Manual Amiguinhos*) tem um percentil médio de 84 valores, enquanto que, o

grupo 2 (Manual *Fio-de-Prumo*) apresenta um percentil médio de 87 valores, e por último, o grupo 3 (Manual *Eu e o Bambi*) tem um percentil médio de 83 valores (ver Anexo B).

Quadro 2: Caracterização da amostra em relação aos resultados da *Prova Matrizes Progressivas* de Raven.

	<i>Mínimo</i>		<i>Máximo</i>		<i>Média</i>		<i>Desvio-padrão</i>	
	valor	perc.	valor	perc.	valor	perc.	valor	perc.
Grupo 1 (<i>Amiguinhos</i>)	17	50	32	95	23,9	84	3,82	16,19
Grupo 2 (<i>Fio-de-Prumo</i>)	16	50	35	95	25,95	87,25	4,93	14,09
Grupo 3 (<i>Eu e o Bambi</i>)	17	50	32	95	23,8	83	3,76	16,09
Geral da amostra	16	50	35	95	24,55	84,75	4,25	15,33

Pelos critérios de selecção da amostra acima descritos não foi possível garantir a equivalência entre os grupos em relação à variável nível socio-económico. Dados como a escolaridade dos pais, o rendimento per capita, se a criança usufruía de acção social escolar, entre outros, não foram possíveis de obter. Apenas se obtiveram informações, a partir de conversas informais com os professores responsáveis da turma, acerca do estatuto socio-económico dos participantes. Ainda que os grupos apresentem valores médios muito próximos em relação às variáveis idade e nível cognitivo não podemos afirmar que os grupos são equivalentes entre si quanto à variável nível sócio-económico.

Em suma, neste estudo exploratório, pretendia-se, analisar os cinco manuais mais escolhidos pelas escolas portuguesas, para o 2º ano de escolaridade, para a disciplina de Matemática e analisar o desempenho de crianças do 2º ano, em função do manual utilizado para leccionar a disciplina de Matemática, sendo então variável independente do estudo o manual.

Instrumentos

O presente estudo pretendeu analisar nos manuais de Matemática, sobretudo, três aspectos: a proporção de problemas em comparação com o número de exercícios existentes nos cinco manuais escolares de Matemática, do 2º ano de escolaridade; as categorias de problemas de adição e de subtração presentes nestes manuais, identificando, também, a natureza da incógnita; e, se a utilização de um determinado manual interfere ou não nos desempenhos das crianças, quando são confrontadas com a resolução de diferentes categorias de problemas.

De modo a analisarmos as categorias de problemas de adição e de subtração presentes nos manuais em estudo recorreu-se à tipologia de problemas de adição e de subtração de Vergnaud (1982), que por sua vez serviu de base à construção do instrumento de avaliação do desempenho das crianças.

Análise dos Manuais

Os cinco manuais mais adoptados a nível nacional no 2º ano de escolaridade, para a disciplina de Matemática, entre anos lectivos 2004/2005 a 2006/2007, segundo informações conseguidas junto de uma das editoras, foram:

1. “Fio-de-Prumo”, da Livraria Arnado;
2. “Amiguinhos”, da Texto Editores;
3. “A Matemática do João”, das Edições Gailivro;
4. “Caminhos”, da Porto Editora;
5. “Eu e o Bambi”, da Porto Editora.

Através do processo simples de contagem, foi registado o número de exercícios de adições e de subtrações que os manuais supracitados apresentavam, desde os exercícios que remetiam para a decomposição de números; passando por aqueles em que se procurava estabelecer comparações (as crianças tinham de colocar os sinais de maior, menor ou igual) e tinham de efectuar as operações de adição e de subtração (por

exemplo, $3+4 \square 6$ ou $5-2 \square 3+1$); até aos que continham as duas operações ou exercícios simples de adição e de subtração.

Os problemas de adição e de subtração, que estes manuais apresentavam, foram analisados utilizando a metodologia de análise de conteúdo, tendo por base a tipologia de problemas de Vergnaud (1982). Apresenta-se a seguir a grelha que permitiu categorizar os problemas (Quadro 3). Através das categorias de problemas pretendia-se comparar os diferentes manuais.

Quadro 3. Tipologia de problemas aditivos e subtractivos (Vergnaud, 1982) e exemplos presentes nos cinco manuais em estudo.

Tipos de problema
<p><u>Composição de duas medidas (Cat_I)</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 1. X tem seis bolas no seu bolso direito e oito no esquerdo. Tem 14 bolas no total. 2. X tem seis bolas no seu bolso direito e algumas no esquerdo. Tem 14 bolas no total. 3. X tem algumas bolas no seu bolso direito e oito no esquerdo. Tem 14 bolas no total.
<p>Exemplos de problemas da categoria I:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. A fruteira tem 8 maçãs, 2 pêras e 9 figos. Quantas peças de fruta tem no total? (Fio de Prumo, manual, p. 14) 2. A mãe e o pai do Raul têm, em conjunto, 67 anos. A mãe tem 31. Qual é a idade do pai do Raul? (Fio de Prumo, caderno de fichas – 2ºP, p. 6) 3. De um livro com 28 páginas já se leu meia dezena. Quantas páginas faltam ler? (A Matemática do João, manual, p. 14)
<p><u>Transformação unindo duas medidas (Cat_II)</u></p> <ol style="list-style-type: none"> 4. X tinha 3 bolas. Em seguida Y deu-lhe 5. Quantas bolas tem X agora? 5. X tinha 8 bolas. Depois deu 5 a Y. Quantas bolas tem X agora? 6. X tinha 3 bolas. Y deu-lhe algumas bolas. Agora X tem 8 bolas. Quantas

bolas Y deu a X?

7. X tinha 8 bolas. Ele deu algumas a Y. Agora X tem 3 bolas. Quantas bolas deu a Y?
8. X tinha bolas. Y deu-lhe mais 5. Agora X tem 8 bolas. Quantas bolas X tinha?
9. X tinha bolas. Deu 5 a Y. Agora X tem 3 bolas. Quantas bolas ele tinha?

Exemplos de problemas da categoria II:

4. O Tiago tinha 21 cromos. Um amigo deu-lhe 8. Com quantos cromos ficou o Tiago? (Caminhos, livro de fichas, p. 5)
5. Num avião havia 87 pára-quedistas. Saltaram 23. Quantos pára-quedistas ainda estão a bordo? (Caminhos, manual, p. 93)
6. Havia oito rosas num grande ramo. A florista colocou-lhe mais rosas. O ramo ficou com dezena e meia de rosas. Quantas rosas lhe colocou a florista? (A Matemática do João, manual, p. 135)
7. No prato havia 18 rabanadas. Ficaram 12. Quantas rabanadas se comeram? (Fio de Prumo, livro de fichas – 1º P, p. 32)
8. (Nenhum exemplo encontrado nos manuais analisados)
9. Dei dois lápis ao Pedro e três à Marta. Fiquei com quinze lápis. Tinha ___ lápis. (Eu e o Bambi, livro de fichas, p. 26)

Relação estática entre duas medidas (Cat. III)

10. X tem 8 bolas. Y tem 5. Quantas bolas X tem a mais que Y?
11. X tem 8 bolas. Y tem 5. Quantas bolas Y tem a menos que X?
12. X tem 3 bolas. Y tem 5 bolas a mais que X. Quantas bolas Y tem?
13. X tem 8 bolas. Y tem 5 a menos. Quantas bolas Y tem?
14. X tem 8 bolas. Tem 5 bolas a mais que Y. Quantas bolas Y tem?
15. X tem 3 bolas. Tem 5 bolas a menos que Y. Quantas bolas Y tem?

Exemplos de problemas da categoria III:

10. O Tiago está a organizar a sua colecção de berlindes. Contou-os e fez registo numa tabela. Quantos berlindes pequenos tem a mais do que grandes?

(Caminhos, livro de fichas, p. 14)

11. A Rita tem 95 cêntimos. O João tem 80 cêntimos. O João tem menos _ cêntimos do que a Rita. (Eu e o Bambi, manual, p. 119)
12. A Sandra tem 9 anos e o pai tem o quádruplo da sua idade. A avó tem mais 23 anos que o pai da Sandra. Quantos anos tem a avó da Sandra? (A Matemática do João, livro de fichas, p. 76)
13. O João tem 15 cromos. O Francisco tem menos 2 cromos do que o João. Quantos cromos tem o Francisco? (Eu e o Bambi, livro de fichas, p. 21)
14. (Nenhum exemplo encontrado nos manuais analisados)
15. (Nenhum exemplo encontrado nos manuais analisados)

Composição de duas transformações (Cat_ IV)

16. X ganhou seis bolas esta manhã. Perdeu nove à tarde. No total perdeu três bolas.
17. X ganhou seis bolas de manhã. Perdeu algumas à tarde. Em todo o dia perdeu três bolas.
18. X ganhou algumas bolas esta manhã. Perdeu nove à tarde. Em todo o dia perdeu 3 bolas.

Exemplos de problemas da categoria IV:

16. O Diogo tinha 78 cromos. Perdeu uma dezena e deu cinco ao seu colega. Com quantos cromos ficou? (A Matemática do João, manual, p. 42)
17. (Nenhum exemplo encontrado nos manuais analisados)
18. Venderam-se 25 revistas infantis num dia e no dia seguinte venderam-se 43. Sobraram 2 revistas. No quiosque havia __ dezenas de revistas infantis. (Eu e o Bambi, manual, p. 42)

Transformação entre duas relações estáticas (Cat_ V)

19. X devia seis bolas a Y. Ele devolve quatro. X deve ainda duas bolas a Y.
20. X devia 6 bolas a Y. Devolveu-lhe algumas. X ainda deve duas bolas a Y.
21. X devia algumas bolas a Y. Devolveu-lhe quatro. X ainda deve duas bolas a Y.

Exemplos de problemas da categoria V: (Nenhum exemplo encontrado nos manuais analisados)

Composição de duas relações estáticas (Cat_VI)

22. X deve oito bolas a Y. Mas Y deve seis bolas a X. X deve duas bolas a Y.
 23. X tem sete bolas a mais que Y. Y tem três bolas a menos que Z. Y tem quatro bolas a mais que Z.

Exemplos de problemas da categoria VI: (Nenhum exemplo encontrado nos manuais analisados)

Foram encontradas redundâncias na estrutura de alguns manuais no que se refere às várias categorias de problemas, pelo que ao nível do desempenho infantil nas categorias não existiriam diferenças, e optámos por analisar apenas 3 manuais.

Depois desta análise averiguou-se como se caracterizavam os problemas aditivos e subtractivos nos manuais em relação à variável natureza da incógnita. Como a literatura nos diz, as crianças têm mais dificuldade em resolverem problemas cujo estado inicial é desconhecido, isto quando são problemas que implicam *transformação que une duas medidas*. Já nos problemas de *composição de duas medidas*, por exemplo, as crianças resolvem mais facilmente os problemas quando têm de encontrar o total (Carpenter & Moser, 1982, 1983; Vergnaud, 1982). Com esta análise pretendemos analisar o grau de dificuldade dos problemas aditivos e subtractivos dos manuais escolares em estudo.

Contabilizaram-se então, para as categorias de problemas, a natureza da incógnita, da seguinte forma: *composição de duas medidas* (categoria I), existem duas hipóteses de incógnita, encontrar o total ou uma das medidas; *transformação unindo duas medidas* (categoria II), a incógnita pode ser encontrar o estado final, a transformação ou o estado inicial; *relação estática entre duas medidas* (categoria III), as hipóteses podem ser encontrar o total ou uma das medidas, e na *composição de duas transformações*

(categoria IV), a incógnita pode remeter para encontrar o estado final, a transformação ou o estado inicial (Vergnaud, 1982).

Não surge a categorização dos problemas *transformação entre duas relações estáticas* (categoria V) e *composição de duas relações estáticas* (categoria VI), em relação à natureza da incógnita porque não existem problemas destas categorias nos manuais analisados.

Avaliação dos Desempenhos das Crianças

Com o objectivo de avaliar o desempenho das crianças do 2º ano de escolaridade, na resolução de diferentes categorias de problemas de adição e subtracção elaborou-se um instrumento de avaliação. De seguida, designar-se-á o referido instrumento, as suas características, assim como, a análise estatística realizada, para apurar se as diferenças encontradas seriam significativas ou não.

Prova de Resolução de Problemas de Adição e Subtracção

Tendo por base a tipologia de problemas de adição e subtracção de Vergnaud (1982), foram escolhidos 16 dos 23 problemas possíveis de definir segundo esta tipologia. Na escolha destes problemas foram tidos como critérios as relações que se definem em função dos conceitos de medida (*composição de duas medidas; transformação unindo duas medidas; relação estática entre duas medidas*), e de transformações temporais (*composição de duas transformações*), visto serem estes os aspectos que caracterizavam os problemas presentes nos manuais em estudo.

A partir desta base de trabalho, elaboraram-se 16 novos problemas: 3 problemas da categoria I, '*composição de duas medidas*'; 6 da categoria II, '*transformação unindo duas medidas*'; 6 da categoria III, '*relação estática entre duas medidas*', e 1 problema da categoria IV, '*composição de duas transformações*'. Ainda que existam três possibilidades de problemas desta última categoria, optou-se por apenas colocar um

porque não foram encontrados mais problemas destes nos manuais em análise e também devido à faixa etária dos participantes.

