

1120
3500

DH
AHE/V

INSTITUTO SUPERIOR DE PSICOLOGIA APLICADA
ÁREA DE AQUISIÇÃO DE CONHECIMENTOS MATEMÁTICOS

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO
EM PSICOLOGIA EDUCACIONAL

Como é que as Crianças de 3, 4 e 5 Anos Resolvem
a Tarefa de Comparação de Numerosidade de Conjuntos?

Maria Inês Sá Correia Leite de Almeida - nº 1763

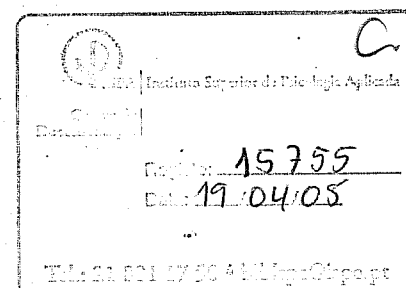
ORIENTADOR: Professora Doutora Glória Ramalho

Instituto Superior de Psicologia Aplicada

SEMINÁRIO DIRIGIDO POR: Professora Doutora Glória Ramalho

Instituto Superior de Psicologia Aplicada

2001 / 2003



Os meus mais sinceros agradecimentos a todos aqueles que me apoiaram durante a elaboração desta dissertação. Gostava de dirigir um obrigado especial às pessoas e instituições, que colaboraram para que esta dissertação fosse possível.

À Prof^a Doutora Glória Ramalho, pela sua disponibilidade e simpatia na orientação deste trabalho, apoio na revisão de texto e no tratamento dos dados. E por todas as suas sugestões, questionamentos crítico e instigações dadas durante as produtivas discussões que tivemos.

Às crianças, famílias e profissionais do “Nosso Colégio” pela facilitação na recolha de dados.

A todos os colegas e amigos, pelo bom ambiente e companheirismo.

Para os meus pais, uma agradecimento especial, pelo incentivo e exemplo de vida.

ERRATA

Página./linha	Onde se lê	Deve ler-se
33, (3ª linha, tabela 2)	<i>subtizing</i>	<i>subitizing</i>
33 (5ª linha, tabela 2)	<i>subtizing</i>	<i>subitizing</i>
37 (5ª linha)	os 2 e os 3 anos	os 3 e os 5 anos
59 (5ª linha)	correctas	por estimação
59 (13ª linha)	correctas	por estimação
59 (15ª linha)	4 anos	3,5 a 5,5 anos
59 (15ª linha)	3 anos	3 a 4,5 anos
59 (16ª linha)	correctas	não incorrectas e com recurso a gestos
59 (2ª linha)	correctamente	não incorrectamente e com recurso a gestos”
61 (6ª linha)	Para	no segundo tempo, para
61 (6ª linha)	correctas	não incorrectas com recurso a gestos
120 (22ª linha da tabela A)	Marta Rovisco	Marta Fonseca
120 (23ª linha da tabela A)	Marta Fonseca, 18-09-98	Beatriz Simões, 15-09-98
120 (24ª linha da tabela A)	Stela, 12-11-98	Zé Mª Carvalho, 26-10-98
120 (25ª linha da tabela A)	Bianca	Stela
120 (26ª linha da tabela A)	Ana Moira, 16-12-98	Bianca, 12-11-98

Página./linha	Onde se lê	Deve ler-se
120 (27ª linha da tabela A)	Beatriz Simões, 15-11-98	Joana Silva, 06-12-98
120 (28ª linha da tabela A)	José Mª Carvalho, 26-10-98	Ana Moira, 16-12-98
120 (29ª linha da tabela A)	Joana Silva, 06-12-98	Joana Santos, 02-01-99
120 (30ª linha da tabela A)	Joana Santos, 02-01-98	Inês Pontes, 16-01-99
120 (31ª linha da tabela A)	Inês Pontes	André, 24-01-99
120 (32ª linha da tabela A)	André, 24-01-99	Mª Carolina, 09-01-99
120 (33ª linha da tabela A)	Mª Carolina, 09-01-99	Bernardo, 17-02-99
120 (34ª linha da tabela A)	Bernardo, 17-02-99	Gastão, 24-03-99
120 (35ª linha da tabela A)		Martim Duarte, 12-04-99
120 (36ª linha da tabela A)		Maria Ruela, 07-05-99

ÍNDICE

Introdução	1
Revisão da literatura	5
<u>A contagem</u>	6
A construção do conceito de número, segundo Gelman	6
Os princípios da contagem	8
O princípio da sequência fiável	8
O princípio da correspondência termo-a-termo	8
O princípio da cardinalidade	9
A contagem numérica versus a enumeração	9
A passagem da contagem numérica para a enumeração	10
As contribuições para a passagem à enumeração	11
O princípio da abstracção	13
O princípio da não pertinência da ordem	13
<u>A percepção visual / contagem convencional</u>	14
<u>Os estimadores</u>	16
<i>Subtizing</i> : fenómeno de percepção global	16
O desenvolvimento do <i>subitizing</i>	17
O modelo de Klahr	17
<u>Os operadores</u>	19
O desenvolvimento de operadores	19
Nível primitivo (2 anos)	20
Nível qualitativo (3/4 anos)	21
Nível superqualitativo (5/6 anos)	21
Nível quantitativo (7/8 anos)	22
O ensaio dos operadores adição e subtracção	24
Ensaio 1	24
Ensaio 2	25
Ensaio 3	26
Resumo do procedimento	28
A representação numérica segundo Cooper	29

Esboço do modelo da representação de número	29
A discriminação	31
A ordenação	31
A determinação do intervalo	32
A génese do conceito de número	34
<u>Explicitação da problemática: objectivos e questões de investigação</u>	35
Metodologia	37
A amostra	37
Os instrumentos	37
O procedimento	37
Discussão da formulação utilizada no procedimento	46
Apresentação e discussão dos resultados	47
<u>A quantificação do número de elementos de um conjunto</u>	47
A categorização das estratégias	47
A codificação das respostas: correcta vs. incorrecta ou estimação vs. contagem	56
Resultados relativos à capacidade de quantificação	57
A veracidade das respostas	57
O recurso à estimação ou à contagem	58
A quantificação com ou sem auxílio dos dedos	60
Discussão dos resultados	62
<u>A comparação de numerosidade relativa</u>	64
A categorização das respostas	64
Conjuntos com numerosidades diferentes	68
Discussão dos resultados	69
Conjuntos com a mesma numerosidade	70
As diferenças observadas entre as formulações 1 e 2, quando a numerosidade se iguala	70
Discussão dos resultados	73
As respostas correctas à formulação 1 em conjuntos com a mesma numerosidade	74
Discussão dos resultados	78
Respostas incorrectas à formulação 1, relativamente a conjuntos com a mesma numerosidade	79

1º momento da 1ª situação (●●-●● na soma e ●●●●-●●●● na subtracção)	81
Discussão dos resultados	81
2º momento da 2ª situação (●●-●● na soma e na subtracção)	82
Discussão dos resultados	82
3º momento da 3ª situação (●●●-●●● na soma e ●●-●● na subtracção)	84
<u>Nível de desenvolvimento demonstrado pelas crianças</u>	84
Critérios de organização, de leitura e de interpretação dos resultados	85
Critérios utilizados na comparação do nível de desenvolvimento obtido nas provas da soma e da subtracção	90
Apresentação e discussão dos resultados	90
Análise do nível de desenvolvimento criança a criança	91
Resultados com coerência	91
Resultados ambíguos	92
Resultados ambíguos na 3ª situação e coerentes na 1ª e 2ª situações	92
Resultados ambíguos na 2ª e 3ª situações e coerentes na 1ª situação	93
Resultados ambíguos pelo menos na 1ª situação	94
<u>Comparação dos resultados da prova da soma com os resultado da prova da subtracção</u>	94
<u>Relação entre a capacidade de quantificação e o nível de desenvolvimento</u>	95
Discussão dos resultados	96
<u>Comparação dos resultados do 1º e 2º tempos e sua discussão</u>	97
Quantificação do número de elementos de um conjunto	97
Correcção	99
Estratégias de quantificação	100
Discussão dos resultados	102
Comparação de numerosidade relativa	103
Nível de desenvolvimento das crianças	106
Discussão dos resultados	107
Análise do nível de desenvolvimento criança a criança	108
Critério utilizados	110
Apresentação e discussão dos resultados	110

Conclusões	112
Implicações pedagógicas	115
Referências bibliográficas	116
Anexos	120

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Tipos de ensaio e modelo do desempenho para experiências de adição/subtração associado ao nível de desempenho demonstrado.

Tabela 2: Sequência de aquisição de capacidades no desenvolvimento da representação numérica.

Tabela 3: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 1 (1º tempo).

Tabela 4: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 2 (1º tempo).

Tabela 5: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 3 (1º tempo).

Tabela 6: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 4 (1º tempo).

Tabela 7: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 1 (2º tempo).

Tabela 8: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 2 (2º tempo).

Tabela 9: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 3 (2º tempo).

Tabela 10: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 4 (2º tempo).

Tabela 11: Categorização das estratégias de resposta

Tabela 12: Legenda dos casos considerados sem resposta

Tabela 13: Casos de estimação correcta

Tabela 14: Casos de enunciação correcta dos elementos do conjunto

Tabela 15: Casos de estimação errada por excesso

Tabela 16: Casos de estimação errada por defeito

Tabela 17: Casos de resposta correcta, fazendo uso dos dedos ou de palavra não quantitativas.

Tabela 18: Casos de contagem sem respeitar a correspondência termo-a-termo.

Tabela 19: Casos de contagem com utilização correcta da correspondência termo-a-termo e incorrecta da linguagem utilizada.

Tabela 20: Divisão das estratégias em estimação vs contagem

Tabela 21: Divisão das estratégias em correcto (V) e incorrecto (F).

Tabela 22: Percentagem aproximada de respostas correctas dadas por crianças de 3 e de 4 anos, à medida que a numerosidade aumenta (1º tempo).

Tabela 23: Percentagem aproximada de respostas correctas dadas por crianças de 4,5 a 5 anos e de 3 a 4,5 anos, à medida que a numerosidade aumenta (2º tempo).

Tabela 24: Percentagem aproximada de respostas por estimação dadas por crianças de 3 e de 4 anos, à medida que a numerosidade aumenta (1º tempo).

Tabela 25: Percentagem aproximada de respostas por estimação dadas por crianças de 4,5 a 5,5 e de 3 a 4 anos, à medida que a numerosidade aumenta (2º tempo).

Tabela 26: Percentagem aproximada de respostas não incorrectas e com recurso a gestos, dadas por crianças de 3 e de 4 anos, à medida que a numerosidade aumenta (1º tempo).

Tabela 27: Percentagem aproximada de respostas não incorrectas e com recurso a gestos, dadas por crianças de 4,5 a 5,5 e de 3 a 4 anos, à medida que a numerosidade aumenta (2º tempo).

Tabela 28: Resultados da prova da adição relativamente à capacidade de comparação de numerosidade de dois conjuntos (1º tempo).

Tabela 29: Resultados da prova da subtracção relativamente à capacidade de comparação de numerosidade de dois conjuntos (1º tempo).

Tabela 30: Resultados da prova da adição relativamente à capacidade de comparação de numerosidade de dois conjuntos (2º tempo).

Tabela 31: Resultados da prova da subtracção relativamente à capacidade de comparação de numerosidade de dois conjuntos (2º tempo).

Tabela 32: Diferença do número de respostas correctas entre as formulações 1 e 2 (1º tempo).

Tabela 33: Diferença do número de respostas correctas entre as formulações 1 e 2 (2º tempo).

Tabela 34: Número de crianças que responderam incorrectamente à formulação 1 e simultaneamente correctamente à formulação 2 (1º tempo).

Tabela 35: Número de crianças que responderam incorrectamente à formulação 1 e simultaneamente correctamente à formulação 2 (2º tempo).

Tabela 36: Respostas correctas à formulação, nos momentos em que a numerosidade se iguala (1º tempo).

Tabela 37: Respostas correctas à formulação 1, nos momentos em que a numerosidade se iguala (2º tempo).

Tabela 38: Frequência com que surge cada tipo de resposta correcta, nas provas de adição e subtracção, relativamente a conjuntos com igual numerosidade (1º tempo).

Tabela 39: Frequência com que surge cada tipo de resposta correcta, nas provas de adição e subtracção, relativamente a conjuntos com igual numerosidade (2º tempo).

Tabela 40: Comparação entre as vezes que as crianças erram apontando para a direita e erram apontando para a esquerda, quando as numerosidades se igualam, na formulação 1, (1º tempo).

Tabela 41: Comparação entre as vezes que as crianças erram apontando para a direita e erram apontando para a esquerda, quando as numerosidades se igualam, na formulação 1, (2º tempo).

Tabela 42: Correspondência entre as sequências de correcção das respostas e os níveis de comparação de numerosidade, segundo Cooper.

Tabela 43: Níveis de desenvolvimento demonstrados por 44 crianças no 1º tempo e por 34 crianças no 2º tempo

Tabela 44: Frequência da cada tipo de resposta em 88 momentos

Tabela 45: Frequência de cada tipo de resposta em 78 momentos (2º tempo)

Tabela 46: Níveis de desenvolvimento demonstrado pelas crianças e tipo de respostas ambíguas

Tabela 47: Frequência de crianças que respondem melhor à prova da subtracção e vice-versa.

Tabela 48: Níveis de desenvolvimento segundo Cooper, identificados nas respostas coerentes demonstradas (1º tempo).

Tabela 49: Níveis de desenvolvimento segundo Cooper, identificados nas respostas coerentes demonstradas (2º tempo).

Tabela 50: Níveis de desenvolvimento compatíveis com a sequência de respostas dadas nas 1º e 2º situações, letras A e B (1º tempo).

Tabela 51: Níveis de desenvolvimento compatíveis com a sequência de respostas dadas nas 1º e 2º situações, Letras a e B (2º tempo).

Tabela 52: Respostas ambíguas na 2ª e 3ª situações, letra C (1º tempo).

Tabela 53: Respostas ambíguas na 2ª e 3ª situações, letra C (2º tempo).

Tabela 54: Respostas ambíguas na 1ª situação, letra D (1º tempo).

Tabela 55: Respostas ambíguas na 1ª situação, letra D (2º tempo).

Tabela 56: Percentagem aproximada às unidades de crianças que quantificam correctamente e por estimação, das crianças que apresentaram melhores e piores resultados na comparação de numerosidade (1º tempo).

Tabela 57: Percentagem aproximada às unidades de crianças que quantificam correctamente e por estimação, das crianças que apresentaram melhores e piores resultados na comparação de numerosidade (2º tempo).

Tabela 58: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 1, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo, (1º tempo, 34 crianças).

Tabela 59: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 2, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo, (1º tempo, 34 crianças).

Tabela 60: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 3, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo, (1º tempo, 34 crianças).

Tabela 61: Estratégias utilizadas para quantificar numerosidades iguais a 4, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo, (1º tempo, 34 crianças)

Tabela 62: Correção das respostas, à medida que a numerosidade aumenta, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (1º tempo, 34 crianças).

Tabela 63: Comparação do número médio, aproximado às unidades, de respostas correctas, nos 1º e 2º tempos, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (1º tempo, 34 crianças).

Tabela 64: Frequência de crianças que utilizam as estratégia de estimação ou de contagem, à medida que a numerosidade aumenta, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (34 crianças, 1º tempo).

Tabela 65: Comparação do número médio de vezes, aproximado às unidades, que as crianças recorrem a cada tipo de estratégia nos 1º e 2º tempos, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (1º tempo, 34 crianças).

Tabela 66: Frequência de crianças que não dão respostas incorrectas, quantificando com ou sem gestos, à medida que a numerosidade aumenta, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (34 crianças, 1º tempo).

Tabela 67: Comparação do número médio de vezes, aproximado às unidades, que as crianças não respondem incorrectamente, recorrendo à utilização de gestos ou não, para quantificar numerosidades, nos 1º e 2º tempos (34 crianças).

Tabela 68: Relação entre as capacidades de comparação nos 1º e 2º tempos, na prova da adição (34 crianças).

Tabela 69: Relação entre as capacidades de comparação nos 1º e 2º tempos, na prova da subtracção (34 crianças).

Tabela 70: Comparação do número de crianças que deram simultaneamente uma respostas incorrecta à formulação 1 e correcta à formulação 2, quando as numerosidades se igualam.

Tabela 71: Comparação das respostas correctas á formulação 1, nos momentos em que as numerosidades se igualam.

Tabela 72: Comparação entre as frequências dos níveis alcançados nos 1º e 2º tempos, na prova da adição.

Tabela 73: Comparação entre as frequências dos níveis alcançados nos 1º e 2º tempos, na prova da subtracção.

Tabela 74: Comparação da frequência de cada tipo de respostas em 68 momentos nos 1º e 2º tempos (34 crianças).

Tabela 75: Níveis de desenvolvimento demonstrado pelas 34 crianças nos 2 tempos.

Tabela 76: Mudanças verificadas do 1º para o 2º tempo.

LISTA DAS FIGURAS

Figura 1: A investigadora coloca dois elementos em cada um dos tabuleiros (numerosidade inicial igual, na situação 1)

Figura 2: A investigadora pergunta à criança “quantos estão aqui?”, apontando para o tabuleiro da esquerda

Figura 3: A investigadora pergunta à criança “quantos estão aqui?” apontando para o tabuleiro da direita.

Figura 4: A investigadora acrescenta um elemento ao conjunto da direita e pergunta “E agora, qual é o que tem mais?”

Figura 5: A resposta da criança à pergunta “qual é que tem mais?”

Figura 6: A investigadora acrescenta novamente um elemento ao conjunto da direita e repete a pergunta “E agora, qual é o que tem mais?”

Figura 7: A resposta da criança à pergunta “qual é o que tem mais?”

LISTA DE ANEXOS

Anexo A: Sequência de aquisição de capacidades no desenvolvimento da representação numérica

Anexo B: Identificação da amostra

Anexo C: Grelha de registo individual da prova de adição

Anexo D: Grelha de registo individual da prova de subtracção

RESUMO

A problemática em análise nesta tese diz respeito aos precursores das operações matemáticas e os precursores do conceito de número em crianças de idade pré-escolar. O presente estudo tem como principal objectivo descrever o modo como as crianças de 3, 4 e 5 anos resolvem uma tarefa de comparação de numerosidade de conjuntos, isto é, o modo como relacionam a sua numerosidade relativa inicial, a sua transformação e a sua numerosidade final, em função de sucessivas adições e subtracções. Para atingir este objectivo, 44 crianças foram sujeitas a duas provas envolvendo acções de adição e subtracção num 1º tempo (Junho de 2002), que foram repetidas por 34 dessas 44 crianças num 2º tempo (Fevereiro 2003). As provas foram aplicadas individualmente, sempre pela mesma investigadora. Os resultados obtidos pelas crianças nos dois tempos são descritos e comparados.

As provas em causa implicaram não só a tarefa de comparação da cardinalidade de conjuntos (nosso principal objectivo) como a de identificação dessa cardinalidade. Relativamente a esta última tarefa, verificou-se a existência de mais respostas correctas, por estimação e por recurso às palavras, quando a numerosidade dos conjuntos é menor ou quando testamos as crianças mais velhas, do que quando a numerosidade dos conjuntos é maior ou quando testamos as crianças mais novas.

No que diz respeito ao níveis descritos por Cooper, relativamente à capacidade de comparação de numerosidades, obtivemos uma polaridade entre respostas de nível 1 e de nível 4. Não se verificou praticamente nenhuma resposta de níveis intermédios. Obteve-se sim, ao longo de várias provas, respostas que não foram consistentes com qualquer dos quatro níveis descritos por Cooper. De facto, os resultados deste estudo indicam uma antecipação da utilização do nível quantitativo face à idade a que Cooper atribui o seu domínio. Essas respostas de nível desenvolvimental superior aumentaram do 1º para o 2º tempo, isto é, à medida que a idade das crianças testadas aumentou.

INTRODUÇÃO

Esta investigação tentará ilustrar algumas capacidades precoces de que as crianças de idade pré-escolar são já possuidoras, tendo como objectivo específico descrever e caracterizar a forma como elas resolvem a tarefa de comparação de numerosidade relativa de conjuntos, associando-a aos níveis de desenvolvimento descritos por Cooper. Será também feita a descrição do modo como as crianças quantificam, identificando-se tanto as dificuldades que encontram como as estratégias que utilizam, na execução da tarefa em causa.

Tal como são necessárias determinadas aquisições antes de se aprender a ler, também é imprescindível que as crianças tenham presente algumas regras matemáticas para que possam evoluir, com sucesso, nesta área. O paralelismo entre o campo de investigação da aquisição dos conhecimentos matemáticos e da aquisição da leitura e da escrita é tentador, já que ambas as aprendizagens recorrem a noções adquiridas antes do ensino primário. Por esse motivo, ao debruçar-me sobre as primeiras noções matemáticas, e mesmo considerando os números como conceitos diferentes das categorias naturais designadas por termos da linguagem corrente (Brissiaud, 1994), não posso deixar de chamar a atenção para a origem da compreensão da leitura e da escrita.

Assim, tanto a consciência fonética, fonológica, lexical e silábica, como a compreensão da função da tarefa de ler, as conceptualizações sobre a linguagem, o conhecimento do nome, das letras e da linguagem técnica da leitura e da escrita, constituem condições prévias para a aprendizagem das mesmas, as quais se começam a evidenciar desde os anos pré-escolares. Martins (1996) refere que o êxito das crianças passa pela compreensão dos objectivos funcionais da leitura e da natureza da tarefa de ler e salientam as implicações que as capacidades metalinguísticas precoces exercem sobre a aprendizagem da leitura e/ou da escrita, nomeadamente o conhecimento do nome e das letras, a linguagem técnica da leitura/escrita, a detecção de fonemas, as capacidades fonológicas e lexicais e as consciências silábica, fonológica e lexical.

Os múltiplos saberes de que a criança é portadora antes da entrada na escola, entre os quais se incluem também alguns conceitos de natureza matemática, são essenciais para que se desenvolvam outros mais complexos e formais. Esses

conhecimentos, embora ainda que sob uma forma primitiva, encontram-se na base dos raciocínios necessários à evolução do processo de aprendizagem e, por essa razão, não devem ser ignorados.

Ao longo da minha curta actividade profissional como Educadora de Infância, tenho vindo a verificar que, muito antes do ensino formal, as crianças já têm alguma noção sobre o que é ler, escrever, fazer contas e avaliar quantidades. Esta observação corrobora a ideia de Vigotsky (1977), autor que entende que a aprendizagem escolar nunca parte do zero, que toda a aprendizagem da criança na escola tem uma pré-história. Klein e Starkey (2000) referem que a construção informal do raciocínio matemático sofre uma evolução significativa durante a idade pré-escolar.

Enquanto estudante de Mestrado em Psicologia Educacional no I.S.P.A., quis centrar a minha tese de investigação-acção no estudo de alguns precursores matemáticos presentes em crianças de idade pré-escolar. Como irei expor ao longo deste trabalho, a área de estudo que escolhi abordará, mais especificamente, os precursores das operações matemáticas e os precursores do conceito de número em crianças de Jardim-de-Infância.

A prática pedagógica deve investir nos primeiros anos de vida, partindo do princípio de que a sua qualidade poderá ser facilitadora do sucesso escolar e da integração social das crianças. O comportamento das crianças entre os 2 e os 5 anos já revela conhecimentos precursores do conceito de número e até conhecimentos precursores das operações matemáticas de adição e subtração. Blevins *et al.* (1981) referem que os trabalhos desenvolvidos por Gelman (1977), Brush (1972), Smedslund (1966) sugerem que as crianças em idade pré-escolar sabem que a adição significa que “há mais do que antes” e que uma subtração significa que “ficam menos do que antes” e que a adição e a subtração são operações inversas. Assim, o desenvolvimento deste trabalho de investigação incide na compreensão do modo como as crianças de jardim de infância operam matematicamente. Mais especificamente, incide sobre a resolução da tarefa de comparação de numerosidade de conjuntos, pretendendo o tema escolhido dar resposta à seguinte pergunta: “De que forma é que as crianças de 3, 4 e 5 anos resolvem a tarefa de comparação de numerosidade de conjuntos?”.

O conceito de número, de acordo com Gelman (1986), implica que a criança tome consciência e utilize na contagem o princípio da sequência fiável, o princípio da correspondência termo-a-termo, o princípio da cardinalidade, o princípio da abstracção e o princípio da não pertinência da ordem.

Conforme o desenvolvimento das crianças, assim estas utilizam diferentes capacidades para determinar numerosidade, de acordo com a opinião de Cooper (1991). Numa primeira fase, as crianças só são capazes de discriminar se dois elementos são ou não iguais. Mais tarde, já conseguem determinar qual dos conjuntos inclui mais elementos e são capazes de os ordenar. No entanto, só mais tarde ainda, tomam consciência de quantos elementos existem a mais num determinado conjunto face a outro (determinação intervalar).

Os Estimadores e os Operadores constituem exemplos de competências, competências essas utilizadas para representar numerosidades absolutas ou relativas, respectivamente, e para determinar o efeito de uma transformação de numerosidade, operando acções de adição ou de subtracção. Todas as referências feitas ao longo deste trabalho, no que diz respeito aos Estimadores ou aos Operadores, têm como base a sua distinção de acordo com Gelman (1972).

Se a ordenação surge como uma capacidade que denota maior evolução do desenvolvimento do que a discriminação e se a determinação intervalar denota mais desenvolvimento do que a ordenação, a estimacção surge antes dos operadores. Acresce que, tanto os Estimadores como os Operadores sofrem evolução. Sejam eles a contagem, a percepção global, assim referida por Brissiaud, (1989) e denominada por *subitizing* pelos autores anglo-saxónicos, ou na correspondência um-a-um ou termo-a-termo, a capacidade de fazer estimativas melhora com a idade. Verifica-se, concretamente, que crianças com 3 anos estimam quantidades em conjuntos só com três elementos, enquanto que com 5 anos o fazem para quatro elementos e aos 7 anos já com seis elementos.

De acordo com Cooper (1991), durante o primeiro ano e meio de vida, a capacidade do bebé para discriminar pequenas numerosidade (*subitizing*) dá-lhe informação cardinal e o uso que faz desta informação é inicialmente limitado à discriminação do igual por comparação com o que é diferente. Após fazer uso da competência de discriminação, uma criança com 2 anos faz uso da capacidade de ordenação e aprende a ordenar os estados *subitizados*: $1 < 2 < 3 < \text{muitos}$. No entanto, só aos 3-4 anos é que aprende a contar grandes numerosidades relativas ($<, =, >$) e aos 5-6 a ordenar os estimadores de numerosidade aproximada ($<<, <, =, >, >>$). Com cerca dos 7-8 anos, a criança já consegue contar indefinidamente. Relativamente ao desenvolvimento dos Operadores, Cooper defende a existência de uma sequência de desenvolvimento na compreensão da adição e da subtracção, distinguindo quatro níveis evolutivos: Primitivo, Qualitativo, Superqualitativo e Quantitativo. Esta sequência de regras, utilizadas pelas crianças para predizer os efeitos de adições e

subtracções na numerosidade relativa de dois conjuntos, traduz o facto de uma criança com menos de 2 anos classificar sistematicamente as transformações. Posteriormente, no entender de uma criança com cerca de 2 anos, uma adição ou uma subtracção significam sempre mais ou menos, respectivamente, não tomando no entanto em conta a numerosidade inicial. Só mais tarde é que a criança toma atenção à magnitude da série inicial e da transformação, passando a qualificar (3-4 anos ou 5-6 anos, dependendo do facto dessa noção, ser aplicável a diferenças de um ou mais elementos) e, finalmente, (7-8 anos) a quantificar essas diferenças.

