INSTITUTO SUPERIOR DE PSICOLOGIA APLICADA
ÁREA DE PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO

TESE DE MESTRADO EM PSICOLOGIA DA EDUCAÇÃO

Análise das Dificuldades Sentidas na Resolução de Problemas da Prova de Aferição de Matemática do 6º ano

Daniela Feio Fonseca – Nº 1680

ORIENTADORA: Prof. Doutora Glória Ramalho
Instituto Superior de Psicologia Aplicada

2003

Dissertação de Mestrado realizada sob a orientação da **Professora Doutora Glória Ramalho**, apresentada no **Instituto Superior de Psicologia Aplicada** para obtenção do grau de **Mestre** na especialidade de **Psicologia Educacional**, conforme Portaria n.º 385/91 de 6 de Maio, para dar satisfação ao ponto "b" do n.º 2 do Art.º 5 do Decreto-Lei n.º 216/92 de 13 de Outubro.

Em primeiro lugar, o meu sincero agradecimento à minha orientadora, Prof. Doutora Glória Ramalho, pelo conhecimento, tempo e suporte, que de um modo consistente e agradável, sempre disponibilizou.

Quero também agradecer a colaboração do Conselho Directivo da escola onde decorreu a recolha de dados deste estudo, em particular o meu agradecimento à colega Rute.

Agradeço, ainda, a todos os alunos que integraram a nossa amostra pelo tempo e investimento que concederam à elaboração das tarefas propostas.

Por último, o meu obrigado à colega Paula Gonçalves à prima Sara Feio e, sempre, ao meu pai, à minha mãe e ao Júlio pela partilha.

ÍNDICE

Lista de Quadros

Lista de Figuras

Resumo

O estudo que nos propusemos elaborar enquadra-se numa investigação mais ampla, que tem como objectivo geral compreender as dificuldades sentidas pelos alunos do 6º ano de escolaridade na realização das provas de aferição de aferição de matemática no ano de 2001.

Na presente investigação, de carácter exploratório, procedeu-se à selecção dos itens da prova de aferição de matemática referentes às temáticas de números, cálculo e resolução de problemas. Assim, em termos de objectivos específicos, determinamos analisar os erros cometidos pelos alunos nos itens sobre esses temas; identificar as estratégias utilizadas na resolução desses itens; e detectar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução dos mesmos itens.

A fim de cumprir os nossos objectivos, seleccionamos uma amostra constituída por 52 sujeitos pertencentes a duas turmas de alunos do 6º ano, com 26 alunos cada uma, de uma escola EB 2,3 situada na margem sul do Tejo, próximo de Lisboa, que se mostrou disponível para colaborar com o nosso estudo. As turmas foram seleccionadas de acordo com as suas características, ou seja, a escolha baseou-se no facto de serem turmas com um rendimento académico médio-baixo, que julgamos mais interessantes por possibilitarem ter acesso às dificuldades dos alunos relativamente aos seus conhecimentos matemáticos.

Aos alunos da nossa amostra foi proposto que procedessem à resolução por escrito dos itens por nos seleccionados e, simultaneamente, utilizou-se, como instrumento do nosso estudo, uma entrevista do tipo clínico da qual se realizou uma gravação áudio.

Foi, também, administrado aos sujeitos um questionário, que elaboramos com o objectivo de caracterizar a nossa amostra relativamente a variáveis de carácter pessoal (sexo, profissão dos pais, etc.) e outras referentes às percepções relativamente à escola, às aulas de matemática e aos professores.

Os dados foram tratados procedendo à análise de conteúdo dos vários protocolos e através do cálculo das frequências das diferentes categorias de respostas aos diferentes itens da prova e das respostas dadas ao questionário.

Com este estudo descritivo podemos verificar que a maioria dos sujeitos manifesta grandes dificuldades na conceptualização dos números racionais, decimais e fracções, e em realizar operações com este tipo de números.

Por outro lado, embora em menor número, também foram evidentes as dificuldades dos alunos ao nível da resolução de problemas, especificamente dificuldades na tradução matemática da linguagem verbal e na própria compreensão da linguagem do problema. As dificuldades em realizar problemas com mais de um passo ou com vários dados a tomar em consideração, também foram evidentes.

Julgamos que a importância desta investigação esta relacionada, por um lado, com o facto de proporcionar uma melhor compreensão das dificuldades encontradas pelos alunos nos conteúdos matemáticos por nós abordados e, por outro lado, com o facto de poder vir a contribuir para uma melhoria progressiva das provas de aferição.

INTRODUÇÃO

1. Contexto e Importância do Estudo

É um dado adquirido, quer para a comunidade científica, quer para o senso comum, que a matemática constitui uma área do conhecimento onde se manifestam grandes dificuldades na aprendizagem e manipulação dos seus conceitos. Alunos e professores confrontam-se quotidianamente com variadas situações de insucesso na aprendizagem e ensino desta disciplina. Como refere Cockcroft (1985, cit. por Rivière 1995, p.146) "A matemática é uma matéria difícil de ensinar e de aprender". Muitas pessoas desenvolvem, na escola, atitudes negativas em relação à matemática e suas escolhas escolares e profissionais são condicionadas por as suas dificuldades em domina-la.

Sabe-se que o número de alunos que abandonam a escola sem os conhecimentos mínimos desta disciplina, necessários para entrar na vida activa, é muito significativo. A educação matemática está fora de moda. Os métodos de ensino continuam a ser os mesmos desde há muitas décadas (Fernandes, 1991).

Como refere Fernandes (1992), os alunos passam a maior parte do tempo nas salas de aula a praticar algoritmos, a ouvir explicações do professor e a resolver problemas individualmente. Provavelmente, este não é o tipo de ensino que ajuda os alunos a pensar matematicamente.

A matemática pode estar ao serviço dos homens, ser utilizada na resolução de problemas do quotidiano. Não se está a desprezar o ensino formal da matemática, mas a inverter o rumo do ensino. Primeiro um ensino prático, depois um ensino formal, ou um ensino formal sustentado com exemplificações práticas, apoiadas nas representações mentais anteriores das crianças, para que referentes matemáticos adquiram significado para os alunos, para que estes construam representações conceptuais generalizáveis (Hiebert & Lefevre, 1986, cit. por Hiebert & Wearne, 1988).

Ponte (1992) considera que a aprendizagem da matemática não se limita apenas à apreensão de conceitos e técnicas para serem posteriormente utilizados no estudo de novos conceitos ou técnicas mais avançados ou simplesmente para serem aplicados na vida prática. O autor defende que a força motora do desenvolvimento da ciência matemática são os problemas e, assim, acrescenta que não é de estranhar que a actividade de resolução de problemas constitua uma importante orientação curricular para o ensino desta disciplina.

Também Vergnaud (1986) defende que, quer nos seus aspectos práticos, quer nos seus aspectos teóricos, o saber forma-se a partir de problemas a resolver, ou seja, de situações a dominar. Em didáctica é um objectivo prioritário investigar, analisar e classificar as situações-problema que conferem significado e função a um conceito. O autor considera que as concepções dos alunos são modeladas pelas situações com que eles se confrontam, o que pode levar a grandes desfasamentos entre estas concepções e os conceitos matemáticos.

É neste contexto, em que se constata a necessidade de reflectir sobre as práticas pedagógicas utilizadas no ensino da matemática, que nasce o presente estudo.

Como refere Brissiaud (1989), a existência da didáctica das matemáticas, de uma disciplina que guarda a memória das práticas anteriores, que as analisa e as organiza, é certamente a única forma de avançar em direcção a um saber capitalizável nesse domínio. O objectivo dessa disciplina é o de estudar os processos de transmissão e de aquisição dos diferentes conteúdos da matemática.

Todavia, psicólogos e didactas constituem actualmente duas comunidades científicas muito fechadas que parecem ignorar as produções mútuas. Claramente existem representações cruzadas entre estas duas comunidades, em que nem uns nem outros parecem reconhecer-se (Jorba,1993).

Em contrapartida, pode dizer-se que a psicologia e a didáctica são duas abordagens distintas dos mesmos problemas e que, deste modo, se deveriam complementar, pois necessitam uma da outra. É muito importante que se unam os esforços de didactas e psicólogos educacionais. Que a psicologia manifeste interesse, para além do estudo do raciocínio matemático e dos processos cognitivos que lhe estão na origem e considerem o contexto no qual as aprendizagens são efectuadas, e que didactas não se esqueçam de fundamentar psicologicamente as técnicas e meios de ensino que procuram (Gómez - Granell & Fraile, 1993).

Um grande número de psicólogos orientou a sua investigação para o estudo dos processos de aquisição da matemática, pelo que, actualmente, a psicologia tem tido grande influência sobre a didáctica das matemáticas (Gomes-Granell & Fraile, 1993).

Se, por um lado, se tem verificado uma aproximação entre psicologia e didáctica, já que ambas as disciplinas têm um objecto de estudo comum: os processos escolares de ensino-aprendizagem em conteúdos específicos dentro de um enquadramento construtivista, por outro lado, deve dizer-se que esta aproximação não tem resolvido um dos maiores problemas: como se realiza a mudança conceptual no aluno nas situações de ensino e aprendizagem. A aproximação entre didáctica e psicologia da educação matemática poderia ser concretizada na construção de um referencial teórico-prático próprio orientado para o estudo dos processos escolares de ensino-aprendizagem, como processos de construção social do saber (Jorba, 1993).

A presente investigação surge da verificação da necessidade de haver uma colaboração entre psicólogos e didactas.

Por outro lado, uma das componentes da avaliação do sistema de ensino é a avaliação aferida, que se apoia nas aprendizagens feitas pelos alunos, assim como os contextos onde estas aprendizagens se desenrolam. Numa perspectiva eclética, esta forma de avaliação define-se como uma recolha e análise de informação necessárias para elaborar juízos sobre a qualidade do ensino e para tomar decisões relativamente ao sistema de ensino, às suas deferentes componentes e aos processos que nele têm lugar (Conceição, 1994, cit. por Henriques, 1997).

De acordo com o Despacho 5436/2000, do Ministério da Educação "a avaliação aferida visa permitir o controlo dos níveis de desempenho dos alunos e a avaliação da eficácia do sistema, através da devolução dos resultados às escolas para enriquecimento das aprendizagens, no âmbito do desenvolvimento dos respectivos projectos educativos".

Este tipo de avaliação "a realizar-se no final dos três ciclos que integram o ensino básico, destina-se a medir o grau de cumprimento dos objectivos essenciais, definidos a nível nacional, para cada ciclo do ensino básico, com o propósito de contribuir para a tomada de decisões no sentido de melhorar a qualidades das aprendizagens e reforçar a confiança nacional no sistema educativo".

Foi, também, apoiados nestes objectivos da prova de aferição que elaboramos a nossa investigação. Na verdade, julgamos que ao discriminar as diferentes dificuldades sentidas pelos alunos na resolução de vários dos itens da prova, correspondentes a conteúdos programáticos diferenciados, contribuímos para uma melhoria progressiva do ensino e aprendizagem da disciplina.

2. Descrição do Estudo e sua Estrutura

No 1° capítulo deste texto será feita uma abordagem teórica que incluirá a apresentação de duas teorias em que enquadramos a nossa investigação. Apresentaremos a abordagem sócio-cultural de Vygotsky e a teoria dos campos conceptuais de Vergnaud.

De seguida, será realizada uma revisão bibliográfica sobre a importância da análise dos erros cometidos pelos alunos para o processo de ensino-aprendizagem da disciplina de matemática.

Por último, serão abordados os conceitos matemáticos que, em consequência da selecção efectuada das questões da prova de aferição, foram estudados com os sujeitos da nossa amostra: números, cálculo e resolução de problemas.

Como diz Morgado (1996), quando existe insucesso o aspecto normalmente considerado coloca-se no âmbito das competências do aluno e identificando "produtos". Sendo verdade que é imprescindível avaliar de forma rigorosa esses "produtos", a potencialidade da intervenção está principalmente associada ao conhecimento rigoroso dos "processos" de realização.

É por estarmos conscientes da necessidade de conhecer os processos de aprendizagem que, neste trabalho, apresentaremos a abordagem Sócio-Cultural de Vygotsky, onde o autor destaca as raízes sociais de toda e qualquer forma de conhecimento (Vygotsky, 1930, cit. por Wertsch, 1996).Uma perspectiva que considera a aprendizagem como um processo individual de interacção entre o sujeito e um saber parece esquecer as dimensões sociais do ensino, o que é paradoxal perante as situações escolares de aprendizagem, que são profundamente marcadas pela dimensão social (Laborne, 1996).

Por outro lado, como já foi dito, também será apresentada a Teoria dos Campos Conceptuais de Vergnaud. Vergnaud (1990a) define-a como uma teria psicológica da conceptualização do real que pretende explicar como o saber se constrói partindo do seu conteúdo conceptual. O autor (1989a) refere que não se pode separar a análise do desenvolvimento cognitivo, da análise da experiência dos sujeitos, neste caso das suas aprendizagens escolares anteriores. Assim, a descrição de um campo conceptual implica a análise das situações, dos procedimentos utilizados pelos alunos e dos propósitos que têm as suas argumentações e representações simbólicas (Vergnaud, 1986).

Como refere Brousseau (1989), por aprendizagem de um conceito entende-se que o aluno o integre no seu conhecimento e o relacione com os outros conceitos por ele já aprendidos, que crie e estabeleça relações significativas entre os diferentes conteúdos de que dispõe para que possa utiliza-los em novas situações, em que a compreensão é a noção chave para o sucesso do aluno. Entende-se que compreender um assunto envolve muito mais do que aprender com compreensão o conteúdo básico. Compreender para uma criança, é estabelecer e tornar a ligar sob a sua própria responsabilidade fenómenos ou factos deixados independentes por o professor, pela situação, pela sua linguagem e pelos conhecimentos aprendidos.

É nesta perspectiva que também considerámos importante introduzir na abordagem teórica deste estudo uma síntese de algumas posições que defendem a importância da análise dos erros cometidos pelos alunos para o processo de ensino-aprendizagem. Esta análise, para além de promover a interacção professor-aluno, o que já por si é uma situação potenciadora de desenvolvimento, ao possibilitar que o aluno reflicta sobre as suas práticas e concepções pode fazer que ele progrida no seu conhecimento e, assim, se torne mais eficaz. Por outro lado, a análise destes erros permite uma consciencialização por parte dos professores das principais dúvidas e lacunas dos seus alunos e, por conseguinte, pode levar a uma adequação das estratégias pedagógicas utilizadas.

Na verdade, julgamos fundamental, para atingir maiores níveis de sucesso na disciplina de matemática, que se tentem compreender as concepções dos alunos para que posteriormente se possam criar situações, que inseridas na zona de desenvolvimento potencial dos alunos, possibilitem um aumento dos seus conhecimentos matemáticos.

É com consciência da importância das interacções sociais no processo de ensino–aprendizagem e na tentativa de responsabilizar e englobar os professores neste processo relacional, que nos baseamos ao elaborar o presente trabalho.

Na última parte do 1º capítulo será feita uma abordagem dos conceitos e competências matemáticas que foram alvo da nossa investigação e sobre os quais estudamos e discriminamos as várias dificuldades sentidas pelos alunos: números, cálculo e resolução de problemas.

No 2º capítulo do presente trabalho descrevemos a metodologia utilizada na nossa investigação. Num primeiro ponto, definimos os objectivos que nos propusemos alcançar com este estudo, num segundo ponto, abordamos a selecção e as características da nossa amostra e, num terceiro ponto, focamo-nos na descrição do designe do estudo, dos instrumentos e dos procedimentos utilizados.

O capítulo seguinte, 3º capítulo, destina-se à apresentação dos resultados recolhidos na nossa investigação, no sentido de descrever as diferentes dificuldades manifestadas pelos alunos na resolução dos itens da prova de aferição que foram seleccionados e de descrever os resultados recolhidos por um questionário, que foi elaborado no sentido de caracterizar os sujeitos da nossa amostra assim como as suas percepções relativamente à escola, aos professores e às suas aulas.

Estes resultados serão discutidos e enquadrados no 4º capítulo do presente texto.

Por último, tiraremos algumas conclusões dos resultados obtidos e apresentaremos propostas para futuras investigações e para medidas educacionais a adoptar, com a finalidade de melhorar rendimento escolar na disciplina de matemática.

CAPÍTULO 1

1. ABORDAGEM TEÓRICA

Estabelecemos como objectivo deste capítulo apresentar duas das principais teorias psicológicas que podem servir de suporte às novas práticas pedagógicas do ensino da matemática. Vygotsky na sua Abordagem Sócio – Cultural introduz a dimensão social da aprendizagem e chama a atenção para a necessidade de trabalhar na zona de desenvolvimento potencial da criança. Vergnaud, por sua vez, salienta a importância das situações pedagógicas e explica a forma como se processa a aquisição e transformação de conceitos.

De acordo Laborde (1996), vários estudos em didáctica da matemática surgem da constatação de que os conhecimentos aprendidos pelos alunos não podem ser reduzidos ao conjunto de conhecimentos ensinados, esses podem ser erróneos, locais ou parciais, no que se refere aos conhecimentos que o educador tenta transmitir.

Também Vergnaud (1989) afirma que se queremos que a matemática se torne numa disciplina "vista com bons olhos ", é preciso pegar nas concepções espontâneas dos alunos, sobre os diversos conteúdos a desenvolver, ou seja, é preciso partir do ponto em que o aluno se encontra.

É neste sentido, que neste trabalho também será elaborada uma breve revisão bibliográfica sobre a necessidade de analisar os erros cometidos pelos alunos na resolução de questões matemáticas.

Por último, enquadraremos teoricamente alguns conteúdos e competências matemáticas específicas por nós investigadas junto da nossa amostra: números, cálculo e resolução de problemas.

1.1 Vygotsky: Abordagem Sócio – Cultural

Julgamos importante falar deste autor no presente capítulo pois, como escreve Jerome Bruner (1962, cit. por Moll, 1996), a concepção de desenvolvimento elaborada por Vygotsky é também uma teoria da educação. Vygotsky considerava a educação não apenas central para o desenvolvimento cognitivo, mas a quintessência da actividade cultural. Argumentou que os processos psicológicos superiores se desenvolvem nas crianças por meio da imersão cultural nas práticas das sociedades, pela aquisição de símbolos e instrumentos tecnológicos da sociedade e pela educação em todas as suas formas (Moll, 1996). Deste modo, o educador vai ser um actor de importância ímpar no desenvolvimento psicológico da criança (Gonzalez, 1998).

No mesmo sentido, para Vygotsky, como refere Riviére (1984, cit. por Moll, 1996), as escolas representam o melhor "laboratório cultural" à disposição para o estudo do pensamento. As escolas são cenários sociais feitos especialmente para modificar o pensamento. Vygotsky salientou particularmente a organização social da instrução, escrevendo sobre a "forma distintiva de cooperação entre a criança e o adulto que constitui o elemento central do processo educacional", e sobre a forma que, através desse processo interactivo, "o conhecimento é transferido para a criança como um sistema definido" (Vygotsky, 1987, cit. por Moll, 1996).

Deste modo, pode-se dizer que nas ideias de Vygotsky, está implícita uma crítica à psicologia praticada no seu tempo. As abordagens anteriores, em especial o modelo estímulo-resposta, caracterizavam o comportamento humano como simplesmente reactivo, aceitavam o carácter inato das capacidades psicológicas, ou seja, defendiam que as crianças vêm o mundo já equipadas e que o mundo social simplesmente extrai o que já está presente. Esta crítica é ainda válida à prática educacional contemporânea. Consideremos, por exemplo, a importância dada aos métodos de ensino caracterizados pela memorização de conteúdos, à classificação das capacidades mentais e à relativa passividade do estudante na aprendizagem. (Bakhurst, 1986, cit. por Moll, 1996).

Azcoaga (1988, cit. por Blanck, 1996) reforça esta ideia, dizendo que a mais importante contribuição de Vygotsky foi atribuir às crianças um lugar activo no processo de aprendizagem. A pedagogia tem operado, frequentemente, supondo que as crianças são receptoras da instrução e não como elaboradoras dos conteúdos que lhes são apresentados (Vygotsky, 1978, cit. por Blanck, 1996).

As ideias de Vygotsky são, ainda hoje, inovadoras e fundamentais para guiar e analisar as práticas pedagógicas actuais. Leontiev e A. R. Luria (1968, cit. por Moll, 1996) defendem esta ideia ao afirmar que "Vygotsky exigia que a psicologia se tornasse mais que um estudo científico da educação e fosse além do conhecimento teórico abstracto, intervindo na vida humana e auxiliando de forma activa a dar-lhe forma".

No presente texto apresentaremos algumas das ideias fundamentais deste autor, que julgamos poderem ser aplicadas na prática e contribuir, de modo muito significativo, para a melhoria da situação da educação, em geral, e do ensina da matemática, em particular.

Na verdade, como afirma Blanck (1996), Vygotsky deu um novo sentido ao passado da psicologia. Propôs alternativas teóricas para o presente e sugeriu soluções que se tornam projectos para o futuro. Só agora o seu trabalho começa a ter impacto na comunidade científica. Sua teoria oferece respostas a questões que pareciam sem solução, sugerindo um caminho a seguir. Como disse Jerone Bruner (1987, cit. por Blanck, 1996), Vygotsky fala-nos do futuro.

Por exemplo, nas palavras de Abreu (2000), psicólogos interessados no desenvolvimento de conceitos matemáticos na criança não se podem limitar a investigar se a criança possui ou não certos tipos de raciocínio lógico considerados pré-requisitos. Além desses aspectos, tem de investigar como a organização cultural das formas de representação contribuiu para a aprendizagem. A mesma autora acrescenta que a importância de Vygotsky está associada à sua conceptualização das raízes sócio-culturais da mente.

É sobre a sua abordagem sócio-cultural que falaremos mais detalhadamente de seguida.

Esta abordagem, como refere James Wertsch (1996), é caracterizada brevemente pelos seguintes temas gerais: a confiança na análise genética, isto é, evolutiva; a defesa de que as funções mentais superiores dos sujeitos têm suas origens na vida social e a defesa de que os instrumentos e sinais utilizados para mediar os processos humanos, sociais e psicológicos, constituem a chave para a sua compreensão.

Vygotsky insistiu no uso da análise genética para o exame do funcionamento mental humano, o que significa que defende que o principal caminho para a compreensão da mente passa pela especificação das suas origens e transformações genéticas. Para o autor, se não utilizarmos a análise genética, podemos ser enganados pela aparência de “comportamentos fossilizados” e tentar explicar os fenómenos com base em aparências fenotípicas fossilizadas que mascaram a sua natureza fundamental (Vygotsky, 1978, cit. por Wertsch, 1996).

No ponto de vista de Vygotsky (1979) o objectivo da análise psicológica e os seus factores essenciais são os seguintes: a análise do processo em oposição à análise do objecto; a análise que revela relações causais, reais ou dinâmicas em oposição à enumeração das características externas de um processo, ou seja, a análise deve ser explicativa, não descritiva; a análise evolutiva que regressa à fonte original e reconstrói todos os pontos de desenvolvimento de uma determinada estrutura.

Deste modo, pode deduzir-se que o desenvolvimento mental é essencialmente um desenvolvimento histórico que, em alguns contextos, se utiliza de forma invariável como desenvolvimento cultural. (Ghassemzadeh, 1994).

Como refere Blanck (1996), Vygotsky, ao estudar os processos mentais, levava em consideração a evolução social e cultural do indivíduo, bem como o seu desenvolvimento ontogénico. As crianças, desde o nascimento, interagem com os adultos, que lhes fornecem o seu reportório de significados, a sua linguagem e as suas maneiras de fazer as coisas.

Chegados aqui estamos a abordar a segundo ponto da abordagem sócio-cultural de Vygotsky, que reivindica que as funções mentais superiores do indivíduo têm suas origens na vida social.

Como refere Bronckart (1985, cit. por Matta, 2001) uma das ideias fundamentais de Vygotsky é o estatuto fundamentalmente social do funcionamento humano: há uma génese social do pensamento e a sua natureza é, por si, também social, isto é, as características do pensamento são determinadas por actividades externas e objectivas realizadas com outros em ambiente social.

A criança recebe dos que a rodeiam uma série de instrumentos socioculturais, dos quais se vais apropriando por um processo de internalização (Matta, 2001). Tal como Vygotsky (1979) o descreve, o processo de internalização consiste numa série de transformações: 1) Uma operação que inicialmente representa uma actividade externa é reconstruída e começa a ocorrer internamente; 2) Um processo interpessoal é transformado num processo intrapessoal; 3) A transformação de um processo interpessoal em um processo intrapessoal é o resultado de uma prolongada série de eventos ocorridos ao longo do desenvolvimento.

Pode-se dizer, que as experiências sociais são usadas, em primeiro lugar, a um nível externo e, progressivamente, são interiorizadas, possuídas e provocam alterações nas funções mentais das crianças. Estas experiências chegam as crianças através dos adultos ou de outras crianças mais capazes (Vygotsky cit. por Almeida, 1996).

A zona de desenvolvimento potencial, é definida por Vygotsky, como a diferença entre o nível de resolução de um problema sob a direcção e ajuda de adultos e o nível atingido individualmente (Vygotsky, 1935/1985)

De acordo com Almeida (1996), reflectindo sobre as ideias de Vygotsky, uma dada aprendizagem requer um determinado nível de desenvolvimento ontogénico e, ao mesmo tempo, o desenvolvimento segue o processo de aprendizagem. Esta cria a área de desenvolvimento potencial. Deste modo, o conceito de zona de desenvolvimento potencial pode alterar profundamente as posturas pedagógicas: deixa de se pensar que o ensino se deve basear nas aquisições desenvolvimentais já consumadas e começa-se a pensar que é importante que ele próprio potencialize o desenvolvimento.

Podemos dizer este conceito tipifica o método de pesquisa de Vygotsky em educação: Um objectivo difícil é oferecido à criança que recebe orientação de um adulto, quando ela alcança aquele objectivo, um outro é oferecido para a criança enfrentar e resolver sozinha ou, se não for possível, com ajuda de um adulto. Este conceito tem sido de estrema importância para a educação (Blanck, 1996).

De seguida focaremos o terceiro ponto da abordagem sócio-cultural de Vygotsky, que diz respeito à sua concepção de um funcionamento mental superior mediado por instrumentos e sinais.

O fundamental neste ponto é que a actividade humana, tanto a nível interpsicológico como intrapsicológico, só pode ser entendida se considerarmos os "instrumentos técnicos" e os "instrumentos psicológicos" ou "sinais que medeiam esta actividade. Estas formas de mediação são determinantes e não somente facilitadoras dessa actividade (Wertsch, 1996).