As quantidades em relação, nos problemas formulados, não excediam as dezenas, quer isto dizer que dos dados fornecidos, assim como das operações a efectuarem, as crianças não tinham de operar com números com mais de dois dígitos. Outro dos aspectos tidos em conta foi o recurso ao transporte no caso da adição, e do empréstimo no caso da subtracção. Assim, optou-se por colocar os problemas mais simples de cada categoria com esta variável. Veja-se no quadro seguinte quais os problemas que mobilizam transporte e empréstimo, assim como, as operações que as crianças teriam de efectuar.

Quadro 4. Caracterização da *Prova de Resolução de Problemas Aditivos e Subtrativos* em relação às operações que mobilizam.

Problemas	Transporte/Empréstimo	Operação
1	✓	$48+35=83$
2	-	$70-30=40$
3	-	$24-20=4$
4	✓	$49+24=73$
5	✓	$56-18=38$
6	✓	$92-74=18$
7	-	$65-42=23$
8	-	$25-4=21$
9	-	$24+23=47$
10	✓	$68-47=11$
11	✓	$56-39=17$
12	-	$12+7=19$
13	-	$68-15=53$
14	-	$26-12=14$
15	-	$35+13=48$
16	✓	$34+4-9=29$ ou $(9-4=5) 34-5=29$

Depois de formulados os problemas das diferentes categorias, estes foram aleatoriamente colocados na prova, ficando assim esta definida, tal como pode ser vista no Anexo C. A *Prova de Resolução de Problemas de Adição e de Subtracção* foi aplicada no final do 3º período, durante o mês de Maio.

De modo a averiguar a significância das diferenças encontradas nos desempenhos dos participantes, consoante o manual que tinham tido no ensino da Matemática, recorreu-se a tratamento estatístico, a saber a uma ANOVA, para um nível de significância de $\alpha=0,05$. A escolha deste teste estatístico prende-se com a análise da média dos três grupos, daí a análise das variâncias (Maroco, 2003).

Outro aspecto analisado, nos desempenhos dos participantes, prende-se com a variável: natureza da incógnita. Deste modo, para cada categoria de problemas, analisou-se a existência de diferenças nos desempenhos dos participantes consoante o manual adoptado, se a incógnita variasse. Concretizando, pretendeu-se elucidar se para os problemas de *transformação unindo duas medidas*, para os problemas onde se tem de encontrar o estado inicial, existe algum grupo de participantes que os resolvem com maior facilidade, por exemplo. O tratamento estatístico utilizado foi um t-student (Maroco, 2003), para um nível de significância de $\alpha=0,05$.

Procedimentos

De seguida serão clarificados os procedimentos levados a cabo na análise dos manuais, na avaliação do nível cognitivo e do desempenho das crianças na resolução de problemas aditivos e subtrativos.

Análise dos Manuais Escolares

A identificação dos 5 manuais escolares, da disciplina de Matemática do 2º ano de escolaridade, mais escolhidos pelas escolas portuguesas, possibilitou a análise das categorias de problemas de adição e de subtração que são mais trabalhados no ensino da Matemática.

Num primeiro momento, procedeu-se à contagem do número de exercícios de adição e de subtração que cada manual apresentava. Após a identificação dos problemas que

estavam presentes em cada manual, efectuou-se uma análise de conteúdo, baseada na tipologia de problemas de Vergnaud (1982), de forma a classificá-los. Essa análise foi posteriormente aprofundada categoria a categoria em função da natureza da incógnita.

Num segundo momento, elaborou-se a prova de avaliação da resolução de problemas aditivos e subtractivos, problemas estes definidos segundo a tipologia de Vergnaud (1982), tendo em vista a análise dos desempenhos das crianças do 2º ano de escolaridade, do 1º Ciclo do Ensino Básico.

Após o contacto com as escolas, e facultada a autorização dos encarregados de educação dos alunos envolvidos, foram seleccionados os participantes do estudo. Por se ter trabalhado com crianças muito novas, e de modo a evitar constrangimentos que pudessem enviesar os resultados, destinou-se um pouco do tempo inicial com a criança para a familiarização desta com o entrevistador.

Avaliação do Nível Cognitivo dos Participantes

Durante o período de familiarização, dizia-se à criança que também nós andávamos na escola, que tínhamos de fazer um trabalho sobre a Matemática e que para isso precisávamos da ajuda dela. Começava-se por dizer que íamos fazer um jogo, introduzindo-se assim a prova *Matrizes Progressivas Coloridas de Raven*.

Mostrava-se a primeira prancha e dizia-se “Estás a ver este desenho aqui? Falta-lhe um bocadinho, tens de procurar nestes quadradinhos aqui, qual deles é que fica ali melhor.”. Explicava-se também a lógica da prova, ou seja, nessa primeira prancha remetia-se a criança para procurar o quadrado que tinha o mesmo padrão do desenho principal. Para garantir que a criança tinha percebido a prova, mostrava-se a segunda prancha e perguntava-se “E aqui, qual achas que é?”. Se a criança errasse nesta resposta, repetia-se o procedimento; caso a criança desse a resposta correcta, iniciava-se a prova, voltando à primeira prancha, registando as respostas da criança na folha de resposta (ver Anexo D).

Avaliação do Desempenho dos Participantes na Resolução de Problemas Aditivos e Subtrativos

Concluída a prova *Matrizes Progressivas Coloridas de Raven*, solicitava-se à criança que resolvesse um conjunto de problemas (*Prova de Resolução de Problemas de Adição e Subtração*, ver Anexo C). Para evitar erros de compreensão, os problemas eram todos lidos pelo entrevistador, dizendo este à criança que “Para ser mais rápido eu leio-te os problemas.”. Só nas situações em que as crianças, por iniciativa própria, começavam a acompanhar a leitura ou se antecipavam à leitura do entrevistador, e liam correctamente os enunciados, era permitido que fossem elas a lerem os problemas.

À criança era ainda fornecida uma folha de resposta para que escrevesse a resolução de cada problema em espaço próprio (ver Anexo E). Depois da leitura de um problema a criança resolvia-o logo na folha de resposta, nos casos em que as crianças davam logo a solução do problema, ou não recorriam aos algoritmos escritos, o entrevistador tomava nota da resposta dada pela criança.

Resultados

O presente capítulo pretende explicitar os resultados encontrados nas duas análises efectuadas: a análise dos manuais e a análise dos desempenhos das crianças na resolução de problemas aditivos e substractivos.

Por manual deve entender-se o manual propriamente dito e o respectivo livro de fichas, na medida em que, actualmente, em Portugal, os manuais escolares são quase sempre acompanhados de outro(s) livro(s), que são os livros de fichas, compostos por exercícios da matéria apresentada no livro principal (manual).

Para o presente estudo, foram considerados estes dois elementos, assim a cada referência que se fizer ao manual, o conceito deve ser entendido como a junção do manual e do(s) respectivo(s) livro(s) de fichas.

Caracterização dos Manuais

Com base na grelha de classificação de problemas de Vergnaud (1982), foram classificados todos os problemas que apareciam nos 5 manuais em estudo. Foram excluídos da classificação os problemas que: apresentavam a(s) operação(ões); no enunciado indicavam também a operação a efectuar; solicitavam a indicação do maior ou do menor, ou apenas a leitura de dados (fornecidos por um gráfico ou tabela de dupla entrada); remetiam para uma estimativa do resultado, e/ou não cabiam na classificação escolhida. Após esta primeira análise, chegou-se então à categorização dos problemas aditivos e substractivos, que os diferentes manuais apresentavam.

Análise dos Cinco Manuais mais Escolhidos pelas Escolas Portuguesas

Em relação ao primeiro objectivo do nosso estudo, ou seja, a percentagem de exercícios e problemas aditivos e subtrativos presentes em cada manual, podemos observar que existe uma grande predominância de exercícios em detrimento dos problemas (Quadro 5). Em todos os manuais existem muitos mais exercícios de adição e de subtracção do que problemas.

Quadro 5. Percentagem de problemas em relação à totalidade de exercícios que requerem as operações de adição e de subtracção.

	<i>Fio-de-Prumo (Manual 1)</i>	<i>Amiguinhos (Manual 2)</i>	<i>Matemática do João (Manual 3)</i>	<i>Caminhos (Manual 4)</i>	<i>Eu e o Bambi (Manual 5)</i>
N Exercícios	1366	755	1691	1141	2308
N Problemas	49	15	73	47	63
NP/NE %	3,59%	1,99%	4,32%	4,12%	2,73%

N – Número; NE – Número de Exercícios; NP – Número de Problemas

Da leitura do quadro 5, podemos verificar que o manual *Matemática do João* (manual 3) e o manual *Caminhos* (manual 4) são os manuais que apresentam um maior número de problemas quando comparado com o número de exercícios. Claramente se percebe a grande predominância de exercícios presentes nos diferentes manuais.

Constatou-se que os exercícios presentes nos manuais escolares, em estudo, são de 5 categorias diferentes, a saber: adição; subtracção; mistos (com adições e subtracções); decomposição/composição, e de comparação (indicar se é $>$, $<$ ou $=$) recorrendo à operação de adição ou de subtracção (Quadro 6).

A análise do quadro 6, revela-nos ainda que, em todos os manuais mais de 50% dos exercícios são exercícios de adição, logo seguidos dos exercícios de subtracção. Apesar dos exercícios de comparação, em que as crianças têm de colocar os sinais de $>$, $<$ ou $=$, depois de efectuarem operações de adição ou de subtracção, serem em menor número, também nestes exercícios as adições são em maior número do que as subtracções.

Quadro 6. Frequência e percentagem de exercícios de adição e de subtração presentes nos manuais.

		<i>Fio-de-Prumo (Manual 1)</i>		<i>Amiguinhos (Manual 2)</i>		<i>Mat. do João (Manual 3)</i>		<i>Caminhos (Manual 4)</i>		<i>Eu e o Bambi (Manual 5)</i>	
		<i>Freq.</i>	<i>%</i>	<i>Freq.</i>	<i>%</i>	<i>Freq.</i>	<i>%</i>	<i>Freq.</i>	<i>%</i>	<i>Freq.</i>	<i>%</i>
Adição		817	59,81	440	58,28	1090	64,46	753	65,99	1335	57,84
Subtração		377	27,6	204	27,02	332	19,63	242	21,21	744	32,24
Ad.+Subtr.		0	0	50	6,62	93	5,50	72	6,31	38	1,65
Decomp/comp.		70	5,12	61	8,08	86	5,09	30	2,63	46	1,99
 < > > >	Adição	73	5,34	0	0	75	4,44	35	3,07	112	4,85
	Subtr.	29	2,12	0	0	15	0,89	9	0,79	33	1,43
TOTAL		1366	100	755	100	1691	100	1141	100	2308	100

Como vimos anteriormente, os problemas não se distinguem pela operação que implicam, mas sim pelas suas características semânticas. A tipologia de problemas que serviu de base para a análise dos problemas, presentes nos cinco manuais em estudo, foi a classificação de Vergnaud de 1982.

Esta classificação põe em evidência o cálculo relacional que pode existir entre os dados, daí que seja possível isolar as relações em seis categorias distintas. Relembramos, que estas relações são agrupadas segundo três tipos principais de conceitos, a saber: medidas, transformações temporais e relações estáticas.

Desta forma temos as seguintes categorias de problemas: *composição de duas medidas* (Cat_I); *transformação unindo duas medidas* (Cat_II); *relação estática entre duas medidas* (Cat_III) (nestas categorias, o conceito principal é uma medida); *composição de duas transformações* (Cat_IV) (nesta categoria são as transformações temporais); *transformação entre duas relações estáticas* (Cat_V) e *composição de duas relações*

estáticas (Cat_VI) (e nas últimas categorias, os conceitos são as relações estáticas) (Vergnaud, 1982).

Desta forma, respondendo ao segundo objectivo do estudo, podemos observar, no quadro 7, como é que os cinco manuais se caracterizam no que respeita às categorias de problemas. Rapidamente verificamos que nenhum dos manuais apresenta problemas que implicam *transformação entre duas relações estáticas* (categoria V) e problemas que remetem para a *composição de duas relações estáticas* (categoria VI) (Quadro 7).

O manual que mais se destaca em comparação com os outros, por possuir poucas categorias de problemas é o manual *Amiguinhos*. Este manual só tem duas categorias de problemas: *composição de duas medidas* (categoria I) e *transformação unindo duas medidas* (categoria II). O manual *Fio-de-Prumo* apresenta três categorias de problemas, e os restantes apresentam quatro categorias diferentes, segundo a classificação de Vergnaud (1982) (Quadro 7).

Quadro 7. Frequência e percentagem de problemas por categorias existentes nos cinco manuais.

	<i>Fio-de-Prumo</i> (Manual 1)		<i>Amiguinhos</i> (Manual 2)		<i>Mat. do João</i> (Manual 3)		<i>Caminhos</i> (Manual 4)		<i>Eu e o Bambi</i> (Manual 5)	
	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%
Categoria I	31	63,3	11	73,3	35	48	31	66	25	39,7
Categoria II	7	14,3	4	26,7	16	21,9	12	25,5	22	34,9
Categoria III	11	22,4	-	-	17	23,3	3	6,4	6	9,5
Categoria IV	-	-	-	-	5	6,8	1	2,1	10	15,9
Categoria V	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Categoria VI	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
TOTAL	49	100	15	100	73	100	47	100	63	100

Categoria I – Composição de duas medidas; Categoria II – Transformação unindo duas medidas; Categoria III – Relação estática entre duas medidas; Categoria IV – Composição de duas transformações; Categoria V – Transformação entre duas relações estáticas; Categoria VI – Composição de duas relações estáticas.

