

A criança e a matemática — compreensão e rotina nos processos de ensino e aprendizagem (*)

MARIA OCTÁVIA GAMEIRA (**)

1. INTRODUÇÃO

A problemática da aprendizagem matemática foi uma matéria que desde muito cedo despertou o nosso interesse. Dávamos conta de que muitas crianças da escola primária, face a qualquer problema, por simples que fosse, não sabiam como proceder. Só pensavam na «operação» a executar (conta), e algumas diziam-na ao acaso, numa tentativa de acertar, sem tentarem fazer uma análise do problema (texto). Outras faziam essa análise, não das relações existentes entre os termos, mas das palavras que compunham o enunciado do problema. E através de sucessivos sucessos e insucessos, iam encontrando, muitas vezes ajudadas pelas professoras, as palavras que lhes davam a indicação da «operação», mas sem perceberem as relações entre os termos do problema.

Mais tarde, dando explicações de matemática a crianças do ensino secundário,

verificámos como essa má preparação dos primeiros anos escolares influenciava, pelo menos nesta disciplina, os resultados futuros: gosto ou desagrado por essa matéria e, conseqüentemente, sucesso ou insucesso.

Posteriormente, quando tivemos acesso às teorias do conhecimento, mais precisamente às teorias do desenvolvimento cognitivo de Piaget e seus seguidores, logo julgamos poder estar aí a explicação para essas questões.

Será, então, que as dificuldades das crianças em perceber as relações entre os termos dos problemas eram devidas a um insuficiente desenvolvimento cognitivo, no sentido piagetiano do termo, ou, antes, a uma aprendizagem deficiente que as levava a adquirirem, nos primeiros anos escolares, hábitos que seriam mais um obstáculo para a sua compreensão?

Com vista ao esclarecimento destas questões procedemos, ainda que a nível escolar, ao estudo experimental e teórico da aprendizagem matemática nas crianças do ensino primário.

São estas as etapas desse estudo, sumariamente apresentadas, que constituem o tema das considerações que se seguem.

(*) O presente artigo constitui a síntese do trabalho teórico e experimental apresentado na conclusão do Nosso Curso de Psicologia, na área da Educação.

(**) Psicóloga, diplomada pelo ISPA.

2. CONSIDERAÇÕES GERAIS

Desde a publicação dos trabalhos de Piaget sobre o desenvolvimento cognitivo da criança e, em especial, de «A gênese do número na criança», vários trabalhos se têm realizado com base na sua teoria desenvolvimentista e construtivista.

Inhelder, Sinclair e Bovet (1974) partem dos pressupostos piagetianos: elaboração progressiva dos conhecimentos etapa após etapa, estádios de desenvolvimento e noção de equilíbrio e da hipótese por eles levantada de que em situações concretas e inesperadas é possível facilitar a emergência de estruturas cognitivas. Constroem experiências onde dizem ter acelerado esse desenvolvimento, procurando, assim, dar resposta a objecções teóricas anteriormente formuladas por Bruner.

Anne-Nelly Perret-Clermont (1978) faz uma abordagem no mesmo sentido, mas fazendo intervir a confrontação com pontos de vista contraditórios em interacção social. Em 1980, conjuntamente com M.^a Luísa S. Leoni, aborda o problema, já não em sentido lato, mas na mobilização de conhecimentos matemáticos através do conflito sociocognitivo.

Claire Meljac (1979) aborda a actividade da contagem, onde procura averiguar porque, como e com que fim, a criança que sabe contar, se serve espontaneamente na vida corrente dessa técnica. Aborda a actualização desses conhecimentos, ainda em sentido mais estrito que A. N. Perret-Clermont e colaboradores, relacionando-a com o desenvolvimento cognitivo no sentido piagetiano.

Sastre e Moreno (1977) estudaram a gênese das representações simbólicas das quantidades, verificando que há uma evolução gradual com a idade, evolução essa que acompanha o desenvolvimento cognitivo.

Nós numa tentativa de compreender o raciocínio das crianças frente aos problemas matemáticos e de pesquisar o que as

limitava nessas aprendizagens realizámos esta experiência.

Aliás as dificuldades pareciam-nos não se situarem ao nível da «operação» (conta) a efectuar, mas da relação entre aplicações, transformações e composições que os problemas enunciavam e os algoritmos que as representavam, isto é, entre as operações reais e a sua simbolização escrita.