A fundamentação teórica específica deste trabalho centra-se essencialmente em duas publicações: Cooper, R. (1991). *The role of mathematical transformations and practice in mathematical development*. In L. Steffe (Ed) *Epistemological Foundations of Mathematical Experience*. New York: Springer-Verlag. 102-123 e Cooper, R, Starckey P & Blevins, B (1983). *Numerical representation from infancy to middle childhood: what develops?* In D. Riguers & J. Sloboda (Eds) *The acquisition of Symbolic Skills*. New York: Plenum Press, pp. 523-533.

Esta dissertação encontra-se organizada em seis capítulos. No primeiro, apresenta-se um enquadramento teórico centrado no desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos complementado por contribuições mais específicas referentes aos dos precursores das operações matemáticas. Aborda os vários tipos de representação numérica e o modo como esta evolui ao longo do crescimento, bem como as competências a que as crianças das várias idades recorrem quando necessitam de representar uma numerosidade. Inclui ainda uma breve explicação sobre os precursores das operações matemáticas e do conceito de número em crianças de idade pré-escolar, segundo uma perspectiva evolutiva. No segundo capítulo descreve-se a metodologia adoptada. No terceiro capítulo apresenta-se os resultados. No quarto capítulo são apresentados e discutidos os resultados. No quinto capítulo, apresentam-se as conclusões e as implicações pedagógicas para as práticas educativas no Jardim de Infância e termina com sugestões para pesquisas futuras. Por último, no sexto capítulo encontram-se os anexos.

REVISÃO DA LITERATURA

Este capítulo aborda os vários tipos de representação numérica e o modo como esta evolui ao longo do crescimento, bem como as competências a que as crianças das várias idades recorrem quando necessitam de representar uma numerosidade. Inclui ainda uma breve explicação sobre os precursores das operações matemáticas e do conceito de número em crianças de idade pré-escolar, segundo uma perspectiva evolutiva.

A CONTAGEM

A Construção do Conceito de Número, Segundo Gelman

Segundo Brissiaud (1989), a contagem é, no início, um procedimento transmitido socialmente que não conduz a uma representação. Cooper (1991) concorda com a ideia e acrescenta que é através da sua experiência repetida que a criança apreende o significado do sistema de contagem e dos conceitos matemáticos, organizando o conhecimento e adquirindo novas informações, úteis para o desenvolvimento do seu sistema cognitivo.

Piaget (1991), como qualquer construtivista, defende que o conhecimento é construído à custa da acção e concebe, especificamente, a contagem como sendo um procedimento que inicialmente a criança executa sem perceber o seu significado quantitativo. Assim, a relação numérica é primeiro estabelecida pela via da acção e só posteriormente pela via oral.

Pelo contrário, Gelman, que é inatista, considera que nascemos já com essas competências, defendendo que a contagem é um procedimento que permite um tratamento quantitativo. Segundo a psicologia americana de Gelman e Gallistel (1978), as crianças possuem competência para contar, encarando a contagem precoce, sem relação com a noção de quantidade. Gelman defende que a contagem é demasiado complexa para resultar somente de um treino, ainda que esse treino reative competências já existentes. A forma como as crianças conseguem fazê-lo, levou-o a pensar que essa competência implica que elas conheçam, de forma implícita, os 5 seguintes princípios: o princípio da sequência fiável, o princípio da correspondência termo-a-termo, o princípio da cardinalidade, o princípio da abstracção e o princípio da não pertinência da ordem.

Experiências executadas por Gelman e Gallistel (1986), usando colecções de objectos com menos de 5 elementos, mostraram que muitas crianças americanas, com 3 anos de idade, conseguem respeitar estes princípios isoladamente, ou seja, independentemente uns dos outros. Cada um dos 4 princípios da contagem, enunciados por Gelman, evoluem independentemente do conhecimento dos outros princípios e independentemente do conhecimento da sequência convencional das palavras-número ou contagem numérica. A dificuldade que as crianças de 3 anos encontram para conseguir respeitar simultaneamente vários princípios resulta, de

acordo com Gelman, de uma sobrecarga mental, que decorre das dificuldades de gestão e de controle da execução da tarefa. Para Gelman, o desenvolvimento da competência da contagem deve-se sobretudo à aprendizagem por parte da criança da coordenação do uso dos tais 5 princípios e a dificuldade consiste em conseguir coordenar os princípios. Assim, não saber contar, não significa que não tenha as bases, até porque estes princípios são inatos, mas sim que não foram treinados.

Brissiaud (1989) refere que uma criança só sabe contar se souber aplicar o princípio 2, que é o princípio da correspondência termo-a-termo de Gelman, já que, para contar, ela terá de saber colocar em correspondência, termo-a-termo, os objectos de uma colecção com as palavras que correspondem ao número da contagem numérica. Mas esse princípio, por si só, não é suficiente. Tal como os restantes 4 princípios, este é necessário mas não suficiente para a contagem. Consideremos os exemplos práticos que em seguida se referem. Se uma criança for solicitada a contar 4 berlindes e responder "1,2,5,7" , esta não está a respeitar o princípio que diz que a sequência fiável é um, dois, três... No entanto, está em conformidade com o princípio da correspondência termo-a-termo, porque a cada elemento da colecção faz corresponder só uma palavra-número. Relativamente à presença ou ausência dos princípios para o caso de apresentarmos 5 berlindes e lhe perguntarmos quantos se encontram na sua frente e ela responder "1,2,4,7,7. Sete" a interpretação será igual à do exemplo anterior. Deverá acrescentar-se que esta resposta pressupõe ainda o domínio do princípio da cardinalidade, uma vez que atribui à última palavra número um estatuto diferente em relação às outras, pois designa a quantidade de membros da colecção.

Por outro lado, os erros encontrados nas crianças mais jovens, para mais do que 3/4 objectos, são a ausência de coordenação entre apontar para os objectos e recitar a contagem. É o que acontece quando a criança pronuncia uma palavra-número no percurso que o dedo faz entre dois objectos, provocando o deslocamento de uma unidade. Com este tipo de erro não se representa a quantidade, porque não se faz uma correspondência termo-a- termo, falha a "coreografia".

Os Princípios da Contagem

Princípio da Sequência Fiável

Pode também ser chamado de princípio da ordem estável, denominação essa que decorre do facto da criança supor que a ordem em que se constituem os números apresentados é estável e pode ser repetida. Este princípio salvaguarda o facto que se contar sempre segundo uma sequência fiável, sendo ela a seguinte: um, dois, três, quatro, cinco, seis....

O Princípio da Correspondência Termo-a-Termo

A criança estabelece uma correspondência termo-a-termo, entre a enumeração verbal e cada elemento do conjunto apresentado, tendo como base o facto de um objecto já enumerado não poder ser repetido.

Assim que a criança conta os elementos de uma colecção, por exemplo de 4 elementos, dizendo "um, dois, três, quatro...", está a respeitar o princípio da correspondência termo-a-termo, mesmo que a palavra-número não seja a adequada.

Pelo contrário, quando a criança retarda as actividades de contagem, ou não faz corresponder a cada elemento da colecção uma palavra-número, parece revelar que ela não compreendeu o significado do que fez. Mas este comportamento pode também ser explicado por um simples erro de execução e se lhes dissermos para fazê-lo mais devagar pode ser o suficiente para esta ser bem sucedida. Algumas crianças, mesmo que se lembrem das palavras-número, controlam insuficientemente o apontar. Estes casos provêm da grande focalização da atenção sobre o aspecto ritual do recitar, porque a criança está preocupada em mostrar que conhece bem a contagem numérica ou porque a recitação constitui uma dificuldade que é pensada e tentada ultrapassar, ao contrário do restante.

Existem modos de privilegiar o trabalho de colocação em correspondência termo-a-termo, mais do que a apropriação da ordem das palavras-número. Se o adulto propuser a actividade sendo ele a recitar a contagem e o aluno adaptar o seu gesto de apontar ao enunciar das palavras-número ditas pelo adulto, retira-se a tarefa de contagem à criança, para que ela possa dar atenção à correspondência termo-a-termo. Se o professor variar entre o ritmo rápido e lento, torna a tarefa mais lúdica e obriga a criança a tomar atenção permanente às palavras do adulto, exercitando a coordenação com o seu apontar.

O Princípio da Cardinalidade

O princípio da cardinalidade refere que a última palavra-número pronunciada não tem o mesmo estatuto das outras, designa a quantidade de membros da colecção, ou seja, apresenta o cardinal do conjunto. Por exemplo, uma criança que conta uma colecção de 5 objectos dizendo “um, dois, quatro, sete... sete” não respeita o princípio da correspondência termo-a-termo, mas respeita o princípio da cardinalidade, porque fornece como resposta a última palavra pronunciada. Para compreendermos este princípio é importante lembrar a abordagem de Brissiaud (1989) relativamente aos conceitos de “Contagem numérica” e de “enumeração”.

A contagem numérica versus a enumeração.

Ao se referirem à contagem feita pelas crianças, todos os autores franceses distinguem dois tipos de contagem, segundo o significado que a criança atribui às palavras-número que pronuncia. Fischer e Meljac (1987) fala em “contagem em sentido forte” e “contagem em sentido fraco” e Chichignoud (1985) de “contagem” e “enumeração”, em que a contagem tem sentido genérico e a enumeração aparece como contagem particular.

A “contagem” não consiste numa representação de quantidade; é somente ensinada como ritual. É uma competência avaliada sem a preocupação de inserir a sua aprendizagem nos contextos que permitem a tomada de consciência do seu interesse prático. Contar é colocar em correspondência, termo a termo, os objectos de uma colecção fazendo respeitar a ordem convencional. Antes de cerca dos 4 anos e meio, se perguntarmos a uma criança quantos objectos há numa colecção, ela conta-os no seu conjunto, mas nem sempre sabe que se extrair a última palavra-número terá a resposta. Ao perguntarmos várias vezes ela repete o procedimento, parecendo tratar-se de uma condicionante. Esta “contagem automática” chama-se “Contagem numérica”.

Relativamente ao conceito de “Enumeração”, a criança só sabe enumerar uma colecção quando a última palavra-número deixa de ser só um simples número e passa também a representar a quantidade de todos os objectos. A contagem do adulto constitui enumeração, porque, quando conta, por exemplo até quatro, ele sabe que há quatro objectos.

A passagem da contagem numérica para a enumeração.

A utilização da contagem numérica pela criança poderá ser só para mostrar ao adulto que sabe contar. A maioria das crianças passam por uma fase em que sabem contar como uma prática cultural e sabem que ao “contar até longe torna-se grande”. Como demonstram os estudos referidos por Droz e Paschoud (1981), a contagem numérica poderá também ser uma ferramenta eficaz para algumas crianças, na resolução de pequenos problemas, respondendo “aqui há: um, dois e ali há: um, dois, três então ali há mais, porque aqui é um, dois”. Neste caso, a palavra-número pronunciada não vale mais do que as outras, não representa uma quantidade, é um número que se refere unicamente ao objecto apontado. No entanto, a criança sabe que quando vai mais longe na lenga-lenga da contagem, tal significa que há mais objectos.

O problema que se coloca é qual o critério para julgar que a contagem de uma criança não é mais contagem numérica e que a última palavra-número não tem o mesmo estatuto que as outras e designa a quantidade de membros de uma colecção, ou seja, que respeita o princípio da cardinalidade. Existe uma diferença de critérios entre os autores. Alguns investigadores, em particular Gelman (1986), pensam que a criança tem essa noção desde o momento em que isola a última palavra-número que pronunciou para responder a uma questão começada por “quantos há”. Gelman (1986) considera que pelos 4 anos e meio todas as crianças já sabem enunciar uma colecção de objectos, ao passo que para outros investigadores e numerosos professores esta competência revela-se em muitas crianças mais tardiamente. Para estes últimos, o comportamento descrito não é significativo, na medida em que a criança pode repetir a última palavra devido ao facto de ter percebido que é isso que é preciso dizer para acertar uma resposta. É frequente que o adulto repita e dê uma entoação e estatuto particular à última palavra-número, fazendo com que a criança a repita, possivelmente como simples adopção à expectativa do adulto. Assim, a criança percebe que para uma pergunta de “quantos há?” é preciso repetir o último número sem ter a noção que este representa a quantidade; a contagem assemelhar-se-á à enumeração mas continua a ser uma contagem numérica. Segundo Fuson *et al* 1985 (citado por Brissiaud 1989), a criança aplica a regra da última palavra pronunciada. No entanto, a resposta certa não significa que tenha o seu conhecimento: é apenas o nome do último objecto. Relativamente a esta matéria, Brissiaud (1989) afirma que a criança pode dizer correctamente quantos elementos estão num conjunto, sem lhes atribuir a noção de quantidade (propriedade do conjunto de objectos) e Piaget completa esta ideia dizendo também que quando a criança diz “1,2,3,4,5” e diz “são 5” pode não ter integrado a noção de número, porque acertar no procedimento não

significa que conheça as noções numéricas. Isto é, as crianças podem constatar que uma colecção tem mais elementos do que outra sem terem ainda apreendido a noção de cardinalidade de um conjunto.

Brissiaud (1989) refere o papel que tem a manipulação de jogos de dados e dos próprios dedos, durante a fase em que a criança acerta no número de objectos do conjunto sem que isso tenha significado. Tal pode ajudar a criança a encarar o número como uma propriedade e fazer a correspondência com o número de conjuntos, evitando que esta acerte no número só porque sabe ser a resposta pretendida pelo adulto, como reflexo de uma regra social. Abaixar sucessivamente um dedo é um modo de representação numérica, um processo que pode facilitar a comparação entre colecção-testemunho e número.

A transição da contagem numérica para a enumeração é difícil, principalmente quando se trata de grandes colecções. Gelman (1986) observou que há mais de 80% de sucesso na enumeração de colecções de 5 objectos. No entanto, quando o número de objectos aumenta, a dificuldade também aumenta. Inclusivamente, segundo Comitti *et al* (1980), existem crianças, do 1º ciclo do Ensino Básico, que esquecem o número de objectos ou os recontam duas vezes em colecções de 30 objectos. É preciso ajudar a criança a aprender a colocar em correspondência termo-a-termo. Para chegar à enumeração a partir da contagem numérica, a criança tem de dar um duplo significado à última palavra-número pronunciada: passar do objecto (“o sete”) para a quantidade de todos os objectos (“os setes”) Fuson e Hall (1983) explicam que a criança tem de trocar o significado desta palavra-número. A dificuldade desta mudança está na especificidade da sua prática linguística, porque ao pronunciar as palavras “borracha”, “sacola”, “caneta” denominamos os objectos de forma quantitativa, referimo-nos ao objecto e não ao conjunto de objectos. O uso de palavras-número conduz à sua utilização como conjunto de objectos, mas terá de se ultrapassar um obstáculo linguístico.

As contribuições para a passagem à enumeração.

É frequente que as crianças, antes dos 4 anos, manipulem dominós e jogos de dados. Nestes jogos, as quantidades são representadas de maneira a facilitar o seu reconhecimento e a sua rápida enumeração, porque estão sob a forma de configurações denominadas constelações. A criança nomeia a constelação e não a quantidade a que corresponde. A quantidade é invariável mesmo que se mude a configuração espacial. Embora nas constelações manipuladas nos jogos a palavra-número seja determinada pelo reconhecimento global de um conjunto de pontos,

enquanto na contagem numérica a palavra número é determinada por um dos seus elementos. Assim, o uso das constelações pode facilitar o acesso à enumeração.

Para ajudar a criança a chegar à enumeração, o adulto poderá recitar a contagem numérica enquanto a criança aponta os objectos correspondentes, ou intervir nos jogos de dados e de dominós para ajudar a criança a tomar consciência do duplo significado das palavras número que designam as constelações. Outro factor de progresso poderá ser ensinar a criança a utilizar a sua contagem numérica ao usar números na resolução de problemas. Algumas crianças utilizam a contagem numérica eficazmente para comparar as quantidades. Ao enumerar objectos deslocáveis, a criança sabe que a cada uma das palavras-número pronunciadas corresponde uma quantidade.

Os antigos pedagogos recomendavam o emprego do procedimento de deslocar objectos pois a criança controla a sua contagem ao separar objectos já contados dos que restam contar: torna-se mais propício para a criança não ver as palavras-número como simples números.

Contudo, ensinar a contagem precocemente conduz, frequentemente, à situação em que as crianças atribuem às palavras-número o significado de número o que poderá dificultar a sua utilização para designar quantidades. A questão que se coloca é em que idade se deve ensinar a contagem. A proposta de Brissiaud (1989) é ensina-la por volta dos 4 anos e dar sugestões avançadas para iniciar as crianças ainda precocemente.

Relativamente à construção do conceito do número, para Piaget e Szeminska (1941) a criança acede ao número de elementos de uma colecção quando é capaz de coordenar a enumeração e a totalização das unidades dessa colecção. Antes de o conseguir, utiliza apenas o equivalente a uma cópia figurativa, possível para os pequenos números. Brissiaud refere que, ao contrário do que acontece com a contagem, Piaget (1991) considera que esta capacidade resulta do desenvolvimento da lógica. No entanto, Piaget considera que a criança não acede realmente ao número de elementos de uma colecção quando é capaz de coordenar a enumeração e a totalidade das suas unidades. O autor pensa que esta capacidade resulta do desenvolvimento de competências gerais, independentes do saber-fazer específico do domínio numérico, tais como o dos pequenos números, da contagem e da correspondência termo-a-termo.

O Princípio da Abstracção

O princípio da abstracção salvaguarda o facto de se poderem reagrupar elementos de natureza diferente numa colecção para serem contados; pressupõe que os restantes 4 princípios possam ser aplicados a qualquer conjunto. A título de exemplo, 3 elementos são sempre 3 elementos, quer sejam 3 palavras, 3 desenhos, ou 3 batatas. O que está em causa na contagem é a capacidade de a criança se abstrair da natureza física dos objectos de modo a perceber que esta não tem relação com a diferença de numerosidade.

O Princípio da Não Pertinência da Ordem

Se baixarmos os dedos começando pelo polegar ou pelo mínimo, o anelar não tem o mesmo valor, podendo valer quatro ou dois, porque a sequência ordenada é diferente. Por essa razão, a ordem resulta de uma convenção culturalmente e socialmente transmitida; só fazendo a mesma escolha e só com uma ordem de algarismos, números e palavras-números comum a todos é que os elementos de uma comunidade se podem compreender. Por exemplo, o sinal "5" representa a quantidade sob uma forma aparentemente arbitrária: trata-se de uma representação convencional.

Em contrapartida, pelas colecções-testemunho, a quantidade está a ser representada de forma similar àquela sob a qual é percebida: representação analógica dessa quantidade. Quatro dedos levantados representam sempre a mesma quantidade, quaisquer que sejam os dedos.

O princípio da não pertinência da ordem surge em consequência da compreensão, por parte da criança, de que a ordem de enumeração é irrelevante porque não afecta o resultado da contagem.

A PERCEPÇÃO VISUAL / CONTAGEM CONVENCIONAL

Até 1970 confrontavam-se duas concepções pedagógicas sobre as primeiras aprendizagens numéricas: a primeira, protagonizada pelos “pedagogos contadores” de que é exemplo Lacour, e a segunda pelos “pedagogos visuais” de que é exemplo Brachet. Segundo Fischer (1982) citado por Brissiaud (1989), os pedagogos ditos contadores utilizam a prática intensiva da contagem, com objectos em linha e em desordem, começando por uma extremidade e depois pela outra, para esclarecer se o lugar interfere ou não com o número atribuído, dando conta unidade por unidade. Por seu lado, os pedagogos conhecidos por visuais caracterizam-se pelo tratamento rápido da percepção visual global. Esta concepção emprega constelações, para sensibilizar para a quantidade conjunta e da distância da visão conjunta: 4 é $2+2$ e $3+1$. Steffe e von Glasersfeld (1985) defendem que os progressos na compreensão dependem da confrontação destas duas concepções complementares. Consideram ainda que a criança acede à representação numérica das quantidades através do uso conjunto da contagem e das constelações, progredindo, no que respeita a pequenas quantidades, tanto ao nível da percepção visual como da contagem das constelações, complementando a aprendizagem da contagem.

Para a representação da numerosidade de um conjunto podemos recorrer a um de dois processos. Como será pormenorizadamente explicado, conforme se utiliza ou não a percepção global, assim a solução escolhida poderá ser a estimadora ou a operadora. Concretamente, numa tarefa de conservação, a criança pode determinar a resposta correcta com base num de dois processos: 1) re-estimando a numerosidade relativa de 2 filas ou 2) utilizando um conhecimento operador, que altere a localização espacial e não mude a numerosidade. Há autores que argumentam que tanto a capacidade de estimar como de operar se desenvolvem segundo a ordem apresentada, se bem que se verifique também um desenvolvimento dentro de cada tipo de capacidade.

Por exemplo, numa tarefa de conservação do número, a criança pode determinar a resposta correcta usando o conhecimento de que a posição espacial não altera a numerosidade. Se o professor disser à criança que pode contar os objectos após ter-lhe perguntado “quantos há?” e ela responder “três”, sem contar, estará a dar-lhe a possibilidade de constatar que a palavra-número (“três”) foi obtida da

percepção global e é a mesma em que termina a contagem. O facto do professor dizer “tu podes contá-los” é interpretado pela criança como “tu podes mostrar” e tem um papel importante na aprendizagem, na medida em que a criança passa a tomar consciência que a palavra três designa ao mesmo tempo o número de um objecto durante uma contagem e a quantidade global.

Podemos então dizer que os “pedagogos contadores” se relacionam mais com a solução operadora e que os “pedagogos visuais” concebem a aprendizagem numérica utilizando a solução estimadora.

Gelman (1972) fez a distinção entre estimadores e operadores, na qual se baseou tanto este trabalho como os desenvolvidos por Cooper *et al* e por Blevins *et al* (1981).

OS ESTIMADORES

Segundo Gelman (1972), a estimação é uma competência ou capacidade para representar uma numerosidade, absoluta ou relativa. A estimação pode ser feita por contagem, por correspondência termo-a-termo ou por *subitizing*.

Subitizing: Fenómeno de Percepção Global

Os anglo-saxónicos chamam *subitizing* ao fenómeno de percepção directa e global de pequenas quantidades. Por outras palavras, o *subitizing* é a capacidade de identificar rapidamente, de um modo quase instantâneo e com segurança a quantidade correspondente a uma colecção muito pequena (até 3, 4 elementos) e caracteriza-se por combinar grupos de elementos para estimar. Por essa razão, Gelman & Gallistel (1978) consideram que o desenvolvimento do *subitizing* é rápido, exacto no que respeita a pequenas numerosidades e realizado sem necessidade de contagem.

A típica demonstração de *subitizing*, no que diz respeito aos adultos, consiste em perguntar quantos objectos estão num arranjo de objectos a uma pessoa após ter-lhe sido exposto o arranjo durante um breve período de tempo. Para numerosidades inferiores a 4, os adultos são extremamente exactos. Para 5 ou 6 elementos só alguns adultos são exactos e para um número superior a 7 os adultos têm que contar com cuidado.

Tal como os adultos, também as crianças discriminam pequenas numerosidades com exactidão. Starkey & Cooper (1980) demonstraram que as crianças, mesmo antes de contarem, podem ser capazes de discriminar o número de objectos durante uma exposição tão curta quanto 200 milissegundos* fortalecendo ainda mais a afirmação de que esta competência é mesmo *subitizing*.

O *subitizing*, tal como a contagem e a correspondência um-a-um, constitui o exemplo de um estimador. No entanto, o *subitizing* é considerado como um modo diferente da contagem convencional. A contagem é inicialmente um procedimento transmitido socialmente que, contrariamente ao *subitizing* não conduz a uma representação quantitativa. Segundo Cooper (1983) o *subitizing* é a capacidade de

* A partir de 1 décimo do segundo a pessoa compreende o que vê.

“guardar” e fazer comparações de diferença e de semelhança, de pequenas numerosidades, mediante representações absolutas não ordenadas.

Segundo Brissiaud (1994), Gelman considera que o *subitizing* é o resultado de uma contagem interiorizada e automatizada, correspondente à expressão verbal, resultante de uma contagem não verbal (Gelman e Gallistel, 1978).

O Desenvolvimento do *Subitizing*

Contrariamente à contagem, Cooper (1991) refere-se ao *subitizing* como sendo uma capacidade inata. Cooper e Starkey (1977) mostraram que, desde muito cedo, nomeadamente durante a segunda infância, a gama de numerosidade que pode ser *subitizada* vai crescendo e que se verifica um desenvolvimento significativo dos estimadores. As primeiras demonstrações de *subitizing* são mais elementares.

Do ponto de vista de Brissiaud (1989), por volta dos 4 anos as crianças percebem colecções de 1, 2 ou 3 objectos e, mediante a quantidade que observam, são capazes de pronunciar a palavra-número a que corresponde uma quantidade menor que 4 independentemente da contagem. Mais tarde e segundo Starkey e Cooper (1980) cit por Cooper (1983), sensivelmente entre os 3 e os 5 anos de idade, o alcance das numerosidades *subitizadas* aumenta de 3 para 4 elementos. Dos 5 aos 7 anos de idade, algumas crianças aprendem a agrupar ou a *subitizar* os grupos e combinam-nos para estimar numerosidades entre 5 e 6. Além disso, têm a capacidade de fazer estimativas grosseiras de numerosidades improvisadas. Imagine-se, por exemplo, uma criança a quem são apresentados 15 objectos, expostos por um breve período de tempo e lhe é pedido que determine se aquele conjunto tem 8 objectos. As crianças de 4 anos (que foram seleccionadas por terem a capacidade de contar de modo exacto até 20) são incapazes de responder a esta questão com exactidão sem ser aleatoriamente, ao passo que crianças com 6 anos, embora não soubessem quantos lá estavam, tinham a certeza que não estavam lá 8 objectos. Esta experiência mostra que a estimativa de numerosidade aproximada está ordenada e integrada nas representações de número absoluto ilícito pelos nomes dos números.

Em resumo, o *subitizing* é uma competência que está sujeita a uma mudança desenvolvimental; a capacidade para fazer estimativas melhora ao longo do tempo.

O Modelo de KLAHR

Em 1976, Klahr e Wallace descrevem o modo como as crianças adquirem as primeiras noções quantitativas, . Consideram que a contagem é inicialmente um processo transmitido socialmente, que conduz a criança à representação quantitativa, e atribuem um papel fundamental ao tratamento da informação quantitativa por *subitizing*.

Para Klahr e Wallace o princípio da cardinalidade emerge do facto da criança constatar que o “um”, “dois” ou “três”, que ela usa num contexto de *subitizing*, corresponde ao último nome pronunciado num contexto de contagem.

Klahr distingue estados de transformações. Os estados são inicialmente estabelecidos por quantificadores (resultantes de *subitizing*, de contagem, etc.). As transformações podem conservar a quantidade (por exemplo, espalhando os elementos da colecção) ou mudar a quantidade (por exemplo, adicionando).

Klahr defende que as crianças podem armazenar na memória, ao longo do tempo, sequências de estados e de transformações. A generalização a partir destes estados armazenados permitiria a formação de sequências comuns consistentes. Um mecanismo de eliminação de redundância aumentaria a eficiência do sistema eliminando fases desnecessárias.

OS OPERADORES

Os operadores encontram-se a um nível superior relativamente ao estimadores. Concretamente, os problemas de conservação são inicialmente resolvidos usando estimadores e as soluções operadoras só se desenvolvem mais tarde. Cooper (1983) mostrou que a criança usa, primeiramente soluções de estimadores, em seguida, soluções computacionais/operacionais e por fim compreende o princípio geral (a diferença é dupla do número de objectos movido)

Os operadores, quer seja operando a adição ou operando a subtracção, são competências ou capacidades utilizadas para determinar o efeito de uma transformação, quer em numerosidades absolutas quer em numerosidades relativas.