Da análise do quadro 7, podemos também observar que a grande predominância de problemas são da categoria I, ou seja, nos cinco manuais o maior número de problemas são os de *composição de duas medidas* (Vergnaud, 1982). Ainda que no manual *Caminhos*, surja um problema da categoria *composição de duas transformações*, quando comparado com os outros manuais, esse valor não é muito significativo.

Apesar dos manuais *Matemática do João e Eu e o Bambi* terem quatro categorias diferentes de problemas, nomeadamente das categorias *relação estática entre duas medidas* e *composição de duas transformações* (categorias III e IV, respectivamente), nenhuma delas assume valores superiores a 25% (Quadro 7).

Podemos então sintetizar, caracterizando os cinco manuais em análise em termos da diversidade de categorias dos problemas da seguinte forma:

- o manual *Amiguinhos* tem apenas duas categorias de problemas, sendo que mais de 73,3% são problemas de *composição de duas medidas* (categoria I), da classificação de Vergnaud (1982) (Quadro 7);
- os manuais *Fio-de-Prumo* e *Caminhos* apresentam três tipos diferentes de problemas; ainda que o 4º manual tenha um problema da categoria IV (*composição de duas transformações*), consideramos que este não é significativo (representa 2,1% dos diferentes problemas), para além de que estes manuais apresentam mais de 50% de problemas (63,3% e 66%, respectivamente) da categoria I (*composição de duas medidas*, Vergnaud, 1982);
- os manuais *A Matemática do João e Eu e o Bambi* apresentam quatro categorias de problemas (*composição de duas medidas*, *transformação unindo duas medidas*; *relação estática entre duas medidas*; e *composição de duas transformações*) com percentagens muito homogêneas, apresentando todas valores abaixo dos 50%.

Em síntese, da análise dos vários problemas presentes nos vários manuais em estudo retiramos que: existe uma maior predominância de exercícios de adição e subtração, em detrimento dos problemas aditivos e subtrativos; nenhum manual abrange todas as de categorias de problemas; mesmo os que apresentam variedade nas categorias de problemas, existe sempre uma prevalência por uma determinada categoria, ou seja, centram-se numa determinada categoria (neste caso, na categoria *composição de duas medidas* – categoria I).

A análise das categorias de problemas, presentes nos manuais, permite ainda perceber as semelhanças entre os manuais e agrupá-los segundo este critério. De seguida, iremos analisar os manuais sob o ponto de vista da natureza da incógnita. Quer isto dizer que, para três dos manuais, visto existir semelhanças entre eles, será analisada a posição da incógnita para cada categoria de problemas presentes nos manuais.

Análise dos Problemas em Relação à Natureza da Incógnita

Como vimos anteriormente existem quatro manuais que são parecidos entre si, dois a dois, em relação às categorias de problemas, que são os manuais: *Fio-de-Prumo* e *Caminhos*, e *A Matemática do João* e o *Eu e o Bambi*. Consideramos, o manual *Fio-de-Prumo* mais representativo do que o manual *Caminhos* por apresentar as três categorias de problemas, e o manual *Eu e o Bambi*, por apresentar uma maior homogeneidade de problemas ao longo das quatro categorias de problemas, em comparação com manual *A Matemática do João*.

Assim sendo, iremos de seguida analisar em cada um dos manuais e para cada categoria de problemas, a natureza da incógnita. A literatura diz-nos que, para além do tipo de relações e de acções características dos problemas, a posição da incógnita também introduz dificuldades na compreensão de um problema (Carpenter & Moser, 1982; Vergnaud, 1982). Uma coisa é encontrar um estado inicial, um estado final ou uma transformação, nos problemas que implicam *transformação unindo duas medidas* e *composição de duas transformações*; outra coisa a ter em conta é que nos problemas de

composição de duas medidas e relação estética entre duas medidas, é de complexidade diferente encontrar o total ou uma das medidas, por exemplo.

Para obter valores mais reais, a percentagem de problemas, em relação ao posicionamento da incógnita, será encontrada a partir do número total de problemas existentes no manual.

Manual Amiguinhos

Como vimos anteriormente, o manual *Amiguinhos* apresenta apenas duas categorias diferentes de problemas, *composição de duas medidas* (categoria I) e *transformação unindo duas medidas* (categoria II). Observando o quadro 8, verificamos que grande parte dos problemas de *composição de duas medidas*, presentes neste manual remetem para encontrar o total, enquanto que para todos os problemas de *transformação unindo duas medidas* a incógnita situa-se na procura do estado final.

Quadro 8. Frequência e percentagem de incógnitas por categorias de problemas no manual *Amiguinhos*.

Natureza da Incógnita	<i>Composição de 2 Medidas (Cat_I)</i>		<i>Transformação Unindo 2 Medidas (Cat_II)</i>	
	Freq.	%	Freq.	%
Medida	2	13,3		
Total	9	60		
Estado Inicial			-	-
Transformação			-	-
Estado Final			4	26,7
TOTAL (15)	11	73,3	4	26,7

Manual Fio-de-Prumo

O manual *Fio-de-Prumo* apresenta três categorias diferentes de problemas: *composição de duas medidas* (categoria I); *transformação unindo duas medidas* (categoria II), e *relação estática entre duas medidas* (categoria III).

Verificamos que nos problemas da categoria *composição de duas medidas* (categoria I), no que respeita à natureza da incógnita, este manual apresenta mais problemas onde se tem de procurar o total do que uma das medidas. Em relação aos problemas que implicam a *transformação unindo duas medidas* (categoria II), observando o quadro 8, apuramos que existe uma prevalência dos problemas que implicam encontrar o estado final; e para os problemas de *relação estática entre duas medidas* (categoria III) presentes no manual, observamos que tanto existem aqueles que remetem para encontrar uma das medidas, como para encontrar o total (Quadro 9).

Quadro 9. Frequência e percentagem de incógnitas por categorias de problemas no manual *Fio-de-Prumo*.

Natureza da Incógnita	<i>Composição de 2 Medidas (Cat_I)</i>		<i>Transformação Unindo 2 Medidas (Cat_II)</i>		<i>Relação Estática entre 2 Medidas (Cat_III)</i>	
	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%
Medida	6	12,3			6	12,2
Total	25	51			5	10,2
Estado Inicial			-	-		
Transformação			1	2		
Estado Final			6	12,3		
TOTAL (49)	31	63,3	7	14,3	11	22,4

Manual Eu e o Bambi

Anteriormente, verificámos que o manual Eu e o Bambi apresenta quatro categorias diferentes de problemas, lembrando: *composição de duas medidas* (categoria I); *transformação unindo duas medidas* (categoria II); *relação estática entre duas medidas* (categoria III), e *composição de duas transformações* (categoria IV).

Observando o quadro 10, um dos aspectos que ressaltam é a semelhança com os outros dois manuais, nas duas primeiras categorias de problemas (*composição de duas medidas* e *transformação unindo duas medidas*) em relação à natureza da incógnita, ou seja,

também neste manual a predominância é em encontrar o total e o estado final nas categorias I e II, respectivamente.

Mas, nas categorias relação estática entre duas medidas (categoria III) e composição de duas transformações (categoria IV), observando o quadro 10, verificamos que neste manual surgem mais problemas que remetem para encontrar o total (relação estática entre duas medidas), e o estado final (composição de duas transformações).

Quadro 10. Frequência e percentagem de incógnitas por categorias de problemas no manual *Eu e o Bambi*.

Natureza da Incógnita	Composição de 2 Medidas (Cat_I)		<i>Transformação Unindo 2 Medidas (Cat_II)</i>		<i>Relação Estática entre 2 Medidas (Cat_III)</i>		<i>Composição de 2 Transf. (Cat_IV)</i>	
	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%	Freq.	%
Medida	6	9,5			2	3,2		
Total	19	30,2			4	6,3		
Estado Inicial			1	1,6			1	1,6
Transformação			-	-			-	-
Estado Final			21	33,3			9	14,3
TOTAL (63)	25	39,7	22	34,9	6	9,5	10	15,9

Análise dos Desempenhos dos Participantes

Nesta secção efectuar-se-á uma análise quantitativa, que remete para o número de respostas correctas dadas pelos sujeitos de cada grupo. Nesta análise serão comparados os desempenho dos três grupos de participantes para cada categoria de problemas, primeiro de uma forma geral, depois para a especificidade da natureza da incógnita.

Resultados da Prova de Resolução de Problemas de Adição e de Subtracção

De seguida descrever-se-á os resultados encontrados entre os grupos para as quatro categorias de problemas da *Prova de Resolução de Problemas de Adição e de Subtracção*, segundo a classificação de Vergnaud (1982).

Relembramos que, os problemas que compõem a categoria de *composição de duas medidas*, nesta prova, são os problemas 1, 4 e 11 (categoria I); os da categoria *transformação que une duas medidas* são os problemas 5, 6, 9, 10, 12 e 16 (categoria II); enquanto que os problemas 2, 3, 7, 8, 13 e 14, são todos da categoria *relação estática entre duas medidas* (categoria III), e por último, o problema 15 é o problema que ilustra a categoria *composição de duas transformações* (categoria IV).

Consoante o desempenho das crianças as suas respostas podiam ser cotadas com 0, se errassem na resposta; 1 se a operação estivesse certa, mas com erro de cálculo e, por último, 2, se a operação e o cálculo estivessem correctos.

A análise estatística diz-nos que as diferenças encontradas no desempenho das crianças dos diferentes grupos na *Prova de Resolução de Problemas de Adição e de Subtração* não são estatisticamente significativas ($F(2,57)=0,390$. $p = 0,679$) (ver Anexo F).

Problemas de Composição de Duas Medidas (Categoria I)

Em relação aos problemas da categoria I de Vergnaud (1982), ou seja, problemas que implicam a *composição de duas medidas*, analisando o quadro 11, verificamos que não existem grandes discrepâncias nos desempenhos das crianças dos diferentes grupos. Mas é de realçar que, as crianças que tiveram o ensino da Matemática baseada no manual *Eu e o Bambi* (grupo 3), são as que têm um desempenho inferior no problema 1, da referida categoria.

Neste problema era solicitado às crianças que apurassem o valor de uma das medidas, sendo-lhes facultado o valor total do conjunto.

Quadro 11. Desempenho das crianças na resolução de problemas de *composição de duas medidas* (categoria I).

	Grupo 1 (Amiguinhos)		Grupo 2 (Fio-de-Prumo)		Grupo 3 (Eu e o Bambi)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Problema 1	1,10	1,02	1,20	0,95	0,60	0,94
Problema 4	1,70	0,47	1,80	0,52	1,65	0,49

Problema 11	1,35	0,93	1,00	1,03	1,25	0,97
Total da Categoria I	4,15	1,79	4,00	1,65	3,50	1,85

A análise estatística diz-nos que as diferenças encontradas no desempenho das crianças na categoria de problemas de *composição de duas medidas* (Categoria I), ou seja na resolução dos três problema que compõem a categoria, não são estatisticamente significativas ($F(2.57)=0.744$, $p = 0.480$) (ver Anexo G).

Se analisarmos o que acontece quando isolamos a variável natureza da incógnita, verificamos que os três grupos de participantes apresentam desempenhos mais satisfatórios no problema de *composição de duas medidas* (problema 4; o problema 1 e 11 remetiam para encontrar uma das medidas), em que tinham de encontrar o total dos conjuntos (quadro 12). É de realçar que este é o problema mais fácil desta categoria.

Quadro 12. Desempenho das crianças aos problemas de *composição de duas medidas* (categoria I), em relação à natureza da incógnita.

	<i>Grupo 1</i> (<i>Amiguinhos</i>)		<i>Grupo 2</i> (<i>Fio-de-Prumo</i>)		<i>Grupo 3</i> (<i>Eu e o Bambi</i>)	
	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio-Padrão</i>
Medida Cat I	2,45	0,37	2,20	0,39	1,85	0,37
Total Cat I	3,40	0,21	3,60	0,23	3,30	0,22

Se analisarmos os desempenhos de cada grupo de crianças, em relação ao seu desempenho nos problemas em que têm de encontrar uma das medidas e o total, verificamos que as diferenças nos desempenhos são estatisticamente significativas ($t(19) = -2,334$, $p = 0,031$; $t(19) = -2,746$, $p = 0,013$, e $t(19) = -3,813$, $p = 0,001$) (ver Anexo H).

Problemas de Transformação que Une Duas Medidas (Categoria II)

No que respeita aos problemas de *transformação que une duas medidas* (categoria II, segundo Vergnaud, 1982), da análise do quadro 13, verificamos que as crianças dos três grupos em estudo apresentam desempenhos muito semelhantes na resolução destes problemas.

Quadro 13. Desempenho das crianças na resolução de problemas de *transformação que une duas medidas* (categoria II).