O problema parecia-nos ser:

- 1.º — incompreensão, mesmo ao nível da linguagem natural, pela não compreensão das relações;
- 2.º — o da passagem da linguagem natural para a linguagem matemática, pela não identificação da operação enunciada com determinado algoritmo já conhecido que traduzisse, do modo mais homomorfo possível a realidade.

A criança na escola primária aprende os algoritmos das 4 operações matemáticas fundamentais, mas o que muitas vezes não adquire é a competência de passar da formulação verbal em que os problemas lhe são apresentados, para uma codificação matemática. Em nossa opinião, uma criança pode saber executar os algoritmos da divisão ou multiplicação, mas não adquiriu necessariamente essa operação, nem a competência de codificar problemas desse tipo.

Supomos existirem cinco momentos fundamentais na resolução de qualquer problema matemático:

- 1.º — formulação verbal;
- 2.º — descodificação da linguagem natural, com descoberta das relações entre os termos em presença;
- 3.º — recodificação mental dessas relações em linguagem matemática ou pré-matemática;
- 4.º — codificação do problema em grafismos matemáticos com recurso a

um algoritmo ou algorismos anteriormente aprendidos;

5.º — execução dos algoritmos e verificação dos resultados.

Todos estes momentos apresentam grandes dificuldades para as crianças, sobretudo se aprenderam a executar os algoritmos sem compreenderem as operações. Até a execução e compreensão dos algoritmos, que são, em todo este processo, a parte que nos parece mais fácil, levanta grandes dificuldades. Pensemos na questão do «transporte» nas contas: como é que, ao obter-se a quantidade 12, por exemplo, se escreve 2 e se diz que «sobra 1»? A distributividade da multiplicação em relação à adição e a comutatividade, são outro problema: como é que se contam objectos reais por vezes? A multiplicação por um décimal: como é que se multiplica uma quantidade e fica mais pequena?

Tudo isto deve fazer imensa confusão às crianças, sobretudo se não for explicado convenientemente e acompanhado por situações e objectos reais que as crianças possam manipular, formando conjuntos disjuntos, intercepções, uniões e partições, paralelamente com a sua representação simbólica em linguagem matemática. Parece-nos que é daí que se deve partir, não só para a explicação das respectivas operações e problemas, mas até dos próprios números, para que as crianças vejam na linguagem matemática representações de acções sobre o real.

O momento 1, assim como parte do 2 dependem muito do nível de compreensão da língua materna, e esta, por sua vez, está estritamente ligada ao ambiente sociocultural onde a criança está inserida. O momento 3 e 4 podem ser muito facilitados se se explicar às crianças como é que são e como funcionam os diferentes tipos de problemas, fazendo um paralelismo entre a linguagem natural e a linguagem matemática.

A execução dos algoritmos e a verificação dos resultados, são um momento não menos importante, pois podem servir, se bem explorados, para aclarar e sistematizar o raciocínio.

3. EXPERIÊNCIA

Partindo dos estudos anteriormente citados e do que nós pensamos ser a compreensão dos problemas e suas operações, engendrámos uma experiência em que pudésemos seguir, o mais possível, o raciocínio das crianças, o seu nível de compreensão e como ligava as operações a situações concretas, para seguidamente averiguar se havia alguma correlação entre essas competências, os exercícios escolares e os estádios piagetianos.

Como, para chegar à codificação matemática com total compreensão das operações, é necessário saber contar, representar os números e codificar equações, a nossa experiência foi elaborada numa tentativa de verificar essas aquisições básicas, comparando-as, quando possível, com os estudos acima referidos.

População

A população constou de 47 crianças de ambos os sexos, de idades compreendidas entre os 7 e os 13 anos, frequentando todas o mesmo bloco escolar, mas em três aulas distintas, duas aulas da 2.ª classe e uma da 3.ª. A média das idades das crianças na 2.ª classe era, numa de 9 A. e 3 M. e noutra de 8 A. e 10 M., todas oriundas de nível socioeconómico muito baixo, sendo, à excepção de duas, repetentes ou birrepetentes. Das crianças da 3.ª classe só uma era repetente; a médias das suas idades era de 8 A. e 8 M. e o nível socioeconómico um pouco superior ao das crianças da 2.ª classe. O método de ensino era sensivelmente o mesmo nas três classes.