Blevins *et al* (1891) refere que tanto a adição e a subtracção como a conservação são exemplos de operadores que se relacionam. Gruen (1965), Wallach, Wall e Anderson (1961) examinam o facto da compreensão das operações de adição e subtracção facilitarem o desenvolvimento da noção de conservação de número. Cooper *et al* (1978) relembra que Piaget, Bryant e Paeill (1975) explicam que as crianças compreendam a conservação através da seguinte regra: um conjunto permanece inalterado se não lhe adicionarmos ou subtrairmos nada. Blevins *et al* (1981) e Cooper *et al* (1978) defendem que as crianças no estágio pré-operatório demonstram as mesmas dificuldades operacionais mediante as tarefas de adição, subtracção e conservação de número. Como será tratado mais tarde, a compreensão qualitativa das tarefas de adição e subtracção é necessária mas não suficiente para a conservação de número e, segundo Cooper *et al* (1978), antecede-a em 1 ano, pois ao utilizar qualquer um dos operadores as crianças têm de integrar a informação da numerosidade inicial, de maneira a preverem correctamente a numerosidade relativa final.

Desenvolvimento de Operadores

Por analogia com o que se verifica com o *subitizing*, os operadores sofrem um desenvolvimento ao longo do crescimento da criança, marcado por uma sequência. Cooper (1991) defende a existência de uma sequência fiável de soluções operativas, de regras para prever os efeitos de adições e subtracções relativamente a dois

conjuntos. A sequência do desenvolvimento da compreensão da adição e subtração foi descrita pelo autor como dependendo da quantificação da numerosidade relativa, que se torna, progressivamente, mais elaborada. O autor dividiu a sequência de regras em quatro níveis: nível primitivo, nível qualitativo, nível super-qualitativo e nível quantitativo, segundo um modelo que depende da integração da informação estimatória e operatória (Blevins *et al*, 1981). O termo estágio é utilizado para traduzir um modo coerente de comportamento. Até à data, não se sabe a natureza da transição entre diversos estágios, mas, segundo Cooper (1991), cada nova regra faz uso e elabora a regra anterior, e o desenvolvimento de novas regras depende da descoberta dos limites das regras presentes. Em seguida, serão caracterizados os diversos níveis referidos.

A descrição destes 4 estádios baseia-se num estudo de Bush (1978) cit. Por Cooper (1991) que demonstra que algumas crianças afirmam que um conjunto ao qual se adiciona um elemento fica com mais elementos do que o outro (ao qual não adicionamos), mesmo que o conjunto ao qual adicionamos tenha menos elementos. Os estádios evidenciam que a compreensão da adição e da subtração não se limita aos casos em que a numerosidade inicial é a mesma.

O Nível Primitivo (2 anos)

A este nível, a noção de relação de “mais do que antes” confunde-se com a de “mais do que o outro”. Não há a compreensão de que o estado inicial da numerosidade relativa é importante para prever o efeito da transformação. Neste estágio, as crianças centram-se somente nos efeitos da transformação e acreditam que uma **adição significa sempre mais** e uma **subtração significa sempre menos**, independentemente da numerosidade inicial. Esta aproximação funciona em alguns casos, mas não em todos (ver fig.1), só se adequa quando os conjuntos iniciais têm o mesmo cardinal ou quando a transformação, levada a cabo pela adição ou subtração, aumenta a sua diferença de numerosidade.

O Nível Qualitativo (3/4 anos)

Aos 3/4 anos, a criança encontra-se no estágio qualitativo e diferencia o “**mais do que antes**” do “**mais do que o outro**”. Antes deste estágio é pois desenvolvida a capacidade de as crianças focalizarem a atenção em unidades numéricas. Contrariamente à regra primitiva, as crianças tomam em consideração o estado inicial, mas não quantificam as diferenças. As crianças sabem que a adição e a subtracção são operações inversas. Elas prestam atenção à informação acerca da diferença existente entre dois conjuntos e acerca da transformação, mas codificam muita informação qualitativamente e não quantitativamente. A regra qualitativa só funciona quando a numerosidade inicial dos conjuntos é igual ou difere em 1 elemento, o que significa que as crianças podem codificar dois conjuntos de **iguais**, um **maior que** outro ou um **menor que** outro, embora sem quantificar a magnitude da diferença. As crianças neste estágio sabem que a adição ou subtracção em conjuntos desiguais pode conduzir à igualdade, mas, devido ao facto de codificarem mais informação de uma forma relativa em vez de absoluta, cometem erros em alguns problemas de adição e subtracção.

O Nível Superqualitativo. (5/6 anos)

Neste nível, a criança ainda não quantifica a numerosidade relativa. A criança discrimina entre diferenças de 1 ou mais que 1, mas não quantifica estas últimas, dando uma solução operadora correcta somente quando os conjuntos são iguais ou diferem em 1 ou 2 elementos.

A numerosidade relativa está presente nas expressões: “**muito menos que**”, “**menos que**”, “**igual a**”, “**maior do que**”, “**muito maior do que**”. Assim, a criança não utiliza o número nas cinco classes ordenadas a que correspondem as expressões enunciadas: são classes não quantitativas.

O Nível Quantitativo: (7/8 anos)

Neste nível, a criança quantifica a diferença inicial e quantifica a diferença final. Neste estágio, as crianças quantificam as diferenças absolutas entre duas séries e a magnitude da transformação (tabela I).

Ensaios dos Operadores Adição e Subtração

Os ensaios que irei descrever em seguida baseiam-se em experiências que foram conduzidas por Cooper ao longo de 5 anos (de 1978 a 1982), das quais resultou um suporte substancial para o conceito da existência de uma sequência de quatro estágios na compreensão da adição e subtração. Assim, os 6 tipos de ensaios sumariados na tabela 1, constituem uma tentativa de esquematizar as regras utilizadas pelas crianças, quando são solicitadas a interpretar o efeito que a adição ou a subtração produz na numerosidade relativa. Estas, por sua vez, caracterizam os quatro níveis de desenvolvimento dos operadores definidos por Cooper.

Os últimos três estágios distinguem-se do estágio primitivo porque as crianças que os dominam têm em conta a diferença de numerosidade inicial existente entre os conjuntos e a magnitude da transformação. As crianças no estágio qualitativo codificam a magnitude relativa dos conjuntos a comparar, enquanto as crianças no estágio quantitativo codificam as diferenças absolutas entre eles. Blevins *et al* (1981) questiona se a natureza do desvio existente entre os níveis qualitativo e quantitativo se baseia no facto da capacidade de lidar com diferenças de numerosidades iguais a 1 unidade implicar uma compreensão diferente da capacidade de lidar com diferenças iguais a 2 ou mais unidades.

A linha superior da tabela 1 representa três ensaios comparativos utilizando o operador adição e a linha inferior os outros três ensaios comparativos, usando o operador subtração. As colunas dizem respeito ao nível de desempenho demonstrado pelas crianças, nível esse que poderá ser de origem primitiva, qualitativa, super-qualitativa ou quantitativa.

Passarei a explicar o procedimento dos ensaios 1, 2 e 3 da experiência da adição, de modo a tornar compreensível o que é essencial para se poder concluir que uma criança atingiu cada um dos quatro níveis em causa. Ou seja, como interpretar em termos desenvolvimentais as respostas dadas pelas crianças em cada um dos 3 ensaios.

Ensaio 1

Passos seguidos:

1º) n/n

2º) $n/n+1$ (juízo 1)

3º) $n/n+2$ (juízo 2)

O ensaio 1 localiza-se no lado superior esquerdo da tabela I e inicia-se com a apresentação, à criança, de dois conjuntos com igual numerosidade: "n". Após esta ajuizar os conjuntos como sendo iguais, é feita a adição de um objecto a um dos conjuntos, tendo um deles ficado com n elementos e outro com n+1 elementos. A criança é então desafiada a responder à pergunta de qual dos conjuntos tem mais elementos. Adiciona-se de novo 1 elemento a n+1, ficando-se agora com um conjunto com n elementos e outro com n+2 elementos, para serem, de novo, ajuizados pela criança.

Se a criança usou a regra primitiva "adicionar dá mais" (ou outra regra mais avançada), este ensaio produzirá um procedimento correcto para ambos os juízos, tal como está indicado nas quatro linhas de baixo da tabela.

O ensaio 1 permite verificar as capacidades operadoras de nível primitivo, presentes nas crianças a partir de cerca dos 2 anos.

Ensaio 2

Passos seguidos:

1º) $n/n-1$

2º) n / n (juízo 1)

3º) $n / n+1$ (juízo 2)

O ensaio nº 2 corresponde, ao ensaio da linha interior da tabela I. Neste ensaio, a numerosidade inicial dos dois conjuntos difere de um elemento (conjunto n versus $n-1$), sendo igualada ao adicionar-se 1 elemento ao conjunto menor ($n-1$). Volta, posteriormente, a diferir em 1 elemento quando se adicionar de novo 1 outro elemento a n .

A adição de um elemento ao conjunto menor ($n-1$) torna a numerosidade relativa dos dois conjuntos igual (n/n). Contudo, se a criança usar a regra Primitiva esta julgará essa alteração de modo incorrecto, isto é, julga-la-á como se o conjunto, ao qual foi adicionado um elemento, passasse a ter mais elementos do que o que permanece inalterável. Só quando a adição implica mesmo o conceito de mais, como é o caso da versão correcta do juízo 2, é que a criança responde de forma correcta, tal como o fazem, para os dois juízos deste ensaio, todas as crianças que já possuem as consciências Qualitativa, Super-qualitativa e Quantitativa.

Este ensaio nº 2 evidencia as capacidades operadoras de nível qualitativo, no qual a criança reconhece que se $x < y$, então $x+1=y$.

Ensaio 3:

Passos seguidos:

1^o) $n / n-2$

2^o) $n / n-1$ (juízo 1)

3^o) n / n (juízo 2)

Finalmente, consideremos o tipo de ensaio ilustrado no lado direito da tabela I, no qual a numerosidade inicial dos conjuntos comparados difere em dois elementos (n versus $n-2$). Ao se adicionar um elemento ao menor conjunto, ficamos com um conjunto com n elementos e outro com $n-1$ e, assim, o conjunto com menor número de objectos continua a ser o mesmo. Só depois de se adicionar ainda mais outro elemento ao mesmo conjunto é que os conjuntos igualam as suas numerosidades.

O julgamento que tem como base a regra primitiva será incorrecto, porque, como já vimos, um raciocínio de natureza primitiva baseia-se na ideia que, quando se adiciona, se fica com mais, facto que não se verifica depois de ambas as transformações. Assim, a compreensão primitiva não diferencia "mais do que antes" de "mais do que outro".

O julgamento que faça uso da regra qualitativa implicará o aparecimento de "<" onde deveria estar "=", e "=" onde deveria estar ">", o que também corresponde a um juízo incorrecto. A incorrecção deve-se ao facto da compreensão qualitativa ainda não quantificar as diferenças, mesmo que faça a diferenciação entre o "mais do que antes" e o "mais do que outro".

Uma criança possuidora de um raciocínio qualitativo não tem a noção que se um conjunto tem menos 2 elementos que outro conjunto ($n/n-2$) e lhe adicionarmos 1 elemento ao que tem menos ($n/n-1$) ele fica ainda (embora com mais do que antes) com menos do que o outro, sem re-estimar (Cooper, 1978)

A compreensão Super-qualitativa distingue a diferença de um elemento (<, >) e a diferença de mais do que um elemento (<<, >>) mas, ao contrário da quantitativa, ainda falha na quantificação destas grandes diferenças. Assim, nas respostas de nível super-qualitativo o juízo 1 aparece como correcto, porque a criança já sabe que se $x << y$, então $x+1 < y$ e o juízo 2 seja ainda incorrecto, porque ainda não sabe que se $x = y-2$, então $x+1 = y-1$.

O juízo 1 do ensaio 3 tem como objectivo “pôr à prova” as capacidades de nível Super-qualitativo e o juízo 2 as de nível Quantitativo.

Resumo do Procedimento

Em resumo, o procedimento geral da experiência da adição consiste em adicionar objectos a um dos arranjos ou conjuntos. Depois dessa transformação, é questionada a numerosidade relativa de dois conjuntos. Ao analisar a tabela 1, verificamos que, em relação à subtracção, o processo é semelhante, mas, neste caso, em vez de se adicionarem, subtraem-se objectos a um dos conjuntos. Quer na experiência da adição quer na de subtracção, a diferença fundamental entre os ensaios 1 e os ensaios 2 e 3 é a numerosidade inicial ser igual no primeiro ensaio e diferente nos ensaios 2 e 3. No ensaio 2, a numerosidade inicial difere em apenas um elemento enquanto que no ensaio 3 difere em 2 elementos.

A REPRESENTAÇÃO NUMÉRICA SEGUNDO COOPER

Esboço do Modelo de Representação de Número- Cooper (1993)

A preocupação, de Piaget, relativamente a quando é que o conceito se forma não é, para Cooper e Blevins (1983) uma questão interessante. De facto, este considera desapropriado questionar quando é que as crianças adquirem a representação numérica. A aquisição é um processo longo, que se estende ao longo do crescimento, durante o qual o sistema representativo adquire novas características e novos significados. Saber quando é que se chama à representação numérica (por exemplo à discriminação de ser 2) "número" é, do ponto de vista de Cooper, muito menos importante do que descrever o desenvolvimento do sistema no qual a representação existe. Por esse motivo, Cooper propõe um modelo de desenvolvimento que incorpora uma sequência de mudanças sistemáticas, focando, desde as concepções mais precoces, até às soluções operativas dos conceitos de adição e subtração. Cooper (1983) debruça-se sobre o modo como evoluem as mudanças que se fazem sentir na representação do número e examina o desenvolvimento da representação numérica, como sendo uma competência para determinar numerosidade e, por outro lado, para compreender mudanças de numerosidade.

Defende a tese de que a representação numérica sofre uma mudança substancial nos primeiros anos de desenvolvimento e que esse desenvolvimento depende do processo de desenvolvimento que envolve estimadores e operadores. O seu modelo considera que, na infância, estão presentes duas capacidades básicas. A primeira, *subitizing*, é a capacidade de fazer e guardar diferentes comparações entre representações absolutas de pequenas numerosidades, por ordenar.

A capacidade de operar constitui um sistema representativo limitado para discriminar pequenas numerosidades, mas permite resultados mais abrangentes, porque, entre a infância e os 2 anos de idade, as duas categorias dos operadores (adição e subtração) fornecem um meio para ordenar os estados de *subitizing*. A categoria da adição muda sempre a numerosidade segundo a ordem, 1, 2, 3, e muitos, e a subtração inverte esta ordem. A representação numérica transformou-se,

de uma capacidade limitada para discriminar numerosidades, para uma capacidade que admite ordená-los, isto é, fazer julgamentos de menor (<), igual (=), e maior (>), embora os julgamentos decorrentes estejam ainda limitados a pequenas numerosidades.

Blevins (1981) cita os trabalhos de Groen & Parkman (1972); Groen & Resnick (1977); Woods, Resnick & Groen (1975), Fuson, Carpenter & Moser, como exemplos de outros autores que também se preocupam com a relação existente entre a estimação por contagem e as operações de adição e subtração. A relação entre estimadores e operadores dá significado às noções de “mais” e de “menos”. Além disso, é a fonte da representação da adição e subtração primitivas: adicionar dá mais, subtrair dá menos.

Desde os 3 aos 4 anos que a maioria das crianças desenvolve a adição e a subtração qualitativa. A informação de numerosidade relativa fornecida pelos estados *subitizados* ordenados fornece a informação para o conhecimento operador avançado. A solução qualitativa é incompleta porque isso representa numerosidade relativa com somente três estádios, <, =, e >. Os aperfeiçoamentos da contagem (Gelman & Gallistel, 1978) ou a aquisição de outro sistema representativo, para além da gama de *subitizing* (Hatano, 1982), que ocorre nesse período do crescimento, podem ser cruciais para desenvolvimentos futuros dos operadores.

Na idade dos 5/6 anos, o aumento na gama da representação da numerosidade absoluta conduz à adição e subtração super-quantitativa e não extensível, mas ainda não ao sistema quantitativo da representação da numerosidade relativa. De qualquer modo, este sistema é suficiente para assegurar este aumento, ou diminuição, de um estágio sempre correctamente compreendidos. Isto também significa que algumas crianças apresentam compreensão quantitativa usando soluções de *counting-on* (Fuson, 1982), embora elas não respondam correntemente perguntas de “quantos mais”. Também, nesta altura, a gama do *subitizing* estende-se de modo a incluir a numerosidade 4 e as representações aproximadas estão associadas aos nomes de grande numerosidade.

Com a idade de 7 ou 8 anos, o raciocínio da maioria das crianças na adição/subtração torna-se quantitativo, e a maioria delas pode fazê-lo representando numericamente a diferença entre duas numerosidades. As mudanças no sistema representativo, baseadas numa mais completa interacção entre estimadores e operadores, estão também ilustradas pela emergência, em algumas crianças, de: 1) estimação rápida pelo *subitizing* e adicionando, 2) respostas precisas para perguntas de “quantos há a mais”, 3) capacidades completas para inferir em todas as

transformações invisíveis usando informação da numerosidade relativa pré e pós transformação, 4) compreensão da inalcançabilidade de alguns números quando se conta por transferência de objectos de um conjunto para outro, e 5) compreender o ilimitado da representação numérica positiva.

Quando se fala do Desenvolvimento da Representação Numérica segundo Cooper (1993), fala-se mais propriamente, do desenvolvimento de competências para representar numericamente: competências numéricas (Tabela 2). Essas capacidades ou competências, para determinar a numerosidade, são três e desenvolvem pela seguinte ordem:

1^a) A Discriminação

Consta de uma característica de número presente na infância. Consiste na capacidade para dizer se dois elementos são iguais ou diferentes. Pode ser aplicável a múltiplos arranjos ou a um arranjo único / singular, várias vezes no tempo, ao longo do tempo ("mais do que antes" / "diferente de antes").

As crianças têm mais facilidade em discriminar através do *subitizing*, discriminando o igual e o diferente em pequenos conjuntos: 1 diferente de 2, 2 diferente de 3.

2^a) A Ordenação

Uma criança com cerca de 2 anos sabe que, se dois arranjos / conjuntos são diferentes, o número pode ser usado para determinar qual o que inclui mais. Esta competência numérica aplica-se a representações numéricas desordenadas, através da qual a criança diz, por exemplo que $3 > 2 > 1$. Ela percebe que se a 1 elemento juntar 1 fica com 2, percebendo que $2 > 1$ mediante a acção. A criança usa o número para determinar qual dos conjuntos inclui mais elementos, mas a ordenação pode ser ainda utilizada para discriminar com base na numerosidade e não para determinar qual dos dois arranjos tem mais.

3ª) A Determinação do intervalo

Quando dois arranjos ou conjuntos diferem em numerosidade, a determinação intervalar pode ser usada para determinar quantos elementos é que um tem a mais do que outro. Esta capacidade numérica tem lugar a partir dos 7-8 anos de idade.

Tabela 2: Sequência de aquisição de capacidades no desenvolvimento da representação numérica.

Idade	Estimadores	Operadores
Infância	Subitizing: detectar 1,2 e 3 sem os ordenar	Classificação sistemática das transformações de adição e subtração
Com 2 anos	Ordenar o <i>subitizing</i> : $1 < 2 < 3$ < muitos	Primitivo +/-: Adição → mais Subtração → menos
3-4 anos	Aprender a contar grandes numerosidades relativas codificadas como <, =, >	Qualitativo +/-: Se $x < y$ então $x+1 = y$
5-6 anos	Extensão do <i>subitizing</i> a 4. Ordenar os estimadores de numerosidade aproximada. Codificar a numerosidade relativa como <, <, =, >, >>	Superqualitativo +/-: se $x < y$ então $x+1 < y$ solução de counting-on
7-8 anos	Estimação por <i>subitizing</i> e adição. Contagem continua indefinidamente	Quantitativo +/-: Se $x = y - 2$ então $x + 1 = y - 1$

GÉNESE DO CONCEITO DE NÚMERO

A aprendizagem do conceito de número processa-se em paralelo com o desenvolvimento das capacidades de representação numérica, descritas nos capítulos anteriores. Os estimadores, representação absoluta de pequenos números, contagem, operadores adição e subtracção, a par das competências de discriminação, ordenação e determinação intervalar desempenham um papel crucial na interiorização da relação entre as representações numéricas.

Os bebés têm capacidades para detectar pequenas numerosidades e para classificar as transformações. Estas capacidades iniciais são o motor de futuras compreensões e as múltiplas explorações de elementos e conjuntos de elementos permitem que a criança desenvolva conceitos matemáticos. Socorrendo-se dessas capacidades, os bebés movem-se no espaço dos números pequenos, aumentando ou somando e diminuindo ou subtraindo elementos de diversas naturezas. Segundo Cooper (1991), é exactamente experimentando mover-se no espaço dos números, concretamente através das operações de adição e de subtracção, que a criança conhece os números, e conseqüentemente, vai progressivamente evoluindo na construção do seu conceito. A criança vai detectando várias inter-relações consistentes entre os estados e apercebe-se das transformações provocadas pelos operadores, acabando por compreender e interiorizar a lógica implícita nos princípios da contagem. Ao executar estas operações, as crianças são levadas a descobrir regras de transição entre numerosidades e têm autonomia intelectual para observar que:

- 1, 2 e 3 fazem parte do mesmo espaço, porque mediante os efeitos das adições e subtracções articulam-se e podem-se mover entre si; estão naturalmente relacionados

- A organização ordinal das numerosidades 1, 2 e 3 (ordenadas em relação às transformações).

Segundo Piaget, o sucesso na tarefa de avaliar a compreensão da criança quanto ao efeito na numerosidade, de mover objectos de um de dois conjuntos que inicialmente tinham o mesmo número de elementos, requer adição e subtracção quantitativas.

A acção é o ponto de partida a partir do qual se pode fazer a construção de significados complexos e da sua representação.

- A actividade do sujeito é indispensável à construção dos seus conhecimentos.

- A interacção social permite à criança coordenar as acções das tarefas colectivas antes de ser capaz de as conduzir bem quando está sozinha.

Ao executar estas operações, as crianças são levadas a descobrir regras de transição entre numerosidades e têm autonomia intelectual para observar que:

- 1,2 e 3 fazem parte do mesmo espaço, porque mediante os efeitos das adições e subtracções articulam-se e podem-se mover entre si, estão naturalmente relacionados;

- a organização ordinal das numerosidades 1, 2, 3 (ordenadas em relação às transformações).

EXPLICITAÇÃO DA PROBLEMÁTICA E DAS QUESTÕES DA INVESTIGAÇÃO: Objectivos e questões

Como vimos anteriormente, nas páginas 19 a 27, Cooper tinha avançado com a descrição de 4 níveis de desenvolvimento, relativamente a capacidades de comparação de numerosidades: primitivo, qualitativo, super-qualitativo e quantitativo.

Na sequência da investigação, orientamos o nosso estudo na problemática dos precursores das operações matemáticas (representação numérica) e os precursores do conceito de número (génese do número) em crianças de idade pré-escolar.

Este estudo tem como principal objectivo descrever como é que as crianças de idade pré-escolar resolvem a tarefa de comparação de numerosidade de conjuntos

De acordo com o que defende Cooper, será de esperar que:

- recolhamos respostas, por parte das crianças em estudo, que já possam reflectir o alcance ou domínio do nível qualitativo, super-qualitativo ou mesmo quantitativo.

- exista uma relação entre a idade das crianças e o tipo de respostas dadas:

- à medida que são mais velhas, as suas respostas traduzem cada vez mais, o domínio de um nível mais elaborado;

- respostas de nível qualitativo (enquanto mais novas) e super-qualitativo ou mesmo quantitativo (quando mais velhas).

METODOLOGIA

A Amostra

As crianças escolhidas como amostra são oriundas de um meio económico-social bastante elevado e frequentam duas salas distintas de um Jardim de Infância numa Instituição Particular, situada na zona do Restelo, Lisboa. De acordo com o anexo A, a amostra em causa é constituída por 44 crianças, de ambos os sexos, com idades compreendidas entre os 2 e os 3 anos.

Os Instrumentos

Os instrumentos utilizados incluem dois tabuleiros rectangulares de plástico branco de 15x10x1cm e guloseimas. Foram utilizadas 8 guloseimas de cor encarnada, tipo “goma-açucarada”, todas iguais, de forma arredondada e com um perímetro de, aproximadamente, 1.5 cm.

Os resultados das provas da adição e subtracção foram registados em grelhas individuais (anexo B e C).

O Procedimento

O *design* escolhido para este estudo foi precedido de um estudo piloto. O procedimento utilizado, que iremos descrever em seguida, foi baseado no descrito em estudos anteriores tendo-se introduzido várias alterações, sugeridas pelos resultados da avaliação do estudo piloto.

De facto, ao delinear o procedimento, levantaram-se algumas questões que nos levaram a algumas reflexões, reajustamentos ou até alterações. A primeira dúvida que surgiu foi a de como proceder de modo a que as crianças pudessem dar uma resposta, relativamente ao modo como desempenham a tarefa de comparação da numerosidade de dois conjuntos, que reflectisse, o mais possível, o seu raciocínio. De que modo é possível controlar a vontade que elas têm para nos responder em função daquilo que pensam que nós esperamos delas? Como formular a pergunta de forma a

não induzir as respostas das crianças? Como anular o efeito das perguntas tendenciosas, que provocam um determinado tipo de resposta? Assim sendo, eliminámos, à partida, as perguntas do tipo “este conjunto tem mais?” ou “aqui há menos?”. De facto, pelo menos em caso de dúvida, é natural que as crianças respondam afirmativamente à pergunta feita pelo professor. Como não se pretende que a autoridade inerente ao professor, que formula a pergunta, influencie a escolha da criança e, conseqüentemente, a sua resposta, seleccionamos uma pergunta que consideramos mais neutra : “Onde é que há mais?” para a prova de adição e “onde é que há menos?” para a prova de subtracção.

Tendo em atenção a importância do modo como se executa a parte prática, tentou-se introduzir uma tarefa que, no caso dos conjuntos a comparar terem a mesma numerosidade, não tivesse a interferência directa do adulto, sendo o discurso colocado na boca de fantoches. Isto, porque, neste caso a pergunta “qual é que tem mais/menos?” pode induzir a um erro e fazer com que as crianças escolham um conjunto, caso não estejam suficientemente seguras para responder: “nenhum” ou “são iguais”. Assim, executamos um estudo piloto, no qual dois fantoches igualmente atractivos tinham duas falas, relativamente ao conjunto de gomas pertencentes a dois bonecos. Um dizia: “Este boneco tem mais (ou menos) gomas que aquele” e o outro: “Este boneco tem as mesmas/iguais gomas que o boneco amarelo”. Em seguida, a investigadora perguntava à criança qual dos bonecos tinha razão. Foram utilizados bonecos porque estão, afectivamente, mais próximos das crianças e da realidade das suas brincadeiras, podendo ajudar à representação da noção de conjunto e de numerosidade relativa. No entanto, esta metodologia teve de ser eliminada depois de testada. De facto, não funcionou como pretendíamos, uma vez que as crianças se dispersavam, pois não conseguiam fazer a articulação entre a fala dos fantoches e a tarefa em causa, acabando por se não concentrar no número de gomas apresentado e, muitas vezes, nem olhavam para elas nem articulavam uma resposta adequada.

A ideia, entretanto excluída, constava em comparar o número de respostas correctas quando a tarefa era realizada com ou sem fantoche: o boneco azul tem mais/menos gomas que o boneco amarelo ou têm um igual número de gomas?”. Colocava-se a hipótese que a interpretação das crianças, quando a pergunta fosse mediada pelo fantoche, diferisse daquela dada quando o não fosse. Segundo esta abordagem, o estudo limitar-se-ia à tarefa da adição pois iríamos estudar não só a variável idade face ao tipo de respostas, como o impacto de um agente mediador e do seu carácter lúdico nas respostas dadas pelas crianças.

Apesar de este procedimento ter sido posto de lado, por não estar adaptado ao funcionamento cognitivo das crianças desta idade, não deixamos de considerar

importante e curiosa esta abordagem. Assim, fica aqui explícita a nossa vontade de a reajustar ou aplicar a crianças mais velhas, deixando-a para um potencial futuro estudo.