	Grupo 1 (Amiguinhos)		Grupo 2 (Fio-de-Prumo)		Grupo 3 (Eu e o Bambi)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Problema 5	1,80	0,41	1,70	0,66	1,65	0,49
Problema 6	1,45	0,89	1,50	0,89	1,75	0,55
Problema 9	0,75	0,85	0,65	0,81	0,55	0,83
Problema 10	1,15	0,59	1,15	0,81	1,10	0,55
Problema 12	1,70	0,66	1,90	0,45	1,45	0,83
Problema 16	1,35	0,93	1,20	1,01	1,40	0,94
Total da Categoria II	8,20	2,14	8,10	2,88	7,90	2,69

Para a totalidade dos problemas da categoria *transformação que une duas medidas* (Categoria II), a análise estatística mostra-nos que os desempenhos das crianças, consoante o grupo a que pertençam, não são estatisticamente significativas ($F(2,57)=0,690$, $p = 0,933$) (ver Anexo I).

O quadro 14, mostra-nos como é que os três grupos de participantes, resolvem os diferentes problemas da categoria *transformação unindo duas medidas* se os analisarmos segundo a variação da posição da incógnita. Quer isto dizer que, as crianças que tiveram o ensino da Matemática com base no manual *Eu e o Bambi*, resolvem melhor os problemas de *transformação que une duas medidas* quando têm de encontrar o estado inicial (estes são os problemas mais complexos desta categoria – problemas 6 e 16). Já as crianças dos outros dois manuais (*Amiguinhos* e *Fio-de-Prumo*) resolvem melhor os problemas que implicam encontrar o estado final da *transformação que une as duas medidas* (problemas 5 e 10).

Quadro 14. Desempenho das crianças aos problemas de *transformação unindo duas medidas* (categoria II), em relação à natureza da incógnita.

	Grupo 1 (Amiguinhos)		Grupo 2 (Fio-de-Prumo)		Grupo 3 (Eu e o Bambi)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Estado Inicial Cat II	2,80	0,24	2,70	0,33	3,15	0,27

Transformação Cat II	2,45	0,27	2,55	0,22	2,00	0,31
Estado Final Cat II	2,95	0,15	2,85	0,28	2,75	0,19

Para o grupo de crianças do manual *Eu e o Bambi*, nos problemas da categoria *transformação unindo duas medidas* e considerando a posição da incógnita, a análise estatística mostra-nos que as diferenças nos desempenhos das crianças são estatisticamente significativas, apenas entre os problemas onde se tem de encontrar o estado final em comparação com os de transformação ($t(19) = 2,680, p = 0,015$) e entre os problemas de transformação e os de estado inicial ($t(19) = -3,359, p = 0,003$). Para os restantes situações a análise estatística mostra-nos que não existem diferenças significativas nos desempenhos das crianças ($t(19) = -1,277, p = 0,217$; $t(19) = 1,876, p = 0,076$, e $t(19) = 0,547, p = 0,591$, para o grupo do *Amiguinhos*; $t(19) = 0,484, p = 0,634$, $t(19) = -0,420, p = 0,679$ e $t(19) = 1,031, p = 0,316$, para o grupo do *Fio-de-Prumo*; $t(19) = -1,633, p = 0,119$, para o grupo do *Eu e o Bambi*) (ver Anexo J).

Problemas de Relação Estática entre Duas Medidas (Categoria III)

As crianças que tiveram o ensino da matemática segundo o manual *Fio-de-Prumo* (grupo 2) são as que têm um melhor desempenho na resolução dos problemas da categoria *relação estática entre duas medidas* (Categoria III), em comparação com os desempenhos das crianças dos outros dois grupos (Quadro 15).

Quadro 15. Desempenho das crianças na resolução de problemas de *relação estática entre duas medidas* (categoria III).

	Grupo 1 (Amiguinhos)		Grupo 2 (Fio-de-Prumo)		Grupo 3 (Eu e o Bambi)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Problema 2	1,20	1,01	1,40	0,94	1,05	0,99
Problema 3	1,70	0,66	1,90	0,31	1,50	0,83
Problema 7	0,85	0,67	1,05	0,51	0,85	0,67
Problema 8	1,00	1,03	1,00	1,03	1,15	0,99
Problema 13	1,70	0,66	1,90	0,45	1,70	0,57
Problema 14	0,85	1,03	1,20	1,01	0,90	1,02
Total da Categoria III	7,30	2,62	8,45	2,33	7,15	3,12

A análise estatística diz-nos, no entanto, que as diferenças encontradas no desempenho das crianças na categoria de problemas de *relação estática entre duas medidas* (Categoria III) não são estatisticamente significativas ($F(2,57)=1,381$, $p = 0,260$) (ver Anexo L).

Quando consideramos a posição da incógnita no conjunto dos problemas de *relação estática entre duas medidas* (Categoria III), verificamos que os desempenhos das crianças dos três grupos em estudo são muito idênticos (Quadro 156). Ou seja, as crianças dos três manuais resolvem melhor os problemas de *relação estática entre duas medidas*, quando têm de encontrar uma das medidas em relação (problemas 2, 3, 8 e 13), ainda que os participantes do grupo que tiveram o ensino da Matemática com o manual *Fio-de-Prumo*, tenham valores um pouco superiores.

Quadro 16. Desempenhos das crianças aos problemas de *relação estática entre duas medidas* (categoria III), em relação à natureza da incógnita.

	Grupo 1 (Amiguinhos)		Grupo 2 (Fio-de-Prumo)		Grupo 3 (Eu e o Bambi)	
	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão	Média	Desvio-Padrão
Medida Cat III	4,75	0,52	5,50	0,45	4,60	0,54
Total Cat III	3,40	0,54	4,50	0,60	3,50	0,69

Analisando os desempenhos de cada grupo de crianças, em relação ao seu desempenho nos problemas de *relação estática entre duas medidas*, em que têm de encontrar uma das medidas e o total, verificamos que as diferenças nos desempenhos são estatisticamente significativas ($t(19) = 2,438$, $p = 0,025$; $t(19) = 2,874$, $p = 0,010$, e $t(19) = 2,820$, $p = 0,011$) (ver Anexo M).

Problemas de Composição de Duas Transformações (Categoria IV)

Em relação ao problema da categoria IV, da tipologia de Vergnaud (1982), que implica a *composição de duas transformações*, observando o quadro 17, verificamos que os desempenhos das crianças dos três grupos são muito idênticos entre si. Existe uma

grande dispersão nos resultados, ou seja, as crianças tanto erram completamente na resolução do problema, como acertam parcial ou totalmente.

Quadro 17. Desempenho das crianças na resolução de problemas de *composição de duas transformações* (categoria IV).

	<i>Grupo 1 (Amiguinhos)</i>		<i>Grupo 2 (Fio-de-Prumo)</i>		<i>Grupo 3 (Eu e o Bambi)</i>	
	<i>Média</i>	<i>Desvio- Padrão</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio- Padrão</i>	<i>Média</i>	<i>Desvio- Padrão</i>
Problema 15	1,00	0,86	1,00	0,92	1,15	0,81

A análise estatística diz-nos, mais uma vez, que as diferenças encontradas no desempenho das crianças na categoria de problemas de *composição de duas transformações* (Categoria IV) não são estatisticamente significativas ($F(2,57)=0,201$. $p = 0,819$) (ver Anexo N).

Visto existir apenas um problema representativo desta categoria não faz sentido analisar o desempenho dos participantes, consoante a posição da incógnita.

Discussão

O propósito deste estudo era analisar *como os manuais escolares, do Ensino Básico do 1º Ciclo, da disciplina de Matemática, do 2º ano de escolaridade, abordavam a resolução de problemas de adição e de subtracção*. Para servir este intento estabeleceram-se três objectivos principais orientadores da investigação. De seguida iremos elucidar quais os principais resultados encontrados que respondem a cada um dos objectivos definidos assim como estes se contextualizam na literatura.

Como foi referido anteriormente, a teoria enfatiza a importância da resolução de problemas em detrimento de exercícios repetitivos e isolados. Assim, o primeiro objectivo tinha a seguinte formulação: *Qual a proporção de problemas em relação à totalidade de exercícios de cálculo (aditivos e subtractivos) propostos nos manuais, do 2º ano de escolaridade, mais utilizados em Portugal?*

A análise dos cinco manuais escolares de Matemática, do 2º ano de escolaridade, do 1º Ciclo do Ensino Básico, mais escolhidos pelas escolas portuguesas, revelou-nos que a proporção de problemas é muito baixa em relação à totalidade dos exercícios de cálculo (aditivos e subtractivos). Esta proporção não chega a atingir valores superiores a 5%.

Para além disso, verifica-se uma predominância dos exercícios aditivos face aos subtractivos (os exercícios de adição assumem valores superiores a 55% em todos os manuais). O manual *Eu e o Bambi*, para além de ser o manual que apresenta um maior número de categorias de problemas, também é o que tem maior percentagem de exercícios de subtracção (cerca de 32%), quando comparado com os restantes manuais.

A vasta investigação no campo do desenvolvimento do raciocínio matemático revela-nos que as crianças antes do ensino formal da matemática, já operam sobre as quantidades e criam esquemas de pensamento matemático a partir das situações do quotidiano (Vergnaud, 1986; Resnick, 1983). Exemplificando, o esquema parte-todo surge de diversas situações quotidianas, um buraco num puzzle quase completo significa que falta uma parte, ou quando uma criança tem um chocolate inteiro, dá apenas uma parte ao seu irmão.

A estas ideias Vergnaud (1986, 1990, 1997), designou de teoremas-em-acção. As crianças vão criando um conjunto de ideias sobre o processo de resolução de problemas no espaço, no tempo, no domínio das quantidades e das grandezas. Estas ideias apenas têm validade para si próprias, não necessitam de ter uma representação matemática ou qualquer outra forma de representação, permitem avaliar e analisar os conhecimentos das crianças e englobam uma grande variedade de conteúdos.

Sabe-se que, as concepções erradas das crianças só serão alteradas se entrarem em conflito com situações que elas não permitam tratar. Torna-se, então, essencial criar situações susceptíveis de levar as crianças a «acomodarem» os seus pontos de vista (Vergnaud, 1986), constituindo, desta forma, um grande desafio para o ensino transformar teoremas-em-acção em teoremas e vice-versa.

Senão veja-se, as competências encontram-se intimamente ligadas a determinadas concepções, ou seja, não existe nenhum procedimento que se desenvolva por si próprio sem estar relacionado com as representações das relações de que trata ou que implica. Reciprocamente, um conceito ou um teorema que não possam ser utilizados em situações-problemas em que são pertinentes, permanecem vazios de sentido (Vergnaud, 1986, 1990).

Vergnaud (1986), considera que o saber operatório tem a sua origem na resolução de problemas, pois permite estabelecer correlações, hierarquias e situações metafóricas. Só

se as crianças forem confrontadas com situações que não resolvem por definições é que as suas concepções erradas poderão ser alteradas.

Daí que as crianças vendedoras das feiras do Brasil não sejam bem sucedidas na resolução de problemas escolares, mas resolvam adequadamente problemas equivalentes se estes fossem enquadrados na sua prática diária (Carraher et al., 1988). Ao resolverem estes problemas mobilizam as suas próprias estratégias, ou seja, põem em evidência os seus teoremas-em-acção.

Também os estudos de Carpenter e Moser (1982; 1983), revelam que as crianças resolvem com sucesso, desde cedo, diversos problemas e que ao longo da escolaridade, são bem sucedidas se utilizarem as suas estratégias. Vão ainda mais longe, documentando uma investigação que mostra que crianças de 9 anos operam mecanicamente na resolução de problemas sem que dêem grande importância ao conteúdo do problema em questão (Carpenter, et al., 1980, cit. por Carpenter & Moser, 1982; 1983).

Parece que de algum modo ao aprenderem os procedimentos da aritmética formal, muitas crianças deixam de analisar os problemas que tentam resolver. A hipótese que os autores levantam para explicar este facto reside na transição dessas estratégias informais para a memorização de algoritmos. Os resultados da investigação de Carpenter e Moser (1982; 1983) vão ao encontro da perspectiva de que os problemas podem dar significado à adição e à subtracção e constituem alternativas viáveis de desenvolver estes conceitos na escola.

Alguns autores referem que a Matemática dada na escola é diferente da Matemática utilizada no dia-a-dia (Carraher & Carraher, 1988; Carraher, et al., 1988; Serrazina, 1999; Vergnaud, 1986). Isto porque na escola, a Matemática é uma ciência, ensinada em um momento definido por alguém de maior competência; na vida, a Matemática é

parte da actividade de um sujeito que compra, vende, mede e encomenda peças de madeira, que constrói paredes, que faz um jogo na rua.

Desta forma, ao se veicular um ensino das operações por treino de algoritmos descontextualizados, está-se a dificultar o domínio do processo de resolução de problemas (Resnick, 1982; Carpenter & Moser, 1983; Fayol, 1996). Tal como Vergnaud (1986) considera, os algoritmos são formas mais abstractas de teoremas que pouco têm a ver com as estratégias que as crianças mobilizam para resolverem problemas. Privilegiá-los é contrariar a forma natural de aquisição dos conhecimentos acima citado.

Não podemos também deixar de frisar que o próprio currículo português, para a Matemática do 1º Ciclo, indica explicitamente os algoritmos como meios auxiliares de cálculo, postura bem diferente de uma promoção activa da sua utilização. E mais, o enfoque central é em situações de exploração, descoberta e de aplicação, por outras palavras, de problemas.

Nathan e colaboradores (2002), numa análise dos manuais escolares de Matemática americanos, concluíram que as actividades de resolução de problemas primeiro são introduzidas numa forma simbólica (enquanto equações aritméticas), para passarem progressivamente para problemas de palavras (como os chamados histórias-problemas). Raramente eram introduzidas actividades com problemas verbais e desenvolvidas com raciocínio simbólico, ainda que existam evidências de que as capacidades de raciocínio verbal das crianças antecedam as suas aptidões simbólicas (Case & Okamoto, 1996; Kalchman & Case, 1998; Nathan & Koedinger, 2000, citados por Nathan, et al., 2002).