A experiência desenrolou-se em 3 fases:

1.^a Fase — Foram passadas colectivamente em cada uma das três classes, mas executadas individualmente, fichas de exercícios escolares, tipo equações e inequações lacunares, para verificar o nível de aquisição de conhecimentos matemáticos de cada criança.

2.^a Fase — Foram passadas individualmente e fora da sala de aula, provas de desenvolvimento operatório (provas de Piaget), dando-lhes aspecto lúdico, para as dissociar o mais possível dos deveres escolares. Foram: igualização das quantidades discretas, inclusão das partes num todo, seriação das quantidades contínuas, e composição aditiva das quantidades discretas.

3.^a Fase — Também em situação extra-escolar colocaram-se individualmente três questões (problemas) às crianças, que elas deviam resolver, 1.^o manipulando o material (rebuçados), descrevendo as acções executadas 1.^o oralmente, depois por escrito, de modo que uma terceira pessoa compreendesse o que se passava. Após os problemas resolvidos e codificados, apresentavam-se à criança 7 formas diferentes de codificar um mesmo problema, formas essas que iam desde o desenho até à forma matemática tipo equacional, para que se pronunciasse pela forma que lhe parecia mais correcta e mais rápida de executar. Pretendia-se assim, verificar se a criança não tinha recorrido à equação matemática por não se lembrar ou por lhe parecer inadequada para representar acções reais, ou, caso a ela ter recorrido, se estava segura de ser a mais correcta.

Nesta 3.^a fase, a principal desta experiência, pretendia-se verificar se as crianças procediam por compreensão total das operações e transformações executadas; isto é, se se davam conta do homomorfismo exis-

tente entre os diferentes planos: objectos, conjuntos, linguagem falada e escrita, e, dentro desta, se sabiam qual o algoritmo que representava as operações por elas executadas com os objectos.

Exercícios lacunares

As fichas de exercícios escolares constavam de três grupos de problemas:

1.^o Grupo — Enunciava-se uma igualdade e pedia-se à criança que «adivinhasse» o número que a satisfazia;

2.^o Grupo — Pedia-se que colocasse um dos sinais (=, >, <) nos espaços vazios de modo que ficassem verdadeiras as afirmações;

3.^o Grupo — Pedia-se para a criança «adivinhar» que sinais (+, —, ×) satisfaziam as igualdades.

Os resultados de cada um destes grupos foram tratados em termos de percentagem de exercícios correctos.

Provas piagetianas

— Igualização de quantidades contínuas:

Material: 10 marcas.

Consigne: «faz um montinho como este».

Colocava-se o conjunto das 10 marcas em frente da criança.

— Composição aditiva das quantidades:

Material: 16 rebuçados $(4+4) = (1+7)$.

Consigne: «se um dia comesses estes rebuçados de manhã (apontava-se 4) e estes à tarde (4); no dia seguinte, estes de manhã (7) e este à tarde (1). Qual o dia que comias mais?»

Estas provas, a 1.^a de realização, com colecção de referência e a 2.^a de constatação, sem colecção de referência, tiveram, em parte, por objectivo a comparação com os estudos sobre contagem feitos por Claire Meljac em 1979.

— Inclusão:

Material: 24 marcas brancas e 2 pretas, todas de plástico.

Consigne: depois de a criança verificar e verbalizar que as marcas eram todas de plástico e as brancas muitas e as pretas só duas, perguntava-se-lhe: quais são mais, as brancas ou as de plástico?

— Seriação:

Material: 16 baguetes paralelipédicas, de comprimentos entre 65 e 140 milímetros.

Consigne: 1.^o pedia-se para fazer uma escadinha com metade das baguetes (tamanhos intermédios), depois dizia-se-lhe que a escada tinha os degraus um pouco altos e davam-se-lhe mais baguetes para as intercalar. Por último, dizia-se se um boneco subisse esta escada e parasse aqui (apontava-se mais ou menos o meio), quantos degraus subiu e quantos lhe faltava subir?

A classificação utilizada foi: conservante (C), intermédio (I), não conservante (NC).

Recurso ao simbolismo matemático tipo equacional

Esta prova constou de 3 problemas: um de tipo aditivo, outro de tipo subtractivo e um 3.^o de tipo partitivo.