O levantamento dos dados foi feito em dois tempos distintos, mais precisamente, no decorrer do mês de Julho de 2002 e de Fevereiro de 2003, seguindo uma metodologia semelhante. Embora sejam tratados dados recolhidos em dois tempos diferentes, separados por meio ano de distância, as crianças testadas são as mesmas, o que torna este estudo um estudo longitudinal.

A amostra de crianças diminuiu do 1º para o 2º tempo, porque não foi possível contactar todas as crianças com as quais realizamos a prova no 1º tempo. No 1º tempo, o teste foi realizado por 44 crianças, 10 das quais não o repetiram no 2º tempo. A amostra em estudo no 2º tempo passou a ser constituída por 34 crianças.

Num primeiro tempo de recolha de dados, os dois grupos etários eram constituídos, respectivamente, por crianças com cerca de 3 e 4 anos de idade, e num segundo tempo essas mesmas crianças já tinham aproximadamente 4 e 5 anos, e pertenciam a salas de Jardim de Infância etariamente superiores.

Em seguida, ir-se-á passar à descrição do modo como se procedeu, em Julho 2002, e se repetiu em Fevereiro de 2003:

Fizeram-se as mesmas provas individualmente, desafiando as crianças, uma de cada vez, a vir fazer um jogo. A criança foi convidada a sentar-se à mesa, de maneira a que ficasse lado a lado com a investigadora. Esta apresentou-lhe dois tabuleiros e disse-lhe, à medida que os foi colocando na mesa: "aqui temos uma caixa (apontou para o da esquerda) e aqui está outra (apontou para o da direita)". A seguir, colocou duas gomas no da esquerda e duas gomas no da direita (fig. 1). Perguntou apontando para as caixas: "quantas estão aqui?" (fig. 2) "E aqui?" (fig. 3). A investigadora registou a primeira resposta dada pelas crianças na grelha (anexos B). Depois perguntou-lhe: "em que caixa é que há mais?" e registou a resposta fazendo uma cruz no quadrado correspondente à sua escolha. Ao conjunto que estava à sua direita (definido pela caixa), a investigadora acrescentou um elemento (fig. 4) e voltou a fazer a mesma pergunta e a fazer o registo correspondente à resposta que obteve (fig. 5). A investigadora acrescentou um novo elemento ao mesmo conjunto (fig. 6), fez a mesma pergunta e registou o resultado (fig.7). Ou seja, em cada passo de adição fez a seguinte pergunta à criança: "Onde há mais?".

Relativamente à 2ª situação, procedeu-se de igual forma no que diz respeito às adições, perguntas e registo mas agora o tabuleiro da direita só tinha uma goma no 1º momento. Depois, na 3ª situação, o 1º momento foi composto por três gomas (à esquerda) e uma (à direita).



Figura 1: A investigadora coloca dois elementos em cada um dos tabuleiros (numerosidade inicial igual, na situação 1).



Figura 2: A investigadora pergunta à criança “quantos estão aqui?”, apontando para o tabuleiro da esquerda.



Figura 3: A investigadora pergunta à criança “quantos estão aqui?” apontando para o tabuleiro da direita.



Figura 4: A investigadora acrescenta um elemento ao conjunto da direita e pergunta “E agora, qual é o que tem mais?”



Figura 5: A resposta da criança à pergunta “qual é que tem mais?”

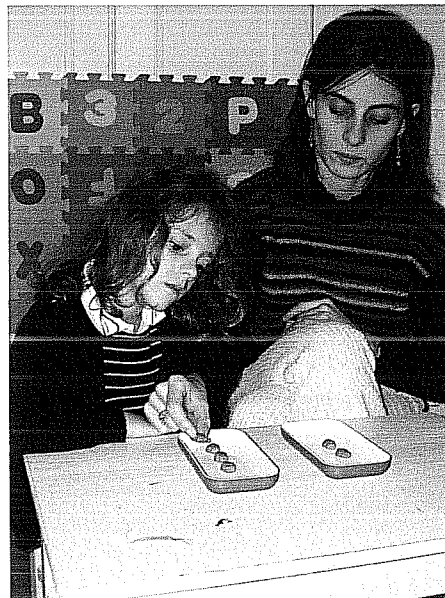


Figura 6: A investigadora acrescenta novamente um elemento ao conjunto da direita e repete a pergunta “E agora, qual é o que tem mais?”



Figura 7: A resposta da criança à pergunta “qual é o que tem mais?”

Foi feito o mesmo em relação a subtracção. Neste caso, também se alterou a numerosidade inicial, a pergunta foi colocada e registada na grelha (anexo C) após se retirar uma goma e passou a ser “Qual dos conjuntos tem menos?”.

Note-se que as perguntas sobre quantos existem em cada um dos tabuleiros (“Quantos estão nesta caixa?” “E nesta?”) só são feitas no início, antes da primeira adição ou da primeira subtracção, consoante o tipo de prova.

O conjunto da esquerda, que não sofreu alteração (o que se mantém inalterado), serve de comparação face ao conjunto da direita, que vai aumentando (prova de adição) ou diminuindo (prova de subtracção) de número de elementos.

À medida que se sucedem as alterações, de numerosidade (por adições ou subtracções de um elemento de cada vez) vai-se fazendo a mesma pergunta. Por outras palavras, sempre que o conjunto da direita sofre uma alteração a pergunta é feita à criança e a sua resposta é registada.

Analisando o procedimento de maneira mais esquemática, este foi delineado de maneira a que as respostas ficassem registadas em duas grelhas, relativas às operações de soma (acrescenta-se elementos a um dos conjuntos) e subtracção (retira-se elementos a um dos conjuntos). Cada uma das provas foi dividida em três situações, constituídas por 3 momentos, o que perfaz 9 momentos para a prova de adição e 9 momentos para a prova da subtracção.

Em ambas as provas, o que caracteriza as situações 1, 2 e 3 é a sua numerosidade inicial, a numerosidade dos conjuntos no 1^o momento. Assim, o que distingue a situação inicial 1 das situações iniciais 2 e 3 é que, na primeira, a numerosidade inicial é igual para os dois conjuntos (•• / •• na prova da soma e •••• / •••• na prova da subtracção) e na segunda e terceira situações a numerosidade inicial dos conjuntos é diferente. Para a situação inicial 2 a numerosidade inicial dos conjuntos a serem comparados varia em 1 elemento (•• / • na prova da soma e •• / ••• na prova da subtracção) e para a situação inicial 3 varia em 2 elementos (••• / • para a prova da soma e •• / •••• para a prova da subtracção).

Situação	Conjunto inicial / 1 ^o momento	
	Prova da soma	Prova da subtracção
1	•• / ••	•••• / ••••
2	•• / •	•• / •••
3	••• / •	•• / ••••

A prova da soma foi realizada partindo de situações iniciais ou 1^o momentos diferentes. Executaram-se as situações 1, 2 e 3, adicionamos 1 elemento ao conjunto de menor numerosidade e obteve-se o momento 2 (•• / ••• na situação 1, •• / •• na situação 2, ••• / •• na situação 3) e finalmente adicionamos mais outro elemento, obtendo o momento 3 (•• / •••• na situação 1, •• / ••• na situação 2 e ••• / ••• na situação 3).

Prova 1- Adição

Tabuleiro da esquerda

Tabuleiro da direita

Situação 1

1 ^o moment o
2 ^o moment o
3 ^o moment o

••

••

••

•••

••

••••

Situação 2

1 ^o moment o
2 ^o moment o
3 ^o moment o

••

•

••

••

••

•••

Situação 3

1 ^o moment o
2 ^o moment o
3 ^o moment o

•••

•

•••

••

•••

•••

A prova da subtração também foi realizada partindo de situações iniciais ou 1^o momentos diferentes. Assim, executaram-se as situações 1, 2 e 3, subtraímos 1 elemento ao conjunto de maior numerosidade e obtivemos o momento 2 (•••• / ••• na situação 1, •• / •• na situação 2, •• / ••• na situação 3) e finalmente subtraímos mais outro elemento, obtendo o momento 3 (•••• / •• na situação 1, •• / • na situação 2 e •• / •• na situação 3).

Prova 2- Subtração

Tabuleiro da esquerda

Tabuleiro da direita

Situação 1

1 ^o moment
o
2 ^o moment
o
3 ^o moment
o

••••

••••

••••

•••

••••

••

Situação 2

1 ^o moment
o
2 ^o moment
o
3 ^o moment
o

••

•••

••

••

••

•

Situação 3

1 ^o moment
o
2 ^o moment
o
3 ^o moment
o

••

••••

••

•••

••

••

Como se pode verificar, tanto na prova da adição como na da subtracção, a um dos conjuntos iniciais (o da esquerda) não se adicionou qualquer elemento. Esta serviu para que as crianças fizessem a comparação da sua numerosidade com a do conjunto, o qual que foi sendo alterado, em cada uma das 3 situações consideradas nas 3 tarefas.

Discussão da Formulação Utilizada

Considerando que a formulação “qual é o que tem mais/menos?” pode induzir a uma resposta errada, nos momentos em que a numerosidade dos conjuntos se iguala, repetimos as provas substituindo-a pela formulação “são iguais ou são diferentes”. Baseamo-nos na metodologia utilizada por Klein e Starkey (2000), que resolveu esse problema metodológico perguntando às crianças se contêm o mesmo número ou se um contem mais e caso a criança responda que há um que tem mais pergunta à criança qual é. Por sua vez, Blevins (1981) descreve o seu estudo dizendo que o experimentador perguntou à criança, segundo uma ordem sistematicamente variada, se os conjuntos tinham o mesmo número de elementos, ou se o conjunto da esquerda tinha mais ou se o conjunto da esquerda tinha mais.

No nosso estudo, os resultados da formulação “qual tem mais/menos” foram tidos em conta quando a numerosidade dos conjuntos difere e a formulação “São iguais ou são diferentes” quando a numerosidade dos conjuntos se iguala.

APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo apresentaremos e discutiremos os resultados obtidos. A organização dos dados que se segue é a utilizada para a análise dos dados tanto no 1º como no 2º tempo.

Os resultados obtidos constam das respostas dadas às seguintes perguntas: "Quantas gomas estão nesta caixa?" (aponto para a caixa esquerda), "E nesta?" (aponto para a caixa direita), "Qual é a caixa que tem mais?" e "Qual é a caixa que tem menos?" ou "são iguais ou são diferentes?".

As respostas das crianças às perguntas foram organizadas em dois grandes grupos: quantificação e comparação. Segundo o tipo de pergunta a que davam resposta, as crianças quantificaram a numerosidade existente numa determinada caixa ou compararam as numerosidades de duas caixas, com vista à escolha da que ajuizaram como sendo a que tinha mais/menos ou como sendo conjuntos iguais ou diferentes.

Quantificação do Número de Elementos de um Conjunto

A Categorização das Estratégias

As tabelas 3, 4, 5 e 6 dizem respeito ao 1º tempo e as tabelas 7, 8, 9 e 10 ao 2º tempo de levantamento dos dados. Essas tabelas foram organizadas de acordo com as numerosidades envolvidas, ou seja, cada uma delas diz respeito a uma numerosidade. As tabelas 3/7, 4/8, 5/9 e 6/10 contemplam as estratégias utilizadas relativamente aos momentos em que os conjuntos apresentam numerosidade igual 1, 2, 3 e 4 elementos, respectivamente. Isto é, nas tabelas 3 e 7 as perguntas são relativas à quantidade 1 (que apareceu 2 vezes), nas tabelas 4 e 8 as perguntas são relativas à quantidade 2 (que apareceu 5 vezes) nas tabelas 5 e 9 as perguntas são relativas à quantidade 3 (que apareceu 2 vezes) e nas tabelas 6 e 10 as perguntas são relativas à numerosidade 4 (que apareceu 4 vezes).

As linhas horizontais correspondem ao número de vezes que foram feitas as perguntas. As colunas correspondem a cada uma das crianças envolvidas no estudo.

As crianças da amostra em estudo recorreram às estratégias de estimação e de contagem para responder à pergunta “quantas gomas estão aqui?”. A tabela 11 esquematiza a forma como categorizamos as estratégias utilizadas (correctas:v ou incorrectas:f) e as associamos a cores. Assim, as cores que se seguem são responsáveis pela identificação da estratégia adoptada em cada uma das respostas. Para facilitar a leitura das respostas numa perspectiva comparativa, utilizamos a mesma chave de interpretação, na apresentação dos resultados de ambos os tempos

As cores utilizadas nas tabelas 3 a 10 ilustram as respostas dos sujeitos envolvidos, segundo a legenda da tabela 11.

Tabela 11: Categorização das estratégias de resposta

Estimação	Contagem	Resposta
Sem palavras-números (gestos, "estes")		V
Dizem o cardinal	Contam os elementos	
		V / F
Dedos v Fala F		
"muitas" (= 4)	Corresp. termo-a-termo v "cantiga" f	
		F
Erram por defeito		
Erram por excesso	Correspondência termo-a-termo f	

Sem resposta

Esta categorização divide as respostas em correctas (V) e incorrectas (F) e em respostas por estimação e por contagem. Foi considerado que as crianças faziam uso da estratégia de estimação no caso de apresentarem um dos 6 géneros de resposta: quando utilizam gestos em substituição à fala ou a expressão “estes” (castanho), quando dizem a palavra-número do cardinal (verde claro), quando erram o cardinal e em simultâneo acertam com os gestos da mão (rosa), quando utilizavam a expressão “muitas” para numerosidades iguais a 4 (amarelo), quando o cardinal expresso é menor ou maior do que o conjunto apresentado (azul claro ou azul escuro, respectivamente). A título de exemplo, o grupo de respostas do tipo contagem poderão ter cor verde escura (quando a contagem é correcta), cor-de-laranja (quando a correspondência termo-a-termo é verdadeira e a “cantiga” falsa) ou encarnadas (quando a correspondência termo-a-termo é falsa).

Ao fazermos a leitura geral nas tabelas, verificamos que, para ambos os tempos. Nos conjuntos com menor numerosidade (tabelas 3/7 e 4/8) a mancha verde clara é maior do que a verde escura, o que significa que, relativamente à resposta correcta, a estratégia de estimação é mais utilizada do que a de contagem. Além disso, é visível que, à medida que a numerosidade aumenta e que a idade das crianças diminui os erros também aumentam, pois as cores azul claro e escuro (respostas falsas ou incorrectas) e laranja, rosa e amarelo (respostas meio correctas e meio incorrecta: V/F) tornam-se mais frequentes, principalmente no 2º tempo (tabelas 7, 8, 9, 10). É também visível que, à medida que a idade das crianças diminui, as cores da tabela correspondentes à categoria de contagem aumenta e de estimação diminui.

Discriminámos ainda algumas variantes ou subcategorias. Assim, as estratégias que foram divididas em categorias (cores), foram ainda, por sua vez, divididas em subcategorias (números). Por essa razão é que, por vezes, aparecem nas tabelas 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 números justapostos à cor.

As tabelas 12 a 19 dizem respeito à legenda dos números, existentes nas tabelas 3 a 10, números esses que são atribuídos às diferentes respostas das crianças, à excepção das estratégias representadas pela cor amarela ou pela cor rosa. A cor amarela é utilizada caso a criança responda “muitas” quando lhe é apresentado um conjunto com 4 elementos. A cor rosa diz respeito a tipos de resposta que incluem simultaneamente dados correctos (V) e incorrectos (F), isto é, contrariamente à palavra-número pronunciada, a numerosidade dos dedos apresentados pelas crianças é a correcta ou a mesma da do conjunto em causa. Por exemplo, quando se perguntou a uma das crianças “quantas gomas estão aqui?”

apontando para um conjunto constituído por 2 gomas ela levanta 2 dedos e simultaneamente responde "3 gomas".

A divisão por números, contemplada na tabela 12, é relativa às respostas consideradas como não dando resposta à pergunta. A tabela 13 inclui as respostas que utilizaram, correctamente, a estratégia de estimação (verde claro), a tabela 14 as que utilizaram correctamente a contagem (verde escuro), as tabelas 15 e 16 as que estimaram erradamente (por excesso: azul escuro e por defeito: azul claro, respectivamente), na tabela 17 as que acertam na fala mas que erram a indicação dos dedos (rosa), na tabela 18 as que fazem a correspondência termo-a-termo incorrectamente e, finalmente, na tabela 19 as que fazem a correspondência termo-a-termo correctamente mas que erram na "cantiga" (laranja).

A tabela 12 atribui números diferentes para a cor cinzenta, cor essa que corresponde à ausência de resposta. Consideramos que estamos perante a ausência de resposta quando a criança dá a resposta "não sei", "já chega" ou não responde. Por exemplo, as quadrículas cinzentas com o número 1 indicam que a criança respondeu não saber.

Tabela 12: Legenda dos casos considerados sem resposta.

nº	Sem resposta
1	"não sei"
2	(silêncio / não responde)
3	(eu não pergunto porque a criança não respondeu à pergunta anterior)
4	"Já chega". "Não quer mais" (distrai-se)
5	Não se percebe

De acordo com a tabela 13, se a criança responder "são só dois" a sua resposta será identificada, não só pela cor verde clara (estimação verdadeira) como pelo uso do número 3.

Tabela 13: Casos de estimação correcta.

1	Aponta bem
2	Eleva os dedos
3	"só ..."

Caso a criança adopte a estratégia de contagem (verde escuro) poderá fazê-lo de vários modos. A tabela 14 discrimina esses modos de estimação verdadeira e atribui-lhe um número. Por exemplo, o número 4 na cor verde escura representa que a criança contou correctamente os objectos, apontando os dedos da sua mão.

Tabela 14: Casos de enunciação correcta dos elementos do conjunto.

1	Aponta bem
2	Ap. c/ dedos em simultaneo
3	Ap. c/ a cabeça
4	Ap. Os dedos da mão
5	Eleva os dedos

Os conjuntos que são apresentados às crianças, e mediante os quais lhes é pedido que dêem uma resposta, localizam-se no cabeçalho das tabelas 13, 14 e 15 sendo representados pelo seguinte símbolo: ●.

A título de exemplo, na tabela 15, se o número que está sobre a cor azul escuro for o 2 significa que a criança em causa, ao estimar a quantidade, cometeu um erro de 2 elementos. Como se pode ler na linha horizontal, as respostas correspondentes ao número 2, o erro de estimar 2 elementos em excesso pode ter sido cometido se a criança disser serem "2" quando o conjunto é de 1 elemento, "3" quando é de 2, "4" quando é de 3 ou "5" quando o conjunto é de 4 elementos.

Tabela 15: Casos de estimação errada por excesso.

	●	●●	●●●	●●●●
1	"2"	"3"	"4"	"5"
2	"3"	"4"	"5"	"6"
3	"4"	"5"		
4	"5"	"6"		
5	"6"			
6				"10"

A tabela 16 consta da legenda dos casos em que as crianças dão a resposta errada, estimando a numerosidade por defeito. Como podemos constatar ao fazer a sua análise, em alguns casos as crianças erraram por 1 elemento a menos e em outros por 2 elementos a menos.

Tabela 16: Casos de estimação errada por defeito

	•	••	•••	••••
-2				"2"
-1		"1"	"2"	"3"
0			"2" (2 dedos)	

A tabela 17 reúne as respostas que foram dadas sem fala, somente com o auxílio dos dedos ou utilizando a fala não quantitativa: "estes", às quais atribui um número. A simbologia atribuída à cor castanha e ao número -1 pode, por exemplo, indicar que a criança levanta dois dedos quando se lhe pergunta quantas gomas estavam num conjunto com 3 elementos. A cor castanha é utilizada quando a criança não pronuncia a palavra-número e o número -1 quando o número de dedos utilizados pela criança foi -1 do que os elementos que fazem parte do conjunto.

Tabela 17: Casos de resposta correcta, fazendo uso dos dedos ou de palavras não quantitativas.

		•	••	•••	••••
		Nº			
"estes(s)"	S/ dedos	e		"estas"	
	Dedos V	ed		"estas" (2 dedos)	"estas" (3 dedos)
Sem fala	Dedos v		(1 dedo)	(2 dedos)	(3 dedos)
		-1			(2 dedos)
	Dedos F	+2			(5 dedos)
Com fala	Dedos V Nº F	1p		"3" (2 dedos)	

A tabela 18 diz respeito ao conjunto de respostas que se recorrem da estratégia da contagem, sem respeitar a correspondência termo-a-termo. Quando a correspondência termo-a-termo falha por defeito em dois elementos a cor encarnada tem o número -2 e caso falhe por defeito em um elemento tem o número -1. Se a falha é por excesso os números têm sinal positivo

Tabela 18: Casos de contagem sem respeitar a correspondência termo-a-termo.

Faz a correspondência termo-a-termo como se o conjunto tivesse	
-1	-1 elemento
-2	-2 elementos

Faz a correspondência termo-a-termo como se o conjunto tivesse	
+1	+1 elemento
+2	+2 elementos
+3	+3 elementos
+4	+4 elementos
+5	+5 elementos

A tabela 19 inclui os casos em que a correspondência termo-a-termo está correcta, mas que a “cantiga” que utilizam está incorrecta. Entre outros casos (3), esta falha de correspondência de uma palavra para um objecto pode ser justificada pelo facto de as crianças contarem mais depressa do que apontam (1) ou saltarem palavras-número quando contam (2). As crianças que contam mais depressa do que apontam para o elemento utilizaram para 1 só elemento 2 ou 3 palavras-número. Mesmo respeitando a ordem convencional, algumas crianças saltam a palavra-número 1, outras a 2, outras a 3, outras a 4 e outras até as 1, 2, 3 e 4. A estratégia de apontar alguns elementos do conjunto sem os contar faz parte da sub-divisão 3: outros casos.

Tabela 19: Casos de contagem com utilização correcta da correspondência termo-a-termo e incorrecta da linguagem utilizada.

1	Conta mais depressa do que aponta
2	Ao contar “salta” / “ignora” palavras-n ^o
3	Outros casos

**A Codificação das Respostas:
Correcta vs Incorrecta ou Estimação vs Contagem**

Consideremos duas leituras possíveis para as respostas obtidas: consoante a estratégia utilizada e consoante a sua veracidade. Segundo a primeira leitura, resumida na tabela 20, a resposta pode ser dada por contagem ou por estimação. De acordo com a segunda leitura, resumida na tabela 21, as possibilidades serão obter uma resposta correcta (V), uma resposta incorrecta (F) ou mesmo uma resposta semi-correcta e semi-incorrecta (V/F). Em ambas as leituras, atribuímos a mesma cor às respostas não contabilizadas ou ausentes.

Tabela 20: Divisão das estratégias em estimação vs. contagem.

Estimação	Contagem
E1	
E2	
E3	C1
E4	C3
E5	C4
E6	

Tabela 21: Divisão das estratégia em correcto (v) e incorrecto (f).

V	v/f	F
Fala: estimação	Dedos v, fala f	Correp.t.t. falsa
Fala: contagem		
	c.t.t. v, cantiga f	E p/excesso
Gestos s/palavr a		
	"muitos"	E p/ defeito

ou

e

Resposta não contabilizada

As tabelas de frequências 22/24 e 23/25 organizam os dados segundo a primeira e segunda leituras, respectivamente.

Resultados Relativos à Capacidade de Quantificação

As tabelas 22/23 e 24/25 ilustram os resultados segundo a primeira (e, c) e a segunda (V, F e VF) interpretações, respectivamente.

A Veracidade das Respostas

As tabelas 22 e 23 tratam a veracidade das respostas face à numerosidade dos conjuntos e a duas faixas etárias, dos 1^o e 2^o tempos, respectivamente.

Relativamente às 2 tarefas do 1^o tempo, a que corresponde a tabela 22, a percentagem média de crianças que quantificam correctamente conjuntos com numerosidades igual a 1 é aproximadamente igual a 91.5, com numerosidades iguais a 2 é de 84.9, com numerosidades iguais a 3 é de 72.6 e com numerosidades igual a 4 é de 51.6% .

Para numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, as respostas correctas são, em média, aproximadamente e respectivamente iguais a 94%, 87%, 83.5% e 70.5% para as crianças de 4 anos e 89%, 83%, 61.8% e 42.5% para as crianças de 3 anos.

Tabela 22 : Percentagem aproximada às unidades de respostas correctas dadas por crianças de 3 e de 4 anos, à medida que a numerosidades aumenta (1^o tempo)

Faixa de idades	4 anos		3 + 2 anos	
Nº de crianças	17 crianças		26 + 1 crianças	
Formulação	1	2	1	2
Conj. de 1 elemento	94	94	89	85
	94	94	89	93
Conj de 2 elementos	94	88	74	85
	88	88	85	93
	88	88	89	89
	88	88	78	78
	76	82	85	74
Conj de 3 elementos	82	88	62	70
	82	82	67	48
Conj de 4 elementos	70	82	37	37
	65	65	40	52
	82	59	52	37

Relativamente às 2 formulações do 2º tempo, a que corresponde a tabela 23, a percentagem média de crianças que quantificam correctamente conjuntos com numerosidades igual a 1 é aproximadamente igual a 95.5, com numerosidades iguais a 2 é de 100, com numerosidades iguais a 3 é de 88 e com numerosidades igual a 4 é de 64.2 %.

Para numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, as respostas correctas são, em média, aproximadamente e respectivamente iguais a 100%, 100%, 86.5% e 68.3% para as crianças de 4 anos e 95.5%, 100%, 89.5% e 60% para as crianças de 3 anos.

Tabela 23: Percentagem aproximada às unidades de respostas correctas dadas por crianças de 4,5 a 5,5 anos e de 3 a 4,5 anos, à medida que a numerosidades aumenta (2º tempo)

Faixa de idades	4,5 anos a 5,5 anos		3 anos a 4,5 anos	
Nº de crianças	17 crianças		17 crianças	
Formulações	1	2	1	2
Conj. de 1 elemento	100	100	100	100
	100	100	100	94
Conj de 2 elementos	100	100	100	100
	100	100	100	100
	100	100	100	100
	100	100	100	100
	100	100	100	100
Conj de 3 elementos	88	88	82	94
	82	88	94	88
Conj de 4 elementos	70	65	65	65
	65	70	47	65
	70	70	53	65

Os resultados indicam que, de uma forma geral, à medida que a numerosidade aumenta o número de crianças que responderam incorrectamente também aumenta, ou seja, quantos mais elementos são quantificados mais erros de quantificação são cometidos. Esta tendência é visível nos 2 tempos.

Exceptuando quando a numerosidades são iguais a 1 e a 3 no 2º tempo, verificamos que o grupo de crianças da faixa etária superior dão mais respostas correctas do as da faixa etária inferior.

O Recurso à Estimação ou à Contagem

As tabelas 24 e 25 tratam a estratégia de resposta adoptada pelas crianças face à numerosidade dos conjuntos, nos 1º e 2º tempos, respectivamente. Relativamente

às 2 tarefas do 1º tempo, a que corresponde a tabela 24, a percentagem média de crianças que quantificam correctamente conjuntos com numerosidades igual a 1 é aproximadamente igual a 91.5, com numerosidades iguais a 2 é de 65.7, com numerosidades iguais a 3 é de 47.3 e com numerosidades igual a 4 é de 25.5 % .

Para numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, as respostas correctas são, em média, aproximadamente e respectivamente iguais a 94%, 73.9%, 45.5% e 23.8% para as crianças de 4 anos e 89%, 57.4%, 49%, e 27.2% para as crianças de 3 anos.

Tabela 24: Percentagem aproximada às unidades de respostas por estimação, dadas por crianças de 3 e de 4 anos, à medida que a numerosidades aumenta (1º tempo)

Faixa de idades	4 anos		3 + 2 anos	
	17 crianças		26 +1 crianças	
Nº de crianças				
Formulação	1	2	1	2
Conj. de 1 elemento	94	94	89	85
	94	94	93	89
Conj de 2 elementos	65	82	67	60
	47	82	48	60
	82	76	52	60
	82	76	63	60
	65	82	56	48
Conj de 3 elementos	41	53	60	44
	41	47	44	48
Conj de 4 elementos	18	24	33	26
	12	18	26	26
	30	41	33	19

Relativamente às 2 formulações do 2º tempo, a que corresponde a tabela 25, a percentagem média de crianças que quantificam correctamente conjuntos com numerosidades igual a 1 é aproximadamente igual a 97, com numerosidades iguais a 2 é de 83.8, com numerosidades iguais a 3 é de 83.5 e com numerosidades igual a 4 é de 78 %

Para numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, as respostas correctas são, em média, aproximadamente e respectivamente iguais a 100%, 86.8%, 85% e 80% para as crianças de 4 anos e 94%, 80.8%, 82% e 76% para as crianças de 3 anos.