No seu doutoramento sobre psicologia da arte, em 1925, Vygotsky afirma que são os sistemas de símbolos, ao agir como instrumentos psicológicos das interacções com a realidade, que nos tornam em pessoas ou seres psicológicos. São o motor da conversão, em processos mentais superiores ou emoções sociais mais complexas, das percepções e emoções básicas.

O desenvolvimento cognitivo da criança realiza-se através da aquisição de experiências sociais expressas através de instrumentos psicológicos como, a linguagem, os signos, os conceitos e as fórmulas (Vygotsky, cit. Almeida, 1996).

Vygotsky (1981, cit. por Blanck, 1996) nomeia como exemplos de instrumentos psicológicos e seus sistemas complexos os vários sistemas de contagem, as técnicas nemónicas, os sistemas de símbolos algébricos, as obras de arte, a escrita, os esquemas, os diagramas, os mapas, e os desenhos mecânicos. Estes "instrumentos fazem a mediação dos processos mentais superiores, ou seja, os indivíduos modificam de um modo activo o estímulo que encontram, utilizando-o como instrumento de controlo das condições circundantes e regulador do seu próprio comportamento. Assim, a essência do comportamento humano reside em sua mediação por instrumentos e símbolos. Os estudos de Vygotsky tentaram descrever como os indivíduos, com auxílio dos instrumentos e símbolos, direccionam a sua atenção, organizam a memorização consciente e regulam a sua conduta (Blanck, 1996).

Como refere Isabel Matta (2001) Vygotsky, de todos os instrumentos destaca particularmente a linguagem. Nas palavras de Vygotsky (1979), o momento mais significativo no percurso do desenvolvimento intelectual é quando a linguagem e a actividade prática, duas linhas do desenvolvimento antes completamente independentes, convergem.

O autor acrescenta (1934/1979) que o desenvolvimento linguístico segue o mesmo percurso de todas as actividades que operam por signos, desta forma quando as crianças aprendem o valor simbólico das palavras, a linguagem já não é só social, passa a desempenhar funções intelectuais.

A linguagem surge primeiramente como um meio de comunicação entre a criança e as pessoas com que se relaciona. Mais tarde, ao converter-se em linguagem interna, vai contribui para organizar o pensamento da criança, quer dizer, transforma-se numa função mental interna. Pode-se dizer aquisição da linguagem proporciona um paradigma para o problema da relação entre aprendizagem e desenvolvimento (Vygotsky, 1979).

O tema da mediação nos escritos de Vygotsky parece ser analiticamente prioritário relativamente aos outros dois. No que se refere à análise genética, Vygotsky definiu domínios e transições de aparição ou formação de algumas formas de mediação e relativamente à ideia das origens sociais do funcionamento mental superior no individuo a sua definição do social, isto é, do interpsicológico, e consequentemente da actividade intrapsicológica estabelece-se sobre o facto de serem ambas mediadas por sinais (Wertsch, 1985, 1996).

Como refere Gonzalez (1994) a abordagem sócio-cultural tem tido uma aceitação cada vez maior no mundo actual. A psicologia como ciência encontrou na orientação sócio-cultural um conjunto de princípios gerais que permitem a sua transição para um novo momento qualitativo

O objectivo a que se propunha esta abordagem da mente era especificar como o funcionamento mental humano reflecte e constitui seu local histórico, institucional e cultural (Wertsch, 1996). Assim, e de acordo com Laborne (1996), podemos dizer que conceber a aprendizagem como um processo individual de interacção entre o sujeito e um saber é ignorar as dimensões sociais do ensino o que, diante das situações escolares de aprendizagem marcadas profundamente pelo aspecto social, parece não fazer sentido.

Uma educação justa e cientificamente pensada não se pode reduzir a uma cópia mecânica, na forma externa, de ideais, sentimentos ou aspirações totalmente estranhas às crianças. Contrariamente, deve despertar na criança tudo o que nela está oculto, deve cooperar para que se desenvolva e orientar este desenvolvimento numa determinada direcção (Vygotsky, 1982).

Portanto, a partir de uma perspectiva vygotskiana, o principal papel da escolarização é criar contextos sociais, zonas de desenvolvimento potencial, para o domínio e a manipulação consciente dos instrumentos culturais. É através do domínio dessas tecnologias de representação e comunicação que os indivíduos adquirem a capacidade e os meios para a actividade intelectual "de ordem superior". Vygotsky defende uma forte ligação dialéctica entre a actividade externa, ou seja, social e extracurricular, mediada por instrumentos culturais como o discurso e a escrita, e a actividade intelectual do indivíduo (Moll, 1996).

De acordo com essa tese, os processos intrapessoais e interpessoais parecem interagir na construção de conhecimentos científicos (Vygotsky, cit. por Laborne, 1996). A aprendizagem escolar orienta e estimula processos internos de desenvolvimento. A tarefa real de uma análise do processo educativo consiste em determinar o surgimento e o desaparecimento de estas linhas internas de desenvolvimento no momento em que se verificam, durante a aprendizagem escolar. Isto pressupõe que o processo de desenvolvimento não coincide com o de aprendizagem, o processo de desenvolvimento segue o de aprendizagem, que cria a área de desenvolvimento potencial (Vygotsky, 1934/1982).

Interessa aqui salientar, que com a definição de zona de desenvolvimento potencial e com a introdução da dimensão social do conhecimento, como refere Almeida (1996), Vygotsky está a defender que uma aprendizagem posterior pode ser promovida através de procedimentos intencionais dos adultos. Uma das técnicas mencionadas é o "confronto cognitivo". Através dela, contrapõe-se à criança, provoca-se dissonância cognitiva, no fundo provoca-se uma reorganização e evolução de conceitos e esquemas anteriores de forma a superar as contradições, a reduzir as incertezas e a ampliar o campo de actuação do sujeito.

Deste modo, de acordo com Vygotsky, uma abordagem da educação não deve apenas analisar o ensino e a aprendizagem como parte das práticas de instrução existentes, deve criar actividades novas e avançadas. Essa abordagem deve produzir aprendizagem ao facilitar novas formas de mediação.

A mudança, no contexto de zona de desenvolvimento potencial, é via regra caracterizada como uma mudança individual, na qual a criança pode hoje realizar sozinha alguma coisa que ontem realizaria apenas com assistência (Moll, 1996).
A construção da zona de desenvolvimento potencial lembra-nos que não há nada "natural" em relação aos cenários educacionais. Esses locais são criações sociais; são

socialmente constituídos e podem ser socialmente mudados. Eles chamam-nos a atenção para como é fácil subestimar as habilidades das crianças e dos professores quando as analisamos isoladamente, em ambientes altamente controlados ou em circunstâncias nada favoráveis. E isso aponta para o uso de recursos sociais e culturais que representam os nossos instrumentos básicos, como seres humanos, para mediar e promover a mudança.

1.2 Vergnaud: Teoria dos Campos Conceptuais

Vergnaud é também um autor que nos fornece uma teoria explicativa do processo de aprendizagem e que nos parece bastante interessante para enquadrar particularmente o ensino da matemática.

De acordo com o autor (1986) estudar os processos de transmissão e de apropriação de conhecimentos matemáticos como um domínio de saber próprio é, actualmente, uma questão científica de grande importância e que não se pode reduzir a uma abordagem da psicologia, das matemáticas ou de qualquer outra ciência. Não se quer com isto dizer que a didáctica das matemáticas é independente das ideias de outras ciências, mas que ela possui uma identidade própria que é necessário caracterizar.

De acordo com uma abordagem desenvolvimentista, as concepções e as competências dos alunos desenvolvem-se ao longo de um período de tempo, sendo necessários modelos mais finos que os estádios gerais de desenvolvimento descritos por Piaget, directamente associados ao contexto matemático dos problemas (Vergnaud, 1991). Isto não é apenas verdade para as estruturas gerais de pensamento, mas também para os conteúdos dos conhecimentos (Vergnaud, 1986).

Vergnaud (1989a) rejeita o modelo dos estádios de desenvolvimento, totalmente ordenados e identificados com o desenvolvimento de estruturas lógicas gerais. Para o autor, o desenvolvimento dos conhecimentos práticos e teóricos das crianças realizam-se através de "campos conceptuais". Assim, numa tentativa de explicar como se processa a aquisição de conhecimentos, Vergnaud (1990a) cria a Teoria dos Campos Conceptuais que, como ele próprio a define, é uma teoria psicológica de conceptualização do real que pretende explicar como o saber se constrói partindo do seu conteúdo conceptual.

Esta teoria defende que não se pode separar a análise do desenvolvimento cognitivo, da análise da experiência dos sujeitos, neste caso das experiências escolares anteriores (Vergnaud, 1989a).

Deste modo, o autor faz uma análise naturalista das situações no contexto próprio onde ocorrem. Abandona as situações de investigação altamente elaboradas em favor de um estudo, o mais próximo possível, do quotidiano do sujeito (Vergnaud, 1990).

Um campo conceptual define-se como um conjunto de situações problema cuja resolução implica conceitos, procedimentos e representações de diversos tipos, em estreita conexão (Vergnaud, 1983).

A teoria dos campos conceptuais atribui um papel essencial aos conceitos, no que se distingue da psicologia piagetiana que se centra nas estruturas lógicas.

De acordo com esta teoria, a formação de conceitos deve ser analisada através de um conjunto de:

- Situações: que dão sentido ao conceito numa variedade de caminhos (constituem a referência);

- Invariantes Operacionais: propriedades, relações, teoremas-em-acção, etc., que são progressivamente apropriados e utilizados na análise das situações contribuindo para a operacionalidade dos esquemas (constituem o significado);

- Representações Simbólicas: conjunto de formas linguísticas e não linguísticas, esquemas, linguagem, espaço, álgebra, representação imaginada, etc.– que são usadas para comunicar, indicar e representar simbolicamente os invariantes, as propriedades, as situações e os procedimentos (constituem o significante).

No que se refere à análise das situações, Vergnaud (1986) considera que é um objectivo prioritário analisar e classificar as situações-problema que conferem significado a um conceito. As concepções dos alunos são moldadas pelas situações com que eles se deparam. O autor afirma que a única forma de averiguar os conhecimentos de um sujeito é precisamente analisando as suas condutas observáveis, em situação, e tentar alcançar o processo de raciocínio do sujeito face a uma situação problemática (Vergnaud, 1994).

Relativamente aos invariantes operatórios, Vergnaud (1986) diz que estes constituem um tema teórico recorrente da obra de Piaget e que este não reconheceu plenamente a importância dos invariantes mais numerosos em matemática e em física: os invariantes relacionais. O autor designa por invariantes relacionais, uma relação que permanece invariante para um conjunto de transformações, de operações ou de variações.

Os teoremas-em-acção, que não são mais que uma categoria de invariantes relacionais, no que respeita ao domínio matemático, traduzem precisamente a análise intuitiva dos alunos face à situação ou tarefa que lhes é proposta. Os teoremas-em-acção surgem espontaneamente na situação em que o sujeito se encontra (Vergnaud, 1990).

A criança encontra um grande número destes teoremas assim que actua sobre o real e que resolve problemas no espaço, no tempo, no domínio das quantidades e das grandezas. Estes teoremas não são, evidentemente, expressos sobre a forma matemática, nem mesmo às vezes sob qualquer outra forma, é por esta razão que o autor lhes chama "teoremas-em-acção". A maior parte das vezes apenas têm uma validade local para as crianças e são associados a certos valores de variáveis, constituindo isto uma primeira base que poderá ser alargada em seguida (Vergnaud, 1986).

Assim, o conceito de teorema-em-acção, é fundamental para perceber que o aluno pesquisa e elabora uma representação conceptual ou quase-conceptual da realidade (Vergnaud, 1990).

Vergnaud (1986), considera que o fim essencial da análise cognitiva das tarefas e condutas é identificar tais teoremas, mesmo se isto não for fácil e não for fácil chegar a um acordo sobre os critérios comportamentais desses teoremas.

Um outro conjunto que deve ser analisado na formação de conceitos, são as representações simbólicas. Vergnaud (1994) postula que a explicitação de um conceito, em linguagem natural ou por meio de qualquer outro sistema simbólico, modifica profundamente o estatuto dos conhecimentos.

A passagem de um teorema-em-acção ou de um conceito-em-acção, independentemente da sua veracidade ou não, para qualquer sistema de representação simbólica implica que o sujeito faça uma reflexão sobre o que efectuou e/ou pensou.

Vergnaud (1981a) acrescenta, ainda, que é fundamental distinguir os significantes (símbolos ou signos) daquilo que representam, isto é, dos significados que são de ordem cognitiva e psicológica. Neste sentido o conhecimento é constituído por símbolos e conceitos que reflectem a realidade (não toda) e a actividade do sujeito nesse mundo material.

Assumindo que a linguagem é extremamente importante na aprendizagem consciente, Vergnaud defende, no entanto, a necessidade de distinguir explicitação de tomada de consciência e, por outro lado, se se considera e explicitação antes ou depois da descoberta da acção. Antes da acção, tanto pode tratar-se de uma tomada de consciência sem explicitação como de uma explicitação verbal, enquanto que depois da acção, trata-se mais duma análise que evidencia muitas vezes um trabalho de explicitação verbal. (Vergnaud, cit. por Oliveira, 1994).

Para Vergnaud (1990) conceitos e teoremas explícitos formam a parte visível do iceberg da conceptualização, sendo que a parte escondida é formada pelos invariantes operatórios que viabilizam aqueles. Do mesmo modo, não se pode falar de invariantes operatórios integrados nos esquemas sem a ajuda das categorias de conhecimento explícito.

Uma outra noção importante da teoria de Vergnaud é a noção de esquema. O autor define esquema como sendo uma organização invariante da conduta para uma dada classe de situações apresentadas. É uma totalidade dinâmica e funcional que integra as intenções, e como tal os objectivos e as antecipações; as regras de acção; os invariantes operatórios, conceitos-em-acção e teoremas-em-acção; e as possibilidades de inferência, em função dos valores considerados pelas variáveis em situação (Vergnaud, 1994).

As situações e os invariantes são elementos comuns aos esquemas e aos conceitos. As representações simbólicas são próprias dos conceitos, visto que, um conceito está necessariamente explicito nos significantes linguísticos ou simbólicos, ao passo que, o funcionamento do esquema não requer explicitação (Vergnaud, 1989a).

Relativamente as antecipações que integram os esquemas, Vergnaud (1989a) refere que o esquema é composto de invariantes pessoais, ou seja, de conceptualizações próprias do sujeito face ao real, e é por meio de estas conceptualizações elaboradas pelo sujeito que ele reconhece (antecipa) as condições de aplicação de regras contidas no esquema, modelando a acção em função das variáveis situacionais.

Vergnaud (1981a) considera que os esquemas são do tipo do algoritmo, que se entende como uma regra ao conjunto de regras que, perante qualquer problema de uma dada classe, conduz a uma solução ou então mostra que não tem solução. Mas como há classes de situações bem definidas para as quais não há algoritmo, Vergnaud propõe a noção de regras em acção, isto é, regras que gerem a conduta do sujeito numa dada situação.

As possibilidades de inferência (expectativas e predições) fazem também parte dos esquemas pois são estas que permitem ter em conta os valores actuais das variáveis em situação; adaptando desta forma os esquemas às novas situações, calculando regras e antecipações (Vergnaud, 1989a).

O autor defende que para haver progresso no conhecimento, o sujeito tem que fazer uma generalização das suas conceptualizações, isto é, aplicar os seus esquemas ao maior número de situações possível, tendo em consideração os invariantes operatórios, as inferências, as regras em acção e as antecipações que facilitam a tarefa.

No domínio da matemática o que se tem que fazer é analisar como o sujeito faz essas generalizações e quais os limites que constrói quando um conceito não é passível de ser utilizado num determinado domínio (Medviediev, cit. por Garnier, Bednarz & Ulananovskaya, 1996).

Enquadrando na Teoria dos Campos Conceptuais, Vergnaud estabelece um programa para as investigações que permitiria dispor de um corpo válido de conhecimento da psicologia da educação matemática e que deveria consistir em um trabalho sistemático, que contempla os seguintes pontos:

- Analisar e classificar a variedade de situações em cada campo conceptual.

- Descrever com precisão a variedade de comportamentos, procedimentos e os raciocínios que os estudantes manifestam ao tratar cada classe de situações.

- Analisar as competências matemáticas organizadas em esquemas e identificar claramente as propriedades invariantes das situações das quais dependem as situações invariantes dos esquemas (conceitos – em –acção e teoremas – em – acção).

- Analisar o lugar que ocupam num dito esquema a linguagem e outros actividades simbólicas, como ajudam os estudantes e como os professores utilizam estes intermediários simbólicos.

- Estabelecer a transformação de invariantes implícitos, como meios para compreender e actuar, em objectos matemáticos bem identificados que se convertem progressivamente em uma realidade física e "real".

- Estabelecer a forma como os estudantes vão ficando conscientes de que os procedimentos têm uma relação de necessidade tanto com os objectivos propostos como com as condições iniciais. E que, em consequência, se podem utilizar para provar teoremas (Vergnaud, 1990, cit. por Armandáriz, Azcárate & Deulofeu, 1993).

A conceptualização do real está, então, implícita nos esquemas elaborados pelos sujeitos, e é precisamente a estas conceptualizações que Vergnaud pretende ter acesso através da análise das condutas observáveis dos sujeitos, enquanto estes resolvem as tarefas propostas. O autor não pretende apenas que os sujeitos justifiquem os seus procedimentos, mas que falem alto aquilo que lhes vai da mente no momento em que estão a resolver uma situação. Pretende alcançar todo o processo de resolução de tarefas, identificando simultaneamente quais os mecanismos cognitivos que estão envolvidos na situação (Vergnaud, cit. por Augusto, 1998).

Daqui podemos concluir que Vergnaud é também um dos autores que defende a necessidade de analisar os erros dos alunos para, assim, poder compreender melhor as suas concepções. Podemos também depreender das ideias de Vergnaud que este considera que os alunos ao explicitarem as suas concepções e ao serem confrontados com outras vão transformar essas próprias concepções.

Para o autor (1986), os professores não podem esquecer-se que as concepções dos alunos são moldadas pelas situações do seu dia -a -dia e pela primeira compreensão que elaboram das relações novas com que se deparam. Eles têm que conhecer as concepções mais primitivas, os erros e as incompreensões consequentes, para determinarem quais as situações, as explicações e as etapas, através das quais elas podem mudar.

É essencial que os professores determinem quais as situações que podem levar os alunos a "acomodarem" os seus pontos de vista e procedimentos a novas relações e novos dados. É a única forma de ajudar os alunos a pensarem com mais profundidade e a perceberem e ampliarem as suas concepções. As concepções erradas dos alunos só mudam se entrarem em conflito com situações que elas não permitem tratar e não através de definições (Vergnaud, 1986).

1.3 A Análise do Erro em Matemática.

Os primeiros estudos sobre os erros baseavam-se apenas no número de respostas correctas e incorrectas dadas para um determinado problema. O objectivo principal das investigações realizadas sobre este tema era fornecer informação aos professores sobre o grau de dificuldade de um determinado assunto para que estes pudessem definir a construção dos programas de forma a dedicarem mais tempo na abordagem dos temas em que se manifestavam as maiores dificuldades.

Posteriormente, passou-se a elaborar uma categorização dos erros cometidos, pelo que foi possível começar a fazer inferências sobre os factores que conduziam aos erros. Mas é sobretudo quando se começa a considerar o processamento de informação como um modo de abordar o pensamento matemático e a resolução de problemas que se desenvolveram métodos de estudo dos processos mentais (Greer & Mulhern,1989).

Inúmeros estudos levados a cabo nos últimos quinze anos no campo da didáctica da matemática e em ciências evidenciaram o papel desempenhado pelas concepções dos alunos na construção de conhecimentos matemáticos e científicos (Giordan e de Vecchi, 1987; Vienot, 1979; di Sessa, 1983; Driver e outros, 1985, cit. por Oliveira). Os resultados desses estudos problematizaram o ensino da matemática e das ciências.

Admite-se hoje que as concepções dos alunos são factores determinantes sobre os quais se vai apoiar toda a aprendizagem posterior. Essas concepções tanto podem constituir um obstáculo para a aprendizagem como servir de ponte para a construir conhecimentos novos (Bednarz, 1996). Com isto queremos dizer que a aquisição de novos conhecimentos pode ser um prolongamento dos anteriores, que fornecem os quadros de questionamento e de referência para descodificar os novos dados. Por outro lado, através da ruptura com esses ou, simplesmente, por desvio, pode também servir à elaboração de um conceito resultante de uma outra estruturação dos diversos elementos cognitivos, em resposta a um questionamento (Giordan, 1989, cit. por Bernarz, 1996).

O professor deverá estar atento à interpretação das condutas das crianças. Não considerar maus os caminhos não clássicos que elas utilizam. Podem-se detectar os elementos que permitem conhecer o que a criança compreendeu e não compreendeu através dos seus fracassos. Com o apoio dos próprios fracassos podem-se obter as explicações necessárias (Vergnaud, 1981b).

É importante, mesmo quando a criança tem êxito, determinar quais os procedimentos que utilizou para atingir o objectivo (há diversos meios para obter uma solução mesmo nos exercícios que aparentam ter uma solução única). Esta necessidade de análise torna-se mais evidente quando nos referimos os erros. Esta análise permite conhecer as dificuldades sentidas pelos alunos e, consequentemente, corrigir as estratégias de ensino/aprendizagem. A análise geral dos procedimentos, dos êxitos e dos erros, deve ocupar um lugar central na metodologia e na psicologia moderna.

É pedagogicamente incorrecto considerar que o ensino se limita à aquisição de procedimentos já elaborados. Contrariamente só se pode chegar à compreensão do erro através dos processos de exploração livre do aluno, das situações que levam à sua actividade espontânea e da intervenção do adulto. Se as tarefas se limitarem à imitação e à repetição, haverá pouco oportunidade para a construção de saber (Vergnaud, 1981).

George Booker (1988) considera que o reconhecimento e a identificação dos erros das crianças em matemática, tem sido crucial no desenvolvimento da compreensão da maneira como a matemática é aprendida. A análise destes erros mostra até que ponto as pessoas aprendem, constroem a sua própria matemática enquanto generalizam desde o primeiro conhecimento, de modo razoável mas inapropriado.

Este autor chama a atenção, também, para o facto de os erros em matemática poderem ser sistemáticos, causais ou descuidados. Os erros por descuido tendem a ocorrer apenas ocasionalmente nas crianças e não é provável serem repetidos em situações semelhantes. Os erros casuais são difíceis de explicar, pois podem acontecer frequentemente, mas não apresentam um modelo e é mais provável que ocorram devido a factores na criança ou na situação de aprendizagem do que devido a factores matemáticos. O mais frequente é que os erros das crianças em matemática sejam sistemáticos, mostrando um modelo uniforme e consistente que indica que o aluno estabeleceu uma particular forma de pensar. Assim, Uma vez que o erro sistemático é identificado, para que uma remediação possa ser prescrita, a causa desse erro precisa ser determinada.

Também Vergnaud (1989a) diz que há necessidade de clarificar o conceito e, para isso, distingue dificuldades conceptuais de erros didácticos e dos verdadeiros obstáculos epistemológicos. O autor considera que só há um verdadeiro obstáculo quando as novas concepções contradizem concepções anteriores bem arraigadas no aluno, podendo estas ressurgir a qualquer momento. Neste sentido, não se ultrapassa um obstáculo epistemológico sem que se proceda à sua análise para mudar de concepção e compreender a relação entre concepções anteriores e as novas.

Bachelard, por sua vez, caracteriza o desenvolvimento dos conhecimentos científicos em termos de "erros corrigidos", obstáculos vencidos. Dentro desta epistemologia o erro tem uma função positiva na génese do conhecimento científico. Constitui um indício para o investigador de que determinada concepção do aluno está a actuar localizadamente, dentro de certas situações. A organização do processo de aprendizagem deverá, então, decorrer de forma a provocar uma evolução dessas concepções (Bachelard, 1983, cit. por Garnier, Bednarz & Ulanovskaya, 1996).

Como refere Raffaella Borasi (1987), nós aprendemos com os nossos próprios erros, o que faz que estes sejam boas ferramentas pedagógicas. A análise dos erros é para além de uma importante ferramenta para professores e investigadores um grande desafio para os alunos que analisam os seus próprios erros.

Tento em conta o referido, pode-se conseguir que o erro desempenhe um papel importante se se fizer que este funcione como um motor de acção e reflexão por parte dos alunos e professores (Brousseau, 1983, cit. por Peréz, 1988).

Como refere Bickhard (1992), o próprio processo de desenvolvimento envolve mecanismos fundamentais, como por exemplo, processos de variação e selecção que implicam a existência de situações de erro. A aprendizagem é um processo construtivo de tentativa e erro de novos sistemas de organização e de exclusão dos novos ensaios que não efectuam interacções e diferenciações com êxito. O que implica, através de um processo de reflexão, cometer erros e corrigi-los.

Assim, os erros podem ser uma forma de conhecer e aprender melhor a matemática na sua essência. Mais importante, a introdução de erros na aprendizagem da matemática exige estratégias específicas por parte dos professores, não só mais uma alínea no currículo da disciplina.

Na História de matemática muitas vezes os erros cometidos inicialmente foram motivadores de uma revisão da metodologia utilizada. Deste modo, podem ser facilitadores da aprendizagem. Na verdade, ao mostrarem que os objectivos não foram atingidos e que, consequentemente, algo deve ser feito, os erros constituem um estímulo natural para a acção. Por outro lado, eles podem fornecer informação importante sobre as causas do insucesso e, assim, indicar alternativas. Os erros também permitem identificar as insuficiências das estratégias escolhidas para alcançar determinados objectivos e apontar as fragilidades e limitações das estratégias válidas. Por último, Os erros ajudam a identificar as características específicas do contexto o que possibilita mostrar que a abordagem realizada era inadequada a necessita de ser reformulada.

Acreditamos no valor educacional dos projectos gerais e sugerimos que o erro pode trazer motivação, ser o ponto de partida e a direcção que lhes dá sentido na matemática (Borasi, 1987).

Os erros cometidos pelos alunos quando confrontados com uma determinada tarefa, podem constituir para o investigador um meio para determinar o que não foi bem feito na apresentação da situação proposta e, assim, podem permitir rever a situação apresentada no sentido de a modificar para que o aluno possa desenvolver o "modo de acção generalizado" esperado (Medviediev, cit. por Garnier, Bednarz & Ulanovskaya, 1996).