Estes aspectos levam-nos a questionar o modo como os manuais têm vindo a traduzir e a dar voz ao currículo nacional (Ballér, 1990; Chassapis, 1997; Castro, 1999; Duarte, 1999; Morgado, 2004; Yakhontova, 2001) e como este, por sua vez, tem vindo a ser

trabalhado dentro da sala de aula (Castro, 1999; Nathan, et al., 2002; Jitendra, et al., 2005; Reys, et al., 2004).

Como se caracterizam os manuais escolares de Matemática, do 2º ano de escolaridade, mais utilizados em Portugal, em termos dos problemas de adição e subtração? Foi este o segundo objectivo nomeado para dar resposta ao intento desta investigação.

Em relação às características dos manuais de matemática foi dada especial atenção aos problemas aditivos e subtrativos que os cinco manuais em estudo apresentavam. Para o efeito de categorização dos mesmos, ou seja, para a definição das diferentes categorias de problemas que os manuais apresentavam, foi seleccionada a tipologia de problemas de Vergnaud (1982).

Com base nesta tipologia, foi possível verificarmos que os cinco manuais em análise são muito distintos entre si, já que a classificação dos mesmos clarificou as diferenças e as semelhanças entre eles. Um dos manuais (*Amiguinhos*) apresentava apenas duas categorias diferentes de problemas, *composição de duas medidas* e *transformação unindo duas medidas*; dois dos manuais (*Fio-de-Prumo* e *Caminhos*) apresentavam, para além das duas categorias anteriormente referidas, mais uma categoria de problemas, *relação estática entre duas medidas* (ainda que o manual *Caminhos* apresentasse um problema da IV categoria, não se considerou este valor expressivo); e os dois últimos manuais (*Matemática do João* e *Eu e o Bambi*), apresentavam quatro categorias distintas de problemas (*composição de duas medidas*, *transformação unindo duas medidas*, *relação estática entre duas medidas* e *composição de duas transformações*).

Esta análise permitiu ainda verificar que, apesar de existirem alguns manuais com alguma variedade nas categorias de problemas, não existe uma distribuição homogénea pelas várias categorias. Quer isto dizer que, existe uma clara predominância de uma categoria específica, a saber, a categoria de problemas de *composição de duas medidas*,

em detrimento das outras. As quatro categorias de problemas não são tratadas com a mesma importância.

Após o apuramento dos manuais que seriam mais representativos (apuramento esse, que teve como critério o manual que tinha uma maior expressão de problemas das categorias de problemas), para uma análise mais profunda, examinou-se também os problemas em relação à variável natureza da incógnita (os manuais analisados foram: *Amiguinhos*, *Fio-de-Prumo* e *Eu e o Bambi*).

Esta análise revela-nos que, de um modo geral, os três manuais analisados optam por apresentar problemas com nível inferior de complexidade, ou seja, o posicionamento da incógnita para as diferentes categorias de problemas é nas formulações que acarretam menor dificuldade.

Todos os manuais apresentam mais problemas de *composição de duas medidas* em que tem de se encontrar o total; para os problemas de *transformação que une duas medidas* a predominância é para se encontrar o estado final; no manual *Eu e o Bambi*, que possui problemas da categoria *composição de duas transformações*, estes remetem mais para encontrar o estado final. Só num dos manuais que apresenta problemas de *relação estática entre duas medidas* (no *Fio-de-Prumo*) é que existe um número idêntico de problemas que remetem para encontrar uma das medidas ou para encontrar o total.

O que diferencia os problemas não é a operação que implicam mas sim as suas características semânticas, como já foi referido anteriormente (Carpenter & Moser, 1982, 1983; Vergnaud, 1982, ; Riley, et al., 1983). Ainda que as tipologias de problemas consideradas, partam de diferentes dimensões para agrupar os diferentes problemas, a verdade é que se conseguem estabelecer paralelismos entre elas (ver na Introdução deste trabalho o capítulo *Classificação de Problemas*).

Também vimos anteriormente, que a correspondência entre a operação numérica e a estrutura da tarefa não é simples, de um para um; numa mesma categoria de problemas existem várias possibilidades de problemas que remetem para operações distintas (Vergnaud, 1997).

Através da exploração destas diferentes categorias de problemas, as crianças conseguem adquirir as concepções correctas das principais operações (neste caso específico, a adição e a subtracção). A adição e a subtracção são mais do que aumentos e diminuições que acontecem por se actuar sob as quantidades da mesma forma, ou seja, por ganho, compra ou consumo, perda, por exemplo (Vergnaud, 1982, 1986; Carraher & Bryant, 1987, cit. por Carraher, et al., 1988).

Estas são as primeiras concepções infantis de adição e de subtracção, e a única forma de elas alterarem estas concepções é serem confrontadas com situações que entrem em conflito cognitivo com os seus modelos conceptuais. Uma forma eficaz disto acontecer é pô-las a resolverem, com regularidade, diferentes categorias de problemas (Vergnaud, 1982, 1986; Carpenter & Moser, 1983).

Brousseau (1981, cit. por Vergnaud, 1986), também enfatiza que as actividades de resolução de problemas ou do tratamento de novas situações deveriam ser largamente privilegiadas, uma vez que é verdade que existem diferentes categorias de problemas, e que apelam ao domínio de propriedades diferentes de um mesmo conceito.

Ainda que os manuais em estudo apresentem alguma diversidade de problemas estes são num número muito reduzido (quando comparados com o número de exercícios) e parece existir uma prevalência de uma determinada categoria de problemas, em vez de existirem numa proporção equilibrada, ou seja, existirem o mesmo número de problemas nas diferentes categorias. Se considerarmos o grau de complexidade dos problemas também confirmamos esta característica, os problemas escolhidos são de um nível de dificuldade mais baixo no que se refere ao posicionamento da incógnita.

É recorrente encontrar na literatura sobre o ensino da Matemática, argumentos que reforçam a ideia de que os conhecimentos matemáticos ensinados na escola pouco têm de aplicabilidade prática, ou seja, de que as crianças têm dificuldade em transpor para o seu dia-a-dia os conhecimentos que adquirem na escola. O ensino, também, pouco tem em conta as concepções que as crianças trazem com elas acerca do mundo que as rodeia (Vergnaud, 1986, 1997).

Se aos aspectos referidos anteriormente, acerca do desenvolvimento do raciocínio matemático das crianças, juntarmos os resultados de diversas investigações, que demonstram que o fornecimento de bons manuais às escolas tem uma influência positiva nos resultados escolares dos seus alunos, percebemos a importância da análise dos manuais escolares, nomeadamente, na forma como abordam a resolução de problemas, já que uma das principais funções destes é a transmissão de conhecimentos (Seguin, 1989, cit. por Gérard & Roegiers, 1998).

Gérard e Roegiers (1998), parecem ir ao encontro dos resultados encontrados por Carraher e colaboradores (1988), ao afirmarem que uma das principais preocupações de professores e de autores de manuais escolares deveria ser integrar os saberes adquiridos pelas crianças. Já que, o insucesso escolar de muitas populações afastadas da cultura dominante, manifesta-se muitas vezes na incapacidade dos alunos em utilizarem os saberes escolares numa situação apenas um pouco diferente das que encontram na escola.

Carraher e seus colaboradores (1998), colocam a tónica deste problema no desenvolvimento de materiais curriculares que respondam à diversidade dos alunos, para que estes se constituam soluções psicológicas para um problema que é psicológico, social e cultural.

Mas esta discussão leva-nos a outro aspecto importante: as representações dos professores acerca da resolução de problemas e de como estes organizam as suas práticas pedagógicas (Serrazina, 1999). Vimos que as mudanças nas práticas dos professores não ocorrem simplesmente por colocar à sua disposição materiais inovadores, ou por alterações nas orientações curriculares, mas por iniciar e guiar o desenvolvimento da sua compreensão pedagógica (Manouchehri & Goodman, 2000, cit. por Christou, et al., 2004)

O terceiro objectivo, desta investigação, concretizava-se da seguinte forma: *Como é que as diferenças nos manuais se reflectem em diferenças nos desempenhos das crianças na resolução de problemas aditivos e substractivos?*

A análise comparativa dos desempenhos das crianças revela-nos que as diferenças encontradas nos manuais em estudo não se reflectem em diferenças significativas nos desempenhos das crianças na resolução de diferentes categorias de problemas de adição e subtracção, nem ao nível do desempenho geral da prova, nem por categorias de problemas.

No entanto, parece existir alguma tendência nos desempenhos das crianças em função do manual, ou seja, encontram-se desempenhos ligeiramente mais elevados nas categorias de problemas cujo manual tinha maior percentagem de problemas dessa categoria. Por exemplo, o manual *Amiguinhos* é o que apresentam maior percentagem de problemas *composição de duas medidas* (categoria I, da tipologia de Vergnaud, 1982) e são as crianças deste grupo que acertam mais na resolução destes problemas.

A única excepção a esta constatação é na categoria de problemas de *transformação que une duas medidas* (Categoria II, da tipologia de Vergnaud, 1982), em que não são as crianças do manual *Eu e o Bambi* que têm um melhor desempenho na resolução destes

problemas, ainda que seja este o manual que apresenta maior percentagem deste tipo de problemas.

Mas quando consideramos a natureza da incógnita nos desempenhos das crianças a leitura dos resultados não é tão clara. As crianças dos três grupos têm desempenhos muito idênticos nos problemas da categoria *composição de duas medidas*, pois resolvem melhor os mais fáceis, os que implicam encontrar o total. Mas, nos problemas de *transformação unido duas medidas*, o mesmo só se verifica em dois dos grupos de participantes (nos participantes que tiveram ensino da Matemática segundo o manual *Amiguinhos* e os do *Fio-de-Prumo*, já que os participantes do manual *Eu e o Bambi* resolvem melhor os problemas que se tem de encontrar o estado inicial). E para os problemas de *relação estática entre duas medidas*, curiosamente, os três grupos resolvem melhor os problemas que implicam encontrar uma das medidas.

No entanto, existe uma diferença que é evidente e confirmada pela análise estatística. Em todos os grupos de participantes e para duas categorias de problemas (*composição de duas medidas* e *relação estática entre duas medidas*), existem diferenças significativas quando se faz variar a natureza da incógnita. Só nos problemas de *transformação unindo duas medidas* é que se encontram diferenças significativas, para o grupo de participantes do manual *Eu e o Bambi*, para os problemas onde se tem de encontrar o estado final e o estado inicial em comparação com os de transformação.

Isto vai ao encontro do que a literatura nos diz acerca das dificuldades com que as crianças se deparam na resolução de problemas da mesma categoria mas cuja incógnita varia. Nos problemas de *transformação unindo duas medidas*, as crianças resolvem melhor os problemas que implicam encontrar o estado final, depois a transformação e, por último, o estado inicial, por exemplo (Carpenter & Moser, 1982; Nesher, 1982; Riley et al., 1983; Vergnaud; 1997).

E também reforça a importância de existir uma maior diversidade de categorias de problemas, assim como das suas diferentes possibilidades, nos manuais escolares, de modo a fornecer às crianças ferramentas mais eficazes para a aprendizagem dos conceitos de adição e de subtração.

Não é o dinamismo da situação implicada, por exemplo, nos problemas de transformação, que determina a facilidade com que as crianças resolvem os problemas. Nem sempre os problemas que implicam transformações são mais fáceis de resolver em comparação com os problemas que implicam relações estáticas (Vergnaud, 1982; Carpenter & Moser, 1983).

São as relações entre os elementos em jogo num determinado problema que dificultam ou facilitam a resolução da criança e a forma como ela representa essa relação (Fayol, 1996). Exemplificando, as crianças têm mais dificuldade em encontrar o estado inicial de um problema de transformação (Carpenter & Moser, 1982; Nesher, 1982; Riley, et al., 1983; Vergnaud, 1997), pois este esquema assenta num teorema-em-acção que implica a diferenciação de quatro conceitos diferentes em acção: o estado inicial, o estado final, a transformação directa e a transformação inversa (Vergnaud, 1997).

Sabe-se que as crianças mais jovens executam processos de resolução que tendem a simular as acções descritas nos enunciados, assim os problemas difíceis de serem transformados em actos revelam-se significativamente mais difíceis de serem resolvidos, pelos seus esquemas de resolução.

Por isso, a passagem da utilização destes esquemas de resolução idiossincráticos para o recurso aos algoritmos de adição e de subtração pode dar-se através do aumento das quantidades dos problemas de forma a tornar difícil a utilização de objectos ou desenhos para chegar à solução. Desta forma, as crianças tendem a aplicar a regra implícita de escolher a operação adequada para encontrarem a solução para o problema (Brissiaud, 1994).

Várias investigações empíricas apontam que é muito mais sensato voltar às mesmas coisas ano após ano indo um pouco mais profundamente, introduzindo situações cada vez mais complexas contendo novos aspectos, mais poderosos, de um mesmo conjunto de conceitos, do que o contrário, que é mais frequente (quando um capítulo de Matemática estudado é compreendido, pelo menos por uma parte importante dos alunos, no ano seguinte podemos considerá-lo como adquirido). Esta morosidade no desenvolvimento dos conhecimentos, segundo Brousseau (1981, cit. por Vergnaud, 1986), é perigosamente subestimada pelos professores, pelos pais e pelos programas.