Os resultados indicam que, para ambos os tempos, à medida que a numerosidade aumenta o número de crianças que adoptam a estratégia de contagem também aumenta, diminuindo o número de crianças que quantificam por estimação.

Por outro lado, verificamos que o grupo de crianças da faixa etária superior dão mais respostas por estimação do as da faixa etária inferior. No entanto, as respostas para dadas no 2º tempo para numerosidades iguais a 3 e 4 constituem uma pequena excepção a essa tendência geral.

Tabela 25: Percentagem aproximada às unidades de respostas por estimação dadas por crianças de 4,5 a 5,5 anos e de 3 a 4,5 anos, à medida que a numerosidades aumenta (2º tempo)

Faixa de idades	4,5 anos a 5,5 anos		3 anos a 4,5 anos	
Nº de crianças	17 crianças		17 crianças	
Formulação	1	2	1	2
Conj. de 1 elemento	100	100	94	94
	100	100	94	94
Conj de 2 elementos	88	88	76	82
	94	94	76	82
	88	88	82	82
	82	82	82	82
	82	82	82	82
Conj de 3 elementos	82	82	82	82
	88	88	82	82
Conj de 4 elementos	76	76	76	76
	88	82	76	76
	82	76	76	76

A Quantificação Com ou Sem Auxílio dos Dedos

Verificamos que algumas crianças recorrem a estratégias distintas na quantificação de numerosidade de conjunto. Independente de estimarem ou contarem, correcta ou incorrectamente, as crianças podem também fazer uso de gestos, dedos, fala ou estratégias mistas. É essa categorização, face à utilização ou não dos gestos, que está explicitada na tabela 26.

Relativamente às 2 formulações do 1º tempo, a que corresponde a tabela 26, a percentagem média de crianças que quantificam correctamente conjuntos com numerosidades igual a 1 é aproximadamente igual a 12.5, com numerosidades iguais a 2 é de 12.8, com numerosidades iguais a 3 é de 21.3 e com numerosidades igual a 4 é de 24%.

Para numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, as respostas correctas são, em média, aproximadamente e respectivamente iguais a 15%, 9.6%, 22.3% e 22.8% para as crianças de 4 anos e são 10%, 16%, 20.3%, e 25.3% para as crianças de 3 anos.

Relativamente às 2 formulações do 2º tempo, a que corresponde a tabela 27, a percentagem média de crianças que quantificam correctamente conjuntos com numerosidades igual a 1 é aproximadamente igual a 4,9 , com numerosidades iguais a 2 é de 13.2, com numerosidades iguais a 3 é de 15 e com numerosidades igual a 4 é de 14.4%

Tabela 26: Percentagem aproximada às unidades de respostas não incorrectas e com recurso a gestos, dadas por crianças de 3 e de 4 anos, à medida que a numerosidades aumenta (1º tempo).

Faixa de idades	4 anos		3 + 2 anos	
Nº de crianças	17 crianças		26 + 1 crianças	
Formulação	1	2	1	2
Conj. de 1 elemento	18	12	7	11
	18	12	11	11
Conj de 2 elementos	18	6	15	26
	12	6	19	15
	6	6	7	15
	12	18	15	11
	12	0	15	22
Conj de 3 elementos	35	18	22	22
	24	12	22	15
Conj de 4 elementos	35	12	19	26
	35	12	15	33
	30	12	37	22

Para numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, as respostas correctas são, em média, aproximadamente e respectivamente iguais a 0%, 4.5%, 3% e 8% para as crianças de 4 anos e 19.5%, 22.7%, 27% e 20.8% para as crianças de 3 anos.

Tabela 27: Percentagem aproximada às unidades de respostas não incorrectas e com recurso a gestos, dadas por crianças de 4,5 a 5,5 anos e de 3 a 4,5 anos, à medida que a numerosidades aumenta (2^o tempo).

Faixa de idades	4,5 anos a 5,5 anos		3 anos a 4,5 anos	
Nº de crianças	17 crianças		17 crianças	
Formulação	1	2	1	2
Conj. de 1 elemento	0	0	18	18
	0	0	18	24
Conj de 2 elementos	0	6	35	41
	0	0	19	22
	12	0	19	19
	6	6	19	19
	6	6	19	15
Conj de 3 elementos	6	6	30	22
	0	0	30	26
Conj de 4 elementos	6	12	22	22
	0	12	11	22
	12	6	22	26

Ao observarmos as tabelas 27 e 28, podemos constatar que, na maioria das vezes, as crianças quantificam o conjunto que lhe é apresentado sem fazer uso de gestos. Por outras palavras, existem sempre mais crianças a quantificar sem recorrer aos dedos do que a quantificar recorrendo aos dedos. Esse número oscila consoante a numerosidade dos conjuntos e a idade das crianças.

Conforme os dados das tabelas 27 e 28, a tendência geral, à medida que a numerosidade aumenta, verifica-se no sentido de as crianças passarem a recorrer com mais frequência aos dedos para quantificar numerosidades maiores.

Verificamos também que as crianças com 3 anos recorrem mais aos gestos do que as crianças com 4 anos. Esta relação entre a estratégia utilizada e a idade das crianças é mais visível no 2^o tempo do que no 1^o tempo.

Discussão dos Resultados

A leitura vertical dos quadros 22/23 e 24/25 e 26/27 revela que, à medida que a numerosidade aumenta ou que a idade das crianças diminui, o número de crianças que utilizam a estratégia de contagem, que respondem incorrectamente também aumenta e que recorrem aos dedos aumenta. Em contrapartida, o número de

crianças que utilizam a estratégia de estimação, que respondem correctamente e que não fazem utilização dos dedos diminui. Esta tendência é visível tanto no caso da formulação 1 como no da formulação 2.

O facto de o número de crianças que respondem incorrectamente aumentar à medida que a numerosidade do conjunto aumenta já era de prever, pois é natural que quantificar um conjunto com mais elementos seja mais difícil do que quantificar um conjunto com menos elementos e que essa dificuldade se exprima em respostas falsas.

À medida que a numerosidade aumenta a dificuldade de quantificação também aumenta e, como tal, verificamos que as crianças passam utilizar mais os dedos para auxiliar as respostas. Assim, quantificar fazendo utilização dos dedos terá como objectivo diminuir a sua dificuldade.

Quanto à estratégia de resposta, à medida que a numerosidade aumenta o número de crianças que utiliza a contagem também aumenta e, em contrapartida, o número de crianças que utiliza a estimação diminui. Este resultado é compreensível se pensarmos que é mais simples responder sem contar à pergunta "quantas são?" relativamente a um conjunto de pequena numerosidade do que relativamente a um conjunto de grande numerosidade. Por exemplo, para quantificar o número de elementos de um conjunto com 1 ou com 2 elementos não necessitamos de os contar: estimamos a sua numerosidade. As crianças demonstraram ter essa capacidade de identificar rapidamente e com segurança a quantidade correspondente a uma colecção muito pequena, sem necessidade de contagem. Mas, à medida que se vai tratando de um conjunto com mais elementos, a tendência das crianças será, cada vez mais, a de recorrer à estratégia de contagem, pois o fenómeno de percepção global tem um limite. Levando esta ideia mais longe, se o conjunto for, por exemplo, de 20 elementos o limite dentro do qual é possível estimar uma numerosidade é seguramente ultrapassado e até mesmo um adulto necessita de os contar para saber quantos são. Tudo indica que foi isso que se passou com as crianças testadas.

Os momentos nos quais é pedido que as crianças quantifiquem a numerosidade dos conjuntos são para a prova da adição: ●● - ●●, ●● - ● e ●●● - ● e para a prova da subtracção: ●●●● - ●●●●, ●● - ●●● e ●● - ●●●●.

Como já foi visto a numerosidade dos conjuntos exerce influência na veracidade e no tipo de estratégia utilizada na quantificação. Não podemos comparar a capacidade de quantificação demonstrada na prova da adição com a demonstrada

na prova da subtração, porque os conjuntos a quantificar em cada uma das provas têm numerosidades diferentes.

Comparação de Numerosidade Relativa

A Categorização das respostas

As respostas dadas pelas crianças, quando solicitadas a comparar a numerosidade dos conjuntos, foram categorizadas em quatro tipos: resposta correcta, incorrecta, incompleta e *missing*. Trabalharemos as frequências dos 4 tipos de respostas.

Referiremos as frequências relativamente à comparação de numerosidade quando a numerosidade é igual ou diferente.

Será referido o efeito que a formulação 1 “qual é o que tem mais/menos?” e da formulação 2 “são iguais ou diferentes?” têm na frequência das respostas correctas. Ou seja, compararemos o número de respostas correctas obtidas quando a pergunta é feita segundo cada uma das formulações. Nos momentos em que os conjuntos têm a mesma numerosidade, referiremos as diferenças entre as formulações 1 e 2 e, mais especificamente, as respostas correctas e incorrectas observadas na formulação 1. Além disso, serão enumerados e descritos os vários tipos de respostas correctas adoptadas pelas crianças, na formulação 1.

Nos momentos em que a numerosidade dos dois conjuntos se iguala, a escolha de um conjunto origina uma respostas incorrecta. Assim, tivemos de contabilizar ainda, de entre as respostas incorrectas, caso os conjuntos sejam constituídos pelo mesmo número de elementos, as respostas que escolhem o conjunto da direita e as que escolhem o conjunto da esquerda.

Relativamente aos conjuntos com numerosidades diferentes, analisaremos os conjuntos que têm uma diferença de numerosidade igual a 1 e a 2.

Finalmente, será feita uma análise centrada no desempenho das crianças enquadrando-as nos níveis descritos por Cooper.

As tabelas de frequências números 28 a 31 dizem respeito aos resultados obtidos para a comparação de numerosidade de conjuntos. Os dados das tabelas 28 e 29 foram recolhidos no 1º tempo e os das tabelas 30 e 31 e no 2º tempo. As tabelas 28 e 30 dizem respeito à provas adição e as 29 e 31 à prova da subtração.

As frequência de respostas certas, erradas e *missing*, das tabelas 28, 29, 30 e 31 oscilam, de prova para prova. Mesmo sem detectarmos a existência de nenhum padrão de comparação entre as duas provas, passaremos, seguidamente, a avaliar e comparar os resultados obtidos nas duas provas com maior pormenor. A análise só terá incidência na frequência de respostas correctas.

Tabela 28: Resultados da prova da adição relativamente à capacidade de comparação da numerosidade de dois conjuntos (1^o tempo)

Situação inicial	Formulação	Resp. Errada	Resp. Certa	Resp. inic.	Missing
2 / 2 ●● ●●	1	34	3	4	3
	2	9	33	0	2
+1	1	6	36	0	2
	2	17	25	0	2
+1	1	4	38	0	2
	2	15	27	0	2
2 / 1 ●● ●	1	5	37	0	2
	2	13	29	0	2
+1	1	38	4	0	2
	2	12	30	0	2
+1	1	4	38	0	2
	2	17	25	0	2
3 / 1 ●●● ●	1	0	42	0	2
	2	12	30	0	2
+1	1	24	18	0	2
	2	14	28	0	2
+1	1	37	5	0	2
	2	11	31	0	2

Tabela 29: Resultados da prova da subtracção relativamente à capacidade de comparação da numerosidade de dois conjuntos (1^o tempo)

Situação Inicial	Formulação	Resp. Errada	Resp. Certa	Resp. inc.	Missing
4 / 4 ●●●● ●●●●	1	33	8	0	3
	2	16	25	0	3
-1	1	12	29	0	3
	2	13	28	0	3
-1	1	7	34	0	3
	2	12	29	0	3
2 / 3 ●● ●●●	1	16	25	0	3
	2	8	32	1	3
-1	1	32	8	0	3
	2	11	29	1	3
-1	1	13	28	0	3
	2	13	27	1	3
2 / 4 ●● ●●●●	1	10	31	0	3
	2	6	34	1	3
-1	1	19	22	0	3
	2	15	25	1	3
-1	1	31	10	0	3
	2	11	29	1	3

Tabela 30: Resultados da prova da adição relativamente à capacidade de comparação da numerosidade de dois conjuntos (2^o tempo)

Situação Inicial	Formulação	Resp. Errada	Resp. certa	Resp. inc.	Missing
2 / 2 ●● ●●	1	28	6	0	10
	2	2	32	0	10
+1	1	2	32	0	10
	2	7	27	0	10
+1	1	5	29	0	10
	2	2	32	0	10
2 / 1 ●● ●	1	1	33	0	10
	2	1	33	0	10
+1	1	30	4	0	10
	2	27	7	0	10
+1	1	4	30	0	10
	2	3	31	0	10
3 / 1 ●●● ●	1	4	30	0	10
	2	4	30	0	10
+1	1	13	21	0	10
	2	3	31	0	10
+1	1	29	5	0	10
	2	6	28	0	10

Tabela 31: Resultados da prova da subtracção relativamente à capacidade de comparação da numerosidade de dois conjuntos (2^o tempo)

Situação Inicial	Formulação	Resp. errada	Resp. certa	Resp. inc.	Missing
4 / 4 ●●●● ●●●●	1	31	3	0	10
	2	10	24	0	10
-1	1	11	23	0	10
	2	5	29	0	10
-1	1	12	22	0	10
	2	3	31	0	10
2 / 3 ●● ●●●	1	9	25	0	10
	2	5	29	0	10
-1	1	23	11	0	10
	2	9	25	0	10
-1	1	12	22	0	10
	2	4	30	0	10
2 / 4 ●● ●●●●	1	7	27	0	10
	2	2	32	0	10
-1	1	17	17	0	10
	2	5	29	0	10
-1	1	22	12	0	10
	2	7	27	0	10

Conjuntos com Numerosidades Diferentes

Se quisermos comparar os resultados da prova adição com os resultados da prova da subtração, teremos de comparar os conteúdos das tabelas 28 e 29 (1^o tempo e) e 29 e 30 (2^o tempo). Quando os conjuntos têm numerosidades diferentes, podemos afirmar que, os resultados obtidos na 1^a formulação foram, para ambos os tempos, melhores para a prova da adição, pois $37 > 25$, $42 > 31$ (44 crianças do 1 tempo) e $33 > 25$, $30 > 27$ (34 crianças do 2^o tempo).

Os resultados da 2^a formulação no 1^o tempo são inferiores para a prova da adição, porque $29 < 32$, $30 < 34$. Os resultados obtidos no 2^o tempo são superiores na adição na 2^a situação ($33 > 29$) e inferiores na adição na 3^a situação ($30 < 32$).

Fazendo uma análise tempo a tempo, verificamos que no 1^o tempo, a frequência de crianças que dão resposta certa, quando a numerosidade inicial dos conjuntos é diferente, é superior na prova da adição para a formulação 1 e inferior para a formulação 2. Relativamente ao 1^o tempo: $37 > 25$, $42 > 31$ (formulação 1), mas $29 < 32$ e $30 < 34$ (formulação 2). Para o 2^o tempo, é superior na prova da soma em todos os momentos, à excepção da formulação 2 da 3^a situação, pois $33 > 25$, $33 > 29$ (formulação 1) e $30 > 27$ (formulação 2) mas $30 < 32$ (formulação 2).

Iremos explorar o efeito que a diferença de numerosidade exerce na frequência das respostas correctas, em conjuntos com numerosidades diferentes. Para tal, limitar-nos-emos a analisar cada uma das situações iniciais onde a numerosidade dos dois conjuntos é diferente, ou seja, mais concretamente o 1^o momento da situação 2 e o 1^o momento da situação 3. Os 1^{os} momentos da situação 1 não serão considerados, porque os conjuntos têm a mesma numerosidade, tanto na prova da soma (●●-●●) como na da subtração (●●●●-●●●●).

A diferença de numerosidade existente entre os conjuntos nos 1^{os} momentos da situação inicial 2 e 3 é diferente. Na situação inicial 2 os conjuntos diferem em 1 elemento (adição: ●●-● e subtração: ●●●●-●●●) e na situação inicial 3 diferem em 2 elementos (adição: ●●-●●●● e subtração: ●●●●-●●).

De uma maneira geral, nota-se um aumento de frequência de respostas certas à medida que a diferença de numerosidade aumenta. Isto é, quanto mais a numerosidade dos conjuntos difere mais respostas correctas são obtidas. Com excepção da prova de adição realizada no 2^o tempo, verificamos que a frequência de

respostas foi mais baixa nas situações em que a diferença de numerosidade é de 1 elemento (sit.2) do que nas situações em que a diferença de numerosidade é de 2 elementos (sit.3).

Assim, para ambas as formulações do 2º tempo da prova da adição, detectamos uma excepção a essa tendência. Essa excepção não é relevante, pois 33 é pouco maior que 30.

A tendência geral é clara no 1º tempo, verificando-se tanto na prova da soma (pois $37 < 42$ na formulação1 e $29 < 30$ na formulação 2) como na prova da subtracção, pois ($25 < 31$ na formulação 1 e $32 < 34$ na formulação 2). No 2º tempo, esta tendência só se verifica na prova da subtracção: $25 < 27$ (formulação 1) e $29 < 32$ (formulação 2).

1º tempo:

A relação em causa (quanto maior for a diferença de numerosidade entre os dois conjuntos maior a frequência de respostas correctas) é mais visível na formulação 1 do que na formulação 2: a diferença entre 42 e 37 (prova da adição) e entre 31 e 25 (prova da subtracção) é superior à existente entre 30 e 29 (prova da adição) e entre 34 e 32 (prova da subtracção). Na formulação 1 contabilizamos 5 crianças de diferença para a prova da adição e 6 crianças para a prova da subtracção e na formulação 2 contabilizamos 1 criança de diferença para a prova de adição e 2 crianças para a de subtracção.

2º tempo:

Nas formulações 1 e 2 da prova da adição contabilizamos, no sentido contrário ao verificado no 1º tempo, 3 crianças de diferença. Na prova da subtracção a diferença de crianças entre os 3º e 2º momentos foi de 2 ($27-25$) para a 1ª formulação e 3 ($32-29$) para a 2ª formulação.

Discussão dos Resultados

A diferença de numerosidade existente entre os conjuntos no momento inicial da situação 2 e no momento inicial da situação 3 é díspar. No 1º momento da situação 2 os conjuntos diferem em 1 elemento e no 1º momento da situação 3 diferem em 2 elementos.

Salvo para a prova da adição no 2º tempo, verifica-se que quanto mais a numerosidade dos conjuntos difere mais respostas correctas são obtidas. A frequência de respostas certas aumenta à medida que a diferença de numerosidade aumenta. Esta relação é maior na formulação 1 do que na formulação 2, o que nos leva a pensar que a diferença de numerosidade ajuda principalmente a responder correctamente à formulação "qual é o que tem mais/menos?".

Conjuntos com a Mesma Numerosidade

1º tempo:

Na 1ª formulação, as crianças demonstram melhores resultados na prova da subtracção, pois $3 < 8$, $4 < 8$, $5 < 10$. Na 2ª formulação verifica-se o contrário, pois $33 > 25$, $30 > 29$ e $31 > 29$.

2º tempo:

Quanto à 1ª formulação, a prova da adição apresenta resultados ligeiramente superiores nas 1ª e 2ª situações ($6 > 5$ e $4 > 3$) e resultados inferiores na 3ª situação ($5 < 12$). Na 2ª formulação, a prova da adição tem melhores resultados na 1ª situação ($32 > 25$), piores na 2ª situação ($7 < 25$) e pouco melhores na 3ª situação ($28 > 27$)

As Diferenças Observadas Entre as Formulações 1 e 2, quando a Numerosidade se Iguala

Quando a numerosidade dos dois conjuntos se iguala, verifica-se uma grande diferença entre o número de crianças que respondem correctamente à formulação 1 (qual tem mais/menos?) e o número de crianças que responderam à formulação 2 (são iguais ou há um que tem mais/menos?). Esta diferença verifica-se tanto para a prova de adição como para a de subtracção. Vejamos as tabelas 40 e 41, para o 1º e 2º tempo, respectivamente.

1º tempo:

No que diz respeito às respostas correctas, para a prova da adição, dadas no 1º tempo, a diferença entre o número de crianças que respondem à formulação 1 e o número de crianças que respondem à formulação 2 é de 30 crianças (33-3) no 1º momento da 1ª situação, de 26 crianças (30-4) no 2º momento da 2ª situação e de 26 crianças (31-5) no 3º momento da 3ª situação. Para a prova da subtracção, a diferença é de 17 (25-8) no 1º momento da 1ª situação, de 20 (29-9) no 2º momento da 2ª situação e de 19 (29-10) no 3º momento da 3ª situação (ver tabela 28 e 29)

2º tempo:

No que diz respeito às respostas correctas, para a prova da adição, dadas no 2º tempo, a diferença entre o número de crianças que respondem à formulação 1 e o número de crianças que respondem à formulação 2 é de 26 crianças (32-6) no 1º momento da 1ª situação, de 2 crianças (7-5) no 2º momento da 2ª situação e de 23 crianças (28-5) no 3º momento da 3ª situação. Para a prova da subtracção, a diferença é de 21 (24-3) no 1º momento da 1ª situação, de 16 (25-9) no 2º momento da 2ª situação e de 16 (27-11) no 3º momento da 3ª situação (ver tabelas 30 e 31).

As tabelas 32 e 33 mostram o valor da variação que se faz sentir quando se altera a formulação da pergunta, ou seja, entre as formulações 1 e 2. No 1º tempo, essa variação oscila, de momento para momento, dentro de um intervalo de valores de 17 a 30 crianças e no 2º tempo dentro do intervalo de valores de 17 a 26.

Tabela 32: Diferença do número de respostas correctas entre as formulações 1 e 2 (1º tempo)

Respostas	Situação e momento	Adição	Subtracção
Correctas	1º m. da 1ª sit	(33-3) 30	(25-8) 17
	2º m. da 2ª sit	(30-4) 26	(29-8) 21
	3º m. da 3ª sit	(31-5) 26	(29-10)19

Tabela 33: Diferença do número de respostas correctas entre as formulações 1 e 2 (2º tempo)

Respostas	Situação e momento	Adição	Subtracção
Correctas	1º m. da 1ª sit	(32-6) 26	(24-3) 17
	2º m. da 2ª sit	(7-4) 3	(25-9) 16
	3º m. da 3ª sit	(28-5) 23	(27-11)18

Regra geral, a diferença entre o número de respostas correctas e incorrectas entre as formulações 1 e 2 é superior para a prova da adição. Quanto às respostas correctas $30 > 17$, $26 > 21$, $25 > 19$ (1º tempo) e $26 > 17$, $3 < 21$, $26 > 19$ (2º tempo). Assim, a excepção à tendência geral localiza-se na 2ª situação do 2º tempo.

A diferença entre o número de respostas correctas e incorrectas entre as duas formulações é maior quanto mais repostas correctas ou menos respostas incorrectas existirem. No 1º tempo há sempre mais respostas correctas na prova adição ($33 > 25$, $30 > 29$ e $30 > 29$) e menos respostas incorrectas à 1ª formulação na adição ($3 < 8$, $4 < 8$,

5<10). O mesmo não acontece em todas os momentos do 2º tempo, porque as respostas incorrectas à 1ª situação dadas na 1º formulação não aumentaram (6>3) e as respostas correctas na 2ª situação dadas à 2ª formulação não diminuíram (7<25).

Em resumo, quando o cardinal do conjunto não se iguala, verificamos uma ligeira desvantagem na resolução da prova da adição. No entanto, esta tendência não é evidente no 2º tempo.

A análise dos resultados também indicam que, uma parte bastante significativa das crianças responderam simultaneamente de forma incorrecta quando a pergunta foi formulada segundo a formulação 1 e correcta quando formulada segundo a 2. Mais de metade das crianças que erraram a pergunta segundo a formulação 1, acertam-na quando na formulação 2.

No 1º tempo (tabela 34), isso aconteceu com 26 crianças nas situações 1, 2 e 3 da prova da adição e com 19 na situação 1 da prova da subtracção, 20 na situação 2 e 21 na situação 3 da prova da adição.

Tabela 34: Número de crianças que respondem incorrectamente à formulação 1 e simultaneamente correctamente à formulação 2 (1º tempo).

Situação	Soma	Subtracção
Sit. 1: (2-2 / 4-4)	26 das 34 crianças que erram a tarefa 1 acertam a tarefa 2	19 das 33 crianças que erraram a tarefa 1 acertam a tarefa 2
Sit.2: (2-2)	26 das 38 crianças que erraram a tarefa 1 acertam na tarefa 2	20 das 32 crianças que erraram a tarefa 1 acertam a tarefa 2
Sit.3: (3-3 / 2-2)	26 das 37 crianças que erram a tarefa 1 acertam a tarefa 2	21 das 31 crianças que erram a tarefa 1 acertam a tarefa 2

No 2º tempo (tabela 35), 11 crianças (sit 1 da soma e sit 3 da subtracção), 22 crianças (sit. 2 e 3 da soma) , 13 crianças (sit. 1 da subtracção) e 12 crianças (sit. 2 da soma), 13 crianças (sit. 1 da subtracção) e 12 crianças (sit. 2 da subtracção) respondem simultaneamente de forma incorrecta quando a pergunta foi formulada segundo 1 e correcta quando formulada segundo 2

Tabela 35: Número de crianças que respondem incorrectamente à formulação da tarefa 1 e simultaneamente correctamente à formulação da tarefa 2 (2^o tempo)

Situação	Soma	Subtracção
Sit. 1: (2-2 / 4-4)	11 das 34 crianças que erram a tarefa 1 acertam a tarefa 2	13 das 31 crianças que erraram a tarefa 1 acertam a tarefa 2
Sit.2: (2-2)	22 das 30 crianças que erraram a tarefa 1 acertam na tarefa 2	12 das 23 crianças que erraram a tarefa 1 acertam a tarefa 2
Sit.3: (3-3 / 2-2)	22 das 29 crianças que erram a tarefa 1 acertam a tarefa 2	11 das 22 crianças que erram a tarefa 1 acertam a tarefa 2

O número de crianças que acertam a formulação 2 em relação ao total de crianças que erram a formulação 1 é superior na prova da adição, porque:

$$(26/34) 0,76 > 0,58 (19/33),$$

$$(26/38) 0,68 > 0,63 (20/32) \text{ e}$$

$$(26/37) 0,70 > 0,68 (21/31) (1^{\circ} \text{ tempo}) \text{ e}$$

$$(11/34) 0,46 > 0,42 (13/31),$$

$$(22/30) 0,73 > 0,52 (12/23) \text{ e}$$

$$(22/29) 0,75 > 0,50 (11/22) (2^{\circ} \text{ tempo})$$

Discussão dos resultados.

Quando a numerosidade dos dois conjuntos se iguala, verifica-se uma grande diferença entre a frequência de respostas correctas dadas à pergunta “qual tem mais/menos?” (formulação 1) e à pergunta “são diferentes ou há um que tem mais/menos?” (formulação 2). Para numerosidades iguais, verifica-se que o número de crianças que responde correctamente à formulação 2 é muito maior do que o que responde à formulação 1.

Como já era de esperar, o modo como se coloca a questão exerce influência na sua compreensão e conseqüentemente na quantidade de crianças que conseguem responder correctamente. Assim, as nossas dúvidas ao nível do procedimento, que deram origem às formulações 1 e 2, ganham agora pertinência.