De seguida apresentaremos os diferentes conteúdos matemáticos que foram alvo de estudo junto dos sujeitos da nossa amostra: números, cálculo e resolução de problemas.

1.4 Números: O Conceito de Número Racional

Vergnaud estudou o desenvolvimento do conceito de número como um produto da interacção de várias categorias de problemas em diferentes fases do desenvolvimento cognitivo das ideias matemáticas. O conceito de número é um bom exemplo do processo de aquisição cognitiva a longo prazo e um bom exemplo de interconexão entre diferentes aspectos de um mesmo conceito (Armendáriz, Azcárate, Delfeu, 1993).

Em investigação, o termo concepção está associado à descrição do significado dos conceitos, isto é, propriedades, invariantes relacionais e invariantes operativos, e quando um determinado domínio do conhecimento é abordado os significantes são evocados. Por exemplo, interessa compreender que concepções têm as crianças sobre os números racionais e que sistemas representacionais usam (Weil-Barais e Vergnaud, 1990).

A este respeito Vergnaud (1989a) aponta, também, um conjunto de situações em que concepções anteriores podem funcionar como obstáculo à aprendizagem de novos conceitos. Por exemplo, os números naturais constituem um obstáculo à concepção dos números decimais. O facto de as propriedades e os princípios dos números naturais já estarem muito enraizados nos alunos constitui, muitas vezes, um obstáculo à aprendizagem do sistema decimal. Uma das principais razões para isto acontecer é a semelhança da sua escrita e estrutura. É de generalizações excessivas que nascem a maior parte das vezes os erros típicos e sistemáticos dos alunos. Assim, torna-se necessário que os obstáculos sejam considerados conjuntamente, tendo em conta as suas relações e relacionando as várias concepções que são válidas para uma situação, mas não para outra (Bonotto, 1993).

A importância do estudo dos números racionais assenta em três perspectivas diferentes. Numa perspectiva prática, porque a capacidade para lidar com este conceito facilita a compreensão e lidar com muitas situações práticas; numa perspectiva psicológica porque constituem um campo no qual as crianças podem desenvolver as estruturas mentais necessárias ao desenvolvimento intelectual; e numa perspectiva matemática, porque a sua compreensão cria as bases nas quais se apoiam as operações algébricas que mais tarde vão ser estudadas (Behr, Lesh, Post & Silver, 1983).

Foi devido às numerosas dificuldades apresentadas pelos alunos em conceptualizar e manipular números racionais que, no presente estudo, se seleccionou todas as questões que na prova de aferição abordavam este tipo de números.

De seguida apresentaremos uma síntese de algumas perspectivas dos números racionais e de alguns erros que comummente são cometidos pelos alunos ao lidarem com estes números.

De acordo com Wagner (1976, cit. por Kieren, 1980b) os números racionais podem ser interpretados como um mega conceito que interrelaciona muitos elementos.

Kieren (1976), numa primeira análise dos números racionais, considera sete interpretações distintas: fracções; decimais (como extensão natural dos números inteiros); classes equivalentes de fracções (1/2, 2/4, 3/6...); medidas (pontos numa recta numérica); quocientes (números na forma $x = p/q$ em que x satisfaz a equação $qx = p$); operadores (são operadores multiplicativos que aumentam e diminuem); e números ratio (que têm a forma p/q e p e q são inteiros e $q \neq 0$).

Posteriormente, Kieren (1988) considera que o desenvolvimento completo deste conceito engloba quatro subconstrutos distintos: medida, quociente, número ratio e operador multiplicativo. Acrescenta, ainda, que dois processos construtivos estariam na base da construção destes: a partição e a equivalência.

A partição, que no universo dos números racionais tem um papel equivalente ao contar nos números naturais, está de principio associada à igualdade entre as partes e, posteriormente, está associada com a quantidade e o número, ou seja, o tamanho da parte está relacionada com o tamanho da região ou objecto e com o número de partes. A noção de partição é também muito importante para o aluno comparar números racionais ou os adicionar, pois está a comparar duas partições. Por exemplo, quando transforma os denominadores, gera um conjunto de fracções equivalentes.

A noção de equivalência desenvolve-se de um nível mais informal para um nível mais formal, ou seja, de princípio assume uma forma aditiva e quantitativa, (por exemplo, a responder à pergunta de quanto é 3/4 mais 1/2, a criança responde: "1/2 é 1/4 + 1/4 e tomo mais 1/4 para 1 e ainda tenho mais 1/4, então é $1\frac{1}{4}$) para mais tarde se focar nos pares e, finalmente, no reconhecimento de que a equivalência corresponde a uma classe inteira de fracções.

Behr et al. (1983) propõe, por sua vez, sete subconstructos para interpretar os números racionais: fracção (relacionada com a noção de parte-todo, ou seja, uma quantidade relativamente à unidade dessa quantidade. Por exemplo, quando se diz 2/3 de um chocolate, "terços" diz respeito ao objecto a cortar e "dois" à quantidade a considerar. Todavia, as fracções não representam sempre relações de parte-todo. Se dissermos 3/2 de um chocolate, a parte é maior do que a unidade e, também, quando a fracção é utilizada para descrever conjuntos de objectos discretos mais do que quantidades contínuas a unidade pode não ser singular); decimal (são enfatizadas propriedades associadas com o sistema de numeração decimal. Os números racionais são representados na base 10 reproduzindo decimais); ratio (quando se lê 2/3 "dois para 3" está-se a indicar-se a relação entre duas quantidades distintas, como por exemplo, chocolates para meninas, e raramente se adicionam); rate (refere-se a uma nova quantidade como uma relação entre duas outra quantidades, por exemplo, a velocidade relativamente à distância e ao tempo); quociente (*a/b* é interpretado como *a* a dividir por *b*, por exemplo, dois chocolates a dividir igualmente por 3 meninos com quanto vai ficar cada um. 2/3 lê-se 2 a dividir por 3" e / significa divisão, acontece em algumas situações como *(m-n) /p=x* ou quando se pretende transformar 2/3 em decimal); operador (corresponde ao conceito de função do número racional. Funciona como um transformados para formas geométricas, por exemplo em ampliações, para medidas quantitativas, por exemplo câmbios, para números ou para conjuntos); coordenada linear (os números racionais são interpretados como pontos numa recta numérica. Neste contexto, os números racionais são um subconjunto dos números reais, mais do que uma extensão dos números inteiros no sistema de coordenadas cartesiano 2/3 pode ser visto como uma linha que contem todos os pares ordenados *(y,x)* em que $x/y = 3/4$).

Apesar dos autores descreverem esta variedade de subconstructos para interpretar os números racionais, os programas curriculares, do nível de escolaridade em que efectuamos o nosso estudo, apresentam os números racionais, particularmente as suas representações, na forma de fracções e de decimais e salientam o conceito de parte-todo. Deste modo, descreveremos mais detalhadamente algumas das dificuldades dos sujeitos nestes dois conceitos.

Pérez (1988) destaca os seguintes aspectos relativamente aos números decimais:

1) Um número decimal é um número racional que pode ser representado em forma de fracção decimal. O número n é decimal quando se pode escrever sob a forma de $n = a/10^p$ em que a e p são números inteiros
2) Uma fracção em que o denominador é uma potência de dez é uma fracção decimal. As vantagens destas fracções relativamente às outras fracções derivam da sua densidade na recta numérica, recta real, e da sua escrita. Uma consequência do sistema de numeração decimal.
3) Pode-se sempre transformar uma fracção decimal para escrita decimal, efectuando a divisão do numerador pelo denominador e assim, obtém-se uma forma de escrita mais cómoda.
4) Quando da divisão de uma fracção resulta um decimal ilimitado, isto é, quando o número de termos após a vírgula tende para um limite, estamos na presença de um racional (ex: 1/3 = 0,333...= 0, (3)). Deste ponto resulta que nem todos os racionais são decimais, todavia o inverso é verdadeiro, ainda que os decimais permitam realizar aproximações tão precisas quanto desejarmos a um número racional.

5) De acordo com Freudenthal (1973 cit, por Pérez, 1988) o processo mais apropriado para efectuar a aprendizagem dos números reais é compreende-los como fracções decimais, sendo que uma das características dos decimais é permitir realizar aproximações tão precisas quanto o necessário aos números reais (R).

Bonotto (1993) defende que o erro ou a maioria dos erros dados pelos alunos quando lidam com decimais têm origem no facto deste interpretarem com base em regras impróprias para os mesmos., regras que já conhecem bem. Fazem uma acomodação excessiva dos decimais a regras que já possuem de conhecimentos anteriores. Algumas dessas regras derivam dos alunos interpretarem os decimais como números naturais ou fracções.

A autora, apoiando-se nas explicações dadas pelos sujeitos que respondiam de forma errada a questões da ordenação de séries de decimais, definiu algumas das regras gerais nas quais assentam alguns erros cometidos pelos alunos sistematicamente alunos:

1- o número com maior quantidade de casas decimais é sempre maior ou o número com mais algarismos é sempre maior.

2- O número com menos casas decimais é maior ou o número com menos algarismos é maior.

3- Se um número tiver um zero na parte decimal, este é menor.

4- Os números que têm virgula são sempre menores do que os que não têm, ou seja, os decimais são sempre menores que os inteiros.

5- Os números que não têm virgula são sempre menores que os que têm virgula, ou seja, os inteiros são sempre menores que os decimais.

A autora acrescenta, ainda, mais algumas dificuldades que os alunos manifestam quando lidam com decimais:

- em ordenar decimais, encontrando um terceiro número decimal entre os dois, isto é, os alunos não compreendem a sucessão dos decimais (por exemplo: encontrar um número decimal entre 2,2 e 2,3).

- em perceber que não se encontra o número decimal imediatamente a seguir a um número dado, ao contrário do que acontece com os números inteiros (por exemplo: em (D) depois do 2,3 não se pode determinar o número decimal seguinte, enquanto que em (N) depois de 3 segue-se o 4).

- em perceber que o que se denomina como décimas, centésimas e milésimas depende do que tenha considerado como unidade.

- em aceitar a dupla escrita dos decimais ($1{,}6 \cong 1{,}59$)

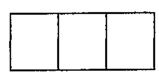
- em aceitar o valor do zero na escrita decimal (por exemplo: 1,05 é considerado 1,5 pois as crianças consideram muitas vezes, que "o zero não vale nada").

As dificuldades apresentadas pelos alunos em realizar as quatro operações com estes números serão focadas no ponto seguinte deste trabalho destinado ao cálculo.

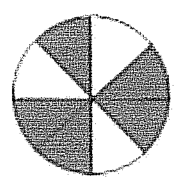
As ideias mais primitivas de fracção ou racional é "metade de", "um quarto de" e estão ligadas ao mecanismo construtivo de "dividir equitativamente", que está na origem da noção de partição, ou seja, dividir uma quantidade em partes de igual tamanho ou número (Kieren, 1988).

Hart (1981, 1984) desenvolveu vários estudos sobre temas ensinados em escolas inglesas, numa perspectiva de desenvolvimento curricular, dentro de outros assuntos estudou as fracções. O autor utilizou testes em larga escala para analisar os erros e os métodos utilizados pelas crianças para resolverem os problemas. Foi, assim possível definir níveis de compreensão e estabelecer hierarquias. Para o estádio 1 que engloba os níveis mais fáceis dos tópicos, para crianças entre os 12 e os 13 anos, foram feitas as seguintes questões:

1- Pinta dois terços.



2- Que fracção está sombreada?



3- Numa padaria 3/8 de farinha é usada no fabrico de pão e 2/8 de farinha é usada para bolos. Que fracção de farinha foi usada?

De acordo com o autor, estas questões testam a compreensão da notação utilizada com fracções e as primeiras ideias sobre a adição destas. Junta-se a noção de parte – todo ao conhecimento dos números inteiros.

Segundo Vergnaud (1983), há uma certa indefinição no uso da palavra fracção (a notação x/y) pode ser usada como uma parte fraccional do todo, que não pode ser expressa por um número inteiro (por exemplo: que fracção da piza sobrou ou como se adicionam facções, está a utilizar-se mais a ideia de número do que de símbolo); um par ordenado de símbolos p/q e uma relação ligando duas grandezas da mesma espécie. Raramente se utiliza fracções para relacionar grandezas de espécies diferentes. Utilizam-se mais frequentemente as palavras ratio e coeficiente.

Relativamente à compreensão da ordem e da equivalência de fracções, Post, Wachsmuth & Behr (1985) consideram que esta pode ser dificultada por a compreensão dos alunos sobre a ordenação de números inteiros. Os métodos utilizados para comparar números inteiros não são adequados para ordenar fracções. Para realizar a ordenação de fracções é necessário que o aluno entenda que: o tamanho da fracção depende da relação entre os dois números inteiros que compõe a fracção (ratio); há uma relação inversa entre o número de partes em que o todo é dividido e o tamanho de cada parte; há uma relação directa entre o número de partes consideradas e a ordem das fracções quando as fracções têm denominadores iguais; quando as fracções têm numeradores e denominadores diferentes, as decisões sobre a sua ordem implicam o uso extensivo e flexível da equivalência de fracções; a densidade de números racionais implica ter a noção de que não existe próximo o que vai contra a intuição.

Estes autores baseados num estudo com alunos do 4ª ano identificaram 3 padrões no pensamento dos alunos quando envolvidos na resolução de tarefas que implicavam a ordem e a equivalência de fracções:

1) Flexibilidade de pensamento na coordenação de translações entre os modos de representação dos números racionais, ou seja, a compreensão inicial de fracção das crianças, simbolizada pela forma *m/n*, deriva das concretizações feitas com figuras divididas em *n* partes iguais com m partes sombreadas ou de um conjunto *n* de objectos com m deles cobertos e não dos números naturais *m* e *n*. Para fazerem uma avaliação relativamente à relação de ordem de duas fracções, por exemplo 2/3 e 2/5

as crianças têm que reconhecer que a parte mais pequena da unidade é sombreada. Este processo de translação não é simples. Por exemplo ao responder "dois quintos é menor do que dois terços porque há duas partes em cada, mas as partes em dois quintos são mais pequenas, logo uma quantidade Maios pequena da unidade fica sombreada em dois quintos", a criança demonstra compreensão e coordenação entre modos de representação de símbolos matemáticos na concretização de fracções.

2) Flexibilidade de pensamento nas transformações no mesmo modo de representação. As operações com símbolos matemáticos tem de ser efectuadas de um modo simbólico e as operações com fracções requerem transformações dentro do mesmo sistema. A facilidade com que a criança realiza estas transformações depende da sua capacidade para compreender questões de nível simbólico relativas à ordem e equivalência de fracções. Assim, para resolver 4/6 = .../3 pode ser feito utilizando o algoritmo dividir 4 e 6 por 2 e reconhecer que 4/6 =2/3 pode ser feito de igual modo. Esta transformação implica uma repartição física ou mental. É necessário, então verificar que 4/6 e 2/3 têm quantidade coberta igual, fazer a transladação de quatro em seis (4) /6 em 4/6 e de dois em três (2) /3 em 2/3 e ter a capacidade para realizar a inferência 4/6=2/3.

3) Progressiva independência do pensamento relativamente às concretizações ou seja, por exemplo, para ordenar 5/6 e 2/3, as crianças podem ser capazes para efectuarem um juízo baseado na relação (ratio) entre 5 e 6 e entre 2 e 3, mas efectuarem a inferência a partir de uma figura, o que implica que verifiquem que 5/6 é maior que 2/3 independentemente da unidade escolhida.

De seguida, no próximo ponto deste trabalho, destinado a abordar o tema do cálculo, focar-se-á algumas das dificuldades manifestadas pelos alunos a realizar operações com fracções.

1.5 Cálculo

Na matemática, de acordo com Vergnaud (1990), existem diversos teoremas-em-acção que auxiliam os alunos a integrar os conhecimentos e na resolução de certas tarefas. Por exemplo, relativamente à adição, à união de colecções, as crianças a partir de um determinado momento utilizam o seguinte teorema em acção:

$$\# (A \cup B \cup ...) = \# (A) + \# (B) + (...) \text{ se } A \cap B \cap ... = \{ \}$$

Também relacionado com a adição existe outro teorema-em-acção, que quando o aluno o descobre diz-se que descobriu a propriedade comutativa da adição, ou seja, o aluno passa a saber que o resultado de uma adição de algarismos não é dependente da localização espacial destes. Este teorema em acção postula que:

$$a+b = b+a$$

Para existir um progresso no conhecimento o sujeito tem que efectuar generalizações dos seus conhecimentos e conceptualizações no sentido de os aplicar a um maior número possível de situações considerando os invariantes operatórios, as inferências, as regras em acção e as antecipações que facilitem a realização da tarefa. Todavia, e particularmente no domínio da matemática, é necessário analisar o modo como o sujeito faz estas generalizações e que limites estabelece quando um conceito não pode ser aplicado a um determinada situação (Medviediev, cit. por Garnier, Bednarz & Ulanovskaya, 1996).

Por exemplo, as crianças desenvolvem espontaneamente a concepção que a resultado de uma multiplicação se traduz num número maior. Este facto, sendo verdadeiro para os números inteiros (IN), nem sempre se aplica quando pelo menos um dos factores da multiplicação é um numero compreendido no intervalo]0;1[, ou seja, é necessário que os alunos compreendam que a regra a x b = c em que c >a ∧c> b só é válida quando {a,b}∈ IN. Esta concepção não pode, assim, ser generalizada ao conjunto dos números racionais (Vergnaud, 1990).

De seguida apresentaremos, de acordo com Pérez (1988), algumas regras e procedimentos das principais operações aritméticas com números decimais.

No que se refere à adição e subtracção de números decimais, as regras apoiam-se no sistema de numeração (ex: 3,479 + 0,32 = 3,479 + 0,320) se estes se obtiverem sem passar pelo sistema fraccionário, ou seja, as propriedades da adição e subtracção de decimais são as mesmas das destas operações com inteiros e podem ser resumidas do seguinte modo: escrever o número decimal de forma que as vírgulas coincidam na mesma coluna; juntar os zeros necessários de modo a que todos os números tenham igual número de algarismos depois da vírgula; adicionar ou subtrair de acordo com os mesmos princípios usados na adição e subtracção de números naturais; e colocar a virgula no resultado por baixo da coluna das virgulas dos números a adicionar ou subtrair, de modo que o resultado tenha o mesmo número de algarismos depois da virgula que cada um dos termos da adição ou subtracção.

Relativamente à multiplicação de decimais, o produto da operação já não tem igual número de casas decimais que os factores. Deste modo, a extensão da multiplicação aos decimais não é imediata. Por exemplo: 0,6 (uma casa decimal) x 0,2 (uma casa decimal) = 0,12 (duas casa decimais). As regras de cálculo da multiplicação de decimais podem também deduzir-se, como no caso da adição e subtracção, do cálculo com fracções: multiplicar os decimais como se fossem inteiros e colocar a vírgula no resultado, considerando que tem de haver tantas casas decimais do produto como na soma das casas decimais dos factores.

Na divisão de números decimais deve-se destacar que o cociente dos dois números decimais nem sempre é um número decimal. Por exemplo: 1/2 = 0,5 (é um número decimal) e 3/4 = 0,75 (é um número decimal), porém a divisão 1/2 por 3/4 não é um número decimal: 1/2: 3/4 = 2/3).

O processo de divisão habitual com decimais é o seguinte: desloca-se a vírgula para a direita tantos lugares quantos os necessários para que existam no divisor um número inteiro e, no dividendo, desloca-se a vírgula para a direita tantas casas quantas as que andamos no divisor e, posteriormente, efectua-se a divisão utilizando o algoritmo habitual para os números inteiros, considerando que o cociente deverá ter o memo número de casas decimais que o novo "dividendo".

Brousseau (1989) refere alguns exemplos de dificuldades manifestadas pelos alunos com decimais: aceitar que a multiplicação de um inteiro por um decimal pode ter como resultado um número mais pequeno que um dos seus factores, o inteiro (ex.: 0,5 x 3 = 3 x 0,5 = 0,5 + 0,5+ 0,5 = 1,5), e aceitar que da divisão de um inteiro por um decimal pode resultar um número mais pequeno.

Relativamente ao ensino de fracções, Streefland (1982), numa breve revisão histórica, refere a importância atribuída à equivalência de fracções no início dos anos 70 e, alguns anos antes, à fracção como operador. O ponto de partida era a fracção e era secundário considerar a fracção como ratio, ou seja, como uma relação entre a parte e o todo de uma determinada grandeza, onde as subdivisões eram relacionadas com a unidade envolvida. Para caracterizar o ensino de fracções neste período, o autor refere a ausência de contextos significativos, quer como fonte quer como domínio de aplicação; o uso isolado de modelos e padrões; a pouca atenção a conexões conceptuais com domínios afins como as fracções, decimais, ratios, escalas e percentagens; e a importância atribuída aos algoritmos.

Vergnaud (1983) chama a atenção para a existência de uma certa indefinição na utilização das palavras fracção e ratio. A palavra fracção, a notação x/y pode ser usada como uma parte fraccionada de um todo, que não pode ser expressa por um número inteiro de unidades (ex: que quantidade de piza sobrou? ou como se adicionam fracções? Está a aplicar-se fundamentalmente a ideia de número e não de símbolo); como um par ordenado de símbolos *p/q*; como uma relação ligando duas grandezas da mesma espécie. A palavra fracção raramente é utilizada para relacionar grandezas de espécies diferentes, usam-se normalmente as palavras ratio e cociente. Todavia, a palavra ratio também é utilizada na relação entre duas grandezas da mesma espécie e para o par ordenado *p/q*.

Kieren (1976) considera, a este respeito, que para compreender os números racionais é necessário compreender as suas muitas interpretações, mas o que acontece é que muitos materiais escolares abordam os números racionais apenas como objectos de cálculo. Se, por um lado, os aspectos algébricos das operações com racionais são pouco abordados, por outro lado, a criança tem de lidar com a noção de equivalência, confronta-se com a operação "+" não de uma forma natural, mas por razões axiomáticas, com um sistema em que "+" e "x" são duas operações muito distintas e têm, também, de trabalhar com determinadas propriedades, nomeadamente a noção de inverso.

Hart (1981) refere que um grande número de crianças, com 12 ou 13 anos de idade, consideram as fracções como números naturais não relacionados e tratam-nos separadamente. Estas inferências têm consequências na realização de algoritmos, particularmente na adição e subtracção de fracções.

De acordo com Brousseau (1989), muitas vezes o que acontece é que o aluno não compreende que tem de mudar, isto é, não são os conhecimentos ensinados que faltam, mas sim os instrumentos pessoais de compreensão do aluno. Por exemplo, na adição de fracções um erro muito comum em alunos do 2° ciclo adicionar separadamente os numeradores e os denominadores. Por exemplo: 2/3 + 5/7 =7/10. Como razões para este procedimento pode-se atribuir o facto de o aluno estar a confundir a regra para adicionar com a regra para multiplicar fracções e poder estar a operar fracções como se estivesse a adicionar números inteiros. Reconhece-se o facto de que muitos alunos encaram a fracção como dois números separados por uma linha e deste modo realizam a adição de duas fracções operando sobre os numeradores e sobre os denominadores separadamente e, por fim, desenham uma linha entre as respostas.

Tal procedimento de operar parece apropriado se considerarmos algumas situações da vida diária. Por exemplo, quando fazemos um registo dos resultados de um jogo, se hoje ganhaste 2 em 3 jogos e amanha ganhas 5 em 7, na totalidade ganhaste 7 em 9 e não 29/21. O que acontece é que na situação descrita anteriormente estávamos a lidar com fracções e nesta situação estamos a lidar com ratios. Para as fracções e ratios usam-se frequentemente palavras e símbolos semelhantes, *n* sobre *m* ou *n/m*, e isso pode levar e pensar que se trata do mesmo objecto matemático (Borasi, 1987).

Vergnaud (1983) considera que o principal problema consiste no facto de os números racionais são números e as entidades das estruturas multiplicativas não são números "puros", mas sim medidas e relações. Os números racionais têm, então, um sentido duplo: são entidades e, desse modo, podem ser adicionadas (estruturas aditivas), mas também são funções, relação entre quantidades, que podem ser compostas, apresentando, assim, uma estrutura multiplicativa (ex: 1/2 de 2/3 de uma dada quantidade é 2/6 da quantidade inicial). Com os números inteiros é possível aplicar o número a quantidades discretas e com os números racionais a quantidades contínuas.

Também Kieren (1988) diz que com os números é necessário ter em conta a sua natureza multiplicativa (sistema de composição de operadores) e a sua natureza aditiva (sistema de vectores). Esta natureza dupla permite ter uma fonte de modelos matemáticos para quatro situações da vida real importantes: na medida de fenómenos contínuos, na divisão de quantidades contínuas (lado aditivo); na quantificação de algumas comparações qualitativas, como misturas ou para relacionar algebricamente qualidades como a distância e o tempo (lado multiplicativo).

Os estudos sobre concepções possibilitam conhecer melhor as dificuldades dos alunos na aprendizagem de um determinado conceito. Pretende-se apontar as dificuldades e descontinuidades nos processos de pensamento quando abordam conceitos desenvolvidos no campo da matemática e saber até que ponto as concepções anteriores podem ser utilizadas para originar novas concepções (Vergnaud, 1981).

De acordo com Behr Harel, Post & Lesh (1992) existe consenso relativamente aos obstáculos que provocados pela aprendizagem do conceito de número racional, mas o mesmo não é verdade no que se refere ao modo como se pode facilitar essa aprendizagem.

Vergnaud (1983), que procura classificar problemas e não classificar conceitos, vê a aprendizagem do ponto de vista psicológico. Os problemas que envolvem grandezas e relações de espécies diferentes implicam que na sua resolução se utilizem tópicos logicamente distintos, mas psicologicamente interdependentes. O autor integra o estudo dos números racionais nas estruturas multiplicativas, defendendo que estas, porque implicam multiplicações e divisões, podem ser analisadas de uma forma que conduz a fracções, ratios e números racionais. O desenvolvimento de níveis mais formais no conhecimento de números racionais só tem lugar quando as medidas, os operadores escalar e função perdem os seus aspectos dimensionais e quando se faz a distinção entre elemento e relação.

Behr et al. (1992) consideram que o currículo deve possibilitar situações às crianças que contribuam para a compreensão implícita dos princípios que são subjacentes à invariância e à compensação para a variação nas ralações e operações aditivas, subtractivas, multiplicativas e de divisão.