Material: 8 rebuçados iguais.

Consigne: 1.^o colocavam-se em frente da criança dois montinhos de 4 rebuçados

1.^o problema:

«Vou dar-te estes rebuçados para comeres agora (4) e estes para comeres logo (4). Quantos rebuçados te dou? Ali em baixo sabem que te dou rebuçados, mas não sabem quantos, nem se te dou juntos, se de duas vezes.» Depois de a criança verbalizar a resposta, pedia-se-lhe que escrevesse, do modo mais rápido que conhecesse, quantos rebuçados tinha recebido; e lembrava-se-lhe que os não tinha recebido todos juntos, mas 1.^o um montinho e depois outro, e que não era preciso dizer que eram rebuçados.

2.^o problema:

«Agora tens 8 rebuçados, se uma menina ali no corredor te pedir e tu lheres 2, com quantos ficas?» Depois da manipulação e verbalização pedia-se-lhe para escrever o que acabava de dizer do modo mais rápido que conhecia.

3.^o problema:

«Tens aqui 8 rebuçados, se ao saíres desta sala os teus colegas te pedirem e tu lheres 2 rebuçados a cada um, a quantos meninos podes dar rebuçados?» Depois da respectiva manipulação e verbalização pedia-se-lhe novamente para escrever.

Codificações utilizadas pelas crianças e pontos atribuídos

Adição	Subtração	Divisão
5 pontos	$8-2=6$	$8\div 2=4$
4 » $4+4=8$	$6+2=8$	$8\div 4=2$
3 » $8=4+4$	2 2 6 ou 6	$2+2+2+2=8$ ou $4\times 2=8$ ou 2222
2 » 4 4 8 ou 8 4 4	1 2 3 4 5 6	$2-2-2-2=0$ ou $8-4=2$ ou $4-4-4-4$
1 ponto	linguagem natural, mas números a representar as quantidades.	

Seguidamente apresentava-se-lhe a folha com as diferentes codificações do 1.º problema para que escolhesse a maneira que lhe parecia melhor e mais rápida de o executar.

4. RESULTADOS

Os nossos resultados confirmam, até certo ponto, os obtidos por Greco e Claire Meljac: os comportamentos de enumeração espontânea tendem a crescer com a idade.

Na nossa experiência obtivemos os seguintes resultados: 7 anos 33,33%; 8 anos 66,66%; 9 anos 68,42%; 11 e 13 anos 100% das crianças recorriam espontaneamente à enumeração, podendo considerar-se conservantes na prova de igualização de quantidades.

Fazendo a comparação, não por grupos etários, mas por classes de frequência, verificámos que as crianças da 3.ª classe, sensivelmente mais novas, obtinham melhores

resultados, recorrendo espontaneamente à enumeração 87,5%, enquanto na 2.ª classe só 66,38% o fizeram; só 30,68% tiveram um comportamento intermédio, correspondência termo a termo com configuração como modelo, mas sem contagem imediata e na 3.ª classe só 12,5% das crianças tiveram tal comportamento. A estimação visual da figura só se verificou em 2,94% das crianças da 2.ª classe e em nenhuma da 3.ª

Os resultados na prova de «composição aditiva das quantidades», consideravelmente mais baixos, mas seguem a mesma evolução que se nota na prova anterior. A diferença de realização constatada nas duas provas, 87,5% de C na igualização das quantidades para 31,25% na «composição aditiva», diferença essa na mesma classe, só pode ter a explicação que Claire Meljac lhe deu, ou seja, que tarefas de realização fazem mais apelo ao número que tarefas de constatação, sobretudo se não têm coleção de referência.

Resultados nas provas piagetianas e provas escolares, segundo a classe de pertença

		Seriação	Igual quant.	Comp. aditiv.	Inclusão	Provas escolares
2.ª Classe M. 9 A.	C	67,43 %	66,38 %	18,91 %	10,09 %	68,59 %
	I	25,42 %	30,67 %	77,52 %	10,72 %	
	NC	7,14 %	2,95 %	3,57 %	79,19 %	
3.ª Classe M. 8-9 A.	C	100 %	87,5 %	31,25 %	18,75 %	99,0 %
	I	0 %	12,5 %	68,75 %	18,75 %	
	NC	0 %	0 %	0 %	62,25 %	

Representação em grafismos matemáticos:

Os resultados por nós obtidos foram tratados em 3 planos diferentes:

- a) Num, considerámos só as representações das quantidades, fazendo a comparação com os estudos de Sastre e Moreno (1947).
- b) Noutro considerámos a representação das quantidades e acções, isto é, o recurso ao simbolismo equacional como veículo de transmissão social, comparando os resultados obtidos com os verificados por A. N. Perret-Clermont e M.^a L. Schumberer-Leoni, 51 a 80).
- c) Outro ainda, considerando dentro das representações com recurso ao simbolismo matemático, a correcção da sua representação e sua correlação com os exercícios escolares e provas piagetianas.