Estes resultados parecem confirmar o que a teoria reforça sobre o ensino da Matemática se basear na resolução de problemas e da importância de confrontar as crianças com diferentes categorias de problemas (Vergnaud, 1982, 1990; Carpenter & Moser, 1983; Jitendra, et al., 2005). As diferenças encontradas nos desempenhos das crianças não são significativas, mas isto pode acontecer porque a aposta dos manuais não é na resolução de problemas de adição e de subtração, nem ao nível da quantidade, nem da variedade.

Existe uma *décalage* incontestável entre o que a literatura testemunha acerca da resolução de problemas e o que é veiculado pelos manuais. O número de problemas de adição e de subtração presentes nos manuais em análise são infimamente mais pequeno do que o número de exercícios de adição e de subtração.

Existe uma clara tendência nos manuais em estudo, para uma valorização dos instrumentos de resolução em detrimento do processo de resolução, que parece surgir mais como contexto de aplicação dos primeiros, ou seja, os problemas surgem depois de serem abordados os aspectos ligados aos algoritmos. A resolução de problemas nos manuais em estudo é encarada mais como um elemento para treino dos algoritmos anteriormente elucidados.

Conclusões

Este trabalho permitiu identificar os cinco manuais mais escolhidos pelas escolas portuguesas, para a disciplina de Matemática, do 2º ano, do 1º Ciclo do Ensino Básico, são eles, pela respectiva ordem: *Fio-de-Prumo*, *Amiguinhos*, *A Matemática do João*, *Caminhos* e *Eu e o Bambi*.

A análise dos mesmos permitiu tirar duas principais conclusões, em relação à forma como abordam os problemas e os exercícios de adição e de subtração. A primeira grande conclusão é que existe uma grande incidência de exercícios em todos os manuais, em detrimento da resolução de problemas que aparecem em muito menor número. A proporção de problemas em relação ao número de exercícios é diminuta.

A segunda conclusão prende-se com a resolução de problemas, sendo que é dada uma importância menor a este aspecto nos manuais analisados, visto o número de problemas que apresentam ser muito diminuto. E se considerarmos as diferentes categorias de problemas, concluímos que apesar dos manuais serem muito diferentes entre eles neste aspecto, os problemas que contém são de um nível de complexidade muito baixo, no que se refere à posição da incógnita. Outra característica importante realçada nesta análise, é que parece existir a predominância de uma determinada categoria de problemas (Vergnaud, 1982), não existindo o mesmo número de problemas para cada categoria como seria desejável.

A última conclusão retirada deste estudo resulta da tentativa de apuramento da relação entre os problemas que surgem nos manuais e os desempenhos das crianças na resolução de diferentes problemas. Ainda que os dados não confirmem esta relação, e baseando-nos na literatura disponível, poderá haver uma tendência para que as crianças que

estejam mais familiarizadas com uma determinada categoria de problemas sejam mais bem sucedidas na sua resolução do que aquelas que não o são.

A inexactidão desta última conclusão poderá prender-se com aspectos metodológicos, que naturalmente limitam as ilações que se podem retirar dos resultados encontrados, nomeadamente, a dimensão da amostra, a equivalência dos grupos em relação à proveniência sócio-económica dos participantes e a garantia de um ensino da Matemática centrado, exclusivamente, no manual.

Por outro lado, o predomínio dos exercícios de cálculo e resolução de algoritmos face aos problemas aditivos e subtrativos, faz com que o confronto com as várias categorias de problemas seja proporcionalmente diminuto, o que sem dúvida terá influência na ausência de diferenças significativas nos desempenhos das crianças.

Contudo, a resolução de problemas é apontada como sendo uma competência transversal e essencial às diferentes áreas e uma das ferramentas fundamentais para se ser matematicamente competente. A resolução de problemas pode ser vista, assim, como uma fonte de aprendizagem rica em significado e que pode proporcionar à criança uma postura activa na procura da solução.

O processo de elaboração de um manual, desde a sua redacção, edição, impressão e distribuição, estima-se que dure entre 6 a 10 anos (Seguin, 1989, cit. por Gérard & Roegiers, 1998). Isto revela a complexidade deste trabalho, no entanto, na realização de um manual escolar não podem ser descuradas as exigências de qualidade científica, didáctica e estética (Santos, 2001).

A actual autonomia na escolha dos manuais poderá implicar algumas desvantagens, pois os professores não dispõem de estudos de avaliação crítica sobre os manuais. Santos (2001), considera fundamental a existência de “uma política que assegure a qualidade científica e pedagógica dos discursos dos manuais (...)”, que accione um sistema

facilitador da apreciação e do controle que facilite às escolas uma selecção mais reflectida” (p. 133).

Mas neste processo reside um ponto delicado que é o isolamento dos factores que contribuem para os desempenhos dos alunos, o que provém da contribuição do manual e o que provém de outros elementos. Gérard e Roegiers (1998), aponta como uma possível solução, uma avaliação comparativa dos desempenhos dos alunos que utilizam (ou utilizaram) o manual com alunos de turmas similares que não utilizam (ou não utilizaram) o manual.

Parece portanto, fundamental desenvolver outros estudos sobre a temática, tendo como objectivo fundamental averiguar a qualidade científica dos manuais e o seu impacto na qualidade do ensino em Portugal. Algumas das dimensões da análise da qualidade científica dos manuais escolares poderia passar pela forma como é trabalhado o valor posicional do número; as operações aritméticas multiplicação e divisão; as noções de geometria e de medida, entre outros.

Referências Bibliográficas

- Ballér, E. (1990). Textbooks and curriculum. In *International Encyclopedia of Educational Evaluation* (p. 205-206). Oxford, England: Pergamon Press.
- Beishuizen, J., Stoutjesdijk, E., & Putten, K. (1994). Studying textbooks: Effects of learning styles, study task, and instruction. In *Learning and Instruction*, 4 (2), 151-174.
- Brissiaud, R. (1989). *Como as Crianças Aprendem a Calcular*. Lisboa: Instituto Piaget.
-
- Brissiaud, R. (1994). Teaching and development: solving “missing addend” problems using subtraction. In *European Journal of Psychology of Education*, 9(4), 343-365.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1982). The development of addition and subtraction problem-solving skills. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (Cap. 2, p. 9-24). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associative.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1983). The acquisition of addition and subtraction concepts. In R. Lesh, & M. Landau (Ed.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (Cap. 2, pp. 7-44). Florida: Academic Press.
- Carraher, T. N. (1989). The Cross-Fertilization of research paradigms. In *Cognition and Instruction*, 6 (4), 319-323.

- Carraher, T., & Carraher, D. (1988). Mathematics as personal and social activity. In *European Journal of Psychology of Education, Esp.*, 63-68.
- Carraher, T., Carraher, D., & Schliemann, A. (1988). *Na Vida Dez, Na Escola Zero*. São Paulo: Cortez Editora.
- Castro, R. V. (1999, Novembro). *Já agora, não se pode exterminá-los? Sobre a representação dos professores em manuais escolares de português*. Comunicação apresentada no I Encontro Internacional sobre Manuais Escolares, “Manuais Escolares - Estatuto, Funções, História”, Braga (reimpressão em R. V. Castro, A. Rodrigues, & J. L. Silva (Ed.), *Manuais Escolares - Estatuto, Funções, História* (p. 189-196). Braga: Universidade do Minho, 1999).
- Charnay, R. (1996). Aprendendo (com) a resolução de problemas. In C. Parra, & I. Saiz (Eds.), *Didáctica da Matemática* (Cap.3, p. 36-47). Porto Alegre: Artes Médicas
- Chassapis, D. (1997). The social ideologies of school mathematics application: A case study of elementary school textbooks. In *For the Learning of Mathematics*, 17 (3), 24-27.
- Choppin, A. (1992). *Les Manuels Scolaires. Histoire et Actualité*. Paris: Hachette.
- Christou, C., Eliophotou-Menon, M., & Philippou, G. (2004). Teachers' concerns regarding the adoption of a new mathematics curriculum: An application of CBAM. In *Educational Studies in Mathematics*, 57 (2), 157-176.
- Decreto-Lei nº 369/90, de 26 de Novembro, publicado pelo Ministério da Educação.

- Duarte, M. C. (1999). Investigação em ensino das ciências: influências ao nível dos manuais escolares. In *Revista Portuguesa de Educação*, 12 (2), 227-248.
- Fayol, M. (1996). *A Criança e o Número: Da Contagem à Resolução de Problemas*. Porto Alegre: Artes Médicas
- Fuson, K. (1982). An analysis of the counting-on solution procedure in addition. In, T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*, (cap. 6, pp. 67-81). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Fuson, K. (1986). Roles of representation and verbalization in the teaching of multi-digit addition and subtraction. In *European Journal of Psychology of Education*, 1 (2), 35-56.
-
- Gérard, F.-M., & Roegiers, X. (1998). *Conceber e Avaliar Manuais Escolares*. Porto: Porto Editora.
- Jitendra, A., Griffin, C., Deatline-Buchman, A., Dipipi-Hoy, C., Sczesniak, E, Sokol, N., & Xin, Y. (2005). Adherence to mathematics professional standards and instructional design criteria for problem-solving in mathematics. In *Council for Exceptional Children*, 71 (3), 319-337.
- Lester, F. K. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (Cap. 8, p. 229-261). Florida: Academic Press.
- Maroco, J. (2003). *Análise Estatística*. Lisboa: Edições Sílabo.

- Martins, M. A., & Neto, F. C. (1990). A influência dos factores sociais contextuais na resolução de problemas. In *Análise Psicológica*, 3 (8), 265-274.
- Martins-Mourão, A. (1997). Factores cognitivos do insucesso na matemática: Conhecimento do sistema de numeração e compreensão do valor de posição em crianças dos 4 aos 7 anos. In *Análise Psicológica*, 4 (15), 573-585.
- McCombs, B, & Whisler, J.S. (2000). *La Clase y la Escuela Centradas en El Aprendiz*. Barcelona: Paidós.
- Ministério da Educação (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico: Competências Essenciais*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Ministério da Educação (2004). *Organização Curricular e Programas do Ensino Básico – 1º Ciclo* (ed. rev.). Mem Martins: Editorial do Ministério da Educação.
-
- Morgado, J. C. (2004). *Manuais Escolares: Contributo Para Uma Análise*. Porto: Porto Editora.
- Nathan, M. J., Long, S. D., & Alibali, M. W. (2002). The symbol precedence view of mathematical development: a corpus analysis of the rhetorical structure of textbooks. In *Discourse Processes*, 33 (1), 1-21.
- Nesher, P. (1982). Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. In T. P. Carpenter, J. M. Moser, & T. A. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (Cap. 3, p.25-38). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associative.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1997). *Crianças Fazendo Matemática*. Porto Alegre: Artmed Editora.

- Piaget, J. (1978). *Seis estudos de psicologia* (8ª Ed.). Lisboa: Publicações Dom Quixote. (obra original publicada em 1973)
- Ponte, J. P., & Serrazina, M. L. (2000). *Didáctica da Matemática do 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Raven, J. C. (1956). *Colored Progressive Matrices (PM47)* (ed. rev). Oxford: Oxford Psychologists Press L^{td}.
- Resnick, L. (1982) Syntax and semantics in learning to subtract. In, T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective*, (cap. 10, pp. 136-155). Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Resnick, L. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (Cap. 3, p. 109-151). Florida: Academic Press.
- Reys, B. J., Reys, R. E., & Chávez, O. (2004). Why mathematics textbooks matter. In *Educational Leadership*, 61 (5), 61-66.
- Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The Development of Mathematical Thinking* (Cap. 4, pp. 153-196). New York: Academic Press.
- Santos, M. E. (2001). *A Cidadania na "Voz" dos Manuais Escolares: O que temos? O que queremos?*. Lisboa: Livros Horizonte.
- Serrazina, L. (1999). *Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em matemática num contexto de reformas curriculares no 1º Ciclo*. Consultado em 25 de Outubro de

2006 através de [http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fp/textos%20 p/99-serrazina.doc](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/jponte/fp/textos%20p/99-serrazina.doc)

- Toluk, Z., & Olkun, S. (2002). Problem solving in Turkish mathematics education : Primary school matematics textbooks. In *Educational Sciences: Theory & Practice*, 2 (2), 579-581.
- Toom, A. (1999). Word problems: Applications or mental manipulatives. In *For the Learning of Mathematics*, 19 (1), 36-38.
- Vergnaud, G. (1982). A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. In, T. Carpenter, J. Moser & T. Romberg (Eds.), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (Cap. 4, pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Vergnaud, G. (1986). ~~Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. In *Análise Psicológica*, 1 (V), 75-90.~~
- Vergnaud, G. (1990). Problem solving and concept-formation in the learning of mathematics. In H. Mamdl, E. De Corte, S. N. Bennett, & H. F. Friedrich (Eds.), *Learning & Instruction: European Research in an International Context* (pp. 399-413). Oxford: Pergamon Press.
- Vergnaud, G. (1997). The nature of mathematical concepts. In T. Nunes, & P. Bryant (Eds.), *Learning and Teaching Mathematics. An Interactional Perspective*. Hove: Psychology Press L^{td}, Publishers.
- Verschaffel, L., & De Corte, E. (1990). Do non-semantic factors also influence the solution process of addition and subtraction word problems? In, In H. Mamdl, E. De

Corte, S. N. Bennett, & H. F. Friedrich (Eds.), *Learning & Instruction: European Research in an International Context* (pp. 415-429). Oxford: Pergamon Press.