1.6 Resolução de Problemas

A resolução de problemas é uma das áreas da educação matemática que tem sido mais investigada. Em particular, nos anos 60, 70 e 80 efectuaram-se algumas centenas de investigações que visavam saber mais acerca das formas como os alunos aprendem a resolver problemas, acerca dos métodos de ensino mais eficazes e acerca dos processos que os alunos utilizam na resolução de problemas. Todavia, apesar da existência de uma abundante literatura de investigação nesta área, continua-se a saber relativamente pouco (Lester, 1985, cit. por Fernandes, Borralho & Amaro, 1992).

Na verdade, como refere Edward Begle (1971, cit, por Lester 1992), "a educação matemática é muito mais complicada do que se pode esperar, muito embora se esperasse que fosse mais complicada do que aquilo que se esperava". De acordo com Lester (1992), esta afirmação é ainda mais pertinente quando se fala da resolução de problemas. O mesmo actor acrescenta que o desempenho em resolução de problemas parece depender de pelo menos cinco categorias alargadas e interdependentes de factores: aquisição e utilização de conhecimentos; controlo; concepções; factores do domínio afectivo; e contextos sócio-culturais. Estas categorias intersectam-se e relacionam-se numa variedade tão vasta de formas que é difícil descreve-las em poucas páginas.

A resolução de problemas de matemática não tem só a ver com acções e com pensamentos e concepções de quem resolve, a natureza da tarefa e o contexto de resolução são também factores muito importantes. Além disso, é necessário considerar todas as relações e interacções existentes entre cada um dos factores.

Assim, a investigação dos processos utilizados pelos alunos na resolução de problemas deve ter em conta esta complexidade e, deste modo, deve basear-se em estudos de caso pormenorizados que permitam identificar as diferentes competências dos alunos e o modo como são utilizadas (Fernandes, Borralho & Amaro, 1992).

De acordo com Post (1968, cit. por Fernandes, 1992), até então, a maior parte das investigações não analisavam os processos que o alunos usavam. Consideravam a habilidade para resolução de problemas como somente uma função do método de ensino utilizado. Neste sentido, como refere Fernandes (1992), Post pode ser considerado um pioneiro por considerar a grande complexidade dos processos envolvidos na resolução de problemas.

Todavia, como referem Moser e Carpinter (1982) são difíceis de identificar as estratégias que as crianças usam para resolver problemas. Muitas vezes elas não têm consciência do procedimento que utilizam nessa resolução e os processos cognitivos não são observáveis directamente.

Lester (1985, cit. por Fernandes, Borralho & Amaro, 1992) considera que toda a investigação em resolução de problemas deve assentar em três questões: o que é que o indivíduo faz correcta ou incorrectamente enquanto resolve problemas; o que é que o indivíduo deve ser capaz de fazer; e como podemos contribuir para melhorar a capacidade de resolução de problemas dos alunos.

Parente estas questões, o autor aponta a necessidade de desenvolver modelos que descrevam os processos utilizados pelos alunos quanto envolvidos na resolução de problemas, que se identifiquem e se proceda à análise dos processos utilizados por bons alunos e que se analisem de modo sistemático as variáveis da tarefa.

No que se refere à metodologia, o autor sugere a investigação sobre a resolução de problemas deve ser de natureza naturalista e orientada por um conjunto de categorias de análise. Para conhecer a influência do ensino nos comportamentos dos alunos é necessário identificar as categorias dos antecedentes desses comportamentos.

Schoenfeld (1979,1985,1987,1992, cit. por Fernandes, Borralho & Amaro, 1992) aponta algumas categorias, que a investigação em resolução de problemas deve ter por base: conhecimentos base; estratégias de resolução; monitorização e controlo; concepções e variáveis do domínio afectivo e práticas.

Kilpatrick, por sua vez, (1975, cit. por Leitão, Fernandes & Cabrita, 1992) especifica três categorias de variáveis independentes e quatro de variáveis dependentes que devem ser estudadas a propósito deste tema. Dentro das variáveis independentes, o autor assinala as variáveis do sujeito, as variáveis da tarefa e as variáveis da situação. As variáveis do sujeito referem-se as características específicas do resolvedor do problema e classificam-se, de acordo com a facilidade com que podem ser modificadas, em variáveis organísmicas (o sexo, a idade, o status sócio-económico e a residência geográfica, etc.), que não são susceptíveis de ser manipuladas experimentalmente; em variáveis de personalidade ou traço (o estilo cognitivo, as atitudes, a persistência e a memória matemática, etc.), que são possíveis de ser modificáveis através de processos como o ensino e em variáveis de historial educativo (as escolas que frequentam, os temas de matemática que estudaram, a instrução sobre a resolução de problemas; etc.), que são mais ou menos modificáveis.

As variáveis de tarefa referem-se às variáveis de contexto, que caracterizam a situação física do problema, por exemplo, a linguagem em que o problema é apresentado; às variáveis de estrutura, que descrevem a estrutura matemática intrínseca ao problema; e às variáveis de formato, que dizem respeito às diferentes formas em que o problema pode ser apresentado, como por exemplo, com auxílio de equipamento, conjuntamente com outro ou com sugestões.

No que se refere às variáveis de situação, estas dizem respeito ao ambiente físico (sala de aula, laboratório, a natureza do espaço, os recursos disponíveis, etc.), ao ambiente psicológico (variáveis que descrevem a finalidade e a natureza do ambiente de aprendizagem e que estão directamente relacionadas com a motivação para a tarefa) ou ao ambiente social em que se efectua a resolução do problema. (variáveis referentes ao grupo, ao seu tamanho, tipo, qualidade da relação entre o sujeito e o experimentador).

Como variáveis de dependentes, o autor, nomeia as variáveis de produto, que incluem o tempo necessário para encontrar a solução, a correcção, a incorrecção e a elegância da solução ou mesmo a apresentação de várias soluções; as variáveis de processo, que incluem os processos heurísticos e os algoritmos utilizados ou os caminhos incorrectos que se seguiram; as variáveis de avaliação, que incluem as tentativas que o sujeito fez, o grau de confiança na solução, etc.; e as variáveis concomitantes, que são as variáveis não incluídas nas anteriores e que podem alterarem-se com a resolução de problemas, como por exemplo, as atitudes e a habilidade para estimar.

De acordo com Lester (1994), o facto de um grande números de alunos não serem capazes de resolver quaisquer problemas a não ser os considerados rotineiros, embora pareçam ter adquirido a "mestria" e todos os requisitos ao nível do cálculo, do conhecimento de factos e de procedimentos algorítmicos, deve-se, fundamentalmente, a três razões: a resolução de problemas é uma actividade intelectual muito complexa; não há acordo relativamente ao que envolve o processo de resolução de problemas; e, por outro lado, são dadas poucas oportunidades aos alunos para se envolverem realmente na resolução de problemas.

Vergnaud (1996) defende que devem ser proporcionadas situações problemáticas que possibilitem alargar a significação de um conceito e por à prova as competências e as concepções dos alunos.

Embora a maioria dos educadores concordem relativamente ao facto de o desenvolvimento das capacidades dos alunos na resolução de problemas ser um objectivo prioritário, estes mesmos educadores têm dificuldade em decidir sobre a forma como atingir este objectivo. Até à data, não se desenvolveu nenhum programa de matemática que respondesse à necessidade de tornar a resolução de problemas o foco central do currículo, ou seja, embora esteja largamente disseminada a ideia de que a resolução de problemas deve ter um papel preponderante no currículo, não têm existido indicações de como a tornar parte integrante desse mesmo currículo (Lester,1992).

Por último, neste ponto do nosso trabalho, falaremos brevemente da forma como os alunos fazem a leitura dos dados do problema e da importância dos enunciados para a resolução dos mesmos.

Para Vergnaud (1981) quando falamos da diversidade e a dificuldade dos problemas é necessário considerar factores como a facilidade mais ou menos grande do cálculo numérico, a ordem e a apresentação da informação e o tipo de conteúdo e de relação encarado.

Fayol (1991) também destaca a importância do modo como o enunciado é apresentado. O autor considera que o sujeito está dotado de um conjunto de conhecimentos que vão ser confrontados com um enunciado, oral ou escrito, descritivo da situação. A partir daqui é necessário compreender a situação e identificar os elementos que permitem elaborar a resposta. Esta compreensão e esta resolução acontecem sobre grandes pressões ligadas à capacidade de tratamento de informação. Assim, em função dos conhecimentos anteriores, da apresentação de enunciados e dos limites da sua capacidade, o sujeito poderá ou não resolver o problema.

Os procedimentos de resolução de problemas dependem, por um lado, da semântica dos problemas, isto é, os conhecimentos referentes às transformações, combinações, comparações de conjuntos de elementos. Aqui, o papel dos conteúdos evocados (berlindes, litros,...) e o tipo de incógnita, têm um papel importante também na escolhas do processo de resolução. Por outro lado, dependem da formulação do enunciado, quer se trate da disposição das proposições ou do vocabulário utilizado (Nesher & Katriel, 1977).

Também Sternberg (1992) defende que a capacidade para solucionar problemas de álgebra ou histórias pode ser analisada em quatro passos: tradução (as pessoas podem definir em suas capacidades para a compreensão das expressões de linguística, como as expressões de relacionamento); integração (as pessoas podem definir nos detalhes do seu conhecimento de diferentes tipos de problemas em formato de histórias e palavras); planeamento (as pessoas podem definir as estratégias gerais de solução de problemas); Execução (as pessoas podem definir na sofisticação, correcção e automatismo de seus algoritmos para as operações básicas).

CAPÍTULO 2

2- METODOLOGIA

A presente investigação enquadra-se num estudo mais amplo, que tem como objectivo compreender as dificuldades sentidas pelos alunos de várias regiões do país na realização das provas de aferição de matemática do 6º ano em 2001.

Este tipo de provas foram, pela primeira, vez destinadas aos alunos do 6º ano de escolaridade. Contrariamente ao que acontece nos estudos internacionais, em que a selecção dos itens obedece a constrangimentos externos, as provas de aferição foram elaboradas em conformidade com os programas em vigor, o que possibilita uma análise dos resultados na população dos alunos deste ano de escolaridade relativamente a um referencial comum - o programa, que inclui os seguintes conteúdos de aprendizagem: geometria; números e cálculo; estatística e proporcionalidade. Para além de avaliar a aquisição de alguns destes conteúdos, como os números e calculo o referido estudo visa ainda avaliar junto dos alunos, a existência de competências como a compreensão de conceitos e procedimentos, a capacidade de resolução de problemas, a capacidade de raciocínio e a capacidade de comunicação matemática.

Deste modo, julgamos que esta investigação ao descriminar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução das questões da prova de aferição referentes aos números, cálculo e de resolução de problemas, pode proporcionar uma melhor compreensão das dificuldades encontradas por os alunos portugueses neste ano de escolaridade na disciplina de matemática e, por outro lado, pode vir a contribuir para uma melhoria progressiva das provas de aferição.

O presente capítulo iniciar-se-á pela definição dos objectivos que orientaram a nossa investigação. De seguida, será feita uma descrição dos sujeitos do estudo e, por último, será apresentado o design, instrumentos e procedimentos utilizados.

2.1 Definição dos Objectivos

O estudo descrito, como já foi referido anteriormente, enquadra-se numa investigação mais ampla que tem como objectivo geral compreender as dificuldades sentidas pelos os alunos do 6º ano de escolaridade na realização das provas de aferição de matemática no ano de 2001.

Em termos de objectivos específicos, esta investigação visa:

- analisar os erros cometidos pelos alunos nos itens das provas de aferição de matemática referentes ás temáticas de números, calculo e resolução de problemas.

- identificar as estratégias utilizadas na resolução dos itens;

- detectar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução desses mesmos itens.

Como já foi dito, os itens da prova de aferição seleccionados para o nosso estudo referiam-se às temáticas de números, cálculo e ainda de resolução de problemas.

De acordo com um documento do Ministério de Educação (2001), os resultados das provas de aferição são muito importantes para as escolas e professores, para suportar algumas tomadas de decisão, nomeadamente no que diz respeito à planificação e orientação das práticas pedagógicas e à definição de prioridades de formação continua. Deste modo, a informação resultante destas provas tem grande utilidade para os serviços responsáveis pela concepção do currículo, para investigadores e para a opinião pública em geral.

Por outro lado, este estudo surge na sequência da tomada de consciência do insucesso manifestado pelos alunos na disciplina de matemática em contraponto com a maior utilidade e presença que esta disciplina tem no seu quotidiano. Julgamos, também, que ao compreender e discriminar as dificuldades das crianças, nomeadamente nos conteúdos específicos já nomeados, podemos contribuir para o desenvolvimento das crianças e para a optimização do seu rendimento nesta disciplina.

2.2 Sujeitos do Estudo

Foi seleccionada uma amostra constituída por duas turmas do 6º ano de escolaridade de uma escola que se mostrou disponível para colaborar com este trabalho: uma escola E.B.2,3 situada na margem sul do Tejo, próxima de Lisboa. Estas turmas, com 26 alunos cada uma, foram escolhidas de acordo com as suas características, ou seja, a escolha baseou-se no facto de serem turmas consideradas como tendo um rendimento académico médio baixo, que julgamos mais interessantes por permitirem encontrar nos seus alunos dúvidas e algumas concepções erradas no que se refere aos seus conhecimentos matemáticos.

Dos 52 sujeitos que constituíram a nossa amostra, 27 são do sexo masculino (51,9%) e 25 do sexo feminino (48,1%). A maioria destes sujeitos provém de um meio culturalmente desfavorecido, tendo somente 9 alunos mães com um curso médio ou superior (17.3%) e, também, somente 6 dos pais dos alunos têm formação média ou superior (11,5%).

2.3 Design do Estudo, Instrumentos e Procedimentos

2.3.1 Design do Estudo

Após a selecção da amostra, segundo os critérios já mencionados, a recolha de dados do presente estudo efectuou-se entre o dia 1 de Junho e 25 do mesmo mês, logo após os alunos do 6º ano de escolaridade terem realizado, a 30 de Maio de 2001, a prova de aferição de matemática.

Esta recolha efectivou-se, depois de ter sido apresentado por escrito à escola o nosso projecto e ter sido dada autorização para este se iniciar, através da marcação com os directores de turma, de 1 hora com cada um dos alunos da nossa amostra. Durante esta hora, o aluno realizava, novamente, os exercícios da prova de aferição por nós escolhidos e respondia a uma entrevista, que tinha como finalidade saber quais as estratégias e conceitos matemáticos utilizados na resolução dos mesmos. Esta entrevista foi áudio-gravada. No final, os alunos respondiam também a um questionário por nós elaborado.

No que se refere ao tratamento dos dados, foi efectuada a análise de conteúdo dos protocolos e calcularam-se, também, as frequências das respostas dadas pelos sujeitos ao nosso questionário, para que se possa complementar, com algumas informações que julgamos pertinentes, o estudo descritivo que nos propomos efectuar com a nossa amostra.

2.3.2 Instrumentos

Seleccionaram-se os itens da prova que se referiam às temáticas dos números, cálculo e ainda alguns itens que implicavam a resolução de problemas e deu-se-lhe a forma de caderno (Anexo A).

Foi elaborado, também um questionário (Anexo B) para ser preenchido pelos alunos que aborda variáveis de carácter pessoal, como sexo e profissão dos pais, e outras referentes às percepções relativamente à escola, à disciplina de matemática e aos seus professores.

Para além deste questionário e dos itens das provas de aferição escolhidos para serem resolvidos por escrito pelos alunos, foi também utilizado como instrumento na nossa investigação, uma entrevista do tipo clínico da qual se realizou uma gravação áudio.

2.3.3 Procedimentos

Depois de seleccionada a amostra e de ter sido marcada uma hora com cada um dos sujeitos, através do seu director de turma, foi-lhes solicitado que voltassem a resolver alguns dos itens da prova de aferição de matemática. As indicações dadas antes dos alunos iniciarem a resolução da prova eram as seguintes: " Estou a fazer um estudo sobre as provas de aferição e queria saber a forma como pensaste ao realizar os exercícios. Para isso, vais ter de resolver novamente alguns desses exercícios e, no fim de cada um deles, gostaria que me explicasses o modo como pensaste. Isto não vai servir para tua avaliação, não deves estar nervosa (o), simplesmente é para tentar conhecer melhor as facilidades e dificuldades dos alunos na matemática e para tentar melhorar este tipo de provas. Alguma dúvida? Agora com calma podes começar a resolver o primeiro exercício".

Depois do sujeito proceder à execução de cada um dos exercícios era questionado sobre o porquê de ter optado por aquela solução, com questões do tipo: "Porque é que resolveste assim?" ou "Como é que fizeste este?". Enquanto o aluno ia explicando a sua resolução, outras questões que facilitassem a compreensão dos seus raciocínios foram também colocadas. Este procedimento foi adoptado para todos os itens da prova e muitas vezes este diálogo entre o entrevistador e o sujeito originou a rectificação da resolução de alguns destes itens. Todo este processo foi áudio gravado.

No final da resolução da prova, foi também solicitado ao aluno que preenchesse o questionário já mencionado anteriormente (Anexo B).

Após a recolha de todos os dados, efectuou-se a transcrição dos protocolos e a análise de conteúdo dos mesmos. Esta análise realizou-se pergunta a pergunta, considerando os vários tipos de erros e justificações dos alunos. Assim, chegou-se a uma categorização dos diferentes tipos de respostas aos itens, em que se agrupou os vários alunos.

As respostas dos alunos foram também classificadas de acordo com os critérios de correcção utilizados nesta prova.

No que se refere às variáveis abordadas pelos questionários efectuou-se uma análise quantitativa das mesmas.

CAPÍTULO 3

3. RESULTADOS

Neste capítulo do nosso trabalho serão apresentados, de um modo descritivo, os dados obtidos na nossa investigação. Num primeiro ponto, para cada um dos itens constituintes da prova (Anexo A), apresentaremos as classificações obtidas pelos sujeitos, de acordo com os critérios de classificação utilizados na correcção das provas de aferição, e descreveremos as respostas dadas pelos alunos a cada um desses itens, que foram por nós agrupadas em diferentes categorias. Num segundo ponto, deste capítulo, proceder-se-á à análise quantitativa das variáveis avaliadas no nosso questionário (Anexo B).

3.1 Descrição dos Resultados da Prova

Neste ponto do nosso trabalho, serão apresentadas as frequências e percentagens das cotações obtidas pelos sujeitos, de acordo com os critérios de classificação utilizados na correcção da prova de aferição. Note-se que nós atribuímos a cotação após ter existido interacção entre o entrevistador e os alunos. De seguida, descreveremos qualitativamente o tipo de respostas dadas pelos sujeitos, por nós agrupadas em categorias e, por último, apresentaremos de um modo quantitativo os resultados, onde será somente focado o número de respostas correctas e incorrectas.

Esta apresentação será feita separadamente para cada um dos itens e de acordo com a ordem com que estes foram apresentados aos alunos.

Item 1– Numa prova desportiva de lançamento de peso, os resultados obtidos pelas quatro primeiras classificadas foram os seguintes:

Ana 9,41 metros

Carla 8,5 metros

Rita 9,36 metros

Sara 8,45 metros

De acordo com estes resultados, preenche a seguinte tabela.

Classificação	Nome
1° lugar	
2° lugar	
3° lugar	
4° lugar	

Esta questão, em que era pedido para ordenar os números, tendo alguns duas casas decimais e outros somente uma, implicava o conhecimento, por parte dos sujeitos, da diferença de grandeza entre unidades, décimas e centésimas. A resposta correcta era fazer corresponder o 1° lugar à Ana, o 2° à Rita, o 3° à Carla e o 4° à Sara.

Aqui, os critérios de classificação utilizados na correcção da prova consistiram na atribuição de nível 4 a quem preenchesse correctamente a tabela, de nível 3 a quem ordenasse correctamente os números, mas colocasse na tabela os números em vez dos nomes, de nível 2 para quem começasse do menor para o maior número em vez de começar do maior para o menor ou da última classificada para a primeira em vez da primeira para a última, de nível 1 para quem trocasse o lugar da 3ª com a 4ª classificadas ou do 3º maior número com o 4º maior número e de nível 0 para outra resposta além das mencionadas.

De acordo com estes critérios, os resultados dos sujeitos da nossa amostra foram os seguintes (Quadro 1):

Quadro 1 – Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 1

Nível deClassificação	Frequências	Percentagens
0	1	1,9%
1	32	61,5%
2	0	0%
3	2	3,8%
4	17	32,7%
Total	52	100%

17 dos sujeitos (32,7%) ordenaram correctamente os números. Todavia, a maior frequência foi dos sujeitos que obtiveram nível 1, o que significa que trocaram a 3ª com a 4ª classificada ou o 3º maior número com o 4º maior número: 32 sujeitos (61,5%). Esta grande frequência é demonstrativa da dificuldade dos sujeitos em responder a este item.

Em termos de análise de conteúdo, como podemos ver no Quadro -2 (respostas correctas) e no Quadro 3 (respostas incorrectas), agrupámos os diferentes tipos de respostas em cinco categorias: três de respostas correctas e duas de respostas incorrectas.

No que se refere às respostas correctas (Quadro 2), 15 alunos (28,8%) responderam acertadamente de modo imediato, sendo agrupados na categoria C1; 3 dos sujeitos (5,8%) responderam também correctamente, mas só após ter existido interacção, o que corresponde à categoria C2 e, por último, existiu 1 sujeito (1,9%) que ordenou correctamente, mas em vez de colocar na tabela o nome das classificadas colocou o número de metros a que elas lançaram o peso.

Quadro 2– Categorias das Respostas Correctas ao Item 1

Ordena correctamente todas as classificadas.	**Após interacção, ordena correctamente todas as classificadas.**	**Ordena correctamente todas as classificadas, mas em vez de colocar o nome das classificadas na tabela coloca o nº de metros a que elas lançaram o peso.**
1º lugar: Ana 2º lugar: Rita 3º lugar: Carla 4º lugar: Sara	<u>1ª resposta:</u> 1º lugar: Ana, 2º lugar: Sara, 3º lugar: Rita, 4º lugar: Carla <u>2ª resposta:</u> 1º lugar: Ana, 2º lugar: Rita, 3º lugar: Sara, 4º lugar: Carla <u>3ª resposta:</u> 1º lugar: Ana, 2º lugar: Rita, 3º lugar: Carla, 4º lugar: Sara	1º lugar: 9,41 2º lugar: 9,36 3º lugar: 8,5 4º lugar: 8,45
" - Vi a que tinha chegado mais longe com o peso: foi a Ana, que fez 9m e 41 cm. Depois foi a Rita, que lançou a 9 m e 36 cm. Depois a Carla porque fez 8 m e meio e, aqui, em 4º lugar, a Sara porque lançou 8 m e 45 cm."	" - 1º está a Ana com 9,41. A seguir, vem a Sara. Em 3º está a Rita e em 4º a Carla. - Achas que a seguir a 9,41 é 8,45? - Enganei-me a seguir à Ana é a Rita. 1º a Ana, depois a Rita, depois a Sara e depois a Carla. - Então a seguir a 9,41 é 9,36. É isso? - Sim. - E depois da Rita com 9,36? - Sara com 8,45. - É isso? Achas que 8,45 é maior que 8,5? - Enganei-me. É a Carla e depois é que é a Sara."	"- Eu resolvi este problema vendo o 1º nº. Se houvesse aqui...Se o 1º fosse igual eu ia ver ao nº de trás. Como o nº de trás... Algum tinha que ser maior que. O outro eu resolvi meter o maior 1º. - Então 1º puseste 9,41. E depois? -9,36, depois 8,5 e depois 8,45.
C1	**C2**	**C3**

Relativamente às respostas incorrectas (Quadro 3), existiram dois tipos de resposta. Trinta e dois sujeitos, ou seja, 61,5% do total de sujeitos, trocaram a ordem da 3ª e 4ª classificadas, justificando que 8,45 é maior que 8,5 porque 45 ser maior do que 5 (I1) e ainda existiu 1 sujeito (1,9%) que, para além de trocar o lugar da 3º e 4ª classificadas, inverteu a ordem de todas as classificadas, começando do menor até ao maior número.

Quadro 3– Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 1

Troca o Lugar da 3º e 4ª classificadas, por considerar que 8,45 é maior que 8,5 (45 maior que 5).	**Para além de trocar o lugar da 3ª e 4ª classificadas, inverte a ordem de todas as classificadas, por considerar que tem que começar do menor até ao maior nº.**
1º Lugar: Ana 2ª lugar: Rita 3º lugar: Sara 4ª Lugar: Carla	1º lugar: Carla 2º lugar: Sara 3º lugar: Rita 4º lugar: Ana
" - A Ana. Depois a Rita com 9,36. Depois a Sara com 8,45 e a Carla com 8,5. - Porque é que achas que 8,45 é maior que 8,5? - Porque 8,45 é maior que 8,5. - Porquê? - Porque 45 é maior que 5."	"-Em 1º lugar a Carla que tem 8,5, é a que tem menos, em 2º a Sara com 8,45, porque é a que tem menos a seguir. - Achas que a que tem um nº mais pequeno é a que está em 1º lugar? - Sim. - Então diz lá como é que fizeste. - O mais pequeno é 8,5, a seguir a Sara com 8,45, a seguir a Rita com 9,36 e, por último, a Ana com 9,41..."
I1	**I2**

Em termos de frequências e percentagens, esta distribuição das respostas dos sujeitos por estas diferentes categorias pode ser consultada no Quadro 4.

Quadro 4 – Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 1

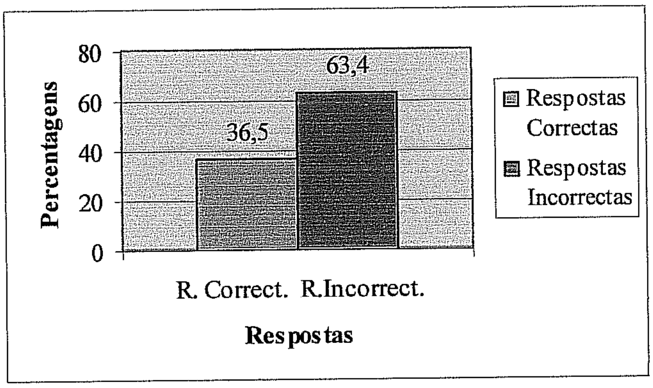
Categorias	Frequências	Percentagens
C1- Ordena correctamente todas as classificadas.	15	28,8
C2 - Após interacção, ordena correctamente todas as classificadas.	3	5,8
C3- Ordena correctamente todas as classificadas, mas em vez de colocar o nome das classificadas na tabela coloca o nº de metros a que elas lançaram o peso.	1	1,9
I1- Troca o Lugar da 3º e 4ª classificadas, por considerar que 8,45 é maior que 8,5 (45 maior que 5).	32	61,5
I2- Para além de trocar o lugar da 3ª e 4ª classificadas, inverte a ordem de todas as classificadas, por considerar que tem que começar do menor até ao maior nº.	1	1,9
Total	52	100

:

No tipo de respostas dadas a este item, parece interessante destacar o elevado número de alunos que trocou o lugar da 3ª com a 4ª classificadas, por considerar que 8,45 é maior do que 8,5, isto é, o somatório dos sujeitos com respostas da categoria I1 com os sujeitos com repostas da categoria I2, o que dá um total de 33 sujeitos (63,4%)

Em termos absolutos, obtivemos, para este item, as seguintes percentagens de respostas correctas e respostas incorrectas, respectivamente, 36,5% (19 respostas) e 63,4% (33 respostas) , que demonstram um elevado nível de insucesso dos sujeitos a responder (Figura 1):

Figura 1: Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 1



<u>Item 2</u>: Um número inteiro foi multiplicado por 2, e o resultado obtido foi multiplicado por 5.