Quando delineámos o procedimento tivemos consciência das dificuldades de elaboração da pergunta que iríamos fazer às crianças, pois a pergunta adoptada na formulação 1, “qual tem mais/menos?”, pareceu-nos não ser a mais adequada para as situações em que a numerosidade se iguala. Por essa razão, resolvemos criar a formulação 2: repetir as provas de adição e subtracção, substituindo a pergunta “qual tem mais/ menos?” pela seguinte formulação: “são iguais ou há um que tem mais / menos?”

O efeito que a formulação da pergunta exerce sobre a correcção das respostas comprova o papel de representante de autoridade desempenhado pelo adulto, neste caso educadora de infância, ao qual a criança tem dificuldade em se opor. Conforme o nosso alerta, quando as numerosidades se igualam, a frequência de crianças a responder correctamente à formulação 2 é, sem excepção para nenhuma prova ou momento, claramente mais elevada do que a frequência das crianças a responder correctamente à formulação 1, fazendo supor que as formulações, que caracterizam formulações 1 e 2, têm graus de dificuldade diferentes. Pensamos que a maior incidência de respostas incorrectas às perguntas da formulação 1 pode-se atribuir ao facto de a pergunta “qual tem mais/menos?” estar construída de maneira a incentivar a criança interrogada a escolher um conjunto, o que não origina a resposta correcta. Assim, nos casos em que os conjuntos têm numerosidades iguais, para que a criança responda correctamente à formulação 1 (Qual tem mais?) torna-se necessário que não escolha um conjunto.

Seguidamente, serão analisadas, em específico, a formulação 1 e as respostas das muitas crianças que responderam incorrectamente ou as poucas crianças que responderam correctamente à sua pergunta, quando a numerosidade se iguala.

Os resultados indicam que a relação entre o número de crianças que acerta à formulação 2 e o número de crianças que acerta à formulação 1 é superior na prova da adição, o que significa que, a diferença das formulações 1 e 2 tem maior impacto nas respostas da prova da adição do que nas respostas da prova da subtracção. O facto das 1^a e 2^a formulações serem diferentes exerce mais influência nos resultados da prova da adição do que nos resultados da prova da subtracção.

As Respostas Correctas à formulação 1 em Conjuntos com a Mesma Numerosidade

O número de crianças que dão uma resposta correcta na formulação 1 quando a numerosidade dos conjuntos se iguala é muito reduzido. Seguidamente, analisaremos essas escassas respostas certas.

Sabendo que a numerosidade dos dois conjuntos se iguala em 3 momentos de cada uma das provas (adição e subtracção) e que ambas as provas foram aplicadas a 44 crianças no 1^o tempo e 34 crianças no 2^o tempo, totalizadas em 264 (3x2x44) momentos a analisar no 1^o tempo e de 204 (3x2x34) no 2^o tempo. No 1^o tempo os conjuntos têm numerosidades iguais em 132 (3x44) momentos da prova da adição e em 132 (3x44) momentos da prova da subtracção. No 2^o tempo os conjuntos têm

numerosidades iguais em 102 (3x34) momentos da prova da adição e em 102 (3x34) momentos da prova da subtracção.

As linhas horizontais das tabelas 36 e 37 dizem respeito a uma criança. Os algarismos assinalam os momentos (colunas) nos quais a resposta dada foi a correcta e cada um deles caracteriza um tipo de resposta diferente (1, 2, 3 ou 4) e não a uma frequência. Quando não existe referência ao número de crianças é porque ele é igual a zero.

1^o tempo:

O número de linhas existentes nas tabela 36 indica que 14 crianças deram a resposta correcta em, pelo menos, um dos 264 momentos. Ou seja, 30 crianças não deram nenhuma resposta correcta na formulação 1, nos momentos em que os conjuntos têm a mesma numerosidade.

As crianças de 4 anos dão 66,(6)% das respostas correctas e as de 3 e 2 anos dão 33, (3) % das respostas correctas.

Tabela 36: Respostas correctas da formulação 1, nos momentos em que a numerosidade se iguala (1^o tempo)

Prova da adição			Prova da subtracção			N ^o da cr	Percentagem de repostas correctas por faixa etária
1 ^a sit	2 ^a sit	3 ^a sit	1 ^a sit	2 ^a sit	3 ^a sit		
			2	2		2	66, (6) % por crs de 4 anos
				2	2	3	
		1	1	1	1	4	
	1	1				7	
4	1	1		1	1	9	
2	2	2	3	4	2	10	
					2	12	
				1	1	13	
			1		1	16	33, (3) % por crs de 3/2 anos
			1	1	1	19	
			1			27	
3	1	1	3	1	1	30	
			4			32	
				1	1	38	

2^o tempo

O número de linhas existentes nas tabela 37 a indica que 15 crianças deram a resposta correcta em, pelo menos, um dos 204 momentos. Ou seja, 19 crianças não deram nenhuma resposta correcta na tarefa 1, nos momentos em que os conjuntos têm a mesma numerosidade.

Mais precisamente, as respostas certas foram dadas por 12 crianças num total de 39 momentos e as respostas erradas foram dadas num total de 165 momentos (204-49).

As crianças com idades compreendidas entre os 4,5 e 5,5 anos são responsáveis por 69 % das respostas certas. As restantes respostas correctas são dadas por crianças de 3 a 4,5 anos.

Tabela 37: Respostas correctas da formulação 1, nos momentos em que a numerosidade se iguala (2^o tempo)

Prova da adição			Prova da subtracção			Nº da cr	Percentagem aproximada de repostas correctas por faixa etária	
1 ^a sit ●● - ●●	2 ^a sit ●● - ●●	3 ^a sit ●●● - ●●●	1 ^a sit ●●●● - ●●●●	2 ^a sit ●● - ●●	3 ^a sit ●● - ●●			
3			3			2	69 % por crs de 4,5 a 5,5 anos	
		1		1	1	4		
					1	5		
3	3	1	3			7		
				1	1	8		
3	1	1	3	3	3	9		
3	3					14		
				1	1	18		
1	1	1		1	1	19		
				1	1	26		31 % por crs de 3 a 4,5 anos
				2	2	29		
				1	1	30		
					2	33		
5						34		
	1	2		4	4	38		

Em ambos os tempos, o número de respostas certas dadas à formulação 1, quando a numerosidade se iguala é inferior na prova da adição. No 1º tempo são 12 na prova da adição e 27 na prova da subtracção. No 2º tempo são 16 na prova da adição e 23 na prova da subtracção.

Detectamos 5 tipos de respostas correctas. Elas são: “são as duas”, “são iguais”, “esta e esta”, “nenhuma” e “uma qualquer”. As tabelas 38 e 39 apresentam o número de momentos em que cada tipo de resposta correcta foi utilizado pelas crianças nas provas de adição e subtracção. A tabela 38 é relativa ao tipo de respostas dadas do 1º tempo, num total de 39 respostas correctas (12 da soma + 27 da subtracção). A tabela 39 é relativa ao tipo de respostas dadas no 2º tempo, num total de 40 respostas correctas (16 da soma + 24 da subtracção)

Por vezes, acontece que a mesma criança não dá sempre o mesmo tipo de resposta.

No 1º tempo, a resposta “são as duas” foi a mais comum, uma vez que foi utilizada 24 vezes, ao passo que as respostas “esta e esta” e “nenhuma”/“são iguais” foram, respectivamente utilizadas 8 e 3 vezes.

Tabela 38: Frequência com que surge cada tipo de resposta correcta, nas provas de adição e subtracção, relativamente a conjuntos com igual numerosidade (1º tempo).

Tipos de resposta	Nº de momentos num total de 264 momentos		
	Adição	Subtracção	Total
1) “são as duas”	7	17	24
2) “esta e esta”	3	6	9
3) “nenhuma”	1	2	3
4) “são iguais”	1	2	3

No 2º tempo, a resposta “são as duas” foi a mais comum, uma vez que foi utilizada 21 vezes, ao passo que as respostas “esta e esta”, “nenhuma”, “são iguais” e “uma qualquer” foram, respectivamente utilizadas 4, 11, 2 e 1 vez.

Tabela 39: Frequência com que surge cada tipo de resposta correcta, nas provas de adição e subtracção, relativamente a conjuntos com igual numerosidade (2^o tempo).

Tipos de resposta	Nº de momentos num total de 264 momentos		
	Adição	Subtração	Total
1) "são as duas"	8	13	21
2) "esta e esta"	1	3	4
3) "nenhuma"	6	5	11
4) "são iguais"	0	2	2
5) "uma qualquer"	1	0	1

No 1^o tempo, o número de respostas correctas foi sempre inferior na prova da adição, para todos os tipos de resposta (7<17, 3<6, 1<2, 1<2).

No 2^o tempo, o número de respostas correctas é menor na prova da adição, para 3 tipos de resposta (8<13, 1<3 e 0<2) e maior para 2 tipos de resposta (6>5 e 1>0)

Discussão dos resultados:

A adição é uma operação mais simples do que a subtracção. No entanto, nos momentos em que a numerosidade se iguala, as crianças deram mais respostas correctas na prova da subtracção do que na prova da adição. A razão que encontramos para justificar esta diferença de resultado é a ordem pela qual se efectuam as operações. Ou seja, quando se realizou a prova da subtracção as crianças já se tinham familiarizado com as situações problema, uma vez que as tinham acabado de resolver na prova da adição. Pensamos, então, que, o factor repetição, decorrente do facto da prova da adição preceder a da subtracção, poderá justificar a diferença de respostas correctas entre as duas provas nos momentos em que a numerosidade se iguala, tornando-se a segunda prova mais fácil de resolver do que a primeira.

Por outro lado, a investigadora reforçou as respostas correctas dadas nos momentos em que a numerosidade se iguala na tarefa 1, exclamando "boa", "muito bem", pois tenho consciência da sua complexidade e do aumento da dificuldade em responder correctamente. Os elogios podem ter motivado as crianças a darem cada vez mais respostas correctas. Segundo esta ordem de ideias, o mais difícil para as crianças é dar a primeira resposta certa. Uma vez dada a certa, a probabilidade de as

crianças ganham segurança para a repetir aumenta. A frequência de respostas certas foi aumentando: 4, 4, 6, 8, 8, 9 e atinge o seu máximo no último momento da prova, mais precisamente na terceira situação da prova de subtração.

Quanto ao tipo de respostas correctas dadas pela crianças, as respostas mais frequentes foram “são as duas” e “esta e esta” e as menos frequentes foram “são iguais”, “nenhuma” e “as duas”. Se pensarmos que a pergunta colocada foi “qual é a caixa que tem mais?” chegamos rapidamente à conclusão que as respostas mais frequente, embora não sendo as mais utilizadas em linguagem corrente, têm a preocupação de ir mais ao encontro da questão do adulto e respeitar o conteúdo da pergunta sem o desdizer; em contrapartida, acabam por responder de um modo excessivamente literal e pouco comum. Ao responderem “nenhuma”, as crianças acabam por admitir que a formulação da pergunta está errada, o que pode não ser fácil devido ao papel da autoridade desempenhado pelo adulto, como já foi referido. Acontece o mesmo, mas de forma indirecta, quando a resposta é “são iguais”, pois se são iguais nenhuma tem mais ou menos.

De acordo com as percentagem da coluna direita das tabelas 36 e 37, verificamos que, em ambos os tempos, as crianças mais velhas (de menor número) deram mais respostas correctas do que as mais novas. No 1^o tempo as crianças mais velhas dão 66.(6) % e no 2^o tempo dão 69 % das respostas certas.

Respostas Incorrectas à Formulação 1, Relativamente a Conjuntos com a Mesma Numerosidade

As tabelas 40/41 centram-se nos casos em que as crianças dão uma resposta incorrecta. A resposta incorrecta face a conjuntos com a mesma numerosidade, poderá resultar de uma de 2 hipóteses: da escolha da esquerda ou da escolha do conjunto da direita.

1^o tempo:

Na prova da adição, das 34 respostas erradas (dadas no 1^o momento da 1^a situação) 14 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 20 para o conjunto da direita, das 37 respostas erradas (dadas no 2^o momento da 2^a situação) 3 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 34 para o conjunto da direita, das 36 respostas erradas (dadas no 3^o momento da 3^a situação) 8 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 28 para o conjunto da esquerda.

Na prova da subtracção, das 33 respostas erradas (dadas no 1^o momento da 1^a situação) 19 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 14 para o conjunto da direita, das 32 respostas erradas (dadas no 2^o momento da 2^a situação) todas as crianças apontaram para o conjunto da esquerda e das 31 respostas erradas (dadas no 3^o momento da 3^a situação) 14 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 17 para o conjunto da direita.

A diferença entre o número de crianças que escolheram o conjunto da esquerda e da direita foi máxima no 2^o momento da 2^a situação (31: 34-3 para a adição e 32: 32-0 para a subtracção). A diferença verificada no 3^o momento da 3^a situação da prova da adição (20: 28-8) é superior à prova da subtracção (3: 37-14).

Tabela 40: Comparação entre as vezes que as crianças erram apontando para a direita e erraram apontando para a esquerda, quando as numerosidades se igualam, na formulação 1 (1^o tempo).

Situação e momento	Prova adição			Prova subtracção		
	Conj. Esq	Conj. Dta	Diferença entre os conj. Dta e esq	Conj. Esq	Conj. Dta	Diferença entre os conj. Dta e esq
1 ^o mto, sit1	14	20	6	19	14	5
2 ^o mto, sit.2	3	34	31	0	32	32
3 ^o mto, sit3	8	28	20	14	17	3

2^o tempo:

Na prova da adição, das 28 respostas erradas (dadas no 1^o momento da 1^a situação) 13 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 15 para o conjunto da direita, das 30 respostas erradas (dadas no 2^o momento da 2^a situação) 1 criança apontou para o conjunto da esquerda e as restantes 29 para o conjunto da direita, das 29 respostas erradas (dadas no 3^o momento da 3^a situação) 6 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 23 para o conjunto da direita.

Na prova da subtracção, das 31 respostas erradas (dadas no 1^o momento da 1^a situação) 11 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 20 para o conjunto da direita, das 23 respostas erradas (dadas no 2^o momento da 2^a situação) 7 crianças apontaram para o conjunto da direita e 16 para o da esquerda e das 22 respostas erradas (dadas no 3^o momento da 3^a situação) 7 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 15 para o conjunto da direita.

A diferença entre o número de crianças que escolheram o conjunto da esquerda e da direita foi máxima no 2º momento da 2ª situação da prova da adição (28: 29-1).

Tabela 41: Comparação entre as vezes que as crianças erram apontado para a direita e erraram apontando para a esquerda, quando as numerosidades se igualam, na formulação 1. (2º tempo).

Situação e momento	Prova adição			Prova subtracção		
	Conj. Esq	Conj. Dta.	Diferença entre os conj. Dta. e esq.	Conj. Esq.	Conj. Dta.	Diferença entre os conj. Dta. e esq.
1ºmto,sit1	13	15	2	11	20	9
2ºmto,sit.2	1	29	28	7	16	9
3ºmto, sit3	6	23	17	7	15	8

Analisemos os 1º momentos da primeira situação da prova da adição (●● - ●●) e da subtracção (●●●●- ●●●●), durante os 1º tempo / 2º tempo.

1º momento da 1ª situação (●● - ●● na soma e ●●●●- ●●●● na subtracção)

1º tempo

Na prova da adição, das 34 respostas incorrectas, 14 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 20 para o conjunto da direita. Na prova subtracção, das 33 respostas erradas, 19 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 14 para o conjunto da esquerda.

2º tempo

Na prova da adição, das 28 respostas incorrectas, 13 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 15 para o conjunto da direita. Na prova subtracção, das 31 respostas erradas, 11 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 20 para o conjunto da esquerda.

Discussão dos resultados: Contrariamente aos outros momentos em que a numerosidade de iguala, a pergunta que é feita no 1º momento da 1ª situação não é precedida por uma transformação. Por essa razão, a escolha de um conjunto (resposta incorrecta) não é influenciada por nenhuma operação. Assim, os dados indicam que, no 1º momento da 1ª situação, tanto na prova da adição como na prova da subtracção, a diferença entre o número de crianças que deu a resposta incorrecta

escolhendo o conjunto da esquerda não é significativa, sendo de 6/2 para a prova da adição e de 5/9 para a prova da subtracção.

2º momento da 2ª situação (•• - •• na soma e na subtracção)

No 2º momento da 2ª situação as numerosidades dos dois conjuntos também se igualam. Desta vez, após sofrerem uma transformação de um elemento, os conjuntos em comparação são •• - •• para ambas as provas.

1º tempo

Na prova da adição, de entre 37 respostas incorrectas, 3 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 34 para o conjunto da direita. Na prova da subtracção, a diferença das respostas incorrectas (dadas por 32 crianças) ainda foi mais evidente, porque todas elas apontaram para o conjunto da esquerda.

2º tempo

Na prova da adição, de entre 30 respostas incorrectas, 1 criança apontou para o conjunto da esquerda e as restantes 29 para o conjunto da direita. Na prova da subtracção, de entre 31 respostas incorrectas, 11 crianças apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 20 para o conjunto da direita.

Discussão dos resultados: À excepção do 1º momento da 1ª situação da prova da subtracção do 1º tempo, as crianças que dão uma resposta errada para quando a numerosidade se iguala, fazem-no sempre optando mais vezes pelo conjunto que acabou de sofrer uma transformação, que neste caso é o da direita. Esta excepção não é muito significativa, pois 19 não é muito mais que 14.

Tudo indica que, esta preferência pelo conjunto que se encontra à direita seja explicada pelo facto de lhe ter sido adicionado ou subtraído um elemento. Assim, na prova da adição/subtracção, quando perguntamos às crianças "qual é o conjunto que tem mais/menos"? uma parte muito significativa delas respondem ser aquele ao qual adicionamos/subtraímos um elemento, isto é apontam, respectivamente para a direita ou para a esquerda. Por exemplo, no caso do 2º momento da 2ª situação da prova da adição (1º tempo), 34 das crianças respondem que o conjunto que tem mais é o ao qual adicionamos um elemento, isto é, apontam para o conjunto da direita. Mas essa resposta, mesmo que bastante frequente, é incorrecta, pois, antes da transformação, a numerosidade inicial do conjunto da direita era inferior (em 1 elemento) do da

esquerda e quando se acrescenta um elemento iguala-se. Na prova da subtracção (1^o tempo), todas as 32 crianças escolheram o conjunto da direita para responder “qual tem menos”, conjunto esse ao qual se acaba de retirar um elemento, mas que antes dessa transformação tinha um elemento a mais, relativamente ao conjunto a comparar.

As 34 respostas na prova da adição ou 32 respostas na prova da subtracção, dos 1^o e 2^o tempo, respectivamente, parecem ter seguido um raciocínio primitivo no 2^o momento da 2^a situação, no sentido que, confundem a noção de “mais do que antes” com a de “mais do que o outro”. De facto, na prova da adição, o conjunto ao qual foi acrescentado um elemento fica com mais do que tinha antes, mas isso não significa que fique com mais do que o outro, pois o outro tinha inicialmente menos um elemento. O mesmo aconteceu na prova da subtracção.

Os resultados parecem indicar que 34/32 crianças responderam erradamente por considerarem que adicionar significa mais/subtrair significa menos, independentemente da numerosidade inicial e por não compreenderem que o estado inicial da numerosidade relativa é importante para prever o efeito da transformação. Pareceu-nos que 34 das crianças em teste na prova da adição e 33 crianças em teste na prova da subtracção centraram-se somente nos efeitos da transformação e acreditaram que adição significa sempre mais e que uma subtracção significa sempre menos, levando-nos a pensar que se encontram ao nível primitivo.

No entanto, é ainda prematuro afirmar que estas 34/32 crianças se encontram ao nível primitivo, pois estes dados não bastam, são necessários mas não suficientes. Realmente, o erro que elas cometeram é um dos que caracterizam o raciocínio primitivo. Mas, só podemos concluir que pertencem ao nível primitivo segundo uma análise rigorosa, tal como a que será posteriormente realizada, no capítulo seguinte deste trabalho, intitulado “nível de desenvolvimento das crianças”. Segundo Cooper, a criança encontra-se ao nível primitivo não só quando erra no 2^o momento da 2^a situação (apontando para o conjunto ao qual adicionamos (prova da adição) ou subtraímos (prova da subtracção), mas quando acerta nos 2 últimos momentos da 1^a situação, no 3^o momento da 2^o situação e erra no 1^o momento da 2^a situação e nos 2 últimos momentos da 3^a situação.

3º momento da 3ª situação (●●● - ●●● na soma e ●● - ●● na subtracção)

No 3º momento da 3ª situação da prova da adição, das 36 crianças que deram uma resposta incorrecta no 1º tempo, 8 apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 28 para o conjunto da direita e das 29 crianças que deram uma resposta incorrecta no 2º tempo, 6 apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 23 para o conjunto da direita.

Grande parte das crianças que erraram, mais precisamente 28 (1º tempo) ou 29 (2º tempo), parece terem dado uma resposta que revela ainda um raciocínio de nível super-qualitativo, pois não quantificam diferenças de mais do que um elemento. As crianças consideram que da adição de um elementos, a um conjunto que tem menos um elemento do que um outro, resulta um conjunto com uma numerosidade superior.

Mas, segundo Cooper esta resposta também não é suficiente para se concluir que a criança se encontra ao nível super-qualitativo. O autor defende que, as crianças encontram-se ao nível super-quantitativo não só por falharem no 3º momento da 3ª situação, mas também por acertarem nos restantes momentos da prova.

Na prova da subtracção, não se verifica a mesma diferença, pois de entre as 31 crianças, que deram uma resposta incorrecta, 14 apontaram para o conjunto da esquerda e as restantes 17 para o conjunto da direita. Isto é, de entre as crianças que responderam erradamente, só 17 delas é que parece que o fizeram sob a influência de um raciocínio super-qualitativo.

A diferença entre as crianças que escolheram o conjunto da esquerda e da direita foi máxima no 2º momento da 2ª situação (31: 34-3 para a adição e 33: 33-0 para a subtracção). A diferença verificada no 3º momento da 3ª situação da prova da adição (31: 34-3) é superior à prova da subtracção (33: 33-0).

Nível de Desenvolvimento das Crianças

Serão identificados os níveis de desenvolvimento de Cooper tanto nas respostas dadas pelas 44 crianças em estudo no 1º tempo como pelas 34 crianças estudadas no 2º tempo. Os níveis são atingidos perante as tarefas 1 e 2 das provas da adição e subtracção.

Para convertermos as respostas em níveis, estabelecemos uma correspondência com as repostas dadas nos 2º e 3º momentos das 3 situações. As respostas dadas nos 1ºs momentos de cada situação não foram consideradas, para efeitos de identificação do nível de comparação de numerosidade.

Por exemplo, diremos que a criança possui um raciocínio super-qualitativo somente quando a sua resposta respeita a sequência v, v, v, v, v, f, ou seja, responde correctamente a todos os momentos, à excepção do 3º momento da 3ª situação. Caso as respostas das crianças não se insiram em nenhuma das sequências da tabela 42, ou seja, não reflectam domínio primitivo, qualitativo, super-qualitativo ou quantitativo, denominá-las-emos de respostas incoerentes ou ambíguas.

O conteúdo da tabela 42 é válido tanto para a prova da adição como para a prova da subtração.

Tabela 42: Correspondência entre as sequências de correcção das respostas e os níveis de comparação de numerosidade segundo Cooper.

Situação	Momento	Níveis			
		1) Primitivo	2) Qualitativo	3) Super-Qualitativo	4) Quantitativo
1	2	V	V	V	V
	3	V	V	V	V
2	2	F	V	V	V
	3	V	V	V	V
3	2	F	F	V	V
	3	F	F	F	V

Crítérios de Organização, de Leitura e de Interpretação dos Resultados

Como podemos constatar no sub-capítulo intitulado "Respostas correctas da formulação 1 em conjuntos com a mesma numerosidade" (tabelas 36/37 e 38/39), as crianças que acertam na resposta à formulação 1 em, pelo menos, um dos momentos em que a numerosidade se iguala são muito poucas. Já foram referidas as diferenças significativas que se fazem sentir, entre as formulações 1 e 2, quando a numerosidade se iguala. Essas diferenças, causadas pelo facto da formulação 1 dificultar o êxito da sua resposta, leva-nos a desprezar os seus resultados. Ou seja, para os momentos em que a numerosidade se iguala na formulação 1, resolvemos ter em conta os resultados da formulação 2, de maneira a compensar a dificuldade decorrente da primeira formulação.

Substituímos, para quando a numerosidade se iguala, as respostas da formulação 1 pelas respostas da formulação 2 e obtivemos os resultados da tabela 43 e seguintes.

Segundo esta pequena alteração, verificamos que só às vezes é que as crianças dão resposta com sequências coerentes com os níveis descritos por Cooper. Os momentos em que isso não acontece são representados por um ponto de interrogação (?).

A tabela 43 fornece-nos o panorama geral dos níveis de desenvolvimento demonstrado por cada uma das 44/34 crianças e consta da frequência das sequências de respostas do tipo primitivo (1), qualitativo (2), super-qualitativo (3) e quantitativo (4). Cada uma das colunas representa uma criança e está, por sua vez, dividida em 2 colunas de números ou pontos de interrogação, sendo a 1^a relativa à formulação 1 e a 2^a relativa à formulação 2.

Fazendo uma leitura da mancha de algarismos da tabela 43, é bem visível que o número de vezes que surgem respostas de nível 1, 2 e 3 (9 para o 1^o tempo e 5 para o 2^o tempo) é muito inferior ao número de vezes que surgem respostas de nível 4 (46 para o 1^o tempo e 66 para o 2^o tempo). Nos dois tempos, a maioria das crianças que dão respostas coerentes demonstram ter atingido o raciocínio quantitativo (nível 4).

Na tabela 43, pode-se também observar uma maior incidência de algarismos 4 nas primeiras crianças da lista, o que reflecte uma relação entre o nível de comparação de numerosidade de Cooper que foi atingido e a idade das crianças. Quanto mais velhas são as crianças maior a frequência de sequências de resposta de nível 4.

Tabela 43 : Níveis de desenvolvimento demonstrado por 44 crianças no 1º tempo e por 34 crianças no 2º tempo.

Tempo	Prova	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1º	+	?4	??	?4	44	44	44	?4	44	44	44	●	??	??	??	??	??	??	??	?4	4?	?4	??
	-	?4	??	44	??	??	??	44	44	44	44	●	??	?3	44	?4	??	??	??	44	??	33	??
2º	+	●	?4	●	??	44	44	4?	?4	44	●	2?	●	●	44	●	?4	44	??	44	??	44	?4
	-	●	?4	●	?4	??	44	44	44	44	●	??	●	●	44	●	?4	?4	44	44	??	44	?4

Tempo	Prova	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44
1º	+	??	??	??	??	?4	??	??	?4	23	??	??	??	??	??	●	??	??	??	??	??	44	??
	-	??	4?	??	??	?4	??	??	44	??	??	●	??	??	●	??	??	??	??	??	??	44	??
2º	+	?4	??	??	??	??	●	4?	44	?4	??	?4	??	11	?4	?4	33	●	44	4?	●	44	●
	-	??	??	??	44	44	●	44	44	44	??	?4	??	??	?4	??	?4	●	?4	??	●	?4	●

- 1- Resposta de nível primitivo
- 2- Resposta de nível qualitativo
- 3- Resposta de nível super-qualitativo
- 4- Resposta de nível quantitativo
- ?- Resposta ambígua
- Criança não realizou a prova

As respostas ambíguas (representadas, na tabela 43, por um ?) foram, por sua vez, divididas em:

- ambíguas na 3^a situação (letras A e B, tabelas 49 e 50)
- ambíguas na 2^a e 3^a situação (letra C, tabelas 51 e 52)
- ambígua no 1^a situação (letra D, tabelas 53 e 54)

As tabelas 44 e 45 incluem o número de vezes que foram dadas respostas coerentes e ambíguas, em relação a um total de 88 vezes (44 crianças x 2 tempos). A tabela 46 apresenta o panorama geral desses diferentes tipos de respostas ambíguas.