Vilela, M. E. (1991). Análise de manuais escolares. In *Ler Educação*, 6, 75-81.

Yakhontova, T. (2001). Textbooks, contexts, and learners. In *English for Specific Purposes*, 20, 397-415.

Anexos

Anexo A

Comparação entre as três categorias de problemas

<i>Problemas</i>	<i>Categorias</i>
<ul style="list-style-type: none"> - X tem 6 bolas no seu bolso direito e 8 no esquerdo. Quantas tem no total? - X tem 6 bolas no seu bolso direito e algumas no esquerdo. Tem 14 no total. Quantas tem no bolso esquerdo? - X tem algumas bolas no seu bolso direito e 8 no esquerdo. Tem 14 no total. Quantas tem no bolso direito? 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Combinação</i> (Riley <i>et al.</i>, 1983) - <i>Composição de duas medidas</i> (Vergnaud, 1982) - <i>Parte-parte-todo</i> (Carpenter & Moser, 1982)
<ul style="list-style-type: none"> - X tinha 3 bolas. Em seguida Y deu-lhe 5. Quantas bolas tem X agora? - X tinha 8 bolas. Depois deu 5 a Y. Quantas bolas tem X agora? - X tinha 3 bolas. Y deu-lhe algumas bolas. Agora X tem 8 bolas. Quantas bolas Y deu a X? - X tinha 8 bolas. Ele deu algumas a Y. Agora X tem 3 bolas. Quantas bolas deu a Y? - X tinha bolas. Y deu-lhe mais 5. Agora X tem 8 bolas. Quantas Y lhe deu? - X tinha bolas. Deu 5 a Y. Agora X tem 3 bolas. Quantas bolas ele tinha? 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Mudança</i> (Riley <i>et al.</i>, 1983) - <i>Transformação unindo duas medidas</i> (Vergnaud, 1982) - <i>Reunião e Separação</i> (Carpenter & Moser, 1982)
<ul style="list-style-type: none"> - X tem 8 bolas. Y tem 5. Quantas bolas X tem a mais que Y? - X tem 8 bolas. Y tem 5. Quantas bolas Y tem a menos que X? - X tem 3 bolas. Y tem 5 bolas a mais que X. Quantas bolas Y tem? - X tem 8 bolas. Y tem 5 a menos. Quantas bolas Y tem? - X tem 8 bolas. Tem 5 bolas a mais que Y. Quantas bolas Y tem? - X tem 3 bolas. Tem 5 bolas a menos que Y. Quantas bolas Y tem? 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Comparação</i> (Carpenter & Moser, 1982; Riley <i>et al.</i>, 1983) - <i>Relação estática entre duas medidas</i> (Vergnaud, 1982)
<ul style="list-style-type: none"> - X ganhou seis bolas esta manhã. Perdeu nove à tarde. No total perdeu três bolas. Quantas bolas perdeu em todo o dia? (existem mais possibilidades de problemas nesta categoria) 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Composição de duas transformações</i> (Vergnaud, 1982)
<ul style="list-style-type: none"> - X devia seis bolas a Y. Ele devolve quatro. Quantas bolas X deve ainda a Y (existem mais possibilidades de problemas nesta categoria) 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Transformação entre duas relações estáticas</i> (Vergnaud, 1982)
<ul style="list-style-type: none"> - X deve oito bolas a Y. Mas Y deve seis bolas a X. Quantas bolas X deve ainda a Y? - X tem sete bolas a mais que Y. Y tem três bolas a menos que Z. Y tem quatro bolas a mais que Z. (existem mais possibilidades de problemas nesta categoria) 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Composição de duas relações estáticas</i> (Vergnaud, 1982)
<ul style="list-style-type: none"> - X tem 3 bolas. Y tem 8 bolas. O que X deve fazer para ter o mesmo número de bolas que Y? - X tem 8 bolas. Y tem 3. O que X deve fazer para ter o mesmo número de bolas que Y? 	<ul style="list-style-type: none"> - <i>Igualamento</i> (Riley <i>et al.</i>, 1983) - <i>Igualamento com adição e com subtração</i> (Carpenter & Moser, 1982)

Anexo B

Descriptives

Descriptive Statistics

	N	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation
Idade	60	7,08	9,25	7,8890	,37832
Matrizes	60	16	35	24,55	4,256
Percentil_M	60	50	95	84,75	15,333
Valid N (listwise)	60				

Statistics – Gp Amiguinhos

	Idade	Matrizes	Percentil_M
N	20	20	20
Valid	0	0	0
Missing			
Mean	7,8685	23,90	84,00
Median	7,8750	24,50	90,00
Mode	7,50	25(a)	95
Std. Deviation	,27298	3,824	16,190
Minimum	7,50	17	50
Maximum	8,25	32	95

a Multiple modes exist. The smallest value is shown

Statistics – Gp Fio-de-Prumo

	Idade	Matrizes	Percentil_M
N	20	20	20
Valid	0	0	0
Missing			
Mean	7,9205	25,95	87,25
Median	7,9600	26,00	95,00
Mode	8,00	27(a)	95
Std. Deviation	,42367	4,936	14,093
Minimum	7,40	16	50
Maximum	9,25	35	95

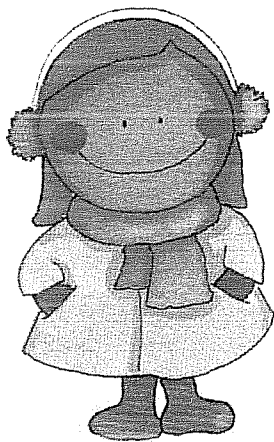
a Multiple modes exist. The smallest value is shown

Statistics – Gp Eu e o Bambi

	Idade	Matrizes	Percentil_M
N	20	20	20
Valid	0	0	0
Missing			
Mean	7,8685	23,90	84,00
Median	7,8750	24,50	90,00
Mode	7,50	25(a)	95
Std. Deviation	,27298	3,824	16,190
Minimum	7,50	17	50
Maximum	8,25	32	95

a Multiple modes exist. The smallest value is shown

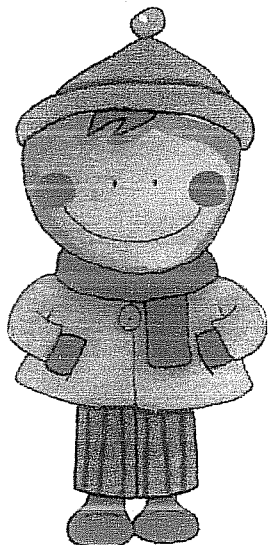
Anexo C



Olá, o meu nome é Helena. Ajuda-me a resolver estes problemas.

123

- 1** – O saco tem 30 gomas de morango, e algumas de ananás. Existem dentro do saco 70 gomas, no total. Quantas gomas existem de ananás?
- 2** – A Patrícia tem 26 anos. Tem 12 anos a mais que o irmão. Quantos anos tem o irmão da Patrícia?
- 3** – O Porto tem 68 pontos. O Vitória de Setúbal tem 15 a menos. Quantos pontos tem o Vitória de Setúbal?
- 4** – O Miguel tem 48 cromos do Sporting e 35 do Benfica. Quantos cromos tem no total?
- 5** – O Pedro tinha 49 berlindes. De seguida, ganhou 24. Quantos berlindes tem o Pedro agora?
- 6** – O carteiro tinha cartas para distribuir. Já distribuiu 24 cartas. Ainda tem 23 para distribuir. Quantas cartas o carteiro tinha para distribuir?
- 7** – A irmã da Mariana tem 56 euros no mealheiro. A Mariana tem 39 euros. Quantos euros tem a Mariana a menos que a irmã?
- 8** – O Duarte tem 35 canetas no seu estojo. Tem 13 canetas a menos que o Tiago. Quantas canetas tem o Tiago?
- 9** – O Sr. Silva tinha 74 macieiras. E plantou mais algumas pereiras. Agora o Sr. Silva tem 92 árvores no total. Quantas pereiras o Sr. Silva plantou?
- 10** – A Rita tinha 56 rebuçados. Deu à Inês 18. Quantos rebuçados tem a Rita agora?
- 11** – A Ana tem alguns euros no bolso direito e 20€ no esquerdo. Tem 24€ no total. Quantos euros a Ana tem no bolso direito?
- 12** – A D. Joana tinha cozido 65 pães. Vendeu alguns. Agora a D. Joana tem 42 pães. Quantos pães vendeu a D. Joana?
- 13** – O Francisco tem 12 carrinhos de brincar. O Carlos tem 7 carrinhos a mais que o Francisco. Quantos carrinhos tem o Carlos?
- 14** – O João e o Nuno estavam a jogar computador. O João fez 68 pontos. O Nuno fez 47 pontos. Quantos pontos o João fez a mais que o Nuno?
- 15** – O autocarro saiu com 34 passageiros. Na paragem a seguir, entraram 4 pessoas e saíram 9. Quantos passageiros seguiram no autocarro?
- 16** – O Rodrigo tinha alguns beyblades. A Mãe deu-lhe mais 4. Agora o Rodrigo tem 25 beyblades. Quantos beyblades o Rodrigo tinha?



Olá, o meu nome é Henrique. Ajuda-me a resolver estes problemas.

124

- 1** – O saco tem 30 gomas de morango, e algumas de ananás. Existem dentro do saco 70 gomas, no total. Quantas gomas existem de ananás?
- 2** – A Patrícia tem 26 anos. Tem 12 anos a mais que o irmão. Quantos anos tem o irmão da Patrícia?
- 3** – O Porto tem 68 pontos. O Vitória de Setúbal tem 15 a menos. Quantos pontos tem o Vitória de Setúbal?
- 4** – O Miguel tem 48 cromos do Sporting e 35 do Benfica. Quantos cromos tem no total?
- 5** – O Pedro tinha 49 berlindes. De seguida, ganhou 24. Quantos berlindes tem o Pedro agora?
- 6** – O carteiro tinha cartas para distribuir. Já distribuiu 24 cartas. Ainda tem 23 para distribuir. Quantas cartas o carteiro tinha para distribuir?
- 7** – A irmã da Mariana tem 56 euros no mealheiro. A Mariana tem 39 euros. Quantos euros tem a Mariana a menos que a irmã?
- 8** – O Duarte tem 35 canetas no seu estojo. Tem 13 canetas a menos que o Tiago. Quantas canetas tem o Tiago?
- 9** – O Sr. Silva tinha 74 macieiras. E plantou mais algumas pereiras. Agora o Sr. Silva tem 92 árvores no total. Quantas pereiras o Sr. Silva plantou?
- 10** – A Rita tinha 56 rebuçados. Deu à Inês 18. Quantos rebuçados tem a Rita agora?
- 11** – A Ana tem alguns euros no bolso direito e 20€ no esquerdo. Tem 24€ no total. Quantos euros a Ana tem no bolso direito?
- 12** – A D. Joana tinha cozido 65 pães. Vendeu alguns. Agora a D. Joana tem 42 pães. Quantos pães vendeu a D. Joana?
- 13** – O Francisco tem 12 carrinhos de brincar. O Carlos tem 7 carrinhos a mais que o Francisco. Quantos carrinhos tem o Carlos?
- 14** – O João e o Nuno estavam a jogar computador. O João fez 68 pontos. O Nuno fez 47 pontos. Quantos pontos o João fez a mais que o Nuno?
- 15** – O autocarro saiu com 34 passageiros. Na paragem a seguir, entraram 4 pessoas e saíram 9. Quantos passageiros seguiram no autocarro?
- 16** – O Rodrigo tinha alguns beyblades. A Mãe deu-lhe mais 4. Agora o Rodrigo tem 25 beyblades. Quantos beyblades o Rodrigo tinha?