Assinala com um X o número que pode representar o resultado final.

☐ **2025**

☐ **2504**

☐ **2540**

☐ **5042**

Neste item o número a assinalar era o 2540. Aqui, os critérios de classificação utilizados na correcção da prova foram: a atribuição de nível 1 às respostas correctas e de nível 0 às incorrectas ou a quem assinalasse mais do que uma resposta. Como pode ver no Quadro 5, as frequências e percentagem das classificações obtidas pelos sujeitos da nossa amostra a este item foram as seguintes:

Quadro 5 – Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 2

Classificações	Frequências	Percentagens
0	12	23,1
1	40	76,9
total	52	100

O número de alunos que responderam correctamente foi superior ao dos que responderam incorrectamente. Todavia, grande parte das respostas correctas, como vai ser evidente quando as apresentarmos por categorias, foram dadas após ter existido interacção entre o entrevistador e o sujeito. Também, alguns alunos, embora tendo respondido correctamente, não justificaram a sua escolha de um modo apropriado.

Dividimos em 7 tipos de categorias as respostas correctas dadas pelos sujeitos a este item (Quadro 6). Os sujeitos que responderam correctamente de modo imediato e justificaram correctamente a sua opção foram 18 (34,6%), o que corresponde ao somatório dos sujeitos com respostas categorizadas por C1, C2 e C3. Sete sujeitos (13,5%) responderam correctamente, mas, mesmo após interacção, não justificaram de modo apropriado a sua escolha (C4). Cinco dos sujeitos (9,6%), embora respondendo correctamente de modo imediato, só justificam a sua escolha correctamente após ter existido interacção com o entrevistador (C5) e 9 dos sujeitos (17,3%) só respondem correctamente após ter existido interacção com o entrevistador, ou seja, o somatório das respostas correspondentes à categoria C6 e C7.

Quadro 6– Categorias de Respostas Correctas ao Item 2

Responde 2540, justificando que um nº multiplicado por 2 e 5 tem de acabar em 0.	**Responde 2540, justificando que é o único nº que dividido por 2 e por 5 dá um nº inteiro.**	**Responde 2540, justificando a escolha por o nº acabar em 40.**	**Responde 2540, mas mesmo após interacção não justifica correctamente a sua escolha**	**Responde correctamente não justificando de modo apropriado a sua opção. Após interacção justifica a sua escolha de modo apropriado.**	**Responde incorrectamente, após interacção dá a resposta correcta e justifica de modo apropriado a sua opção.**	**Não responde. Após interacção, responde 2540 e justifica correctamente a sua escolha.**
2540	2540	2540	2540	2540	1ª tentativa: 2504 2ª tentativa: 2540	1º tentativa: não responde 2ª tentativa: 2540
" -Fiz 2 vezes 5 que dava 10, por isso só podia ser um n.º que terminasse em 0.	"- Fiz todas a dividir por 2 e por 5 para ver qual é que dava um número inteiro. A 1ª não deu, a 2ª também não e a 3º já deu um nº inteiro."	"- Escolhi esta porque 4 vezes 2 dá 8 e 8 vezes 5 dá 40."	"- Porque multiplicado por 5 tem os nºs 0 e 5 e multiplicado por 2 tem os nºs 2 e 4. - É porque tem um 2, um 4, um 0 e um 5? - Sim. Mas isso têm todos...Então porque escolheste esse? - Porque 2540 tem mais dois pares do que os outros.	-" Aqui pus ao calhas porque não sei. - Mas o que é que pensaste para por esse? - Porque quando multiplicamos por 5 ou dá um número acabado por 5 ou por 0. - Então porque é que não escolheste o primeiro que acaba em 5? - Porque tem que ser um número par."	- "(...) Palpite. (...) - Como acabam os nºs que foram multiplicados por 2? - (Silêncio). - E os nºs que foram multiplicados por 5? - Em 5 e em 0. - Ok. E então? quais destes é que pode ter sido multiplicado por 5? - Este (2045) e este (2540). - Ok. Mas também foram multiplicados por 2. Qual desses é que também podia ter sido multiplicado por 2? - Este (2504) e este(2540) e este (5042). - Então qual desses é que podia ter sido multiplicado por 2 e por 5? - Acho que é 2540. - Porquê? - Porque acaba em 0.	"-Não fazes? O que e que diz ai? (...) Os números multiplicados por 2 acabam como? - Números pares (...) - E os números multiplicados por 5? como e que acabam? - 5. - Só em 5? - E em 0. - Então desses números todos, qual é que pode ter sido multiplicado por 2 e por 5? - 2540.
C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**	**C6**	**C7**

As respostas dadas pelos sujeitos, que mesmo após interacção não conseguiram responder correctamente, foram divididas por nós em duas categorias distintas (Quadro 7): as dos sujeitos, que mesmo após interacção, respondem incorrectamente, que foram 12 (23,1%) e as dos sujeitos que começaram por não responder ao item e que, após interacção, respondem incorrectamente, que foi 1 sujeito (1,9%).

Quadro 7– Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 2

Mesmo após interacção, responde incorrectamente.	**Não responde, após interacção responde incorrectamente**
2504	1° tentativa: Não reponde 2° tentativa: 5042
"- Porque achas que é 2504?(...) - Dividi este nº por 5 e depois por 2. Depois fiz o resultado vezes 2 e depois vezes 5 e dá este nº. (...) - Como é que acaba um nº que foi multiplicado por 2? - Não sei. - E por 5? - Também não sei."	- Eu, este não fiz na prova. - Então o que diz aí? - (Silêncio) - Diz que um número, que tu não sabes qual é, foi multiplicado por 2. O que é que acontece a um número multiplicado por 2? - (Silêncio) - E depois diz que o resultado foi multiplicado por 5. Qual desses números é que achas que pode ser o resultado de um numero que foi multiplicado por 2 e depois por 5? - (Silêncio). Acho que foi o último. - Porque é que achas que é o último? - Não acho que foi 2045. - Porquê? - Porque é um número menor. - E achas que tem que ser menor porquê? - (Silêncio). - Só quero saber o que é que tu pensaste. - 5042. - Então porque deste essa resposta? - (Silêncio). Porque é o maior. - Como acabam os números multiplicados por 2? - Fica duas vezes maior. - E multiplicado por 5? Como acabam esses números? - Ficam 5 vezes maiores. - Explica-me só porque escolheste 5042. - Porque é o maior. - E tem que ser o maior? - Sim. Porque foi multiplicado por 2 e por 5.
I1	**I2**

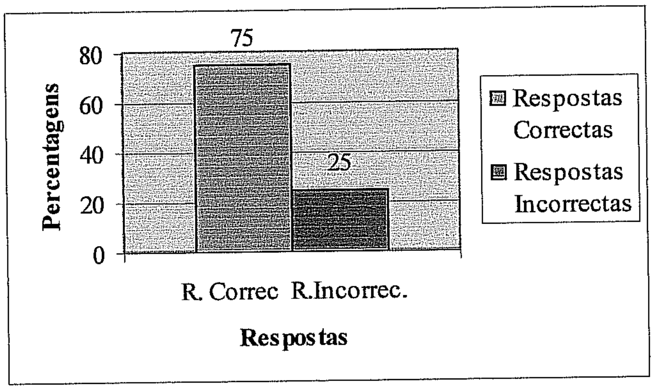
A frequência e percentagem das respostas dadas pelos sujeitos, distribuídas por estas categorias, podem ser consultadas no Quadro 8.

Quadro 8– Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 2.

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Responde 2540, justificando que um nº multiplicado por 2 e 5 tem de acabar em 0.	7	13,5
C2 - Responde 2540, justificando que é o único nº que dividido por 2 e por 5 dá um nº inteiro.	9	17,3
C3 - Responde 2540, justificando a escolha por o nº acabar em 40.	2	3,8
C4 -Responde 2540, mas mesmo após interacção não justifica correctamente a sua escolha	7	13,5
C5 - Responde correctamente não justificando de modo apropriado a sua opção. Após interacção justifica a sua escolha de modo apropriado.	5	9,6
C6 - Responde incorrectamente, após interacção dá a resposta correcta e justifica de modo apropriado a sua opção.	4	7,7
C7 - Não responde. Após interacção, responde 2540 e justifica correctamente a sua escolha.	5	9,6
I1- Mesmo após interacção, responde incorrectamente.	12	23,1
I2 - Não responde, após interacção responde incorrectamente	1	1,9
Total	52	100

Deste modo, o total de respostas correctas e incorrectas ao item 2, como pode consultar na figura 2, foi de 13 respostas incorrectas (25%) e de 39 respostas correctas (75%). Neste item, o nível de sucesso alcançado foi bastante superior ao do item anterior. Contrariamente ao que sucedeu no item 1, o número de respostas correctas ao item 2 foi muito maior do que o número de respostas incorrectas.

Figura 2– Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 2



<u>Item 3</u> -A tabela indica o número de latas de comida necessárias para alimentar um cão, por dia, em função do seu peso.

O Pantufa é um cão que pesa 20 kg.

Quantas latas a dona do Pantufa tem de comprar, para o alimentar durante uma semana?

Peso de um cão Em kg	Número de latas que come, por dia
10	1
20	1+1/2
30	2
40	2+1/2

Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

Este item, cuja resposta correcta era 11 latas ou 11, implicava que os alunos, além de lerem correctamente os dados fornecidos pela tabela, utilizassem uma estratégia apropriada de resolução do problema, que passava pela compreensão de que o Pantufa come por semana a quantidade de comida que come um cão com o seu peso

(20 kg) por dia vezes os 7 dias da semana. Implicava, também, que os cálculos fossem efectuados correctamente.

Os critérios de classificação utilizados na correcção da prova de aferição foram os seguintes: atribuiu-se a cotação de nível 5 a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema e respondeu correctamente à pergunta ou, embora não respondendo explicitamente à pergunta, havia evidência de ter chegado à resposta correcta. Atribuiu-se nível 4 aos sujeitos que utilizaram uma estratégia apropriada de resolução do problema e responderam 10 latas e meia ou, embora não respondendo explicitamente à pergunta, havia evidência de terem chegado ao valor 10,5. Atribuiu-se a cotação de nível 3 a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas cometeu alguns erros de cálculo ou derivados a copiar mal os dados do problema e respondeu à pergunta de acordo com o erro cometido ou não respondeu explicitamente à pergunta. Atribuiu-se nível 2 aos sujeitos que utilizaram uma estratégia apropriada, mas incompleta, de resolução do problema, podendo ter, ou não, erros de cálculo ou originados por copiar mal os dados do problema, ou respondeu 11 latas sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar explicação ou, ainda, a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema, partindo de uma sua má interpretação. Atribuiu-se nível 1 a quem demonstrou algum trabalho, reflectindo alguma compreensão, por exemplo, assinalando na tabela a linha correcta ou a quem respondeu 10 latas e meia, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação e atribuiu-se nível 0 a quem apresentou outra resposta além das mencionadas ou a quem copiou do enunciado os dados e demonstra, eventualmente, algum trabalho, mas parece não ter qualquer compreensão do problema.

Assim, e de acordo com estes critérios, os sujeitos da nossa amostra obtiveram as seguintes classificações (Quadro 9):

Quadro 9– Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 3

Nível de Classificação	Frequências	Percentagens
0	7	13,5
1	5	9,6
2	3	5,8
3	15	28,8
4	21	40,4
5	1	1,9
Total	52	100

Os vários tipos de respostas dadas pelos sujeitos da nossa amostra foram por nós divididas em 13 categorias: 4 de respostas correctas e 8 de incorrectas.

De entre os alunos com respostas correctas, somente 11 (21,2%) raciocinaram e efectuaram correctamente os cálculos de modo imediato (C1 e C2). 11 dos sujeitos (21,2%) só após ter existido interacção é que raciocinaram e efectuaram os cálculos correctamente (C3). Existiu, ainda, 1 sujeito (1,9%), que embora tivesse respondido 11 latas e raciocinado correctamente, cometeu erros de cálculo (C4).
Estas categorias, em que foram divididas as respostas correctas a este Item, são especificadas no Quadro 10.

Das várias respostas incorrectas a este item (Quadro 11) 7 (13,5%) foram de alunos que, embora raciocinando correctamente, responderam de modo incorrecto por terem efectuado erradamente os cálculos (I1). 3 dos alunos (5,8%) só após interacção é que raciocinaram correctamente, mas continuaram a responder de modo incorrecto por não efectuarem os cálculos de modo apropriado (I2). Na categoria I3 foram agrupados 10 alunos (19,2%) que, embora assinalando na tabela a linha correcta, não conseguiram raciocinar correctamente. As outras 5 categorias (I4, I5, I6, I7, I8), correspondem a respostas que demonstram que o aluno não conseguiu entender minimamente o problema e o que lhe era pedido. No seu conjunto, estas respostas foram 9, ou seja, de 17,2% dos sujeitos.

Quadro 10– Categorias de Respostas Correctas ao Item 3

Raciocina e efectua os cálculos correctament e.	**Raciocina e efectua os cálculos correctamente, utilizando o desenho.**	**Após interacção, raciocina e efectua os cálculos correctamente.**	**Responde 11 latas, mas, embora raciocine correctamente, efectua mal os cálculos.**
7 x 1,5 = 10,5		1ª tentativa: Somou as latas que come um cão com 20 kg com as de um cão de 40 kg e calculou erradamente: 1+1/2 + 2 + 1/2= 2/4+3/3=5/7 2ª tentativa: 1+1/2 + 1+1/2 + 1+1/2 + 1+1/2 + 1+1/2 + 1+1/2 + 1+1/2 = 10+1/2	1+1/2+1+1/2+ 1+1/2+1+1/2+ 1+1/2+1+1/2+ 1+1/2= 7+8/2= 7+4=11
"- Fiz os dias da semana vezes o nº de latas que ele come por dia. - Quantas são que te deu? - 10, 5"	" - Fiz o desenho das latas em cada dia, depois somei e deu 10,5."	"-Aqui está a dizer que ele come uma lata mais meia, 1 lata e meia faz 3 latas que ele come por dia. Uma lata mais uma dá 2, mais meio com meio dá 3. Depois uma semana... - Olha quanto é que pesa o Pantufa? - 20 kg. - Então, vê aí quanto come um cão com 20 kg. - Uma lata mais meia lata. - Então se ele come por dia uma lata mais meia lata, quanto é que ele come numa semana? - Contei os dias todos, de um a sete, depois pus 1 mais ½, 7 vezes. Depois contei 1,2,3 4,5,6,7. Depois somei os meios: 1/2 +1/2. É 8, 9, 10 mais meio. 10 e meio.	"- ...Deu 7+8/2, que é 4, por isso dá 11 latas. - 7 x 1/2 dá 8/2? - Sim."
C1	**C2**	**C3**	**C4**

Quadro 11– Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 3.

Responde incorrectamente, raciocina correctamente, mas efectua incorrectamente os cálculos	Responde incorrectamente. Após interacção, raciocina correctamente, mas efectua mal os cálculos	Assinala na tabela a linha correcta, mas não raciocina correctamente.	Soma os valores da coluna correspondente ao nº de latas que comem por dia os cães com diferentes pesos.	Multiplica os dias da semana pelo peso do Pantufa.	Multiplica um valor errado, que considera ser o que o Pantufa come por dia, pelo peso do Pantufa.	Considera que o Pantufa come por semana o mesmo que considera comer por dia um cão com 40 kg.	Soma os diferentes pesos dos cães para saber quanto o Pantufa come numa semana.
1+1/2=1 1 x 7=7	<u>1ª tentativa:</u> A dona do Pantufa compra 21 latas por semana. Porque acho que ele come 3 vezes ao dia. <u>2ª tentativa:</u> 7 x 1+7 x 1/2= 7+7/2=14/2	" Como o pantufa pesa 20 kg. Eu presumo que o cão coma 2/2"	1+1+1/2+2+2+1/2=8/8	5 x 20 = 100 Latas	2 x 20=40	2+1/2=2+2+1= 4+1=5	10+20+30+40=10
"1+1/2 dá 2/2...Depois multipliquei por 7 para saber o que ele come numa semana"	" Pus que a dona compra 21 latas. Porque se calhar o cão come 3 latas por dia como a gente (...) -Quanto pesa o Pantufa? -20. - E Então? - Come 1 lata e meia. -E quanto come numa semana? (...) Como é que se faz essa conta? (...) 7 x 1 +7 x 1/2 - E quanto dá a conta? - 14/2	"- Como o Pantufa pesa 20 kg, eu pensei que é 2/2. - Que valor é esse? -1+1/2. - Isso é as latas que ele come em quanto tempo? - Numa semana (...). - Achas que é o que ele come numa semana? -É. -O.k. E como é que fizeste a conta? -1+1 e fica o 2 em baixo.	"- Quando um cão tem 20 kg come 1 lata e depois fiz assim: mais 1, aqui dos 20 kg, mais ½ dos 20 kg. Mais 2 dos 30 kg, mais 2 e mais ½ dos 40 kg. - Somaste os valores desta coluna toda? - Sim. - Quanto pesa o Pantufa? - É um cão que pesa 20 kg (...) - E o que tens que fazer para saber isso? - Somei estes todos. (...)	"-Este 4 é o quê? - É os dias da semana vezes 6. Não, tenho que fazer os dias vezes o peso do cão. - Para saberes o que ele come numa semana? - Como a semana tem 5 dias, tenho que multiplicar 5 por 20. - Se multiplicares 5 por 20 sabes quanto ele come numa semana? -Acho que sim (...)."	"- (...) Quantos quilos tem o pantufa? - 20. - E então quanto come por dia? (...) - Acho que são 2 e depois multipliquei por o peso dele (...) - Achas que se multiplicares as latas de um dia por o peso dele sabes o que ele come numa semana? - Sim."	"(...)1+2 é 3+1 dá 4. E depois achei que esse não dava e vim para aqui para o último. Que dava 5: 2+2+1 que é 5. O pior é os fins-de-semana. - Quanto é que pesa o Pantufa? - 20. - E quanto come por dia um cão com 20 kg? -1+1/2. - E então? Quanto é que achas que come numa semana. - Acho que come 5 latas, que foi a conta que eu fiz.	"(...)- Acho que tenho que somar isto tudo(...) - Somaste o peso dos cães. E porquê? - Para ver a quantidade. - Qual era o peso dos cães todos juntos? É isso que pergunta? - Não. - (...)Quanto é que Pantufa come por dia? - 1+ ½. - E numa semana quanto é que come? - É 10 + 20 +30 +40.
I1	**I2**	**I3**	**I4**	**I5**	**I6**	**I7**	**I8**

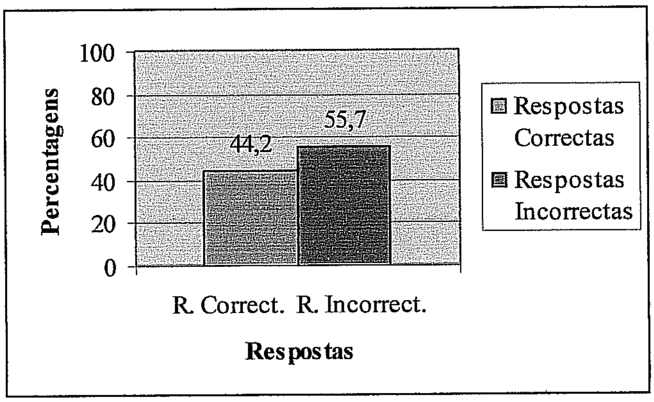
As percentagens e frequências, destas diferentes categorias de resposta, estão presentes no Quadro 12.

Quadro 12: Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 3.

Categorias	Frequências	Percentagens
C1- Raciocina e efectua os cálculos correctamente.	9	17,3
C2- Raciocina e efectua os cálculos correctamente, utilizando o desenho.	2	3,8
C3- Após interacção, raciocina e efectua os cálculos correctamente.	11	21,2
C4- Responde 11 latas, mas, embora raciocine correctamente, efectua mal os cálculos.	1	1,9
I1- Responde incorrectamente, raciocina correctamente, mas efectua incorrectamente os cálculos	7	13,5
I2- Responde incorrectamente. Após interacção, raciocina correctamente, mas efectua mal os cálculos	3	5,8
I3- Assinala na tabela a linha correcta, mas não raciocina correctamente.	10	19,2
I4- Soma os valores da coluna correspondente ao nº de latas que comem por dia os cães com diferentes pesos.	4	7,7
I5- Multiplica os dias da semana pelo peso do Pantufa.	2	3,8
I6- Multiplica um valor errado, que considera ser o que o Pantufa come por dia, pelo peso do Pantufa.	1	1,9
I7- Considera que o Pantufa come por semana o mesmo que considera comer por dia um cão com 40 kg.	1	1,9
I8- Soma os diferentes pesos dos cães para saber quanto o Pantufa come numa semana.	1	1,9
Total	52	100

Em termos gerais, as percentagens de respostas correctas e incorrectas a este item foram, respectivamente, 44,2%, 23 sujeitos, e 55,7%, 29 sujeitos (figura 3). Assim, o número de respostas incorrectas foi superior ao de respostas correctas, o que é demonstrativo de um elevado nível de insucesso a responder a esta questão. Todavia, o número de respostas incorrectas foi menor do que as dadas ao item 1.

Figura 3– Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 3.



<u>Item 4</u> – Calcula o valor da seguinte expressão numérica:

3/4 - 0,2 + 1/2

A resposta correcta a este item é 1,05 ou 21/20 e implica que os sujeitos transformem correctamente os números decimais em fracções ou as fracções em decimais e saibam efectuar a soma e subtracção de fracções ou de números decimais.

Os critérios de classificação adoptados na correcção da prova de aferição consistiram na atribuição de nível 2 aos sujeitos que indicaram correctamente o valor da expressão apresentando, ou não, os cálculos, na atribuição de nível 1 aos sujeitos que efectuaram correctamente uma das duas operações envolvidas na expressão numérica ou que, embora cometendo alguns erros de cálculo, havia evidência de que sabiam adicionar e subtrair números fraccionários e na atribuição de nível 0 a outra resposta além das mencionadas.

De acordo com estes critérios, mas, como já foi referido, depois de ter existido interacção entre o entrevistador e o sujeito, as classificações obtidas neste item foram as seguintes (Quadro 13): de nível 0 para o maior número de sujeitos da amostra, 22 sujeitos (42,3%), de nível 1 para 12 sujeitos (23,1%) e de nível 2 para 18 sujeitos (34,6%).

Quadro 13– Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 4.

Nível deClassificação	Frequências	Percentagens
0	22	42,3
1	12	23,1
2	18	34,6
Total	52	100

O número de categorias em que dividimos os diferentes tipos de respostas dadas pelos sujeitos a este item foi de 14. Duas de respostas correctas e 12 de incorrectas.

As duas categorias em que dividimos as respostas correctas (Quadro 14) dizem respeito aos alunos que responderam correctamente de modo imediato, 17 sujeitos (32,7%) e aos que só responderam correctamente após terem interagido com o entrevistador, 2 sujeitos (3,8%).

Quadro 14– Categorias de Respostas Correctas ao Item 4

Obtêm a resposta correcta apresentando todos os cálculos	**Após interacção, obtêm a resposta correcta apresentando todos os cálculos**
¾+1/5+1/2 = (5) (4) (10) 15/20+4/20+10/20= 11/20+10/20= 21/20	1ª tentativa: 0,75-0,2+0,5=0.73+0,5=0,88 2ª tentativa: 0,75 0,55 - 0.2 + 0,5 0,55 1,05
" Fiz 1/5 é 2/10. Depois os debaixo: como era 3/4, 1/5 e 1/2, pus tudo 20. Depois como multipliquei lá em baixo multipliquei os de cima também. Depois deu-me o resultado final: 21/20"	"- 0,75 -0,2. Tirei 2 ao 5 - É assim que se faz? - Acho que sim. - Não queres fazer a conta ao alto? - Sim. - Subtraí 2 ao 7 e deu 0,55. Agora subtraí 2 ao 7. Depois somei 0,5 ao resultado e deu 1,05."
C1	**C2**

As respostas incorrectas foram divididas em 12 categorias (Quadro 15 e Quadro 16). A justificação para termos dividido neste elevado número de categorias tem a ver com o facto de, assim, podermos discriminar melhor o tipo de dificuldades manifestadas pelos alunos.

De entre estas 12 categorias em que foram divididas as respostas incorrectas somente em duas, numa em que os sujeitos não chegam à resposta correcta porque efectuam em primeiro lugar a soma, mas demonstraram saber somar e subtrair fracções (I1) e noutra em que os sujeitos não chegam à reposta correcta porque convertem erradamente o número decimal em fracção e cometem erros de cálculo (I4), é que os sujeitos parecem saber executar a soma e a subtracção com números fraccionários. A soma dos sujeitos com respostas pertencentes a estas duas categorias, 3 (5,8%) pertencentes à categoria I1 e 3 (5,8%) pertencentes à categoria I4, é de 6, ou seja, de 11,6%.

Dos restantes alunos que optaram por operar com os números em forma de fracção, 18 (34,7%) demonstraram que não sabem somar nem subtrair fracções. Este valor corresponde ao somatório das categorias I2, I3 e I8, ou seja, à soma de 7 alunos (13,5%) que não chegaram à resposta correcta porque, embora tenham convertido correctamente o decimal em fracção, demonstraram não saber somar nem subtrair fracções(I2), com mais 7 alunos (13,5%) pertencentes à categoria I3 que não chegaram à resposta correcta porque converteram erradamente o número decimal em fracção e demonstraram não saber somar e subtrair fracções e com mais 4 alunos (7,7%) que não chegam à resposta correcta porque não convertem o decimal em fracção e efectuam incorrectamente a soma e a subtracção de fracções.