Representação gráfica das quantidades

O estudo de Sastre e Moreno (1977) constou de 350 representações gráficas de 50 crianças, de idades compreendidas entre os 6 e os 10 anos. Verificaram que as crianças faziam geralmente desenhos sem qualquer correspondência com a quantidade a representar, outras faziam desenhos esquemáticos em relação biunívoca (tantos números como elementos a representar) e depois só um número para representar a quantidade total. Passaram provas de inclusão a 10 dessas crianças de 10 anos e verificaram que eram conservantes nessa prova.

No nosso estudo só 12,76% se podiam considerar conservantes na prova de inclusão e 21,27% na prova de composição aditiva; e das 126 codificações por elas executadas, todas recorreram ao número para representar as quantidades, algumas não recorreram ao algoritmo das operações (es-

creveram por extenso as acções) e só uma o fez incorrectamente, empregando tantos algarismos como elementos a representar. Uma outra criança, que tinha recorrido à codificação das operações em linguagem natural, empregou um só algarismo para representar as quantidades; na prova de «escolha do simbolismo mais representativo» escolheu a representação «1 2 3 4 5 6 7», como a melhor para representar os 8 elementos.

Creemos que, pelo menos estas duas crianças, não faziam distinção entre a representação das quantidades com um ou vários algarismos, pois ambas as representações lhes pareceram correctas; nas outras crianças, onde este tipo de comportamento não ocorreu, não tivemos oportunidade de verificar. Perante estes resultados não podemos afirmar que é necessário ou suficiente ser conservante na prova de inclusão para saber codificar graficamente as quantidades. Aqui podemos levantar uma questão explicativa: a prova de «inclusão», tal como a de «composição aditiva», é uma prova de constatação e, como tal, deixa as crianças bastante presas ao aspecto visual do conjunto. Ora, um conjunto de 24 marcas pretas e 2 brancas impõe-se muito mais que um conjunto de 7 bombons vermelhos e 2 amarelos (material empregue por Sastre e Moreno, 1977); essa numerosidade não permite que a criança faça uma descentralização visual e pense na totalidade. Há ainda um outro factor que não é de desprezar: a qualidade do dispositivo, sobretudo se a criança pensa em comê-los.

Recurso ao simbolismo matemático tipo equacional

Nos 3 grupos de exercícios escolares por nós propostos às crianças, obtivemos os seguintes resultados: na 2.^a classe 75,53% fez correctamente o 1.^o grupo, 65,09% o 2.^o grupo e 71,66% o 3.^o grupo. Na 3.^a classe

o 1.º e o 3.º grupos foram feitos correctamente por todas as crianças, no 2.º acertaram 97,5%.

Das tarefas (problemas) de tipo aditivo, subtractivo e partitivo, que todas realizam, primeiro no plano dos objectos, seguidamente no nome dos conjuntos e só depois no das representações escritas, obtivemos os resultados seguintes:

— Nenhuma criança mostrou dificuldades, quer no plano dos conjuntos, quer no dos cardinais dos conjuntos por elas formados. Todas fizeram, quer a união, quer a partição e deram respostas verbais correctas. As dificuldades só apareceram no plano das representações escritas.

Das 47 crianças da nossa experiência, só 43 fizeram codificação e dentro destas 18% codificaram em linguagem natural, só empregando os números na representação das quantidades, pelo que pode concluir-se que, ou não conheciam os respectivos algoritmos, o que é de duvidar, pois quase todas essas crianças tinham altas percentagens de

exercícios escolares correctos ou não foram capazes de os actualizar, não encontrando paralelismo entre as acções por elas executadas e os algoritmos respectivos. Além disso, só duas dessas crianças no teste de «escolha do melhor simbolismo» se pronunciaram a favor da representação $(4 + 4 = 8)$ como a mais correcta para representar a acção, o que parece confirmar a hipótese da não actualização dos respectivos algoritmos por não os compreenderem ou por não encontrarem, na escrita matemática, uma forma correcta de transmissão social.