Anexo D

Folha de Resposta das Matrizes Progressivas Coloridas

	A		A _B		B	
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
Sub-Totais						

$$\text{Total} = \Sigma - + \Sigma -_{E} + \Sigma E:$$

$$\text{Total} = _ + _ + _$$

$$\text{Total} = _$$

$$\text{Set} = \Sigma \text{Sub-Total Set} - \text{Valor Tabela III}$$

$$A = _ - _ = _$$

$$-_{E} = _ - _ = _$$

$$E = _ - _ = _$$

Sujeito: _____ Data de Nascimento: ___ / ___ / ___

Escola: _____

Anexo E

Apresenta os cálculos:

1 -

2 -

3 -

4 -

Sujeito ____ Data de Nascimento ____/____/____

Escola _____

Apresenta os cálculos:

5 -

6 -

7 -

8 -

Sujeito ____ Data de Nascimento __/__/__

Escola _____

Apresenta os cálculos:
9 -
10 -
11 -
12 -

Sujeito _____ Data de Nascimento ____/____/____

Escola _____

Apresenta os cálculos:	
13 -	
14 -	
15 -	
16 -	

Sujeito ____ Data de Nascimento __/__/__

Escola _____

Anexo F

Oneway

Descriptives

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean			Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound	Mean		
Amiguinhos	20	20,65	6,002	1,342	17,84	23,46	5	29	
Fio de Prumo	20	21,55	6,549	1,464	18,48	24,62	12	32	
Eu e o Bambi	20	19,70	7,270	1,626	16,30	23,10	7	29	
Total	60	20,63	6,559	,847	18,94	22,33	5	32	

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	34,233	2	17,117	,390	,679
Within Groups	2503,700	57	43,925		
Total	2537,933	59			

Anexo G

Oneway

Descriptives

		N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
						Lower Bound	Upper Bound		
1º Problema	Amiguinhos	20	1,10	1,021	,228	,62	1,58	0	2
	Fio de Prumo	20	1,20	,951	,213	,75	1,65	0	2
	Eu e o Bambi	20	,60	,940	,210	,16	1,04	0	2
	Total	60	,97	,991	,128	,71	1,22	0	2
4º Problema	Amiguinhos	20	1,70	,470	,105	1,48	1,92	1	2
	Fio de Prumo	20	1,80	,523	,117	1,56	2,04	0	2
	Eu e o Bambi	20	1,65	,489	,109	1,42	1,88	1	2
	Total	60	1,72	,490	,063	1,59	1,84	0	2
11º Problema	Amiguinhos	20	1,35	,933	,209	,91	1,79	0	2
	Fio de Prumo	20	1,00	1,026	,229	,52	1,48	0	2
	Eu e o Bambi	20	1,25	,967	,216	,80	1,70	0	2
	Total	60	1,20	,971	,125	,95	1,45	0	2

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1º Problema					
Between Groups	4,133	2	2,067	2,190	,121
Within Groups	53,800	57	,944		
Total	57,933	59			
4º Problema					
Between Groups	,233	2	,117	,477	,623
Within Groups	13,950	57	,245		
Total	14,183	59			
11º Problema					
Between Groups	1,300	2	,650	,682	,510
Within Groups	54,300	57	,953		
Total	55,600	59			

Descriptives

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean			Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound	Mean		
TOTCAT I									
Amiguiinhos	20	4,15	1,785	,399	3,31	4,99	1	6	
Fio de Prumo	20	4,00	1,654	,370	3,23	4,77	2	6	
Eu e o Bambi	20	3,50	1,850	,414	2,63	4,37	1	6	
Total	60	3,88	1,757	,227	3,43	4,34	1	6	

ANOVA

TOTCAT I

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	4,633	2	2,317	,744	,480
Within Groups	177,550	57	3,115		
Total	182,183	59			

Anexo H

T-Test

Paired Samples Statistics - Gp Amiguinhos

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 medida_cat_I	2,45	20	1,669	,373
total_cat_I	3,40	20	,940	,210

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 medida_cat_I & total_cat_I	20	,114	,632

Paired Samples Test

Pair 1 medida_cat_I - total_cat_I	Paired Differences		95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Lower	Upper			
	-,950	1,820	-1,802	-,098	-2,334	19	,031

Paired Samples Statistics -- Gp Fio-de-Prumo

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 medida_cat_I	2,20	20	1,735	,388
total_cat_I	3,60	20	1,046	,234

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 medida_cat_I & total_cat_I	20	-,302	,196

Paired Samples Test

	Paired Differences		95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Lower	Upper			
Pair 1 medida_cat_I - total_cat_I	-,1400	2,280	-,2467	-,333	-,2746	19	,013

Paired Samples Statistics -- Gp Eu e o Bambi

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 medida_cat_I	1,85	20	1,663	,372
total_cat_I	3,30	20	,979	,219

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 medida_cat_I & total_cat_I	20	,255	,277

Paired Samples Test

	Paired Differences		95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Lower	Upper			
Pair 1 medida_cat_I - total_cat_I	-1,450	1,701	-2,246	-,654	-3,813	19	,001

Anexo I

Oneway

Descriptives

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound		
5º Problema								
Amiguinhos	20	1,80	,410	,092	1,61	1,99	1	2
Fio de Prumo	20	1,70	,657	,147	1,39	2,01	0	2
Eu e o Bambi	20	1,65	,489	,109	1,42	1,88	1	2
Total	60	1,72	,524	,068	1,58	1,85	0	2
6º Problema								
Amiguinhos	20	1,45	,887	,198	1,03	1,87	0	2
Fio de Prumo	20	1,50	,889	,199	1,08	1,92	0	2
Eu e o Bambi	20	1,75	,550	,123	1,49	2,01	0	2
Total	60	1,57	,789	,102	1,36	1,77	0	2
9º Problema								
Amiguinhos	20	,75	,851	,190	,35	1,15	0	2
Fio de Prumo	20	,65	,813	,182	,27	1,03	0	2
Eu e o Bambi	20	,55	,826	,185	,16	,94	0	2
Total	60	,65	,820	,106	,44	,86	0	2
10º Problema								
Amiguinhos	20	1,15	,587	,131	,88	1,42	0	2
Fio de Prumo	20	1,15	,813	,182	,77	1,53	0	2
Eu e o Bambi	20	1,10	,553	,124	,84	1,36	0	2
Total	60	1,13	,650	,084	,97	1,30	0	2
12º Problema								
Amiguinhos	20	1,70	,657	,147	1,39	2,01	0	2
Fio de Prumo	20	1,90	,447	,100	1,69	2,11	0	2
Eu e o Bambi	20	1,45	,826	,185	1,06	1,84	0	2
Total	60	1,68	,676	,087	1,51	1,86	0	2
16º Problema								
Amiguinhos	20	1,35	,933	,209	,91	1,79	0	2
Fio de Prumo	20	1,20	1,005	,225	,73	1,67	0	2
Eu e o Bambi	20	1,40	,940	,210	,96	1,84	0	2
Total	60	1,32	,948	,122	1,07	1,56	0	2

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
5º Problema					
Between Groups	,233	2	,117	,417	,661
Within Groups	15,950	57	,280		
Total	16,183	59			
6º Problema					
Between Groups	1,033	2	,517	,825	,443
Within Groups	35,700	57	,626		
Total	36,733	59			
9º Problema					
Between Groups	,400	2	,200	,290	,749
Within Groups	39,250	57	,689		
Total	39,650	59			
10º Problema					
Between Groups	,033	2	,017	,038	,963
Within Groups	24,900	57	,437		
Total	24,933	59			
12º Problema					
Between Groups	2,033	2	1,017	2,323	,107
Within Groups	24,950	57	,438		
Total	26,983	59			
16º Problema					
Between Groups	,433	2	,217	,235	,791
Within Groups	52,550	57	,922		
Total	52,983	59			

Descriptives

TOCAT II

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean			Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound			
Amiguinhos	20	8,20	2,142	,479	7,20	9,20	3	11	
Fio de Prumo	20	8,10	2,882	,644	6,75	9,45	3	12	
Eu e o Bambi	20	7,90	2,693	,602	6,64	9,16	3	12	
Total	60	8,07	2,550	,329	7,41	8,73	3	12	

ANOVA

TOCAT II

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	,933	2	,467	,069	,933
Within Groups	382,800	57	6,716		
Total	383,733	59			

Anexo J

T-Test

Paired Samples Statistics -- Gp Amiguinhos

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1	2,45	20	1,191	,266
transf_cat_II				
est_inic_cat_II	2,80	20	1,056	,236
Pair 2	2,95	20	,686	,153
est_final_cat_II				
est_inic_cat_II	2,80	20	1,056	,236
Pair 3	2,95	20	,686	,153
est_final_cat_II				
transf_cat_II	2,45	20	1,191	,266

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1	20	,410	,073
transf_cat_II & est_inic_cat_II			
Pair 2	20	,058	,808
est_final_cat_II & est_inic_cat_II			
Pair 3	20	,287	,221
est_final_cat_II & transf_cat_II			

Paired Samples Test

	Paired Differences			95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 transf_cat_II - est_inic_cat_II	-,350	1,226	,274	-,924	,224	-1,277	19	,217
Pair 2 est_final_cat_II - est_inic_cat_II	,150	1,226	,274	-,424	,724	,547	19	,591
Pair 3 est_final_cat_II - transf_cat_II	,500	1,192	,267	-,058	1,058	1,876	19	,076

Paired Samples Statistics -- Gp Fio-de-Prumo

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 2 est_final_cat_II est_inic_cat_II	2,70	20	1,490	,333
Pair 3 est_final_cat_II est_inic_cat_II	2,85	20	1,268	,284
Pair 3 est_final_cat_II transf_cat_II	2,70	20	1,490	,333
	2,85	20	1,268	,284
	2,55	20	,999	,223

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 transf_cat_II & est_inic_cat_II	20	,223	,345
Pair 2 est_final_cat_II & est_inic_cat_II	20	,504	,023
Pair 3 est_final_cat_II & transf_cat_II	20	,360	,120

Paired Samples Test

	Paired Differences			95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 transf_cat_II - est_inic_cat_II	-,150	1,599	,357	-,898	,598	-,420	19	,679
Pair 2 est_final_cat_II - est_inic_cat_II	,150	1,387	,310	-,499	,799	,484	19	,634
Pair 3 est_final_cat_II - transf_cat_II	,300	1,302	,291	-,309	,909	1,031	19	,316

Paired Samples Statistics – Gp E u e o Bambi

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 transf_cat_II	2,00	20	1,376	,308
est_inic_cat_II	3,15	20	1,226	,274
Pair 2 est_final_cat_II	2,75	20	,851	,190
est_inic_cat_II	3,15	20	1,226	,274
Pair 3 est_final_cat_II	2,75	20	,851	,190
transf_cat_II	2,00	20	1,376	,308

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 transf_cat_II & est_inic_cat_II	20	,312	,181
Pair 2 est_final_cat_II & est_inic_cat_II	20	,492	,028
Pair 3 est_final_cat_II & transf_cat_II	20	,449	,047

Paired Samples Test

	Paired Differences			95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Std. Error Mean	Lower	Upper			
Pair 1 transf_cat_II - est_inic_cat_II	-1,150	1,531	,342	-1,867	-,433	-3,359	19	,003
Pair 2 est_final_cat_II - est_inic_cat_II	-,400	1,095	,245	-,913	,113	-1,633	19	,119
Pair 3 est_final_cat_II - transf_cat_II	,750	1,251	,280	,164	1,336	2,680	19	,015

Anexo L

ANOVA

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
2º Problema	Between Groups	1,233	,617	,640	,531
	Within Groups	54,950	,964		
	Total	56,183	59		
3º Problema	Between Groups	1,600	,800	1,983	,147
	Within Groups	23,000	,404		
	Total	24,600	59		
7º Problema	Between Groups	,533	,267	,689	,506
	Within Groups	22,050	,387		
	Total	22,583	59		
8º Problema	Between Groups	,300	,150	,146	,864
	Within Groups	58,550	1,027		
	Total	58,850	59		
13º Problema	Between Groups	,533	,267	,835	,439
	Within Groups	18,200	,319		
	Total	18,733	59		
14º Problema	Between Groups	1,433	,717	,710	,496
	Within Groups	57,550	1,010		
	Total	58,983	59		

Descriptives

TCAT III

	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean			Minimum	Maximum
					Lower Bound	Upper Bound	Mean		
Amiguiinhos	20	7,30	2,618	,585	6,07	8,53	1	11	
Fio de Prumo	20	8,45	2,328	,521	7,36	9,54	5	12	
Eu e o Bambi	20	7,15	3,117	,697	5,69	8,61	2	12	
Total	60	7,63	2,724	,352	6,93	8,34	1	12	

ANOVA

TCAT III

	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	20,233	2	10,117	1,381	,260
Within Groups	417,700	57	7,328		
Total	437,933	59			

Anexo M

T-Test

Paired Samples Statistics – Gp Amiguinhos

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 medida_cat_III	4,75	20	2,314	,517
total_cat_III	3,40	20	2,437	,545

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 medida_cat_III & total_cat_III	20	,457	,043

Paired Samples Test

	Paired Differences		95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Lower	Upper			
Pair 1 medida_cat_III - total_cat_III	1,350	2,477	,191	2,509	2,438	19	,025

Paired Samples Statistics – Gp Fio-de-Prumo

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 medida_cat_III	5,50	20	2,013	,450
total_cat_III	4,50	20	2,666	,596

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 medida_cat_III & total_cat_III	20	,814	,000

Paired Samples Test

	Paired Differences		95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Lower	Upper			
Pair 1 medida_cat_III - total_cat_III	1,000	1,556	,272	1,728	2,874	19	,010

Paired Samples Statistics – Gp Eu e o Bambi

	Mean	N	Std. Deviation	Std. Error Mean
Pair 1 medida_cat_III	4,60	20	2,415	,540
total_cat_III	3,50	20	3,103	,694

Paired Samples Correlations

	N	Correlation	Sig.
Pair 1 medida_cat_III & total_cat_III	20	,829	,000

Paired Samples Test

	Paired Differences		95% Confidence Interval of the Difference		t	df	Sig. (2-tailed)
	Mean	Std. Deviation	Lower	Upper			
Pair 1 medida_cat_III - total_cat_III	1,100	1,744	,284	1,916	2,820	19	,011

Anexo N

Oneway

Descriptives

15º Problema	N	Mean	Std. Deviation	Std. Error	95% Confidence Interval for Mean		
					Lower Bound	Upper Bound	Minimum
Amiguinhos	20	1,00	,858	,192	1,40	0	2
Fio de Prumo	20	1,00	,918	,205	1,43	0	2
Eu e o Bambi	20	1,15	,813	,182	1,53	0	2
Total	60	1,05	,852	,110	1,27	0	2

ANOVA

15º Problema	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
Between Groups	,300	2	,150	,201	,819
Within Groups	42,550	57	,746		
Total	42,850	59			