Os outros alunos que operaram com números fraccionários, 3 (5,7%) demonstraram não saber subtrair fracções, embora tenham operado a soma correctamente: 2 alunos (3,8%), com respostas pertencentes à categoria I5, a que pertencem os sujeitos que efectuaram erradamente a subtracção e 1 aluno (1,9%) com resposta pertencente à categoria I7, que além de subtrair erradamente as fracções, converte de modo inapropriado o decimal em fracção. Existiu, também 1 aluno (1,9%), que efectuou correctamente a subtracção e, após interacção, converteu correctamente o número decimal em fracção, mas demonstrou não saber somar fracções (I6).

As categorias I9, I10 e I11 referem-se a alunos que optaram por operar com números decimais. Assim, existiu 1 aluno (1,9%) que não chegou à resposta correcta porque não efectuou correctamente a soma dos números decimais (I9). Existiram, também, 2 alunos (3,8%) que, após interacção, efectuaram correctamente as duas operações com números decimais, mas converteram de modo incorrecto as fracções em decimais (I10) e 1 aluno (1,9%) que converteu erradamente as fracções em números decimais e efectuou de modo incorrecto as duas operações (I11). Por último, houve 1 sujeito (1,9) cuja resposta parece ter sido dada ao acaso (I12).

Quadro 15 –Categorias de respostas Incorrectas ao Item 4

Não chega à resposta correcta porque efectua em 1º lugar a soma, mas o aluno demonstra saber somar e subtrair fracções.	**Não chega à resposta correcta porque, embora converta correctamente o decimal em fracção, o aluno não sabe somar nem subtrair fracções.**	**Não chega à resposta correcta porque converte erradamente o decimal em fracção e não sabe somar nem subtrair fracções.**	**Não chega à resposta correcta porque converte erradamente o decimal em fracção e comete erros de cálculo.**	**Não chega à resposta correcta porque efectua mal a subtracção de fracções.**	**Após interacção, o aluno converte correctamente o decimal em fracção, mas efectua incorrectamente a soma de fracções.**
15/20-4/20+10/20=15/20-14/20=1/20	¾- 0,2+1/2= =¾-2/10+1/2= =3/4-3/12=3/8	¾-2/1+1/2= =1/3+1/2=2/5	¾-0,2/10+1/2= =¾-0,4/20+10/20= =¾-1,4/20=60/80-48/80= =12/80	¾-1/5+1/2= =2/20+1/2= =2/20+10/20=12/20	<u>1ª tentativa:</u> ¾-0,2+1/2 = ¾ - 10/2+1/2 <u>2ª tentativa:</u> 3/4-0,2+1/2 =3/4-2/10+1/2= = 30/40-8/40+1/2= =22/40+1/2 =23/42.
"- Pus 0,2 em fracção: 2/10. Depois multipliquei 3 por 5 e 4 por 5 para dar 20. Para todos os nºs de baixo darem 20. (...) Depois ¾ deu 15/29; 2/10 deu 4/20 e 1/2 deu 10/20. Fiz 4/20+10/20 e deu 14/20 e depois 15/20 -14/20 é igual a 1/20	(...) "- Meti 2/10+1/2, que dá 3/12. - Como é que fizeste a conta? -Então...2+1 é 3; 10+2 é 12 (...) -Para somar fracções não tens que fazer nada às fracções? -Não. (...)Depois baixei o 3/4 e meti menos isto , que deu 3/8.(...) 4 -12 dá 8 e mantive o de cima. (...)	(...)"- Achas que para por 0,2 em fracção é 2/1? - Eu acho que sim (...) Depois multipliquei.(...) - É assim que se subtrai fracções? - Não. - Então como se faz? - 3-2 e 4-1 - (...) Não tens que fazer nada ás fracções para subtraíres? - Acho que é assim (...) Depois peguei no 1/3 e fui somar 1/2, que deu 2/5. - E para somares também não tens que fazer nada às fracções? - Eu faço assim."	-Fiz...Primeiro fiz 3/4 - 0,2/10. -Porque puseste 0,2/10? - Porque quando tem um 0 tem que se por 10 (...) Este por 2 deu 0,4/20 e este por 10 deu 10/20. Depois fui fazer a de mais e 0,4/20 + 10/20 deu 1,4/20. - Tens a certeza que 0,4 mais 10 dá 1,4? - Sim. Depois, aqui, para subtrair multipliquei este por 20 e este por 4 e dá 60/80 – 48/20, que dá 12/80.	- ¾ - 0,2. 0,2 são 2/10, simplifiquei e deu 1/5 (...) Depois fiz 3/4 menos 1/5.(...)Fiz 3-1 que dá 2 e 4 vezes 5 que dá 20.(...) -Aqui, para subtrair, subtraíste os números de cima e multiplicaste os de baixo e depois pegaste no resultado e foste somar? E para somar o que é que fizeste? - Vi quantas vezes há 20 na tabuada do 2 e era 10. Fiz 10 vezes 1 que dava 10 e 10 vezes 2 que dava 20. (...)	- E o 10 é numerador e o 2 denominador é isso? - É. Mas ás vezes eu ponho o 10 em baixo e o 2 em cima. (...) Está errado é 2 por 10.(...). Depois multiplicamos 10 vezes 3 e 4 vezes 10 que dá 30/40. Depois 4 vezes 2, dá 8, e 4 vezes 10, dá 40. Depois temos que fazer a conta, que é 30 menos 8 que dá 22, e põe-se o mesmo denominador, mais ½. Depois 22 mais ½ dá 23. - Aqui não reduzis-te ao mesmo denominador porquê? - Porque a conta é de somar. Não é preciso.
I1	**I2**	**I3**	**I4**	**I5**	**I6**

Quadro 16– (Continuação) Categorias de Respostas Incorrectas ao item 4

Não chega à resposta correcta porque faz mal a conversão do decimal em fracção e não efectua correctamente a subtracção de fracções.	**Não chega à resposta correcta porque não converte o decimal em fracção e efectua incorrectamente a soma e a subtracção de fracções.**	**Não chega à resposta correcta porque não efectua correctamente a soma de nº decimais.**	**Após interacção, efectua correctamente as duas operações com decimais, mas converte de modo incorrecto as fracções em decimais.**	**Converte erradamente as fracções em decimais e efectua de modo incorrecto as duas operações.**	**Responde ao acaso.**
- Pus, em vez de 0,2, ¼. - Porque é que achas que 0,2 é igual a ¼? - Porque na escola disseram-me assim (...) - É? Como é que se lê este número? - Duas décimas. Então se quisesses escrever em fracção como é que fazias? - Eu acho que é ¼ . (...) - Depois para os de baixo ficarem iguais fiz 2 vezes 2 para dar 4 (...) Fiz 2 vezes 2 que dá 4 e depois fiz 2 mais 1 que dá 3. - Então para pores os denominadores iguais multiplicas o número pelo denominador e depois somas esse número com o numerador (com o de cima)? É isso? - É.(...) - Depois fiz 2/4 mais 3/4 que é igual a 5/4.	- Este vezes este e este vezes este. - Puseste o debaixo igual ao de cima na fracção? Para quê? - Acho que tem que ser assim. Não sou muito boa a Matemática. - Mas explica lá como é que fizeste. - Depois fiz este menos 0,2, que dá 0,10. Depois fui somar 1/2. Mas antes fui multiplicar 1 por 2 e 2 por 1. Depois fui somar 2 e deu 0,12. - Para somares um número com fracções não tens que fazer nada? - Acho que é assim. (...)	- Primeiro sei que 3/4 é 0,75 e que 1/2 é 0,5. Depois tirei 0,2 a 0,75 e deu 0,73 e depois fui somar 0,5 que dá 0,78. - 0,75 menos 0,2 dá-te 0,73? - Sim. - Olha, faz aqui a conta. - Não. Dá 0,55. - O.K. Então agora soma o 0,5. - Já está. - Não queres escrever a conta? Então qual é o resultado? - 1,5. - Vê bem. - Acho que é assim.	- 3/4 é 0,250. - Como é que sabes? - 1/4 é 0,25 e 3/4 é 0,250 milésimas (...) É assim. Depois menos 2 décimas mais 5 décimas, que é ½ (...) Depois 0,250– 0,2 dá 0,450 mais 0,5. (...) - Então, tu não tinhas que subtrair? - Sim. Ah! Enganei-me. Dá 0,050. - Então faz outra vez. Agora 0, 250 – 0,2 dá 0,050 mais 0,5. Dá 0,550.	- Fiz as contas aqui ao lado, e fiz 3 a dividir por 4 porque é mais fácil fazer a conta com números decimais. - Fizeste 3 a dividir por 4 e deu-te quanto? - 6,1. - 3 a dividir por 4 dá 6,1? - Dá. - Olha, vê bem a conta. - É assim. - O.K. E depois? - Depois eu sei que 1/2 é 0,5 e depois somei tudo. - Como é que fizeste essa subtracção? Essa conta é assim? - É - De certeza? - É.(...)	- Aqui como é que fizeste. 3/4 – 0,2 mais 1/2 e deu-te 3/5. Como fizeste a conta? - (Silêncio). Dividi este de cima por 0,2. - Dividiste 3 por 0,2? - Sim e deu-me 3/5. - Como? Escreve aqui em baixo os teus passos que, assim, não sei como te dá 3/5. - Fiz 3 a dividir por 0,2 - E depois que fizeste? - Só fiz isto. - É assim que se faz? - Sim.
I7	**I8**	**I9**	**I10**	**I11**	**I12**

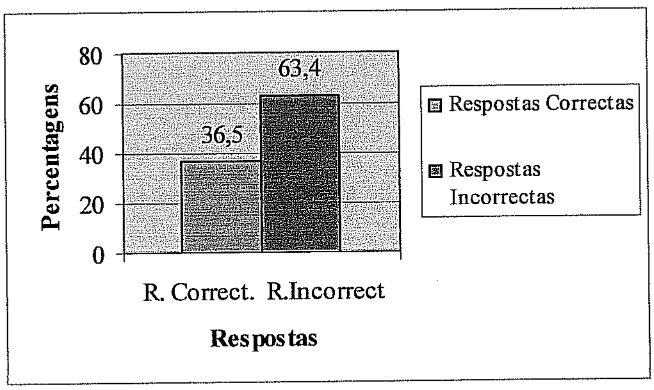
A distribuição das respostas dos alunos por estas diferentes categorias pode ser consultada no Quadro 17.

Quadro 17 – Percentagens e Frequências das Categorias de Resposta ao Item 4

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Obtêm a resposta correcta apresentando todos os cálculos	17	32,7
C2 - Após interacção, obtêm a resposta correcta apresentando todos os cálculos	2	3,8
I1 - Não chega à resposta correcta porque efectua em 1° lugar a soma, mas o aluno demonstra saber somar e subtrair fracções.	3	5,8
I2 - Não chega à resposta correcta porque, embora converta correctamente o decimal em fracção, o aluno não sabe somar nem subtrair fracções.	7	13,5
I3 - Não chega à resposta correcta porque converte erradamente o decimal em fracção e não sabe somar nem subtrair fracções.	7	13,5
I4 - Não chega à resposta correcta porque converte erradamente o decimal em fracção e comete erros de cálculo.	3	5,8
I5 - Não chega à resposta correcta porque efectua mal a subtracção de fracções.	2	3,8
I6 - Após interacção, o aluno converte correctamente o decimal em fracção, mas efectua incorrectamente a soma de fracções.	1	1,9
I7 - Não chega à resposta correcta porque faz mal a conversão do decimal em fracção e não efectua correctamente a subtracção de fracções.	1	1,9
I8 - Não chega à resposta correcta porque não converte o decimal em fracção e efectua incorrectamente a soma e a subtracção de fracções.	4	7,7
I9 - Não chega à resposta correcta porque não efectua correctamente a soma de n° decimais.	1	1,9
I10 - Após interacção, efectua correctamente as duas operações com decimais, mas converte de modo incorrecto as fracções em decimais.	2	3,8
I11 - Converte erradamente as fracções em decimais e efectua de modo incorrecto as duas operações.	1	1,9
I12 - Responde ao acaso.	1	1,9
Total	52	100

Como é visível, neste item, existiu um grande número de casos de insucesso, semelhante ao que ocorreu no item 1. No total, obtivemos 19 (36,5%) respostas correctas e 33 (63,4%) respostas incorrectas, como pode consultar na figura 4.

Figura 4 – Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 4



Item 5– A Sara Está a Pensar no livro que tem que ler.

Em média, quantas páginas deve ler a Sara por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, apresentando os cálculos que fizeste.

A resposta correcta a este item é 12,5 páginas. Foi requerido aos alunos nesta questão que, para além de entenderem e contabilizarem os dados fornecidos no enunciado do problema referentes ao número de páginas e de dias que a Sara tinha para ler o livro, utilizassem uma estratégia adequada de resolução do problema.

Em termos dos critérios de classificação utilizados na correcção da prova, atribuiu-se nível 5 a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema e respondeu correctamente à pergunta ou, embora não respondendo explicitamente à pergunta, havia evidência de ter chegado à resposta correcta. Atribuiu-se nível 4 a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas respondeu

12 ou 13 páginas. Atribuiu-se nível 3 a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas cometeu um pequeno erro de cálculo ou derivado a copiar mal os dados do problema e apresentou uma resposta de acordo com a estratégia escolhida e com o erro cometido, mas nunca superior a 75 páginas. Atribuí-se nível 2 a quem utilizou uma estratégia apropriada, mas incompleta de resolução do problema, podendo ter, ou não, alguns erros de cálculo ou derivados a copiar mal os dados do problema ou a quem utilizou uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas contabilizou mal os dias que a Sara tem para ler e apresentou uma resposta de acordo com a estratégia escolhida ou, ainda, a quem responde 12,5 páginas, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação. Atribuiu-se nível 1 a quem demonstrou algum trabalho, reflectindo alguma compreensão, mas revelou não compreender grande parte do problema ou dos dados nele incluídos ou a quem respondeu 12 ou 13 páginas, sem apresentar uma explicação e, por último, atribuiu-se nível 0 a quem apresentou uma outra resposta além das mencionadas ou a quem copiou os dados do enunciado existindo, eventualmente, algum trabalho, mas pareceu não ter tido qualquer compreensão do problema.

As classificações obtidas pelos alunos da nossa amostra, de acordo com estes critérios podem ser consultadas no Quadro 18.

Quadro 18 Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 5

Nível de Classificação	Frequências	Percentagens
0	3	5,8
1	2	3,8
2	7	13,5
3	10	19,2
4	13	25,0
5	17	32,7
6	52	100

Neste item, a maior frequência foi a dos sujeitos que obtiveram a cotação máxima de nível 5: 17 sujeitos (32,7%). Note-se, no entanto, que estas cotações foram atribuídas após ter existido interacção entre o entrevistador e os sujeitos. 13 dos sujeitos (25%) obtiveram, também, a cotação de nível 4, o que representa que também utilizaram uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas que reponderam 12 ou 13 páginas. Existiram, ainda, mais 10 sujeitos (19,2%) que utilizaram uma estratégia apropriada de resolução problema, mas que cometeram um pequeno erro, obtendo a cotação de nível 3. Com nível 2, 1 e 0 neste item, cotações que demonstram, progressivamente, uma maior incompreensão do problema, existiram, respectivamente, 7 sujeitos (13,5%), 2 sujeitos (3,8%) e 3 sujeitos (5,8%).

Relativamente às categorias em que dividimos estes diferentes tipos de respostas, como pode consultar no quadro 19 e 20 (respostas correctas) e no quadro 21 (repostas incorrectas), decidimos categorizar como correctas todas as respostas que utilizassem uma estratégia de resolução do problema apropriada e cuja resposta fosse 12,5 ou 12 ou 13 páginas e como incorrectas as restantes respostas.

Assim, em temos de respostas correctas, obtivemos 9 tipos de categorias (Quadro 19 e 20).De entre estas 9 categorias, as que tiveram maior frequência de respostas foi a categoria C1 e C6, com 11 alunos cada uma (21,2%). A categoria C1 refere-se aos alunos que responderam 12,5 raciocinando correctamente e apresentando todos os cálculos. Note-se que, no entanto, a categoria C6 refere-se a alunos que só raciocinaram correctamente após ter existido interacção com o entrevistador e, que mesmo após essa interacção, responderam 12 páginas por não completarem a conta de dividir. A categoria que a seguir obteve maior frequência de respostas foi a C5, 6 respostas (11,5%), e refere-se também a alunos que, embora raciocinasse correctamente de modo imediato, respondem 12 por não terminarem a conta de dividir. De seguida, a maior frequência foi na categoria C4, 4 respostas (7,7%) que diz respeito às respostas que demonstram um raciocínio correcto e apresentam todos os cálculos, mas só dadas após os alunos terem interagido com o entrevistador.

As categorias C3 e C4 tiveram a frequência de 2 respostas cada uma (3,8%) e dizem respeito, respectivamente, aos alunos que responderam correctamente e apresentaram todos os cálculos, chegando ao valor 12,5 , mas responderam 12 ou 13 páginas, e aos alunos que também respondem 12,5 e raciocinaram correctamente, mas não apresentaram os cálculos da conta de dividir. Por último, com 1 aluno cada uma (1,9%) temos as categorias C7, C8 e C9 que se referem, respectivamente, aos alunos que demonstraram um raciocínio correcto e apresentaram todos os cálculos, mas que só completaram a conta de dividir após interacção, aos alunos que raciocinam correctamente, mas responderam 13 páginas porque não efectuaram a conta de dividir, argumentando lembrarem-se do resultado e aos alunos que responderam 12 depois de somar 12 seis vezes e obterem o resultado de 72 páginas.

Quadro 19– Categorias de Respostas Correctas ao Item 5

Responde 12,5. Raciocina correctamente e efectua correctamente os cálculos.	**Após interacção, raciocina correctamente e efectua correctamente os cálculos**	**Raciocina e efectua os cálculos correctamente chegando ao valor 12,5, mas responde 12 ou 13 páginas.**	**Responde 12,5. Raciocina correctamente, mas não apresenta os cálculos da divisão.**	**Raciocina correctamente, mas responde 12 por não completar a conta de dividir.**
75:6=12,5 75,0 | 6 15 | 12,5 030 | 0,0	1ª tentativa: 75-7=19 2ª tentativa: 75-6=18 3ª tentativa: 75:6=12,5	75:6=12,5 75,0 | 6 15 | 12,5 030 | 0,0 Resp.: entre 12 e 13 páginas por dia.	75:6=12,5	75:6=12 75 | 6 15 | 12 3 |
"-Eram 75 páginas do livro que tinham quer ser lidas até 2ª- - feira e ela disse que hoje era 3ª e que na 2ª não lia. Fiz 75 a dividir por 6 dias e deu-me 12,5.	- Aqui, fiz 75 menos 7. 75 é o número de páginas menos os 7 dias da semana. - Quantos dias são que ela tem para ler? - 7. - De terça a segunda, ela diz que não lê na segunda, são 7? - São 6. (...) Então dá 19. - Porque é que fizeste uma conta de menos? - Porque tive que inventar. - (...). Ela tem que ler 75 páginas em 6 dias. Que conta é que achas que tens que fazer? -(...) Acho que é de dividir. - Dividir o quê? Escreve aí (...) -Acho que é dividir 75 por 6. Dá-me 12,5. (...)	- ...Sábado e Domingo... 6. Portanto, 75 a dividir por 6. - Então como é que fizeste? - Fiz 75 páginas, depois, como era terça até domingo, porque segunda - feira ela não ia ler, então, de terça - feira até domingo são 6 dias. Meti 75 a dividir por 6 dias que dá 12,5. Aqui na resposta meti entre 12 a 13 páginas por dia. - Porque é que puseste entre 12 e 13? - Porque 75 a dividir por 6 da 12,5, então ela tem que ler entre 12 e 13 páginas por dia. - Porque não puseste 12,5? - Então, porque não é um número inteiro. Está aproximado de 13 e de 12.	"- As páginas que ela tinha que ler a dividirem pelo número de dias. - Muito bem. E como sabes que dá 12,5? - Porque me lembro. - Mas faz aí a conta. - Não sei. Na prova fiz com a máquina. - Não sabes? Tens a certeza? - (Silêncio) - Usas sempre máquina para fazer contas de dividir? - Sim.	Como é que fizeste? - Contei de terça a segunda e dá 6. (...) E dividi os 6 dias por as 75 páginas. - As 75 páginas por os 6 dias. - Sim. - A conta acaba aí? Fica com o resto? (...) - Acho que é assim.
C1	**C2**	**C3**	**C4**	**C5**

Quadro 20– (Continuação) Categorias de Respostas Correctas ao Item 5

Após interacção raciocina correctamente, mas responde 12 por não completar a conta de dividir.	**Raciocina correctamente e apresenta os cálculos, mas não completa a conta de dividir. Após interacção completa-a**	**Raciocina correctamente, mas responde 13 páginas porque não efectua a conta de dividir. Afirma lembrar-se do resultado.**	**Responde 12 depois de somar 12 seis vezes e chegar ao resultado de 72 páginas.**
1ª tentativa: 75:24=3 2ª tentativa: 75: 6=12 75 | 6 3 | 12	1ª tentativa: 2ª tentativa: 75 | 6 75 | 6 3 12 30 12,5 0	75:6=13	12+12+12+12+12+12=72
- Ela tem que ler um livro de 75 páginas para a aula de português. Hoje ainda lê, mas 2ª já não. Dividi as 75 por 24 porque o dia tem 24 horas. - Queres saber quanto é que ela lê por hora? - Não, por dia. - Então? - Tenho que dividir por cada dia. (Silêncio) - Ela tem 75 páginas para ler em quanto tempo? - 6. (...) - Ela tem 75 páginas para ler em 6 dias. Que conta é que tens que fazer? - De dividir. - Então faz. - 12? - Faz. - Já fiz. Acho que é assim. - A conta acaba aí? Não tens que fazer mais nada? - Não. Acho que é assim.	- Ela tem 75 páginas para ler e fui dividir por os dias, que são 6. Primeiro pus 7 porque tinha contado mal. - O.K. A conta acaba aí? Fica com resto 3? - Não. Dá 12,5.	- Dividi 75 por 6. - E essa conta dá-te 13? - Na prova eu fiz e deu 13. - Não queres fazer outra vez? - Eu sei que dá 13 porque na prova usei a máquina.	- Ela tem que ler 12 páginas por dia. Porque 6 dias dão 72. - Mas faltam 3. E então? - Tem que ler mais num dia. - Aí pergunta em média quantas por dia. Quantas páginas são que achas que ela tem que ler em média por dia. - Se calhar tem que ler 12 mais um bocado. - Quanto? - Não sei. - E não podes fazer isso doutra maneira. - Só sei assim.
C6	**C7**	**C8**	**C9**

As respostas incorrectas foram por nós divididas em 5 categorias (Quadro 21).

A categoria com mais frequência (I2) diz respeito às respostas dos sujeitos que responderam incorrectamente porque contabilizaram mal os dias que a Sara tem para ler: 5 sujeitos (9,6%)

A segunda categoria com mais frequência de respostas, 3 (5,8%), foi a I3 que se refere às respostas dos sujeitos que, mesmo após interacção, não conseguiram responder correctamente porque raciocinaram de modo inadequado.

Depois, com a frequência de 2 sujeitos (3,8%), cada uma, aparecem as categorias I1 e I4 que dizem respeito às respostas dos sujeitos que raciocinaram de modo adequado, mas não efectuaram a conta de dividir, pelo que responderam incorrectamente (I1) e às respostas dos sujeitos que, para além de contabilizarem mal os dias que a Sara tem para ler o livro, também não conseguiram efectuar correctamente a divisão.

Por último, só com a frequência de 1 aluno (1,9%), existe a categoria I5, que se refere aos sujeitos que raciocinaram correctamente, após ter existido interacção com o entrevistador, mas que responderam incorrectamente devido a terem cometido erros de cálculo.

As frequências e as percentagens de cada uma destas categorias de respostas, correctas e incorrectas, dadas pelos sujeitos a este item, podem ser consultadas no Quadro 22.