Verificámos que a correlação entre a execução correcta dos exercícios escolares e o recurso à linguagem matemática tipo equacional era nula ($r = 0,088$), donde parece poder concluir-se que fazer exercícios escolares correctos na escola não implica que em situações extra escolares as crianças empreguem esses conhecimentos como transmissão social.

A. N. Perret-Clermont e M.^a L. Schunbauer-Leoni (1980), em experiência idêntica,

Repartição dos 43 sujeitos segundo a % de exercícios escolares correctos e o tipo de codificação utilizada nos 3 tipos de problemas

Percentagem de exercícios	Número de sujeitos																	
	Prova aditiva						Prova subtractiva						Prova partitiva					
	Tipos de codificação					Total	Tipos de codificação					Total	Tipos de codificação					Total
1	2	3	4	5	1		2	3	4	5	1		2	3	4	5		
[100]	11	1	1	0	2	15	13	0	0	0	2	15	5	2	3	1	9	15
	73,3 %						86,6 %						33,33 %					
[100-80]	8	0	1	1	4	13	9	0	0	0	4	13	3	0	3	2	6	13
	61,54 %						69,23 %						23,07 %					
[80-60]	6	0	0	0	2	8	3	3	0	0	2	8	1	0	3	1	3	8
	75 %						37,5 %						12,5 %					
[60-40]	4	0	0	0	0	4	0	2	2	0	0	4	0	0	1	3	0	4
	100 %						0 %						0 %					
[40-20]	1	0	1	0	0	2	0	1	1	0	0	2	0	0	1	0	1	2
	50 %						0 %						0 %					
< 20	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1	0	0	1
	0 %						0 %						0 %					
Totais	30	1	3	1	8	43	25	6	4	0	8	43	9	2	12	7	13	43

verificaram igualmente que as crianças raramente recorriam ao formalismo matemático como transmissão social e que, mesmo as que a ele recorriam, eram pouco explícitas nas suas formulações, apesar de nas provas de exercícios lacunares por eles apresentadas (semelhantes às apresentadas por nós) revelarem certos conhecimentos matemáticos.

Perante estes resultados, pôs-se-nos o problema de saber se a situação por nós proposta, «transmissão de uma mensagem», seria de molde a implicar uma actualização dos conhecimentos matemáticos tipo equacional. Fizemos idêntica experiência com 6 adultos e adolescentes e verificámos que o recurso ou não a esse simbolismo tinha muito a ver com os gostos e vivências dos sujeitos. Parece-nos que a situação por nós proposta, e talvez a criada por A.-N. Perret-Clermont e Schunbauer-Leoni, não era de molde a implicar necessariamente um recurso a essas competências.

Assim, passámos a analisar, nas crianças que recorreram ao simbolismo matemático, o seu grau de correcção e se havia alguma correlação com as provas piagetianas e provas escolares.

Só 9 crianças codificaram correctamente os 3 problemas com perfeito homomorfismo entre as acções e as representações, e dessas 5 tinham todos os exercícios correctos, 3 tinham percentagem que se situava entre 100% e 80% e só uma tinha resultados entre 80 e 60%. As restantes crianças, embora recorrendo ao simbolismo matemático, cometeram vários erros em uma ou mais provas.

Como se pode verificar no quadro atrás a execução correcta dos exercícios escolares não é condição necessária ou suficiente para uma representação simbólica correcta. As codificações do tipo aditivo parecem não ter qualquer relação com os exercícios escolares. As 4 crianças que obitveram clas-

sificações entre 60% e 40% codificaram perfeitamente o problema aditivo, enquanto só 73,33% das crianças que tiveram todos os exercícios certos o fizeram.

Na prova subtractiva nota-se já um certo paralelismo entre as duas *performances*. Talvez isso se verifique por essa prova ter sido passada em 2.º lugar e as crianças terem compreendido entretanto, que era melhor recorrerem aos algoritmos matemáticos que faziam na escola; mas só as que tinham já certa compreensão das operações o conseguisse fazer.