Tabela 44: Frequência de cada tipo de resposta em 88 momentos (1^o tempo)

Provas	Respostas		Frequências
	Coerentes		27
Soma	Ambíguas	3 ^o tempo	21
		2 ^o e 3 ^o tempo	9
		1 ^o tempo	26
	Missing		
Subtração	Coerentes		28
	ambíguas	3 ^o tempo	11
		2 ^o e 3 ^o tempo	9
		1 ^o tempo	32
	Missing		

Tabela 45: Frequência de cada tipo de resposta em 88 momentos (2^o tempo)

Provas	Respostas		Frequências
	Coerentes		38
Soma	Ambíguas	3 ^o tempo	14
		2 ^o e 3 ^o tempo	2
		1 ^o tempo	13
	Missing		
Subtração	Coerentes		34
	ambíguas	3 ^o tempo	9
		2 ^o e 3 ^o tempo	3
		1 ^o tempo	22
	Missing		

Tabela 46 : Níveis de desenvolvimento demonstrados pelas crianças e tipos de respostas ambíguas.

Tempo	Prova	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1 ^o	+	C4	DD	A4	44	44	44	A4	44	44	44	•	BB	BD	AD	BD	AD	DD	2C	A4	4A	A4	AC
	-	D4	DC	44	44	DB	CB	44	44	44	44	•	CB	D3	44	D4	DD	DC	BD	44	DD	33	CD
2 ^o	+	•	B4	•	BD	44	44	4D	A4	44	•	2x	•	•	44	•	A4	44	BB	44	DD	44	A4
	-	•	B4	•	D4	BB	44	44	44	44	•	Xx	•	•	44	•	D4	D4	44	44	D	44	A4
1 ^o	+	AD	1C	AD	DC	A4	DD	2D	A4	23	BC	AD	AD	DC	BD	•	AD	DB	DD	BD	CD	44	DD
	-	DD	4C	DD	BB	C4	DD	BB	44	Bx	AD	•	CD	DD	•	•	AD	DD	DD	1D	DD	44	CD
2 ^o	+	D4	CB	DD	BB	BD	•	4C	44	A4	DD	X4	BB	11	D4	D4	33	•	44	4D	•	44	•
	-	CD	DB	CD	44	DB	•	44	44	44	DD	x4	DC	DD	A4	DD	A4	•	D4	DB	•	D4	•

1- Resposta de nível primitivo

2- Resposta de nível qualitativo

3- Resposta de nível super-qualitativo

4- Resposta de nível quantitativo

A e B - Resposta ambígua na 3^a situaçãoC- Resposta ambígua na 2^o e 3^o situaçõesD- Resposta ambígua na 1^o situação

•- Criança não realizou a prova

x- resposta não inteligível

Critérios Utilizados na Comparação do Nível de Desenvolvimento Obtido nas Provas da Soma e da Subtração

Para compararmos as diferentes respostas sem coerência, dadas nas duas provas, faremos uso da distinção em diferentes tipos de respostas ambíguas, segundo a seguinte ordem decrescente de proximidade ao nível 4:

- A- 1^a e 2^a situações compatíveis com os níveis 2, 3 e 4 (3^a situação ambígua)
- B- 1^a e 2^a situações compatíveis com o nível 1 (3^a situação ambígua)
- C- 1^a situação compatível com todos os níveis (2^a e 3^a situações ambíguas)
- D- 1^a situação incompatível com todos os níveis (1^a situação ambígua)

Analisando os resultados incluídos na tabela 46, conseguimos identificar diferenças entre as 2 provas. A estratégia utilizada consta da comparação do número de crianças que obteve melhores resultados na prova da subtração com o número de crianças que obteve melhores resultados na prova da adição.

Consideramos os resultados obtidos na prova da subtração superiores aos obtidos na prova da adição sempre que se verificar:

- número na adição inferior a número na subtração
- letra na adição e número na subtração
- letra B na adição e letra A na subtração
- letra C na adição e letra A na subtração
- letra C na adição e letra B na subtração
- letra D na adição e letra A, B ou C na subtração

Os casos inversos aos enunciados serão aqueles nos quais os resultados na prova da adição são superiores aos da prova da subtração.

Apresentação e Discussão dos Resultados:

A nossa análise comparativa não incluí os resultados das crianças que não realizaram as prova da subtração (crianças nº 33 e 36 no 1^o tempo). Comparamos o nível de desenvolvimento atingido por 42 (44-2) e 24 crianças nas provas, nos 1^o e 2^o tempos, respectivamente.

Por baixo de cada criança (tabela 46) existem duas colunas de respostas: a primeira coluna diz respeito à formulação 1 e a segunda coluna à formulação 2.

Se partirmos do princípio que qualquer resposta coerente com os níveis descritos por Cooper denota um maior nível de desenvolvimento que a uma ambígua, podemos dizer que o desempenho na prova adição foi ligeiramente superior ao desempenho na prova da subtracção. Esta tendência é visível em ambos os tempos, pois $12 < 16$ e $7 < 12$ (tabela 47).

A atribuição de melhores resultados à prova da soma é associado à maior facilidade que as crianças têm em operar somando do que em operar subtraindo.

Tabela 47: Frequência de crianças que respondem melhor à prova da subtracção e vice-versa.

Tempo	Melhores resultados na	Frequência
1 ^o	Subtracção	12
	Adição	16
	Cte+misto	8 + 4
2 ^o	Subtracção	7
	Adição	12
	Cte+misto	10 + 5

Análise do Nível de Desenvolvimento Criança a Criança

Resultados com Coerência

1^o tempo:

Constatamos que, para ambas as provas, 5 das 44 crianças deram sempre respostas de nível 4. As crianças que deram uma resposta de nível 4 em ambas as formulações são 7 para a prova da adição e 10 para a prova da subtracção.

Tabela 48: Níveis de desenvolvimento segundo Cooper, identificados nas respostas coerentes demonstradas (1^o tempo).

Prova	Formu- lação	Número das crianças																						
		1	3	4	5	6	7	8	9	10	13	14	15	18	19	20	21	27	24	29	30	31	41	43
+	1			4	4	4		4	4	4				2		4		1		2		2		4
	2	4	4	4	4	4	4	4	4	4					4		4		4		4	3		4
-	1		4	4			4	4	4	4		4			4		3	4			4		1	4
	2	4	4	4			4	4	4	4	3	4	4		4		3		4		4			4

2^o tempo:

Constatamos que, para ambas as provas, 6 das 34 crianças deram sempre respostas de nível 4. As crianças que deram uma resposta de nível 4 em ambas as formulações são 10 para a prova da adição e 12 para a prova da subtracção.

Tabela 49: Níveis de desenvolvimento segundo Cooper, demonstrados identificados nas respostas coerentes demonstradas (2^o tempo).

Prova	Formulação	Número das crianças																																										
		2	4	5	6	7	8	9	11	14	16	17	18	19	20	21	22	23	27	29	30	31	33	35	36	37	38	40	41	43														
+	1			4	4	4		4	2	4		4		4	4	4				4	4				1				3	4	4	4												
	2	4		4	4		4	4		4	4	4		4		4	4	4				4	4	4	1	4	4	3	4		4													
-	1				4	4	4	4		4			4	4		4			4	4	4	4																						
	2	4	4		4	4	4	4		4	4	4	4	4		4	4		4	4	4	4	4			4	4	4	4	4														

Resultados Ambíguos

Resultados ambíguos na 3^a situação e coerentes na 1^a e 2^a situações.

Na grande maioria das vezes, as crianças testadas apresentam uma sequência de resultados sem coerência, não sendo associáveis a nenhum dos 4 níveis de Cooper. Já que a sequência das respostas ambíguas não é coerente, estas são interpretadas, nas tabelas 50/51, 52/53 e 54/55, somente nos momentos em que existe coerência interna. Isto é, as tabelas 64 a 69 indicam quais os níveis de Cooper possíveis perante as respostas ambíguas. As tabelas 50 e 51 dizem respeito a sequências de respostas que só são ambíguas na 3^a situação, as tabelas 52 e 53 a sequência de respostas que só são ambíguas nas 2^a e 3^a situações e as tabelas 54 e 55 a sequências de respostas que são ambíguas, pelo menos, na 1^a situação.

1^o tempo: Caso a sequência de respostas da prova da adição fosse coerente, as respostas dadas nas 1^a e 2^a situações poderiam dar origem a, no máximo, 7 respostas ao nível 1 e 14 respostas de nível 2, 3 ou 4. Para a prova da subtracção dariam, no máximo, origem a 9 respostas de nível 1 e 2 respostas de nível 2, 3 ou 4.

Uma leitura geral do quadro, indica que, num total de 176 sequências de respostas (44 crianças x 2 provas x 2 tarefas), 16 poderiam ser de nível 1 e 16 de nível 2, 3 ou 4.

Tabela 50: Níveis de desenvolvimento compatíveis com a sequência de respostas dadas nas 1^a e 2^a situações, letras A e B (1^o tempo).

Prova	Formulação	3	5	6	7	12	13	14	15	16	18	19	20	21	22	23	25	26	27	29	30	31	32	33	34	38	39	41
+	1	A			A	B	B	A	B	A		A		A	A	A	A		A		A		B	A	A	A		B
	2					B							A															B
-	1										B							B		B		B	A			A		
	2		B	B		B												B		B								

A- níveis 2, 3 e 4

B- nível 1

Tabela 53: Respostas ambíguas na 2^a e 3^a situações, letra C (2^o tempo)

Provas	Formulação	Criança número				
		23	24	25	29	34
+	1		X			
	2				X	
-	1	X		X		
	2					X

Resultados ambíguos pelo menos na 1^a situação.

Verificamos que, algumas crianças deram respostas que, pelo menos na 1^a situação, são incompatíveis com qualquer das sequências correspondentes aos níveis 1, 2, 3 ou 4.

Tabela 54: Respostas ambíguas na 1^a situação, letra D (1^o tempo).

Prv	Frção	Criança número																										
		1	2	5	13	14	15	16	17	18	20	22	23	25	26	28	29	31	32	33	34	35	36	38	39	40	41	42
+	1		X					X					X	X							X			X	X			X
	2		X		X	X	X	X				X	X		X	X			X	X		X	X		X	X	X	X
-	1	X	X	X	X		X	X	X		X	X		X							X			X	X		X	
	2						X		X	X	X	X		X		X	X		X	X		X	X	X	X	X	X	

Tabela 55: Respostas ambíguas na 1^a situação, letra D (2^o tempo).

Prv	Frção	Criança número																		
		4	7	11	16	17	20	23	24	25	27	32	33	34	35	36	37	40	41	43
+	1							X		X		X				X	X			
	2	X	X	X			X			X	X	X							X	
-	1	X		X	X	X	X				X	X	X	X	X		X	X	X	X
	2			X			X	X	X	X		X			X		X			

Comparação dos Resultados da Prova da Soma com os Resultados da Prova da Subtração

Quando comparamos os resultados da prova da adição com os resultados da prova da subtração temos de ter em conta dois factores. Um deles é o nível de dificuldade de cada uma delas e o outro é a ordem pela qual se realizam as provas.

Quanto ao factor ordem, é natural que as crianças demonstrem maior dificuldade em responder correctamente à prova da adição, pois é a primeira vez que se deparam com as situações.

A prova da adição tem um nível de dificuldade inferior à prova da subtração, mas é a primeira a ser realizada. A vantagem da operação adição ser mais fácil de realizar é contrariada pela desvantagem de ser realizada a priori. Assim, a ordem pela

qual se realizam as provas pode ter ser compensada pela diferença de grau de dificuldade de cada uma das provas.

Como todas as crianças resolveram primeiro a prova da adição e depois a prova da subtracção, os resultados obtidos só nos fornecem o balanço ou conjugação entre os dois factores (dificuldade e ordem), que neste caso actuam em sentidos contrários: o primeiro beneficia a prova da adição e o segundo a prova da subtracção. Os dados permitem dizer qual dos dois factores é o mais forte.

Relação entre a Capacidade de Quantificação e o Nível de Desenvolvimento

Relacionaremos o modo de quantificar com o nível de desenvolvimento. Analisaremos, mais precisamente, como quantificam as crianças que demonstraram melhores resultados na comparação de numerosidades. Os critérios de selecção das crianças que demonstraram melhores resultados foram dois: responder correctamente à formulação 1 quando a numerosidade se iguala e alcançar o domínio quantitativo (nível 4).

Relembrando os resultados das tabelas 36 e 37, poucas foram as crianças que, em pelo menos um momento, responderam correctamente à formulação 1 quando a numerosidade se iguala. Elas foram as crianças somente 14 para o 1^o tempo e 15 para o segundo tempo.

Quanto aos resultados que reflectem o raciocínio de nível 4, e em conformidade com as tabelas 47 e 48, as que o fazem, em pelo menos uma tarefa, são 18 no 1^o tempo e 27 no 2^o tempo.

Verificamos que grande parte das crianças que obedecem a um dos critérios também obedecem ao outro. No 1^o tempo, de entre as 14 crianças responderam correctamente à formulação 1 quando a numerosidade se iguala 10 alcançam o domínio qualitativo. No 2^o tempo, de entre as 15 crianças que responderam correctamente à formulação 1 quando a numerosidade se iguala 13 alcançam o domínio quantitativo.

Reunindo os dois critérios chegamos à conclusão que as crianças que demonstraram melhores resultados foram 24 para o 1^o tempo e 26 para o 2^o tempo. São essas as crianças que servirão de referência, ou seja as crianças que melhor compararam as numerosidades.

O modo como estas 24 e 26 crianças quantificam numerosidades será agora comparado com o grupo das restantes (isto é, o grupo das que comparam pior), tentando estabelecer uma relação entre a capacidade de **quantificação** e a capacidade de **comparação**.

Para compararmos o modo como quantificam as crianças que tiveram melhores resultados na comparação de numerosidades com o modo como quantificam as crianças que tiveram piores resultados na comparação de numerosidade, teremos de saber como é que uns e outros compararam numerosidades. As tabelas 56 e 57 fornecem-nos essa informação, relativamente à correcção e estratégias utilizadas, para quantificar numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4.

Tabela 56: Percentagem aproximada às unidades de crianças que quantificam correctamente e por estimação, das crianças que apresentaram melhores e piores resultados na comparação de numerosidades (1^o tempo)

Quantificação Comparação	Correcta		Por estimação	
	Crs que comparam melhor	Crs que comparam pior	Crs que comparam melhor	Crs que comparam pior
1 elemento	98	93	98	93
2 elementos	97	88	90	75
3 elementos	92	78	76	64
4 elementos	83	72	62	62

Tabela 57: Percentagem aproximada às unidades de crianças que quantificam correctamente e por estimação, das crianças que apresentaram melhores e piores resultados na comparação de numerosidades (2^o tempo)

Quantificação Comparação	Correcta		Por estimação	
	Crs que comparam melhor	Crs que comparam pior	Crs que comparam melhor	Crs que comparam pior
1 elemento	100	99	100	97
2 elementos	100	100	98	87
3 elementos	96	92	97	89
4 elementos	88	58	92	85

Discussão dos Resultados

A percentagem de crianças que quantificam de modo correcto e por estimação é maior relativamente ao grupo de crianças que tiveram melhor desempenho na tarefa de comparação do que das que tiveram pior desempenho na tarefa de comparação.

Verificamos que existe uma relação entre a capacidade de quantificação e de comparação, no sentido que o grupo de criança que melhor comparam são também o grupo de crianças que melhor quantificam.

COMPARAÇÃO DOS RESULTADOS DOS 1º e 2º TEMPOS E SUA DISCUSSÃO

Nesta secção, serão comparados os resultados obtidos em Julho de 2002 com os resultados obtidos em Fevereiro de 2003, no que diz respeito à quantificação do número de elementos de um conjunto, à comparação de numerosidade relativa e ao nível de desenvolvimento das crianças.

Para não comparar as respostas dadas por 44 crianças (1º tempo) com as respostas dadas por 34 crianças (2º tempo), resolvemos não considerar o resultado das crianças que não repetiram a prova no 2º tempo, mais precisamente as crianças nºs 1, 3, 10, 12, 13, 15, 28, 39, 42 e 44. Assim, far-se-á a comparação das respostas dadas por 34 crianças no 1º tempo com as respostas dadas pelas mesmas crianças no 2º tempo. Para tal, ignoraremos os resultados das 10 crianças, que não repetiram a prova no 2º tempo e criaremos novas tabelas de apresentação de resultados para o 1º e 2º tempos.

As frequências de correcção ou de cada estratégia de resposta não variam muito de formulação para formulação. Por essa razão, as tabelas 59, 60 e 61 apresentam a média de respostas de ambas as formulações.

Quantificação do Número de Elementos de um Conjunto

Relativamente à quantificação de numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, referimos as tabelas 58, 59, 60 e 61 (34 crianças) em vez das tabelas 1, 2, 3 e 4 (44 crianças)

As tabelas 63, 65 e 66 organizam os dados de 34 crianças, segundo uma perspectiva comparativa.

Correcção

Considerando as respostas dadas nas duas formulações do 1º tempo, o número médio de crianças que quantificaram correctamente conjuntos com numerosidades iguais a 1 é de 31, com numerosidade igual a 2 é de 29, com numerosidade igual a 3 é de 22 e com numerosidade igual a 4 é de 18. Quanto à média das respostas incorrectas elas são de 1.5 quando a numerosidade é igual a 1, de 3 quando a numerosidade é igual a 2, de 6 quando a numerosidade é igual a 3 e de 13 quando a numerosidade é igual a 4.

Tabela 62: Correcção das respostas, à medida que a numerosidade aumenta, excluindo as 10 crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (1º tempo, 34 crianças).

Conjuntos com Numerosidades iguais a:	Missing		Falso		Verdadeiro		Vf	
	Fmção1	Fmção 2	Fmção1	Fmção 2	Fmção 1	Fmção 2	Fmção 1	Fmção 2
1	1	2	2	2	30	30	1	0
	2	1	1	1	31	32	0	0
2	2	1	4	2	27	29	1	2
	1	1	4	2	27	29	1	0
	1	1	3	2	29	31	0	1
	2	4	3	2	30	31	3	1
	2	4	4	2	28	25	0	2
3	2	2	8	4	24	18	0	1
	2	4	5	6	24	22	2	2
4	1	2	14	13	18	19	2	2
	1	2	15	10	17	19	2	4
	2	4	9	17	22	14	3	3

A análise comparativa da correcção das respostas nos 2 tempos centrar-se-á na oscilação da média de respostas correctas.

O número médio de respostas correctas, na quantificação de qualquer das numerosidades, aumentou do 1º tempo para o 2º tempo. Por exemplo, num total de 34 crianças, a quantificação de conjuntos com 3 elementos sofreu um aumento de 22 para 30 respostas correctas.

Tabela 63: Comparação do número médio, aproximado às unidades, de respostas correctas no 1º e 2º tempos, excluindo as 10 crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (1º tempo, 34 crianças).

Numerosidade	Número médio de respostas correctas	
	1º tempo	2º tempo
1	31	34
2	29	34
3	22	30
4	18	22

Estratégias de Quantificação

Compararemos as estratégias de quantificação utilizadas no 1º tempo com as utilizadas no 2º tempo, segundo duas interpretações: estimação/contagem (tabelas 64 e 65) e utilização de gestos (tabelas 66 e 67)

Considerando as respostas dadas nas duas formulações do 1º tempo, por 34 crianças, o número médio de crianças que recorrem à estratégia de estimação para quantificarem conjuntos com numerosidade igual a 1 é de 32, com numerosidade igual a 2 é de 21, com numerosidade igual a 3 é de 14 e com numerosidade igual a 4 é de 8.

Em contrapartida, o número médio de crianças que recorrem à estratégia de contagem para quantificarem conjuntos com numerosidade igual a 1 é de 1, com numerosidade igual a 2 é de 10, com numerosidade igual a 3 é de 17 e com numerosidade igual a 4 é de 24.

Tabela 64: Frequência de crianças que utilizam a estratégia de estimação ou de contagem, à medida que a numerosidade aumenta, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2^o tempo (34 crianças, 1^o tempo).

Conjuntos com Numerosidades iguais a:	Missing		Estimação		Contagem	
	Fmção 1	Fmção 2	Fmção 1	Fmção 2	Fmção 1	Fmção 2
1	1	2	31	32	2	0
	2	1	32	33	0	0
2	1	1	22	24	10	9
	2	1	18	24	15	9
	1	1	24	23	9	10
	2	4	23	19	9	11
	2	4	21	19	11	11
3	2	2	14	17	18	15
	3	4	13	12	18	18
4	1	2	9	6	24	25
	1	2	6	8	27	24
	2	4	10	9	22	21

Não será feita a comparação relativamente ao tipo de estratégia utilizada para numerosidades iguais a 1, porque nesse caso a resposta da criança pode ser encarada como estimação ou contagem.

As crianças recorrem mais à estratégia de estimação no 2^o tempo do que no 1^o tempo. Esta tendência é válida para a quantificação de qualquer das numerosidades pois $27 > 21$, $28 > 14$ e $27 > 8$. Em contrapartida, passam a recorrer menos à estratégia de contagem, pois $7 < 11 < 17$ e $8 < 24$.

Tabela 65: Comparação do número médio de vezes que as crianças recorrem a cada tipo de estratégia no 1^o e 2^o tempo, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2^o tempo (34 crianças, 1^o tempo).

Numero Sidade	Estimação		Contagem		Missing	
	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo
1	31	33	1	1	2	0
2	21	27	10	7	2	0
3	14	28	17	6	3	0
4	8	27	24	8	2	0

Relativamente ao uso de gestos ou não para auxiliar a quantificação de numerosidades iguais a 1, 2, 3 e 4, em vez da tabela 26 (44 crianças) referimos a tabelas 66 (34 crianças).

No 2^o tempo as crianças utilizam menos os gestos do que no 1^o tempo, pois $27 < 31$, $23 < 28$, $18 < 24$ e $11 < 17$.

Tabela 66: Frequência de crianças que não dão respostas incorrectas, quantificando com ou sem gestos, à medida que a numerosidade aumenta, excluindo as crianças que não repetiram a prova no 2º tempo (34 crianças, 1º tempo).

Conjuntos c/ Numerosidades iguais a:	Com gestos		Sem gestos	
	Fmção 1	fmção 2	Fmção1	Fmção 2
1	4	4	27	26
	4	3	27	29
2	9	7	13	24
	6	4	24	27
	3	4	16	28
	5	5	25	23
	5	5	23	23
3	10	8	15	19
	9	4	18	20
4	11	8	8	13
	9	9	9	15
	13	5	8	11

Tabela 67: Comparação do número médio de vezes que as crianças, que não respondem incorrectamente, recorrem à utilização de gestos ou não para quantificar numerosidades no 1º e 2º tempos, (34 crianças)

Numero Sidade	Com dedos		Sem dedos	
	1º tempo	2º tempo	1º tempo	2º tempo
1	3,73	3,25	27,25	30,5
2	5,3	5,9	22,6	28
3	7,75	7,75	18	23,5
4	9,1(6)	7	11	17,(3)

Discussão dos Resultados

Verificamos que, do 1º para o 2º tempo, aumentaram as respostas correctas e diminuíram as respostas incorrectas. Este resultado era previsível, uma vez que, já na análise do 1º tempo, as crianças mais velhas demonstram melhores resultados quanto à correcção das respostas da quantificação de número.

Assistimos também a uma mudança da estratégia de quantificação, pois aumentaram as respostas por estimação e diminuíram as respostas por contagem. Quanto à utilização de gestos, verificamos que as crianças quando testadas no 2º

tempo, ou seja mais velhas, recorrem menos aos dedos para quantificar numerosidades.

Em resumo, passados 7/8 meses, um maior número de crianças mostrou não necessitar de contar nem de utilizar os dedos para quantificar correctamente os elementos constituintes de cada conjunto. Esta relação idade/estratégia leva-nos a pensar que a estratégia de estimação corresponde a um modo mais evoluído de quantificar numerosidades. Ele é, pelo menos, o mais rápido. Por outro lado, à medida que as crianças crescem, e consequentemente passam a estar mais à vontade no domínio das quantificações, a utilização dos gestos deixa de ser necessária. Ela tem uma conotação infantil ou primitiva.

Comparação de Numerosidade Relativa

As tabelas 68 e 69 comparam os resultados das mesmas 34 crianças nos 2 tempos. Analogamente com o que aconteceu na análise dos resultados respeitantes ao modo como compararam as numerosidades nos 1º e 2º tempos (tabelas 32 a 35), a comparação apresentada nas tabelas 68 e 69 terá de ser realizada de uma forma mais cuidada, não se limitando na sua colocação lado a lado. A leitura das tabelas 68 e 69 não é linear. Estas comparam os dados do 1º tempo com os dados do 2º tempo, relativamente às provas de adição e subtracção, respectivamente. No entanto, a sua leitura obedece a uma lógica que será exposta mais tarde, nas secções “conjuntos com numerosidades diferentes” e “conjuntos com numerosidades iguais” com a ajuda das tabelas 70 a 76.

Tabela 68: Relação entre as capacidades de comparação nos 1^o e 2^o tempos, na prova da adição (34 crianças).

Sit.	Rsp.errada		Rsp.certa		Missing	
	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo
2/2	27	28	2	6	5	0
	6	2	26	32	2	0
+1	3	2	29	32	2	0
	12	7	20	27	2	0
+1	1	5	31	29	2	0
	12	2	20	32	2	0
2/1	4	1	28	33	2	0
	5	1	27	33	2	0
+1	29	30	3	4	2	0
	6	27	26	7	2	0
+1	1	4	31	30	2	0
	14	3	18	31	2	0
3/1	0	4	32	30	2	0
	11	4	21	30	2	0
+1	24	13	18	21	2	0
	12	3	20	31	2	0
+1	28	29	4	5	2	0
	8	6	24	28	2	0

De uma maneira geral, as respostas correctas aumentam do 1^o para o 2^o tempo tanto para os momentos em que a numerosidade dos conjuntos da situação inicial diferem como para conjuntos com a mesma numerosidade.

Quando os conjuntos têm a mesma numerosidade a grande excepção verifica-se no 2^o momento da 2^a situação da prova da adição, no qual as crianças deram mais respostas certas no 1^o tempo, pois $26 > 7$.

Tabela 69: relação entre as capacidades de comparação nos 1^o com 2^o tempos, na prova da subtracção (34 crianças).

Sit	Rsp.errada		Rsp.certa		Missing + inc	
	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo
4/4	24	31	7	3	3	0
	13	10	18	24	3	0
-1	8	11	23	23	3	0
	11	5	20	29	3	0
-1	5	12	26	22	3	0
	8	3	23	31	3	0
2/3	13	9	16	25	3	0
	5	5	25	29	4	0
-1	25	23	4	11	3	0
	9	9	21	25	4	0
-1	7	12	24	22	3	0
	11	4	19	30	4	0
2/4	9	7	22	27	3	0
	5	2	25	32	4	0
-1	15	17	16	17	3	0
	11	5	19	29	4	0
-1	25	22	6	12	3	0
	8	7	22	27	4	0

Verificamos que a tendência geral é no sentido de as crianças testadas no 1^o tempo responderem um maior número de vezes incorrectamente à formulação 1 e simultaneamente correctamente à formulação 2. As respostas dadas no 3^o momento da 3^a situação da prova da soma, consiste numa excepção, pois $20 < 22$.

O número de uma respostas correctas dadas à formulação 1 obtidas no 2^o tempo é maior do que no 1^o tempo. No entanto, isso não acontece para o 1^o momento da 1^a situação ($7 > 3$).

A formulação tem maior impacto nas respostas dadas no 2^o tempo, interferindo ligeiramente menos no 1^o tempo.

Tabela 70: Comparação do número de crianças que deram simultaneamente uma resposta incorrecta à formulação 1 e correcta à formulação 2, no 1^o e 2^o tempo, quando as numerosidades se igualam.