Quadro 21– Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 5

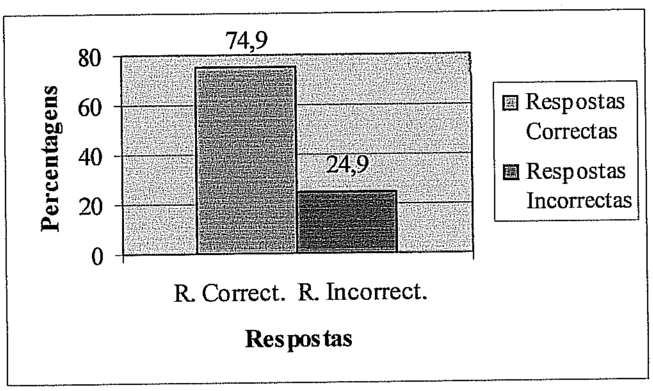
Não Responde correctamente. Raciocina correctamente, mas não consegue efectuar a divisão.	**Responde incorrectamente porque contabiliza mal os dias que a Sara tem para ler.**	**Mesmo após interacção, não consegue chegar ao resultado porque raciocina incorrectamente .**	**Não chega à resposta correcta porque contabiliza mal os dias que a Sara tem para ler e não consegue efectuar correctamente a divisão.**	**Não responde correctamente. Após interacção raciocina correctamente, mas comete erros de cálculo.**
75:6=	75:5=15	40+40=80	75,00000 7 050 0,17142 10 85 30 20 60 40 50	1ª tentativa: 75+75+75+75+75+75 2º tentativa: 11+11+11+11+11+11 =66 3ª tentativa: 14+14+14+14+14+14 =75
- Não consigo fazer a conta. (...) O 5 não cabe no 6. - É o 5 que tem que caber na tabuada do 6? - Sim porque o 75 já não existe na tabuada do 6. - Como é que achas que se resolve isso? - Não sei (...) Quantas vezes hão 6 na tabuada do 5? Se puser um 1 dá 6. 6 para 5... - É 6 para 5? - Não é 6 para 50. - Acrescentas um 0 no fim? - Não sei.	- Aqui diz que tem de ler um livro com 75 páginas. Hoje era 3ª feira e o livro tinha que estar lido 2ª feira, mas 2ª feira já não lia. Por isso fiz: 3ª feira quantos dias faltava até 2ª. Deu 5 e depois dividi 75 por 5. - São 5 dias que ela tem para ler o livro? - São. - O.K. E então fizeste a divisão e quanto é que te deu? - 15.	- (...) E porque é que puseste 40 mais 40? - Porque 75 não é par, então tem que a Sara ler em uns dias 40 e em outros 35. - Quantos dias são que ela tem para ler? - Tem dois dias (...) 6 dias. - E então? Quantas páginas têm para ler? - 75. - Para saberes quantas páginas ela tem que ler por dia o que é que tens que fazer? Que conta é que tens que fazer? - Dividir. - O quê? (...) - Os dias até dar 75. - Tens a certeza que é assim? - Sim.	- Dividi 75 folhas a dividir por os 7 dias. - 7 Dias? - Porque ela diz: Hoje é 3ª feira. O livro tem de estar lido na 2ª feira. Hoje ainda vou ler mas na 2ª já não. - E então? Quantos dias são? - São 7. - De certeza? - Sim. -E então como é que fizeste essa conta? Como é que pões as virgulas? Conto as casas que estão ao lado direito da vírgula e depois ponho no resultado. -É isso? -É.	- Como hoje era 3ª– feira e o livro tinha que estar lido na 2ª, eu somei de 3º até 2ª, quantos dias faltavam. (...) - Depois fiz 75 +75+75...6 vezes. - E o resultado disso dá-te o quê? Somaste 75 seis vezes para ficar a saber o quê? - Para saber o que ela lê por dia. - Ela tem que ler 75 páginas em 6 dias. Então quantas páginas são que ela tem que ler por dia? - Ela lê 11 páginas por dia. - Porquê? - Porque 11 para dar 75 são 6 vezes. (...) - lê 14. - 14 vezes 6 dá 75? - Dá.
I1	**I2**	**I3**	**I4**	**I5**

Quadro 22– Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 5

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Responde 12,5. Raciocina correctamente e efectua correctamente os cálculos.	11	21,2
C2 - Após interacção, raciocina correctamente e efectua correctamente os cálculos	4	7,7
C3 - Raciocina e efectua os cálculos correctamente chegando ao valor 12,5, mas responde 12 ou 13 páginas.	2	3,8
C4 - Responde 12,5. Raciocina correctamente, mas não apresenta os cálculos da divisão.	2	3,8
C5 -Raciocina correctamente, mas responde 12 por não completar a conta de dividir.	6	11,5
C6 - Após interacção raciocina correctamente, mas responde 12 por não completar a conta de dividir.	11	21,2
C7 -Raciocina correctamente e apresenta os cálculos, mas não completa a conta de dividir. Após interacção completa-a	1	1,9
C8 - Raciocina correctamente, mas responde 13 páginas porque não efectua a conta de dividir. Afirma lembrar-se do resultado.	1	1,9
C9 - Responde 12 depois de somar 12 seis vezes e chegar ao resultado de 72 páginas .	1	1,9
I1 - Não Responde correctamente. Raciocina correctamente, mas não consegue efectuar a divisão.	2	3,8
I2 -Responde incorrectamente porque contabiliza mal os dias que a Sara tem para ler.	5	9,6
I3 - Mesmo após interacção, não consegue chegar ao resultado porque raciocina incorrectamente.	3	5,8
I4 - Não chega à resposta correcta porque contabiliza mal os dias que a Sara tem para ler e não consegue efectuar correctamente a divisão.	2	3,8
I5 - Não responde correctamente. Após interacção raciocina correctamente, mas comete erros de cálculo.	1	1,9
Total	52	100

O somatório das percentagens das várias categorias de respostas correctas e incorrectas, que pode ser consultado na Figura 5, é de 74% de respostas correctas (37 sujeitos) e de 24% de respostas incorrectas (13 sujeitos). Estas percentagens são demonstrativas do maior sucesso dos sujeitos da nossa amostra na resolução deste item do que nos anteriores, à excepção do item 2 que obteve 75% de respostas correctas.

Figura 5 – Percentagens da Resposta Correctas e Incorrectas ao Item 5



<u>Item 6</u> – Calcula o valor da seguinte expressão numérica:

7/2 - 3/4 x 1/2

Para responderem correctamente a este item, os sujeitos teriam de respeitar a prioridade da multiplicação e ao mesmo tempo efectuar correctamente as duas operações envolvidas na expressão numérica.

Os critérios de classificação utilizados na correcção da prova de aferição para este item foram os seguintes, a saber: atribuiu-se nível 3 a quem indicou correctamente o valor da expressão numérica apresentando, ou não, os cálculos; atribuiu-se nível 2 a quem não respeitou a prioridade das operações, mas efectuou os cálculos correctamente ou a quem respeitou a prioridades das operações e efectuou correctamente uma das duas operações envolvidas na expressão numérica; atribuiu-se nível 1 a quem cometeu erros de cálculo, mas evidenciou saber subtrair e/ou multiplicar números fraccionários e atribuiu-se nível 0 a quem deu outra resposta além das mencionadas. Note-se que erros derivados de copiar mal a expressão numérica que não afectaram a estrutura ou o grau de dificuldade do cálculo não foram contabilizados.

Respeitando estes critérios, dos 52 alunos da nossa amostra, apenas 17 (32,7%) obtiveram a cotação de nível 3. A maior frequência, 19 alunos (36,5%), foi de quem obteve a cotação de nível 2. Com nível 1 foram cotadas as respostas de 5 alunos (9,6%) e, por último, um elevado número de alunos, 11 (21,2%), obteve a cotação de nível 0 (Quadro 23).

Quadro 23– Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 6

Nível deClassificação	Frequências	Percentagens
0	11	21,2
1	5	9,6
2	19	36,5
3	17	32,7
Total	52	100

Relativamente às categorias em que dividimos as diferentes respostas dos nossos sujeitos, é de salientar que considerámos somente dois tipos de respostas correctas e, em contrapartida, classificámos em 10 categorias as repostas erradas, com a finalidade de discriminar melhor os motivos que foram foco dificuldade dos sujeitos ao responder a esta questão.

As respostas correctas, como já foi referido, foram divididas em duas categorias correspondentes aos alunos que responderam correctamente de um modo imediato (C1) e àqueles, que pelo contrário, só o fizeram após terem interagido com o entrevistador (C2), como pode consultar no Quadro 24. Estas duas categorias tiveram, respectivamente, a frequência de 11 repostas (26,9%) e de 2 respostas (3,8%).

Quadro 24 – Categorias de Respostas Correctas ao Item 6

Respeita a prioridade das operações e efectua correctamente as duas operações.	**Após interacção, responde correctamente e apresenta os cálculos.**
7/2-3/8=28/8-3/8=25/8	7/2 – 3/4 x 1/2= 14/4-3/4 x 2/4= 14/4 – 6/16=56/16 – 6/16= 50/16
- Primeiro fiz a conta de vezes. - Como é que fizeste a conta de vezes? - Fiz 3 vezes 1 e 4 Vezes 2. - Humm! Humm! - Depois multipliquei 7/2 por um número que deu 28/8. Depois fiz menos 3/8.	- Multipliquei o 7 por 2 e o 2 por 2. - Para quê? - Para o número de baixo dar 4. (...). Depois 7/2 deu 14/4 e 3/4 deu 3/4 (não multipliquei) e 1/2 deu 2/4. Multipliquei 3/4 por 1/2 ... - Fizeste primeiro a multiplicação? - Não se pode fazer primeiro uma subtracção ou uma divisão. - Uma divisão não? - Somar. Deu-me 6/4. - 6/4? Como? Como fizeste essa multiplicação? - 3 vezes 2 dá 6 e o de baixo não se pode mudar. - Mantém-se o de baixo na multiplicação também? - Não, não! Dá 16. - Faz. Como é que fizeste? - Fiz 14 vezes 4 e 4 vezes 4 - 14 vezes 4 dá 66? - Dá. - Tens a certeza? - 14 vezes 4... Não, dá 56. - E a seguir? foste subtrair. - Pus 56/16 menos 6/16 e deu-me igual a 50/16.
C1	**C2**

Nas respostas incorrectas (Quadro 26), divididas em 10 categorias, destaca-se a elevada frequência na categoria I1, que diz respeito às repostas em que se respeita a prioridade das operações, mas em que não se vê efectuada correctamente a subtracção de fracções. De seguida, as frequências mais elevadas, são nas categorias I2 e I10, com 6 alunos cada uma (11,5%), que dizem respeito, respectivamente, às respostas em que há respeito da prioridade da multiplicação, mas em que esta é efectuada erradamente e às respostas em que não se respeita a prioridade da multiplicação e se resolve incorrectamente as duas operações. Depois, com a frequência de 4 respostas (7,7%), temos as categorias I4 (respostas que respeitam a prioridade das operações, mas em que ambas as operações são efectuadas incorrectamente) e I5 (respostas em que se respeita a prioridade das operações e o aluno demonstra saber multiplicar e subtrair facções, mas onde comete erros de cálculo). Por último, só com a frequência de uma resposta cada uma, existem as categorias I3, I6, I7, I8 e I9. A especificação de cada uma destas categorias pode ser consultada nos quadros 24 e 25 e a distribuição, em termos de frequências de respostas dos alunos da nossa amostra por estas diferentes categorias, está presente no quadro 26.

Quadro 25 – Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 6

Respeita a prioridade das operações, mas não efectua correctamente a subtracção de fracções.	Respeita a prioridade das operações, mas não efectua correctamente a multiplicação de fracções	Respeita a prioridade das operações, mas reduz erradamente ao mínimo denominador comum e efectua de modo incorrecto a multiplicação de fracções	Respeita a prioridade das operações, mas não efectua correctamente nenhuma das operações	Respeita a prioridade das operações e demonstra saber multiplicar e subtrair fracções, mas comete erros de cálculo.
7/2-3/4 x 1/2= 7/2-3/8= 4/6	7/2-3/4 x 1/2= 14/4-3/4 x 2/4= 14/4-6/4=8/4	7/2-3/4x1/2= 7/2-3/4= 7/4-3/4=4/4=1	7/2- 3/4 x 1/2= 14/4-3/4 x 1/2= 14/4-6/4=10/4	7/2-3/4 x 1/2= 7/2-3/8= 27/8-3/8=24/8
-Então, fiz primeiro a de vezes, deu-me 3/8, baixei 7 por 2, subtraí e deu-me 4/6. - Como é que subtraíste? - Subtraí 7 menos 3 e depois o 8 menos 2. - É assim que se faz? - De 7 posso tirar 3, mas de 2 não posso tirar 8. - E então? É assim que se faz? - Acho que sim.	- Vi na tabuada do 2 quantas vezes havia 4, era 2. Depois fiz 2 vezes 7, que dá 14, e 2 vezes 2. (...) - Reduziste a um denominador comum. Para multiplicares tens que ter o número de baixo igual? - Acho que sim. - Ok. E depois o que fizeste? - Depois, fiz primeiro a multiplicação e depois a subtracção. - E como fizeste essas contas? - Multipliquei 3 por 2 que dá 6 e o 4 ficou igual. - É assim que se multiplica? Mantém-se o de baixo e multiplica-se o de cima? - Sim. - Ok. Depois foste subtrair. Como fizeste? - 14 menos 6 que é 8 e o 4 fica igual.	- Aqui nesta expressão, 7/2 menos 3/4 vezes 1/2. Multipliquei o 2 de 1/2 por 2 para ter um número igual ao 3/4. - E o de cima, não multiplicas? Só o de baixo? - Não, só o de baixo. Então obtive 7/2 menos 3/4, vezes 1/4. - 1/2, para pores em baixo um 4, fica 1/4? - Sim. - Ok. - Depois fui por o denominador de 7/2 igual a 3/4. - Aqui, também só multiplicaste o de baixo? Ao de cima não fizeste nada? - Sim. Depois 7/4 menos 3/4 que deu 4/4, ou seja, uma unidade.	- Primeiro transformei 7/2 em 14/4. - Como é que fizeste? - Multipliquei por 2. - Humm! Humm! E depois? - Depois multipliquei 3/4 por 1/2. - Como é que multiplicaste? - 3 vezes 2 e 4 vezes 1. - É assim que se faz a multiplicação? - É. Faço uma cruz. - O.k. E depois? - Depois subtraí 6/4 a 14/4. -14/4 menos 6/4 dá 20/4? - Enganei-me: somei. - Então faz. - Dá-te 10/4? - Dá.	- Fiz 7/2, depois, faz-se primeiro a conta de vezes, fiz 3 vezes 1 e 4 vezes 2 que dá 3/8. Depois pus 4 para multiplicar por 7/2. 4 vezes 7 dá 27 e 4 vezes 2 dá 8 menos... Depois 27/8 – 3/8 que dá 24/8. - Muito bem. Olha, vê lá se multiplicaste bem o numerador e o denominador de 7/2 por 4. - Sim está bem.
I1	**I2**	**I3**	**I4**	**I5**

Quadro 26– (Continuação) Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 6

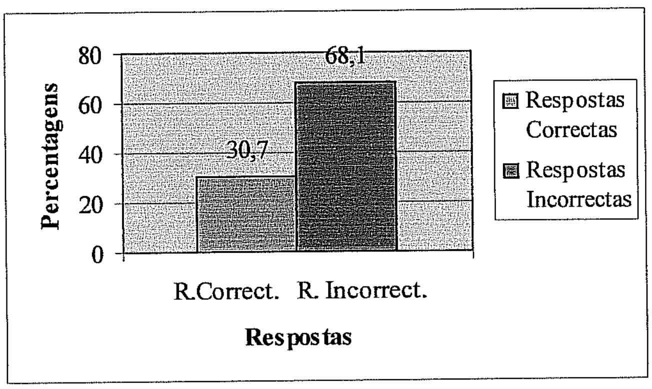
Respeita a prioridade das operações, mas transforma incorrectamente as fracções em números decimais e efectua incorrectamente as duas operações.	**Não respeita a prioridade das operações, mas efectua os cálculos correctamente.**	**Não respeita a prioridade das operações e efectua incorrectamente a subtracção de fracções.**	**Não respeita a prioridade das operações. Reduz erradamente ao mínimo denominador comum e efectua incorrectamente a multiplicação de fracções.**	**Não respeita a prioridade das operações e resolve erradamente as duas operações.**
7/2 – 3/4 x 1/2= 3,5 – 7,5 x 0,5= 3,5-37,5=66	7/2-3/4 x 1/2= 14/4-3/4 x 1/2= 11/4 x 1/2=11/8	7/2-3/4 x 1/2= 4/2 x 1/2= 4/4	7/2-3/4 x 1/2 9/4-3/4 x 3/4= 6/4 x 3/4=18/4	7/2-3/4 x 1/2= 4/2 x 1/2= 4/4=1
- Fiz em números decimais. Dividi o número de cima por o de baixo. - 7 a dividir por 2 deu-te 3,5? - 3 a dividir por 4 deu 7,5. - Achas que 3 a dividir por 4 pode dar 7,5? - Acho (...) Fiz primeiro a multiplicação. - Como é que fizeste essa multiplicação? (...) - 5 vezes 5 dá 25 e vão 2.5 vezes 7 é 35 mais 2 é 37. Depois do 5 fiz o 0. Depois deixa-se uma casa e soma-se e dá 37, 5. - E depois? A vírgula como é que se põe? - Debaixo das outras virgulas. (...) - Como fizeste essa subtracção? - 5 para 5 nada. 7 para 13 são 6 e vai 1. 4 para 10 é 6. Depois, com a vírgula, dá 66. - É assim que se subtrai. - É.	-Para fazer a subtracção preciso de ter estes iguais. Então fiz a conta e deu-me 11/4 x 1/2 e eu acho que "no vezes" não é preciso por igual. Deu-me 11/8. -Tens aí uma conta de multiplicar e uma de subtrair. Qual é que tens que fazer primeiro? - A que está primeiro. - É? - A minha professora ensinou-me assim.	- (...) Então 7 menos 3 e depois 4 menos 2. - É assim que se faz? Para subtrair fracções não tens que fazer nada às fracções? - Não. - Ok. Agora, aqui, tinhas uma multiplicação e, aqui, uma subtracção. Tens duas operações. Quando tens uma subtracção e uma multiplicação qual é que fazes primeiro? - A de subtrair. - Ok. Depois fizeste a subtracção. E depois? - Vezes 1/2. - E como é que fizeste essa multiplicação? - Fiz o resultado da subtracção, 4/2, vezes 1/2. - Como é que fizeste? - 4 vezes 1 dá 4 e 2 vezes 2 dá 4.	- Fiz 2 vezes 2 para dar 4 e depois fiz 2 mais 7. Depois fiz igual com o 1/2: 2 vezes 2 e 2 mais 1 que dá 3. - Foste pôr os números de baixo todos iguais e para isso multiplicaste os denominadores por 2 e depois somaste 2 aos numeradores. É isso? - Sim. Depois fiz 9 menos 3 que vai dar 6 e depois fiz a multiplicação. - Quando queres por os números de baixo iguais é sempre assim que fazes? - Sim. Multiplico por o debaixo e depois somo ao de cima. - E para fazeres esta multiplicação? multiplicaste os números de cima e mantiveste os de baixo iguais. É assim? - É	- (...) Como é que fizeste essa subtracção? - Fiz 7 menos 3, que dá 4, e depois fiz 4 menos 2, que dá 2. - Quando tens que subtrair fracções não tens que fazer nada às fracções? (...) - Eu acho que é assim. (...) Depois multipliquei 4 por 1 e 2 por 2. - Olha, aqui tens uma subtracção e uma multiplicação. Quando tens estas duas operações qual é que fazes primeiro? - Acho que é a de vezes. - E então? Porque é que subtraíste primeiro? - Porque está primeiro. - E quando a subtracção está primeiro e depois a multiplicação, primeiro faz-se a subtracção? - Acho que sim.
I6	**I7**	**I8**	**I9**	**I10**

Quadro 27– Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 6

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Respeita a prioridade das operações e efectua correctamente as duas operações.	14	26,9
C2 - Após interacção, responde correctamente e apresenta os cálculos.	2	3,8
I1 - Respeita a prioridade das operações, mas não efectua correctamente a subtracção de fracções.	11	21,2
I2 - Respeita a prioridade das operações, mas não efectua correctamente a multiplicação de fracções	6	11,5
I3 - Respeita a prioridade das operações, mas reduz erradamente ao mínimo denominador comum e efectua de modo incorrecto a multiplicação de fracções	1	1,9
I4 - Respeita a prioridade das operações, mas não efectua correctamente nenhuma das operações	4	7,7
I5 - Respeita a prioridade das operações e demonstra saber multiplicar e subtrair fracções, mas comete erros de cálculo.	4	7,7
I6 - Respeita a prioridade das operações, mas transforma incorrectamente as fracções em números decimais e efectua incorrectamente as duas operações.	1	1,9
I7 - Não respeita a prioridade das operações, mas efectua os cálculos correctamente.	1	1,9
I8 - Não respeita a prioridade das operações e efectua incorrectamente a subtracção de fracções.	1	1,9
I9 - Não respeita a prioridade das operações. Reduz erradamente ao mínimo denominador comum e efectua incorrectamente a multiplicação de fracções.	1	1,9
I10 - Não respeita a prioridade das operações e resolve erradamente as duas operações.	6	11,5
Total	52	100

Somando todas as respostas correctas e somando todas as respostas incorrectas, independentemente das suas categorias, obtivemos um total de 16 respostas correctas (30,7%) e de 36 incorrectas (68,1%). Ilustramos as diferentes percentagens de respostas correctas e incorrectas a este item na figura 6.

Figura 6 – Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 6



<u>Item 7</u>– A Carla comeu metade de um Chocolate.

A Sara comeu metade de outro chocolate.

Lê os seus comentários:

Carla: - Comi mais chocolate do que tu.

Sara: - Não é verdade, comeste a mesma quantidade de chocolate do que eu.

A Carla tem razão no que diz.

Explica como é possível a Carla ter comido mais chocolate do que a Sara.

A resposta correcta a este item implicava que os alunos transmitissem a ideia de que o chocolate da Carla tinha que ser maior do que o da Sara, ou seja, os alunos teriam de compreender que a metade de uma coisa é sempre relativa a essa coisa, que a metade de um chocolate é tanto maior quanto maior for esse chocolate.

Na correcção da prova de aferição, atribuí-se nível 2 aos sujeitos que escreveram uma frase que transmitisse a ideia de que o chocolate da Carla era maior, nível 1 aos sujeitos que escreveram uma frase que transmitisse a ideia de que os chocolates tinham tamanhos diferentes e atribuiu-se nível 0 a quem apresentou um exemplo que não correspondia a uma situação em que a Carla tinha razão ou a quem deu uma resposta incompreensível.

Neste item, um grande número de sujeitos conseguiu obter a cotação máxima, 41 sujeitos (78,8%). Todavia, 11 dos sujeitos (21,2%) obteve nível 0. Nenhum sujeito deu uma resposta cotada com nível 1 (Quadro 28).

Quadro 28– Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 7.

Nível deClassificação	Frequências	Percentagens
0	11	21,2
1	0	0
2	41	78,8
Total	52	100

As respostas dadas pelos sujeitos a este item foram por nós divididas em 4 categorias: duas de respostas correctas e duas de respostas incorrectas.

De entre as respostas correctas, discriminamos dois tipos: as respostas dos sujeitos que transmitiram a ideia, de modo imediato, de que o chocolate da Carla tinha que ser maior do que o da Sara (C1) e as respostas dos sujeitos, que pelo contrário, só transmitiram essa ideia após terem interagido com o entrevistador (C2). Estas duas categorias são exemplificadas no Quadro 29. É de salientar que, embora existindo um elevado número de respostas correctas a este item e a maioria terem sido dadas de modo imediato, 29 respostas (55,8%), também existiu um grande número de sujeitos, 12(23,1%), que só conseguiu responder acertadamente após ter interagido com o entrevistador.

Quadro 29 – Categorias de Respostas Correctas ao Item 7

Transmite a ideia de que o chocolate da Carla tem que ser maior do que o da Sara.	**Após interacção, transmita a ideia de que o chocolate da Carla tem que ser maior do que o da Sara.**
Porque o chocolate da Carla podia ter sido maior do que o da Sara	1ª tentativa: A Carla tem razão no que diz porque uma delas deve ter comido mais. 2ª tentativa: A Carla comeu mais porque metade do seu chocolate era maior.
- A Carla podia ter razão, por causa que o chocolate dela podia ter sido maior do que o da Sara.	- A Sara comeu metade de um chocolate e a Carla comeu outra metade, mas a Carla diz que comeu mais chocolate do que a Sara. Mas como comeu metade comeu a mesma coisa. A Carla está a dizer que comeu mais é porque uma delas deve ter comido mais do que a outra. - Mas como é que comeu mais? Uma comeu meio chocolate, outra comeu meio de outro chocolate e uma diz que comeu mais do que a outra como é que achas eu ela pode ter comido mais? - (Silêncio). Porque a Carla comeu um chocolate maior do que o da Sara.
C1	**C2**

As respostas incorrectas foram divididas, também, em duas categorias (Quadro 30). Dizem respeito aos sujeitos que, mesmo após interacção, consideram que meio chocolate é sempre a mesma quantidade, não podendo a Carla ter comido mais do que a Sara (I1) e aos sujeitos que afirmaram não poder fazer uma avaliação uma vez que não têm dados sobre os tamanhos dos chocolates (I2) A Categoria I1 obteve a frequência de 10 respostas (19,2%) e somente 1 (1,9%) sujeito deu uma resposta categorizada por I2.

Quadro 30 – Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 7

Mesmo após interacção, considera que meio chocolate é sempre a mesma quantidade, não podendo a Carla ter comido mais que a Sara.	**Afirma não poder fazer uma avaliação por não ter dados sobre os tamanhos dos chocolates.**
Porque o chocolate era inteiro e elas partiram metade para cada uma	Não se pode saber porque não diz o tamanho dos chocolates
- Esta aqui, fiz: O chocolate era inteiro e elas duas dividiram metade para cada uma. - Pois. Mas uma diz que comeu meio chocolate e outra comeu metade de outro chocolate. E uma diz que comeu mais que a outra. Como é que é possível? - Não é possível. - Então se eu comece meio chocolate e tu comesses meio de outro chocolate, eu não podia ter comido mais chocolate do que tu? - Pode. Podia ter tirado mais do que eu. - Não, comi meio do meu chocolate e tu comeste meio do teu. - Então é igual eu comi meio e a professora comeu outro meio. - Mas não foi do mesmo chocolate. - Meio é igual.	- Aqui...A Carla comeu metade de um chocolate. A Sara comeu outra metade. A Carla diz que comeu mais. A Sara diz que foi a mesma coisa. A minha resposta foi que cada uma delas comeu metade de chocolate, assim a Carla não pode ter comido mais chocolate que a Sara. - Tens a certeza? Uma comeu metade de um chocolate e outra comeu metade de outro chocolate. A Carla não pode ter comido mais do que a Sara? - Afinal pode. Porque a Carla comeu outro chocolate. - Isso quer dizer o quê? - Que não sabemos o tamanho do chocolate da Carla. Por isso não sabemos o que ela comeu. - Mas aí diz que ela comeu mais. É possível? - Não sabemos. - Mas podia ter comido mais? - Não sabemos. Eles não dizem quanto é que ela comeu. - Então escreve. Passa ao próximo
I1	**I2**

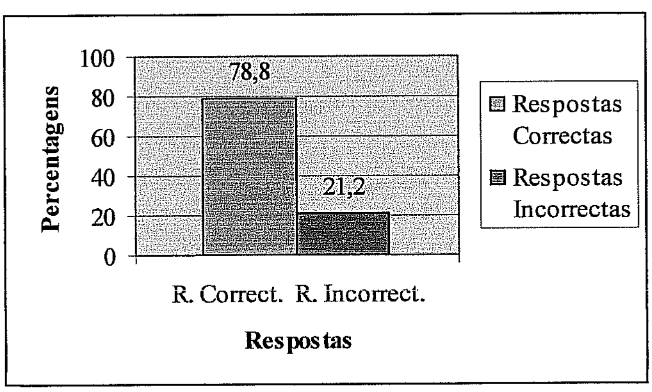
As frequências e as percentagens de cada uma destas categorias de resposta, correctas e incorrectas, podem ser consultadas no quadro 31

Quadro 31 – Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 7

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Transmite a ideia de que o chocolate da Carla tem que ser maior do que o da Sara.	29	55,8
C2 - Após interacção, transmita a ideia de que o chocolate da Carla tem que ser maior do que o da Sara.	12	23,1
I1 -Mesmo após interacção, considera que meio chocolate é sempre a mesma quantidade, não podendo a Carla ter comido mais que a Sara.	10	19,2
I2- Afirma não poder fazer uma avaliação por não ter dados sobre os tamanhos dos chocolates.	1	1,9
Total	52	100

Em termos globais, obtivemos um total de 41 respostas correctas, 78,8%, e de 11 respostas incorrectas, 21,2% (Figura 7). Até ao momento, foi o item a que um maior número de alunos respondeu correctamente, seguido do item 2 e do item 5 em que existiram, respectivamente, 39 e 37 sujeitos (75% e 74,9%) que responderam correctamente.