Na prova partitiva a relação do paralelismo é mais nítida. Verifica-se que só uma criança que tem resultados nos exercícios escolares entre 80% e 60% o consegue fazer, todos os outros têm percentagem mais elevada.

Embora só 9 crianças conseguissem uma codificação correcta nesta prova, suas realizações deixam-nos amplamente satisfeitos, porque é geralmente tido por certo, nos meios escolares primários, que a compreensão da operação divisão é muito difícil e raramente atingida, mesmo pelas crianças que frequentam a 4.ª classe. As crianças que codificaram esta operação correctamente eram da 6 3.ª classe e 3 da 2.ª classe, o que nos parece provar que a execução de problemas partitivos com perfeita compreensão da operação é possível desde os primeiros anos de escolaridade.

Feito um estudo estatístico entre o nível de codificação nos 3 problemas e as competências escolares, pelo mesmo teste, obtivemos um $r = 0,508$, que está no limiar da significação, o que é muito pouco, atendendo a que as operações que as crianças codificaram ou tentaram codificar, são as mesmas que fazem diariamente na escola.

Para compararmos os nossos resultados com os de A.-N. Perret-Clermont e S. Leoni, fizemos também o mesmo teste estatístico

entre os exercícios escolares e dois tipos de problemas (aditivo e substractivo): obtivemos um $r = 0,41$, que não é nada significativo.

A relação entre os estádios nas 4 provas de Piaget e o tipo de codificação nos 3 problemas foi igualmente estudado pelo mesmo teste, obtendo-se um $r = 0,48$, que está levemente acima do limite de significância.

A correlação mais significativa por nós obtida $r = 0,65$ foi a executada entre o simbolismo escolhido e o utilizado nos 3

problemas, o que parece confirmar a hipótese: se não codificaram bem não foi, pelo menos na maioria dos casos, por não se lembrarem, mas sim por não saberem actualizar os conhecimentos, pela não compreensão das operações ou pela não relação destas com as acções que executaram em situação extra-escolar.

Para se ter uma visão mais precisa e sintética deste estudo apresentamos um quadro de todas as correlações executadas.

Correlações encontradas entre as diferentes realizações das crianças, através do teste momento-produto

-
- $n = 43 - r = 0,088$ — provas escolares e recuso à codificação matemática.
- $n = 43 - r = 0,29$ — todas as provas piagetianas e recurso do simbolismo matemático tipo aditivo e substractivo.
- $n = 35 - r = 0,41$ — provas escolares e codificação matemática tipo aditivo e substractivo.
- $n = 35 - r = 0,48$ — todas as provas piagetianas e codificação nas três provas.
- $n = 35 - r = 0,48$ — todas as provas piagetianas e exercícios escolares, mas só nos sujeitos que recorreram ao formalismo matemático.
- $n = 35 - r = 0,51$ — provas escolares e codificações nas três provas.
- $n = 35 - r = 0,52$ — prova piagetiana de composição aditiva e codificação aditiva e substractiva.
- $n = 46 - r = 0,52$ — todas as provas piagetianas e exercícios escolares, incluindo os indivíduos que não recorreram ao formalismo matemático.
- $n = 43 - r = 0,65$ — codificação nas três provas e escolha do simbolismo mais adequado.
-

Níveis mínimos de significância ($r = 0,01$)

(2 graus de liberdade): $n = 44 - 0,368$; $n = 41 - 0,389$; $n = 33 - 0,430$.

5. CONCLUSÃO

Dos resultados obtidos nas realizações das crianças, em todas, e da análise pormenorizada que fizemos verificámos, no essencial que:

— O recurso à contagem espontânea pode variar, quer em função do dispositivo

e do modo como é apresentado, quer em função da idade, quer em função dos conhecimentos escolares (classe a que pertence).

— As representações gráficas das quantidades parece não dependerem da compreensão da noção de inclusão, ou do nível atingido nas outras provas piagetianas.

- Ser conservante não é condição necessária ou suficiente para fazer exercícios lacunares correctos, mas há entre estas duas competências uma ligeira correlação.
- A representação matemática como transmissão social parece não estar associada às vivências e motivações dos sujeitos.
- Fazer exercícios lacunares correctos não implica que, em contacto com problemas reais, as crianças, mesmo resolvendo-os acertadamente por acções e verbalizações, sejam capazes de os codificar correctamente.