Conj. com Igual cardinal	Prova soma		Prova subtracção	
	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo
1 ^o mt da 1 ^a sit	23	11	13	13
2 ^o mt da 2 ^a sit	23	22	15	12
3 ^o mt da 3 ^a sit	20	22	16	11

Tabela 71: Comparação das respostas correctas da formulação 1, nos momentos em que a numerosidade se iguala.

Conj. com Igual cardinal	Prova soma		Prova subtracção	
	1 ^o tempo	2 ^o tempo	1 ^o tempo	2 ^o tempo
1 ^o mt da 1 ^a sit	2	6	7	3
2 ^o mt da 2 ^a sit	3	5	6	9
3 ^o mt da 3 ^a sit	4	5	6	11

Nível de Desenvolvimento das Crianças

Prova da adição:

A frequência de crianças que deram uma resposta de nível 4 em ambas as formulações e que deram uma resposta ambígua na formulação 1 e de nível 4 na formulação 2 sofreu, de um tempo para o outro, um aumento de 4 crianças. Verificamos que esses aumentos foram de 6 para 10 e de 5 para 9 crianças, respectivamente.

A frequência de crianças que deram uma resposta ambígua em ambas as formulações diminuiu, sendo igual a 16 no 1^o tempo e igual a 9 no 2^o tempo.

Tabela 72: Comparação entre as frequências dos níveis alcançados nos 1^o e 2^o tempos, na prova da adição

Nível de Cooper		Frequência	
Formulação 1	Formulação 2	1 ^o tempo	2 ^o tempo
?	?	16	9
4	4	6	10
?	4	5	9
4	?	2	3
1	1	0	1
3	3	0	1
2	3	1	0
2	?	2	1
1	?	1	0
Missing	Missing	1	0

Prova da subtracção:

A frequência de crianças que deram uma resposta de nível 4 em ambas as formulações aumentou de 8 para 12, do 1º para o 2º tempo.

O número de crianças que responderam incoerentemente à 1ª formulação e que deram resposta de nível 4 à 2ª formulação e vice-versa aumentou, sendo 1 para o 1º tempo e 10 para o 2º tempo no 1º caso e 8 para o 1º tempo e 12 para o 2º tempo no 2º caso.

Tabela 73: Comparação entre as frequências dos níveis alcançados nos 1º e 2º tempos, na prova da subtracção

Nível de Cooper		Frequência	
Formulação 1	Formulação 2	1º tempo	2º tempo
?	?	18	12
4	4	8	12
Missing	Missing	4	0
?	4	1	10
4	?	1	0
1	?	1	0
3	3	1	0

Tabela 74: Comparação da frequência de cada tipo de resposta em 68 momentos nos 1º e 2º tempos (34 crianças)

Provas	Respostas	Frequências		
		1º tempo	2º tempo	
Soma	Coerentes	23	38	
	Ambíguas	3º tp	9	14
		2º e 3º tp	7	2
		1º tp	17	12
	Missing			
Subtracção	Coerentes	21	34	
	Ambíguas	3º tp	10	9
		2º e 3º tp	7	3
		1º tp	22	22
	Missing			

Discussão dos Resultados:

Os resultados parecem indicar que se verificou uma evolução do 1º para o 2º tempo. De uma forma geral, o desempenho das crianças, relativamente ao modo como comparam a numerosidade de conjuntos, melhorou.

No entanto, para compreendermos de que forma se deram as mudanças foi necessário realizarmos uma análise criança a criança. Seguidamente, faremos a

leitura dos resultados por criança, no que diz respeito às respostas com coerência e aos 3 tipos de respostas sem coerência. Só desta forma é que poderemos identificar as evoluções que se fizeram sentir, de um tempo para o outro, em cada crianças.

Análise do Nível de Desenvolvimento Criança a Criança

As crianças nº 1, 3, 10, 12, 13, 15, 28, 39, 42 e 44 não repetiram a prova no 2º tempo. Por esse motivo e ao contrário da tabela 45, as suas respostas não constam na tabela 75.

Tabela 75: Níveis de desenvolvimento demonstrado pelas 34 crianças nos 2 tempos.

prov a	Tarefa	2		4		5		6		7		8		9		11		14		16		17		18		19		20	
		1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o
+	1	D	B	4	B	4	4	4	4	4	A	4	4	A	4	A	4	A	4	A	A	D	4	2	B	A	4	4	4
	2	D	C	4	D	4	4	4	4	4	D	4	4	D	4	D	4	D	4	D	4	D	4	C	B	4	4	A	D
-	1	D	B	4	D	D	B	C	4	4	4	4	4	4	4	4	D	4	4	D	D	D	D	B	4	4	4	D	D
	2	C	4	4	4	B	B	4	4	4	4	4	4	4	4	D	4	4	4	D	4	C	4	D	4	4	4	D	D

prov a	Tarefa	21		22		23		24		25		26		27		29		30		31		32		33		34		35	
		1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o
+	1	A	4	A	C	A	D	1	C	A	D	D	B	A	B	2	4	A	4	2	A	B	D	A	A	A	B	D	1
	2	4	4	C	4	D	4	C	B	D	D	C	B	4	D	D	C	4	4	3	4	C	D	D	4	D	B	C	1
-	1	3	4	C	A	D	C	4	D	D	C	B	4	C	D	B	4	4	4	B	4	A	D		D	C	D	D	D
	2	3	4	D	4	D	D	C	B	D	D	B	4	4	B	4	4	4	4	D	4	D		4	D	C	D	D	D

prov a	Tarefa	36		37		38		40		41		43	
		1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o	1 ^o	2 ^o
+	1	C	D			A	3	D	4	B	4	4	4
	2	D		4	D	3	D	4	D	D	4	4	4
-	1		4	D	1	A	A	D	D	1	D	4	D
	2		4	D	D	D	4	D	4	D	D	4	4

A- 1^a e 2^a situações compatíveis com os níveis 2, 3 e 4 (3^a sit. ambígua)B- 1^a e 2^a situações compatíveis com o nível 1 (3^a sit. ambígua)C- 1^a situação compatível com todos os níveis (2^a e 3^a sits ambíguas)D- 1^a situação incompatível com todos os níveis

Crêterios Utilizados

Observamos mudanças entre o 1^o e 2^o tempo, quanto à capacidade de as crianças compararem numerosidade. Tendo em conta que os números 1, 2, 3 e 4 reflectem o domínio de um nível de Cooper e que os as letras A, B, C e D correspondem a diferentes níveis de respostas ambíguas, consideramos os seguintes modos de provável evolução, dentro da mesma prova:

- letra no 1^o tempo e número 4 no 2^o tempo
- letra C no 1^o tempo e letra A ou B no 2^o tempo
- letra D no 1^o tempo e letra A, B ou C no 2^o tempo
- número no 1^o tempo e letra no 2^o tempo

Apresentação e Discussão dos Resultados

Quando na tabela 75, comparamos os resultados das provas realizadas no 1^o tempo com os resultados das provas realizadas no 2^o tempo, verificamos que o desempenho das crianças sofreu uma transformação. A tabela 76 divide essas mudanças em evolução, regressão ou mudança mistas.

As crianças demonstram comparar numerosidades de modo mais evoluído quando foram testadas no 2^o tempo, pois dão respostas de nível superior no 2^o tempo. No que respeita aos níveis atingidos, de acordo com a tabela 76, tanto na prova da adição como na prova da subtracção, o número de crianças que progride, do 1^o para o 2^o tempo,   maior do que o número de crianças que retrocede (15>6 e 16>5). Como se pode constatar perante a leitura da tabela 75, em particular, o número de vezes que as crianças dão uma resposta de nível 4 aumenta, do 1^o para o 2^o tempo, quase para o dobro.

Esta evolução é protagonizada tanto por crianças de faixa etária superior como inferior. A progressão não tem relação com a idade.

Tabela 76: Mudanças verificas do 1^o para o 2^o tempo

Prova	Mudanças	Frequência
Adição	Evolução	14
	Regressão	6
	Cte+misto	4 + 10
Subtracção	Evolução	16
	Regressão	5
	Cte+misto	8 + 5

Quando se compara a prova da adição com a prova da subtracção, mais uma vez, não se verificam diferenças relevantes no nível atingido pelas crianças. O número de crianças que evolui e que regride é, para cada uma das provas, muito semelhante.

Verificamos que, 9 das 14 crianças que evoluíram na prova da adição e 9 das 16 crianças que evoluíram na prova da subtracção fizeram-no segundo o mesmo padrão: é letra no 1º tempo 3 número 4 no 2º tempo. Este foi o padrão de evolução predominante.

CONCLUSÕES

Como dissemos anteriormente, o domínio do conceito de número, de acordo com Gelman (1986), implica que a criança tome consciência e utilize na contagem o princípio da sequência fiável, o princípio da correspondência termo-a-termo, o princípio da cardinalidade, o princípio da abstracção e o princípio da não pertinência da ordem. No nosso estudo, quando lhes foi pedido que quantificassem uma numerosidade, algumas das crianças testadas contaram numerosidades sem respeitarem alguns dos princípios referidos por Gelman. Conforme os resultados das experiências desenvolvidas por Gelman e Gallistel (1986) algumas das crianças testadas respeitam uns princípios independentemente de respeitarem ou não outros.

Os Estimadores e os Operadores constituem exemplos de competências, que foram distinguidas de acordo com Gelman (1972) e que são utilizadas para representar numerosidades absolutas ou relativas, respectivamente, e para determinar o efeito de uma transformação de numerosidade, operando a adição ou a subtracção. Neste caso concreto, a distinção entre estimadores e operador é importante, porque a criança pode responder à pergunta, feita acerca da numerosidade dos dois conjuntos, utilizando o processo estimador ou operador (Cooper, 1978). Se a criança responder utilizando, por exemplo, a contagem das numerosidades dos dois conjuntos depois da sua transformação ela estará a utilizar o processo estimador, mas se predisser a numerosidade final considerando a numerosidade inicial e a transformação, levada a cabo pela operação, ela estará a utilizar o processo operador. A grande maioria das crianças em estudo aparentaram tê-lo feito segundo uma solução operadora.

De acordo com Cooper (1991), é conforme o seu desenvolvimento que as crianças utilizam diferentes capacidades para determinar numerosidades relativas. Numa primeira fase, as crianças só são capazes de discriminar se dois elementos são ou não iguais. Mais tarde, já conseguem determinar qual dos conjuntos inclui mais elementos e são capazes de os ordenar quanto à sua cardinalidade. No entanto, só ainda mais tarde, tomam consciência de quantos elementos existem a mais num determinado conjunto face a outro (determinação intervalar).

Segundo o mesmo autor, a ordenação surge como uma capacidade que denota maior evolução do desenvolvimento do que a discriminação e a determinação

intervalar denota mais desenvolvimento do que a ordenação. Por outro lado, também os estimadores surgem antes dos operadores.

Além disso, tanto os Estimadores como os Operadores sofrem evolução. Seja ela a contagem, a percepção global (assim referida por Brissiaud, 1989 e denominada por *subitizing* pelos autores anglo-saxónicos) ou a correspondência um-a-um ou termo-a-termo, a capacidade de fazer estimativas melhora com a idade. Starkey & Cooper cit por Cooper (1983) verifica que que crianças com 3 anos *subitizam* conjuntos só com três elementos, enquanto que com 5 anos o fazem para quatro elementos e aos 7 anos já para seis elementos.

De acordo com Cooper (1991), durante o primeiro ano e meio de vida, a capacidade do bebé para discriminar pequenas numerosidade (*subitizing*) dá-lhe apenas informação cardinal e o uso que faz desta informação é inicialmente limitado à discriminação ao igual por comparação com o que é diferente. Após fazer uso da competência de discriminação, uma criança com 2 anos faz uso da capacidade de ordenação e aprende a ordenar os estados *subitizados*: $1 < 2 < 3 < \text{muitos}$. No entanto, só aos 3-4 anos é que aprende a contar grandes numerosidades relativas ($<, =, >$) e aos 5-6 a ordenar os estimadores de numerosidade aproximada ($<<, <, =, >, >>$). Relativamente ao desenvolvimento dos Operadores, Cooper defende a existência de uma sequência de desenvolvimento na compreensão da relação entre a numerosidade relativa inicial e a numerosidade relativa final, mediante a transformação levada a cabo pelas operações de adição e da subtração, distinguindo quatro níveis evolutivos: Primitivo, Qualitativo, Superqualitativo e Quantitativo.

A compreensão correcta da relação existente entre a numerosidade inicial e final só funciona ao nível primitivo (2 anos) quando os conjuntos têm numerosidades iguais, ao nível qualitativo (3/4 anos) quando as numerosidades iniciais são iguais ou diferem em 1 elemento, ao nível super-qualitativo (5/6 anos) quando as numerosidades iniciais são iguais ou diferem em 1 ou 2 elementos e ao nível quantitativo (7/8 anos) para todas as diferenças de numerosidade.

Segundo Cooper, no entender primitivo de uma criança com cerca de 2 anos, uma adição ou uma subtração significam sempre mais ou menos, respectivamente, considerando somente a transformação para prever a numerosidade final e não tomando em conta a numerosidade inicial. Só mais tarde é que a criança tem em atenção a magnitude da numerosidade relativa existente entre os conjuntos iniciais e a transformação ocorrida, passando a qualificar diferenças de um ou mais elementos

(3/4anos ou 5/6 anos, respectivamente) e, finalmente, a quantificar essas diferenças(7-8 anos).

Mediante os resultados obtidos neste trabalho, podemos identificar dois factores que têm influência na tarefa de quantificação: numerosidade e idade das crianças. Tanto o aumento da numerosidade como a diminuição da idade das crianças implica um aumento de dificuldade na quantificação, que se reflecte no aumento de respostas falsas, no recurso à estratégia de contagem e na diminuição do uso dos gestos.

Relativamente ao nosso objectivo principal, chegamos à conclusão que existem crianças que já revelam dominar um raciocínio de nível quantitativo. Isto é, essas crianças parecem responder tendo em consideração as duas regras que caracterizam o domínio do último nível: tomam em consideração a numerosidade inicial dos conjuntos e a magnitude da transformação. A frequência com que isso acontece é maior tanto nas crianças mais velhas dum mesmo tempo como é maior nos resultados do 2º tempo em relação aos do 1º tempo. Assim, os melhores resultados foram máximos no 2º tempo.

Tanto as crianças mais velhas (quando comparadas com as mais novas do mesmo tempo) como os resultados das crianças no 2º tempo (quando comparados com os do 1º tempo) demonstram,

1- relativamente à capacidade de quantificação de numerosidade:

- a) aumento de respostas verdadeiras e diminuição de respostas falsas
- b) aumento do recurso à estratégia de estimação e diminuição do recurso à estratégia de contagem.
- c) ligeiro aumento do recurso à palavra e diminuição do recurso aos gestos e

2- relativamente à capacidade de comparação de numerosidade:

- a)- aumento das respostas de nível desenvolvimental superior (Cooper)

No que diz respeito aos níveis descritos por Cooper, relativamente à capacidade de as crianças compararem numerosidades relativas, obtivemos uma polaridade entre respostas de nível 1 (primitivo) e nível 4 (quantitativo). Não detectamos praticamente nenhuma resposta de níveis intermédios (2 e 3). Cooper (1991) tinha já assinalado a existência de uma pequena percentagem de crianças no nível 3, interrogando-se inclusivamente sobre a existência real desse nível, como nível distinto dos níveis 2 e 4.

Apesar de numerosos esforços, não tivemos acesso a uma explicação clara da metodologia utilizadas por Cooper e colaboradores, e por consequência não podemos ter a possibilidade de comparar a metodologia por nós utilizada. No entanto, na nossa opinião verifica-se uma antecipação da utilização do nível quantitativo, em relação à idade a que Cooper (1983) atribui que as crianças atinjam o seu domínio. Os nossos resultados estão mais próximos dos encontrados por Blevins (1988), Cooper *et al* (1978) e Cooper (1991).

Este estudo levantou uma questão de ordem metodológica, que consiste na formulação da pergunta utilizada, quando desafiamos as crianças a comparar numerosidades, essencialmente quando as numerosidades dos conjuntos a comparar se igualam. De facto, quando a numerosidade dos conjuntos se iguala, verificamos diferenças relevantes entre o número de respostas correctas correspondentes às duas formulações utilizadas neste trabalho.

Implicações educativas: Impacto dos resultados

Este trabalho tem como implicação educativa chamar a atenção dos educadores para a identificação e interpretação os erros dados pelas crianças e, conseqüentemente ajudá-los a compreender como se processa a gênese do conceito de número ou o domínio do raciocínio matemático.

Desperta a reflexão sobre as repercussões que se poderão vir a sentir devido ao modo como se acompanham as práticas diárias no jardim de infância: contribuir para a tomada de consciência da importância que tem o investimento nos percursos da matemática, que se faz sentir no futuro desenvolvimento e construção lógica das crianças, quer seja visível ao nível de desempenho escolar quer ao nível da resolução dos problemas da vida quotidiana.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Blevins, B. Goth Mace P, Cooper G, Starkey P. (1981) *What do children know about addition and subtraction?* Paper presented to the meeting of Society for Research in child Development in Boston

Blevins, B. (1988) *Connections between addition and substration reasoning and the use of quantifiers.* Paper presented at the meeting of the Jean Piaget Society

Brissiaud, R. (1989). *Como as Crianças Aprendem a Calcular*, Inst. Piaget. Horizontes Pedagógicos.

Brissiaud, R. (1994). L'aquisition de connaissance numériques. in R. Ghigline, e, J. F. Richard. (Dir.) (1994). *Cours de Psychologie*, 3, Champs et Théories. Paris: Dunod, pp. 98-108.

Brush, L. (1972). *Children's Conceptions of addition and subtraction: the relation of formal notions.* Unpublished doctoral dissertation, Cornell university

Chichignoud M.-P.(1985), *Le Concept de nombre: étude des estrutures additives et soustractives en relation avec la suite numérique chez des enfants d'âge préscolaire.* Tese de conclusão do 3º ciclo de estudos Universitários, EHESS, Laboratório de estudo dos processos cognitivos e da linguagem.

Comitti, C., Bessot A., Pariselle C. (1980), *Analyse de comportements d'élève du cour préparatoire confrontés á une tâche de construction d'un ensemble equipotent à un ensemble donné* Recherches en didactique des mathématiques, vol.1,2, pp. 171-217

Cooper, R.G., & Starkey, P., (1977), *Whats preschoolers know about number: Does subtizing develops?* Paper presented at the American psychological associacion meeting, San Francisco.

Cooper, R, Starkey P & Blevins, B (1983). Numerical representation from infancy to middle chilhood: what develops? In D. Riguers & J. Sloboda (Eds) *The acquisition of Symbolic Skills.* New York: Plenum Press, pp. 523-533

Cooper, R. (1991). The role of mathematical transformations and practice in mathematical development. In L. Steffe (Ed) *Epistemological Foundations of Mathematical Experience.* New York: Springer-Verlag. 102-123.

Cooper, R. Starkey P. Blevins B, Goth P and Leitner E. *Number Development Addition and Substration.* University of Texas at Austin. Paper presented at meeting of Jean Piaget Society, Philadelphia.

Deahane, S. (1992). Varieties of numerical abilitis, *Cognition*, 44, pp. 1-42

Droz R., Paschoud J., (1981) Le Comptage et la Procedure (+1) -Intérée dans l'Exploration Intuitive de l'Addion, in *Renue Suisse de Psychologie*, nº40, (3), 1981, pp. 219-237

Fidalgo, Z. (1991). "Sobre a Aquisição das Primeiras Noções Matemáticas em Crianças em idade Pré-escolar" *Análise Psicológica*, 3-4 (IX): 389-392.

Fischer J.-P., L'enfant at le Comptage, Strasbourg, IREM (1982), La Denomination des Nombres par l'Enfant, Strasbourg, REM, (1984). L'Automatisation des Calculs Élémentaires á l'École, *Revue Française de Pédagogie*, nº80, 1987, pp.17-24.

Fischer J.-P., Meljac C. (1987), Pour une reabilitation du dénombrement- Le role du contage dans les tout premiers apprentissages numérique, *Revue canadienne de psycho- education*, vol. 16, nº1, pp.31-47.

Fuson, K. C., Richards, J. & Brains, D.J. (1982) The acquisition and elaboration of the number word sequence. In C. J. Brainerd (Eds), *Children's logical and mathematical cognition* (pp33-92) New york: Springer- Verlag.

Fuson K. et Hall J.(1983), The Acquisition of Early Number Meanings: a Conceptual Analysis and Review. In H. Ginsburg (Eds), *The Development of Mathematical Thinking*. Nova Iorque: Academic Press.

Fuson K., Pergament G., Lyons B. e Hall J.(1985), Children's Conformity to the Cardinality Rule as Function of Set Size and Counting Accuracy, *Child Development*, nº56, pp. 1429-1436.

Gelman, R., (1972), The nature and development of early number concepts. In: H.W. Reese (Ed), *Advances in child development and behaviour*, Vol.7, New York: Academic Press.

Gelman, R. (1977), How Children Reason About Small Numbers. In N.J. Castellan, D.B. Pisoni, G. R. Potts (Eds), *Cognitive Theory*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum.

Gelman, R. Gallistel, C. (1978). *The Child's understanding of number*. Cambridge, Mass: Harvard University Press

Gelman, R. Gallistel, C.(1986). The Child's understanding of number. *Canadian Journal of Psychology*.

Groen, G. et Parkman, J. (1972), A chronometric analysis of simple addition. In *Psychological Review*, 79

Hatano, G. (1982), Learnig to add and substract: a japonese perspective in Carpenter T.-P., Moser J. e Roberg T.-A. (eds) *Addition and Subtraction: a Cognitive Perspective*, Hillsdale, Lawrence Erlbaum

Klahr, D., Wallace J. G. (1976) *Cognitive Development: An Information Processing View*. Hillsdale, Erlbaum.

Klein, A., Starkey, P. (2000) *Fostering Children's Mathematics Knowledge: Findings from the Berkeley Math Readiness Projet*. Nacional conference on standards for preschool and kindergarden mathematics education, Mahway, NJ: Erlbaum

Meissner H. (1989). Wilhelms W. - Universitat Munster, West Germany "Cognitive Conflicts in Mathematics Learning" (1986) vol.1, nº 2, 7-15 *European Journal of Psychology of Education*

Martins, M. A. (1996). *Pré-história da aprendizagem da leitura* I.S.P.A.

Meissner, H., () *Cognitive Conflits in Mathematics Learning*. JEPE, vol.I, nº2, 7-16

Peill, E. (1975). *Invention and Discovery of Reality: The Acquisition of Conservation of Amount*. New York, Wiley.

Piaget, J. e Szeminska A., (1941). *La Genèse du Nombre Chez L'enfant*. Actualités Pédagogiques et Psychologique. Delachaux et Niestlé

Starkey, P. & Cooper, R.G. (1977). *The Role of Estimation Skills in Development of Number Conservation*. Paper presented at Jean Piaget Society meeting. Philadelphia.

Starkey, P. & Cooper, R.G. (1980), *Perspection of Numbers by Human Infants*, *Science*, 210: 1033-1035.

Steffe L.-P., von Glaserfeld E. (1985), *Helping Children to Conceive of Number*, *Recherches en Didactique des Mathématiques*, vol.6, nº 2-3, pp. 337-355

Vergnaud, G. (1981). *L'enfant, la mathématique et la réalité*, Collection Exploration recherches en sciences de l'éducation. Peter Lang, Berne, pp161-180.

Vigotsky, L. S. (1977). *Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar*. In Luria Leontien, Vigotsky e outros, *Psicologia e Pedagogia I: Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento*. Lisboa: Ed Estampa

Vigotsky, L. S. (1978). *Aprendizagem e desenvolvimento intelectual na idade escolar*. In Luria, Leontiev, Vigotsky e outros, *Psicologia e pedagogia I: Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento*, Lisboa: Eds. Estampa.

Wallach, L.; Wall, A. e Anderson, L. (1967) *Number Conservation: The Roles of Reversibility, Addition-Subtraction, and Misleading Perceptual Cues*. *Child Development*, 38, 425-442.

Wonwill, J. (1960). *A Study of the Development of the Number Concept by Scalogram Analysis*. *Journal of Genetic Psychology*, 97, 345-377.

Woods, S.S., Resnick, L. B., & Groen, G.J. (1975) *An Experimental Test of Five Process Models for Substraction*. *Journal of Educational Psychology*, 1, 17-21

ANEXOS

Anexo A: Identificação da amostra

Nome	Data de nascimento	Número
Margarida Araújo	10-11-97	1
Guilherme Gonçalves	10-01-98	2
Mariana Ribeiro	15-01-98	3
Carolina Gonzalez	26-03-98	4
Francisco Gonçalves	15-04-98	5
José Maria Pimentel	17-04-98	6
Beatriz Rocha	20-05-98	7
Inês Bastos	23-05-98	8
Rita Carvalho	25-05-98	9
Clara Henriques	31-05-98	10
Pedro Maria Pereira	04-05-98	11
Ana Mafalda Anjos	11-06-98	12
Martim Moleiro	11-06-98	13
Gonçalo Chambel Brreirs	24-06-98	14
João Pedro Filipe	11-07-98	15
Alexandre Albuquerque	15-07-98	16
Ivan	12-07-98	17
Guilherme Alves	12-08-98	18
Carolina Lucas	30-08-98	19
M ^a Leonor Rovisco	30-8-989	20
Marta Rovisco	18-09-98	21
Marta Fonseca	18-09-98	22
Stela	12-11-98	23
Bianca	12-11-98	24
Ana Moira	16-12-98	25
Beatriz Simões	15-11-98	26
José Maria Carvalho	26-10-98	27
Joana Silva	06-12-98	28
Joana Santos	02-01-98	29
Inês Pontes	16-01-99	30
André	24-01-99	31
Maria Carolina	09-01-99	32
Bernardo	17-02-99	33
		34
		35
Tomás Maria	06-06-99	36
Duarte	11-06-99	37
Luisinha	22-06-99	38
M ^a Cristina	29-06-99	39
Tiago	08-07-99	40
Francisco	17-07-99	41
Mafalda	22-07-99	42
Leonor Nápoles	29-07-99	43
Henrique	27-12-98	44

Anexo B: Grelha de registo individual da Prova 1 – Adição

Data:

Nome:

Data Nascimento:

.....														
.....														
<table border="1"><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr></table>				<table border="0"><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• •</td></tr></table>	• •	• •	• •	<table border="0"><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• • •</td></tr><tr><td>• • • •</td></tr></table>	• •	• • •	• • • •	<table border="1"><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr></table>			
• •															
• •															
• •															
• •															
• • •															
• • • •															
.....														
.....														
<table border="1"><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr></table>				<table border="0"><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• •</td></tr></table>	• •	• •	• •	<table border="0"><tr><td>•</td></tr><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• • •</td></tr></table>	•	• •	• • •	<table border="1"><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr></table>			
• •															
• •															
• •															
•															
• •															
• • •															
.....														
.....														
<table border="1"><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr></table>				<table border="0"><tr><td>• • •</td></tr><tr><td>• • •</td></tr><tr><td>• • •</td></tr></table>	• • •	• • •	• • •	<table border="0"><tr><td>•</td></tr><tr><td>• •</td></tr><tr><td>• • •</td></tr></table>	•	• •	• • •	<table border="1"><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr><tr><td> </td></tr></table>			
• • •															
• • •															
• • •															
•															
• •															
• • •															

+	=
---	---

• •

• •

• •

• • •

• •

• • • •

• •

•

• •

• •

• •

• • •

• • •

•

• • •

• •

• • •

• • •

Anexo C: Grelha de registo individual da Prova 2- Subtracção

Data:

Nome:

Data Nascimento:

.....

.....

.....

.....

• • • •

• • • •

• • • •

• • •

.....

.....

.....

.....

• •

• • •

• •

• •

• •

•

.....

.....

.....

.....

• •

• • • •

• •

• • •

• •

• •

-	=
---	---

• • • •

• • • • •

• • • •

• • •

• • • •

• •

• •

• • •

• •

• •

• •

•

• •

• • • •

• •

• • •

• •

• •