BIBLIOGRAFIA

- AEBLI, Hans — *Didáctica Psicológica*, Editora Nacional, São Paulo, Brasil, 1978.
- BIDEAUD, Jacqueline — Développement Moral et Développement Cognitif, *Bulletin de Psychologia*, Tome XXXIII; n.º 345.
- CLOMB, Jacques — Responsable de l'Equipe de Recherche Mathématique à l'École Élémentaire. *Apprentissages Mathématiques à l'École Élémentaire*, Institut National de Recherche Pédagogique, Ermel, Paris, 1981. *Cycle Préparatoire; Cycle Élémentaires*, Tomes 1 e 2; *Cycle Moyen*, Tomes 1, 2 e 3.
- GARRET, Henry — *A Estatística na Psicologia e na Educação*.
- GOLDING, Dienes — *Primeiros Passos em Matemática*, Herder, São Paulo, Brasil, 1969. Volume 1 — Lógica e Jogos Lógicos; Volume 2 — Conjuntos, Números e Potências; Volume 3 — Exploração do Espaço.
- HENRIQUES, Gil — Piaget et les Mathématiques, *Bulletin de Psychologie*, Tome XXX, n.º 327.
- INHELDER, Sinclair, e BOVET — *Apprentissage et Structure de la Connaissance*, Puf, Paris, 1974.
- LUCK, Heloísa — *Planejamento em Orientação Educacional*, Petrópolis, Brasil, 1982.
- MELJAC, Claire — *Décrire, Agir et Compter, l'enfant et le dénombrement spontané*, Puf, 1979.
- PERRET-CLERMONT, Anne-Nelly — *A Construção de Inteligência pela Interação Social*, Socicultur, 1979.
- PERRET-CLERMONT, Anne-Nelly; MUGNY Gabriel; DOISE, Willem — *Coordinations Interpersonnelles et Differences Sociologiques dans la Construction de l'Intellect*, 1979.
- PERRET-CLERMONT, Anne-Nelly; SCHUBAUER-LEONI, Maria Luísa — *Interactions Sociales et Representations Symboliques dans le Cadre de Problemas Aditifs, Recherches en Didactique des Mathématiques*, Vol. I, N.º 3, 1980.
- PERRET-CLERMONT, Anne-Nelly — *Approches Psychosociologiques de l'Apprentissage en Situation Collective, Dossiers de Psychologie*, Mars, 1981.
- PERRET-CLERMONT, Anne-Nelly; BRUN, Jean; CONNE, Françoise; SUNBAUER-LEONI — *Decontextualisation et Recontextualisation du Savoir dans l'Enseignement des Mathématiques a des Jeunes Élèves, Interactions Didactiques*, N.º 1, Juillet, 1982.
- PIAGET, Jean — *O Nascimento da Inteligência na Criança*, Zahar, Rio de Janeiro, Brasil.
- PIAGET, Jean e SZEMINSKA, A. — *A Gênese do Número na Criança*, 2.ª edição, Rio de Janeiro, Zahar, 1975.
- PIAGET, Jean — *La Construction du Réel chez l'Enfant*, Neuchâtel, Delachaux et Nestlé, 1937.
- PIAGET, Jean, e INHELDER, Barbel — *Da Lógica da Criança à Lógica do Adolescente*, São Paulo, 1976.
- PIAGET, Jean — *O Desenvolvimento do Pensamento, Equilíbrio das Estruturas Cognitivas*, Publicações Dom Quixote, 1977.
- PIAGET, Jean e INHELDER Barbel — *A Psicologia da Criança do Nascimento à Adolescência*, Morais, 1979.
- RIDING, R. J. — *Aprendizagem Escolar, Mecanismos e Processos*, Livros Horizonte, 1980.
- SASTRE, Genoveva; MORENO, Montserrat — *Representações Gráficas de la Quantitè, Bulletin de Psychologie*, Toxe XXX, N.º 327.
- SAWYER, W. W. — *O Encanto da Matemática*, Ulisseia, 1968.
- KRAITCHAIK, Maurice — *A Matemática dos Jogos ou Recreações Matemáticas*, Publicações Europa-América, 1958.
- VERNAUD, Gérard — *L'Enfant, la Mathématique et la Realité*, Peter Lang, Berne, 1981.