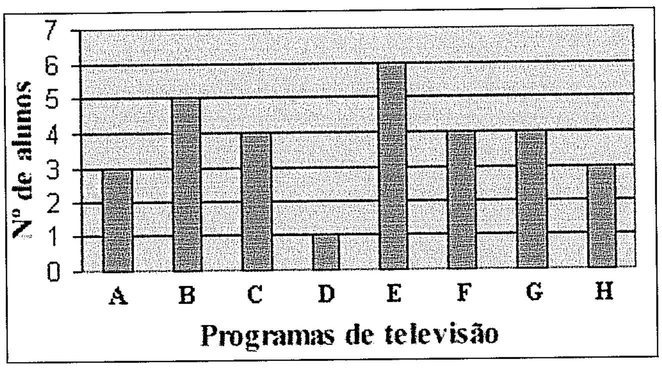
Figura 7– Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 7.



<u>Item 8</u> – **Cada um dos alunos da turma da Sara votou no tipo de programa de televisão que mais gosta.**

Cada aluno só podia escolher um tipo de programa.

O gráfico refere-se aos resultados da votação.



A- Filmes de aventuras
B- Desenhos animados
C- Natureza
D- Noticias
E- Música
F- Filmes cómicos
G- Desporto
H- Viagens

1. **Que tipo de programas foi escolhido por mais alunos?**

2. **Todos os alunos da turma votaram. Quantos alunos tem a turma?**

3. **Escreve uma frase que traduza a informação representada pela barra da letra A.**

No que se refere à pergunta 1 do item 8, o que foi pedido aos sujeitos era que soubessem ver no gráfico de barras que a coluna com mais frequência correspondia ao programa de música.

Assim, os critérios de classificação utilizados na correcção da prova de aferição foram a atribuição de 1 valor às respostas correctas (música) e de 0 valores a todas as respostas incorrectas.

Nesta questão os alunos da nossa amostra obtiveram 100% de sucesso, tendo todas as respostas sido cotadas com 1 valor (Quadro 32).

Quadro 32 – Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas na Pergunta 1 do Item 8

Classificações	Frequências	Percentagens
0	0	0
1	52	100
Total	52	100

Deste modo, só consideramos uma categoria de respostas (não existindo categorias de respostas incorrectas) que pode ser consultada no Quadro 33.

Quadro 33 – Categorias de Respostas Correctas à Pergunta 1 do Item 8

Responde e raciocina correctamente
Música
- Primeiro o programa mais escolhido pelos alunos foi música. - Porquê? - Porque foram 6 que votaram.
C1

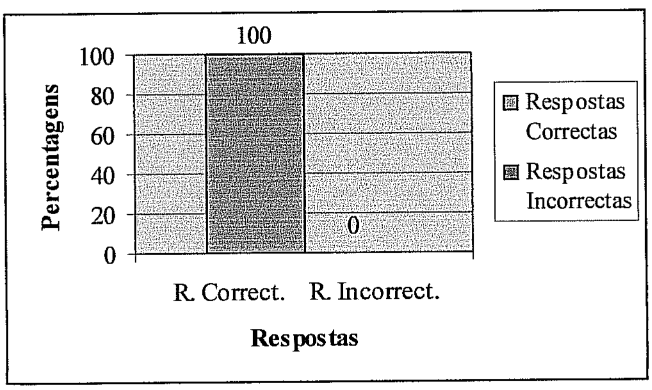
Esta categoria obteve, portanto, a frequência de 52 respostas, ou seja, 100% das respostas (Quadro 34).

Quadro 34– Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta à Pergunta 1 do Item 8

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 – Música	52	100
Total	52	100

Na pergunta 1 do item 8, os sujeitos da nossa amostra não manifestaram qualquer tipo de dificuldade, existindo 100% de respostas correctas (Figura 8.1).

Figura 8 – Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas à Pergunta 1 do Item 8.



Na pergunta 2 do item 8, para os alunos reponderem correctamente teriam de saber que deveriam somar as várias frequências, dos alunos que votaram em cada um dos programas, a fim de obter o número total de alunos da turma.

Os critérios de classificação adoptados na correcção desta pergunta consistiram na atribuição de nível 3 a todas as respostas correctas, 30 alunos, ou a quem indicasse correctamente a soma dos alunos da turma, e havendo evidência de ter chegado à resposta correcta, e não respondesse à pergunta de forma explícita. Na atribuição de nível 2 a quem indicou correctamente os cálculos da soma dos alunos da turma, mas cometeu erros de cálculo ou não efectuou a adição. Na atribuição de nível 1 a quem indicou os cálculos da soma dos alunos da turma, esquecendo-se, ou fazendo uma leitura errada, de uma ou duas frequências apresentadas no gráfico e na atribuição de 0 valores a quem apresentou simplesmente uma resposta incorrecta ou deu outra resposta além das mencionadas.

Respeitando estes critérios, atribuímos nível 3 a 38 sujeitos da nossa amostra (73,1%).Também, nesta pergunta do item 8, houve uma elevada percentagem de sucesso. No entanto, a segunda maior frequência foi a dos sujeitos que tiveram a cotação de nível 0 nesta questão, 8 sujeitos (15,4%). A terceira maior frequência foi a dos sujeitos que obtiveram nível 2, 5 sujeitos (9,6%). Por último, somente 1 sujeito (1,9%) foi cotado com nível 1. Estas frequências e percentagens das diferentes classificações adquiridas pelos alunos na questão 2 do item 8 podem ser consultadas no quadro 35.

Quadro 35– Frequências e Percentagens das Classificações à Pergunta 2 do Item 8

Nível deClassificação	Frequências	Percentagens
0	8	15,4
1	1	1,9
2	5	9,6
3	38	73,1
Total	52	100

O tipo de respostas dadas pelos sujeitos a esta pergunta, foram divididas em 5 categorias: 2 de respostas correctas e 3 de incorrectas.

As duas categorias de respostas correctas ,C1 e C2, correspondem, respectivamente, às respostas correctas dadas de um modo imediato e em que os sujeitos indicam a soma de todos os alunos da turma, 34 (65,4%), e às respostas correctas dadas só após ter existido interacção com entrevistador, 6 (11,55). Estas categorias vêm exemplificadas no quadro 36.

Quadro 36 – Categorias de Respostas Correctas à Pergunta 2 do Item 8

Responde correctamente e indica a soma de todos os alunos da turma	**Após interacção, responde correctamente.**
3+5+4+1+6+4+4+3=30	1ª tentativa: 28 alunos 2ª tentativa: 30 alunos
Na Segunda, quantos alunos tem a turma, tem 30 que eu somei todos os que votaram que estão nas barras e deu 30.	- Depois o número de alunos da turma é 28. - Como é que sabes? - Somei 1 mais 2, mais 3, mais 4, mais 5, mais 6, mais 7. - E achas que se somares esses números sabes o número de alunos que tem a turma? - Acho que me enganei nesta. Devia era contar pelas barras. - Então conta. - Dá 30.
C1	**C2**

Das respostas incorrectas dadas a esta questão, distinguimos 3 categorias (Quadro 37): as respostas que demonstraram ter um raciocínio correcto, mas em que existem erros de cálculo, categoria I1, da qual existiram 4 respostas (7,7%); as respostas em que, mesmo após interacção, o aluno demonstra não raciocinar correctamente, somando os números do eixo correspondente ao número de alunos, categoria I2, com 5 respostas (9,6%) e as respostas em que os alunos dizem que a turma tem 7 alunos por ser o número maior presente no eixo correspondente ao número de alunos.

Quadro 37– Categorias de Respostas Incorrectas à Pergunta 2 do Item 8.

Raciocina correctamente mas efectua incorrectamente os cálculos	**Mesmo após interacção o aluno não raciocina correctamente. Soma os números do eixo correspondente ao nº de alunos.**	**Diz que a turma tem 7 alunos por ser o nº maior do eixo correspondente ao nº de alunos.**
A turma tem 29 alunos	A turma tem 18 alunos	7 alunos
- Todos os alunos da turma votaram. Quantos alunos tem a turma? Tem 29. - Como é que sabes? - Somei os números das barras todas. - Dá-te 29? - Dá	- Depois, aqui somei. - Somaste o quê? - 6 mais 5, mais 4, mais 3.. - Somaste os números daqui do lado? - Sim. - E é isso que tens que fazer para saberes quantos alunos tem a turma? - (Silêncio) - Aí diz que todos os alunos votaram. Como é que sabes quantos alunos votaram? - (Silêncio) - Quantos alunos são que votaram em desporto? - 4. - Então se todos os alunos da turma votaram, quantos alunos é que tem a turma? - Acho que foi 18 porque a turma não pode ter só 7 alunos.	Eu Pus 70. Porque aqui tem máximo 7. - Quantos votaram em filmes de aventura? - 3. É 7 alunos que tem a turma. - Porquê? - Porque aqui acaba em 7.
I1	**I2**	**I3**

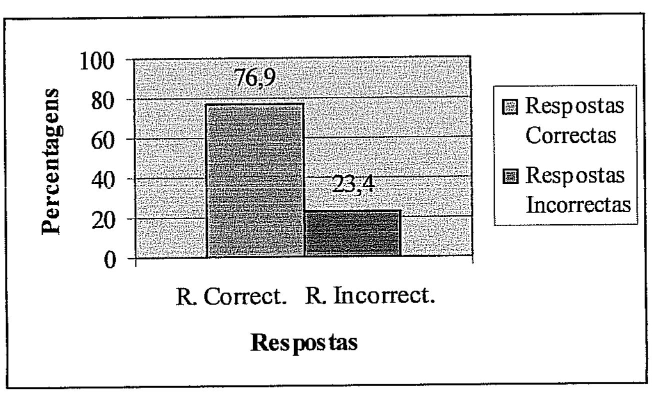
A distribuição, em temos de frequências, já referida, das várias respostas por estas diferentes categorias está presente no quadro 38.

Quadro 38 – Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta à Pergunta 2 do Item 8.

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Responde correctamente e indica a soma de todos os alunos da turma	34	65,4
C2 - Após interacção, responde correctamente.	6	11,5
I1 - Raciocina correctamente mas efectua incorrectamente os cálculos	4	7,7
I2 - Mesmo após interacção o aluno não raciocina correctamente. Soma os números do eixo correspondente ao n° de alunos.	5	9,6
I3 - Diz que a turma tem 7 alunos por ser o n° maior do eixo correspondente ao n° de alunos.	3	5,8
Total	52	100

Em termos globais, existiram 40 respostas correctas, 76,9%, e 12 respostas incorrectas, 23,1% (Figura 8.2). Estes valores demonstram, também, que esta questão não apresentou grandes dificuldades aos nossos sujeitos.

Figura 9 – Percentagens de respostas Correctas e Incorrectas à Pergunta 2 do Item 8.



Na resposta à pergunta 3 do Item 8 foi requerido aos alunos que, ao olhar para a barra correspondente à letra A, retirassem a informação presente no eixo do X e no eixo dos Y, ou seja, teriam de dizer que 3 alunos escolheram filmes de aventuras.

Assim, para a correcção desta pergunta os critérios utilizados foram os seguintes: atribuiu-se nível 2 aos sujeitos que escreveram uma frase que traduzia a ideia de que há três alunos que preferem ver filmes de aventuras; atribuiu-se nível 1 aos alunos que escreveram uma frase que apenas correspondia à leitura correcta de um dos eixos do gráfico e atribuiu-se nível 0 aos sujeitos que apresentaram uma relação incorrecta entre o número de alunos e o tipo de programa ou que deram outra respostas além das mencionadas.

Respeitando estes critérios atribuímos as classificações presentes no quadro 39 aos sujeitos da nossa amostra.

Quadro 39 – Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas na Pergunta 3 do Item 8

Nível de Classificação	**Frequências**	**Percentagens**
0	1	1,9
1	1	1,9
2	49	96,1
Total	52	100

Como se verifica através da consulta das classificações obtidas pelos alunos da nossa amostra, esta questão também não pareceu apresentar grande grau de dificuldade. Na verdade, 50 sujeitos, 96,1%, conseguiu obter cotação máxima de nível 2 e somente 1 sujeito (1,9%) obteve a cotação de nível 1 e outro sujeito (1,9%) a de nível 0 valores.

É de salientar, todavia, como é visível na consulta das diferentes categorias em que dividimos as respostas correctas a esta questão (Quadro 40) e das diferentes frequências destas categorias (Quadro 42), que uma grande parte destas respostas, um total de 19 respostas (36,5%), só foram possíveis após o entrevistador ter interagido com os sujeitos (C2 + C3) e somente 34 sujeitos, 65,4%, é que responderam correctamente de modo imediato (C1).

Quadro 40 – Categorias de Respostas Correctas à Pergunta 3 do Item 8

Responde correctamente dizendo que 3 alunos preferem filmes de aventuras.	**Após interacção, responde correctamente dizendo que 3 alunos preferem filmes de aventuras.**	**Escreve uma frase que corresponde à leitura correcta de apenas um dos eixos do gráfico. Após interacção, responde correctamente.**
3 alunos da turma da Sara escolheram filmes de aventuras	1ª tentativa: são filmes com acção. 2ª tentativa: 3 alunos da turma preferem filmes de aventuras.	1ª tentativa: na barra a votaram 3 alunos da turma. 2ª tentativa: Na barra A, filmes de aventuras, votaram 3 alunos da turma.
- Depois na 3ª, eu respondi que 3 alunos, que é o que está na barra, escolheram filmes de aventuras	- Era para traduzir a informação correspondente à letra A. - Que respondeste? - Eu disse: são filmes com acção. - Imagina que querias dizer a alguém o que dizia no gráfico. Achas que se dissesses só são filmes de acção que essa pessoa percebia o que diz aí? (...)Como achas que podias dar uma informação mais completa a uma pessoa que não estivesse a ler o gráfico(...) O que é que diz aí? - Que a letra A é filmes de aventuras. - E olhando para o gráfico o que é que ficas a saber? - que 3 pessoas votaram em filmes de aventuras.	- Escreve uma frase que traduza a informação representada pela barra correspondente à letra A. Eu respondi: na barra A votaram 3 alunos da turma. - E o que é a barra A? - A barra A é filmes de aventuras. - E então? Para pores a informação toda como é que tens que escrever? - Na barra A, filmes de aventuras, votaram 3 alunos da turma
C1	**C2**	**C3**

As respostas incorrectas foram por nós divididas em duas categorias (Quadro 41), que correspondem a 1 aluno que respondeu que 3% dos alunos preferem filmes de aventuras (I1) e a outro aluno que respondeu à questão dando uma definição de filmes de aventuras. Estas frequências de respostas incorrectas, também podem ser consultadas no quadro 42.

Quadro 41 – Categorias de Respostas Incorrectas à Pergunta 3 do Item 8.

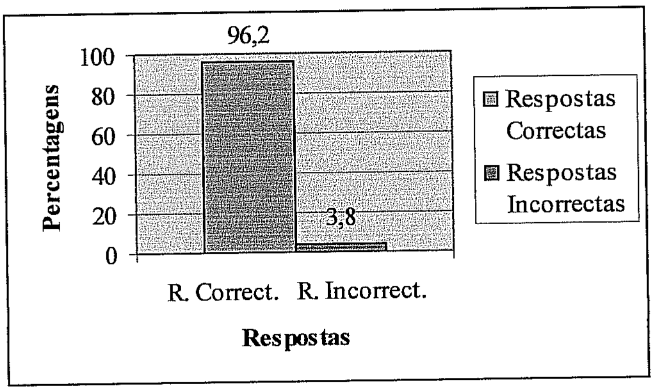
Diz que 3% dos alunos preferem filmes de aventuras.	**Responde dando uma definição de filmes de aventuras**
3% dos alunos gostam de filmes de aventuras	A aventura é conhecer coisas misteriosas. Coisas que nunca vimos e conhecer novas pessoas
- A letra A é filmes de aventuras. Quer dizer que 3% dos alunos votaram em filmes de aventuras. - E é % porquê? - Porque são 3 alunos. Fiz assim no teste e acho que é assim - O que diz aqui? - Nº de alunos. - E porque puseste %? - Não sei explicar. Acho que é assim.	Na 3ª: traduza a informação. Eu pus: aventura é conhecer coisas misteriosas. Coisas que nunca vistes, lugares que nunca viste e descobrir novas pessoas. - O que pergunta aí é o que é aventura? - Sim. - Aí diz para escrever a informação representada pela barra da letra A. - Mas, a letra A é filmes de aventuras.
I1	**I2**

Quadro 42 – Frequências e Percentagens das Categorias de Respostas à Pergunta 3 do Item 8

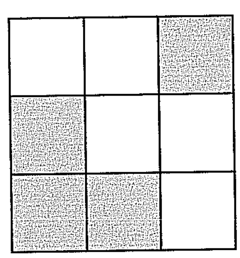
Categorias	**Frequências**	**Percentagens**
C1- Responde correctamente dizendo que 3 alunos preferem filmes de aventuras.	31	59,6
C2 - Após interacção, responde correctamente dizendo que 3 alunos preferem filmes de aventuras.	13	25,0
C3 - Escreve uma frase que corresponde à leitura correcta de apenas um dos eixos do gráfico. Após interacção, responde correctamente.	6	11,5
I1 - Diz que 3% dos alunos preferem filmes de aventuras.	1	1,9
I2 - Responde dando uma definição de filmes de aventuras	1	1,9
Total	52	100

Em termos globais, existiram, a esta questão, 50 respostas correctas, 96,1%, e duas incorrectas, somente 3,8% do total de respostas (Figura 8.3). Esta foi segunda questão, depois da questão 1 do Item 8, em que os sujeitos obtiveram mais sucesso, não manifestando dificuldades na sua resolução.

Figura 10 – Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas à Pergunta 3 do Item 8.



Item 9– Na figura está representado um azulejo. Assinala com um X a fracção do azulejo que está representada a sombreado.



☐ 4/9

☐ 4/5

☐ 5/4

☐ 1/2

Para responder correctamente ao item 9 os sujeitos tinham que dominar a noção de fracção, ou seja, saber que a parte sombreada do azulejo é representada pela fracção que tem como numerador o número de quadrados sombreados e como denominador o número total de quadrados do azulejo: 4/9.

Na correcção deste item, atribuiu-se nível 1 às repostas correctas, 4/9, e nível 0 a todas as respostas incorrectas ou a quem assinalou mais do que uma resposta. É de salientar que nesta questão houve uma grande taxa de insucesso, tendo 30 alunos, 57,7%, obtido a cotação de nível 0 e somente, menos de metade, 22 alunos, 42,3%, obtiveram a cotação de nível 1 (quadro 43).

Quadro 43 – Frequências e Percentagens das Classificações Obtidas no Item 9

Nível deClassificação	Frequências	Percentagens
0	30	57,7
1	22	42,3
Total	52	100

De respostas correctas consideramos apenas uma categoria (Quadro 44). Todavia, de entre as respostas incorrectas consideramos 4 categorias distintas (Quadro 45).

Quadro 44– Categorias de Respostas Correctas ao Item 9

Responde e justifica correctamente
4/9
- E então? puseste 4/9... - O quadrado tem 9 quadrados e só 4 é que estão pintados.
C1

Quadro 45 – Categorias de Respostas Incorrectas ao Item 9

Responde 4/5	**Responde 5/4**	**Responde 1/2**	**Responde ½, após interacção responde 4/5.**
4/5	5/4	1/2	1ª tentativa: 1/2 2ª tentativa: 4/5
Porque é que achas que é 4/5? - Porque há 4 quadrados pintados e depois 5 em branco. - Humm! Humm! Achas que é essa fracção que representa a parte sombreada do azulejo? - Sim.	Então porque escolheste 5/4? - De todos os quadrados ficaram 5 por pintar. - São os não pintados por cima e os pintados por baixo? - Sim. Acho que é assim.	- Explica lá. Porque é que puseste 1/2? - Porque pensei que era a fracção que estava mais perto. - Mais perto de quê? - Do que está a sombreado. - Quantos quadrados estão sombreados? - 4 - Quantos quadrados tem o azulejo? -9 - Quantos quadrados não são sombreados? - 5. - Então qual é que é a fracção que represente a parte sombreada. - É 4/5. - Porquê? - Porque é 4 sombreados e 5 não sombreados.	- Então escolheste 1/2? Porquê? - (Silêncio) - Aqui diz qual a fracção que representa a parte sombreada. Qual é a parte sombreada? - É esta. - E então? - 1/2 porque em cima é 1 quadrado que está sombreado e a única que tem 1 em cima é esta fracção. - É porque na fila de cima do azulejo está um quadradinho sombreado que escolheste essa? - Sim.
I1	I2	I3	I4

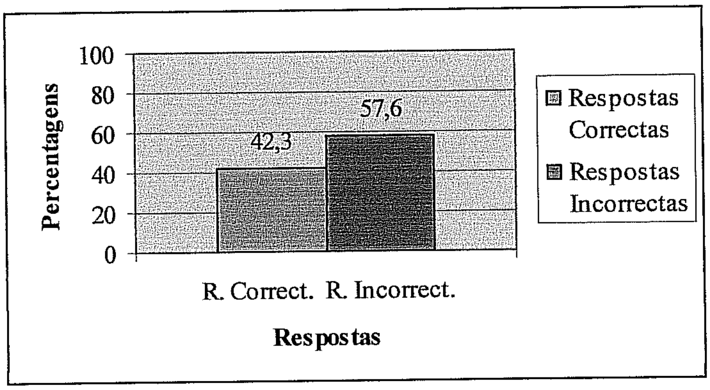
Das respostas incorrectas, a categoria que obteve mais respostas, 22 (42,3%), foi a I1 que corresponde aos sujeitos que responderam 4/5. De seguida, a maior frequência foi na categoria I2 que corresponde a quem respondeu 5/4, 6 sujeitos (11,5%). Por último, apenas com uma resposta cada (1,9%), existe a categoria I3 e I4 que correspondem, respectivamente, a quem respondeu 1/2 e a quem respondeu 1/2 e após interacção respondeu 4/5 (quadro 46).

Quadro 46 – Frequências e Percentagens das Categorias de Resposta ao Item 9

Categorias	Frequências	Percentagens
C1 - Responde e justifica correctamente	22	42,3
I1 - Responde 4/5	22	42,3
I2 - Responde 5/4	6	11,5
I3 - Responde 1/2	1	1,9
I4 - Responde ½, após interacção responde 4/5.	1	1,9
Total	52	100

Deste modo, em termos do somatório das várias perguntas correctas e do somatório das várias perguntas incorrectas, obtivemos neste item um total de 22 respostas correctas, 42,3%, e de 30 respostas incorrectas, 57,6%. Estas percentagens estão ilustradas na figura 9 e são demonstrativas da dificuldade dos sujeitos na resoluçãi deste item, no qual mais de metade das respostas dadas pelos sujeitos foram incorrectas.

Figura 11– Percentagens de Respostas Correctas e Incorrectas ao Item 9



3.2 Descrição dos Resultados do Questionário.

Neste segundo ponto do presente capítulo, serão apresentados os resultados obtidos através do questionário preenchido por todos os alunos da nossa amostra que, como já foi referido, aborda variáveis de carácter pessoal, como sexo e profissão dos pais, e outras relativas às percepções dos alunos da escola, da disciplina de matemática e dos seus professores. A análise efectuada, dos dados fornecidos por este instrumento da nossa investigação, foi exclusivamente quantitativa, visando, sobretudo, fazer uma descrição, em termos de frequências de respostas, de alguns pontos importantes para caracterizar a nossa amostra.

Também neste ponto, a apresentação dos resultados será feita, separadamente, para cada uma das questões.

<u>Pergunta 1:</u>

És rapaz ou rapariga?

Rapaz ☐ **Rapariga** ☐

Com a pergunta 1, que tem por finalidade caracterizar a nossa amostra quanto ao género, constatámos que a nossa amostra é constituída por 27 rapazes (51,9%) e por 25 raparigas (48,1%). Assim, a diferença de frequências dos dois sexos não é significativa.

Quadro 47– Frequências e Percentagens dos Dois Sexos

Sexo	Frequências	Percentagens
Masculino	27	51,9
Feminino	25	48,1
Total	52	100

<u>Pergunta 2:</u>

Qual é a profissão do teu pai e da tua mãe?

Nome da profissão do pai:______________________________

Nome da profissão da mãe:______________________________

Esta questão tem como finalidade caracterizar o nível sócio-cultural dos alunos da nossa amostra e demonstrou-nos que estamos a falar de sujeitos pertencentes, na sua maioria, a uma família de nível cultural e social médio/ baixo. Assim, a questão sobre a profissão do pai revelou que a maior frequência, 21 sujeitos (40,3%), refere-se à categoria de técnico inferior, que engloba profissões como canalizador, pedreiro, operário de construção civil, etc. A segunda maior frequência é na profissão de empregado de comércio, 8 sujeitos (15,4%). Todas as outras profissões mencionadas são também próprias de formação cultural média baixa, existindo somente 6 alunos da nossa amostra que têm pais com profissões que implicam uma formação cultural superior (quadro 48).

Quadro 48– Frequências e Percentagens das Profissões dos Pais.

Profissão	Frequências	Percentagens
Desempregado	2	3,8
Técnico Inferior (canalizador, pintor, pedreiro, etc.)	21	40,3
Motorista	2	3,8
Policia	1	1,9
Empregado Serviços	2	3,8
Empregado Comercio	8	15,4
Militar	5	9,6
Marinheiro	3	5,8
Empresário	2	3,8
Técnico Superior	6	11,5
Total	52	100

Também a questão sobre a profissão da mãe apontou o nível sócio-cultural médio/ baixo da nossa amostra (quadro 49). Catorze mães (26,9%) dos nossos sujeitos não têm profissão, sendo domésticas. Nove mães (17,3%) são empregadas de comércio e oito (15,4%) empregadas de serviços. Estas 3 frequências referidas foram as mais elevadas. Também, aqui, as restantes profissões nomeadas são próprias de formações culturais de nível médio/baixo. A excepção vai para 7 sujeitos (13,5%) que têm mães com a profissão de professora/educadora e para 2 sujeitos (3,8%) que têm mães, também, com formação superior. Estas duas últimas categorias de profissões, que implicam formação cultural superior, no seu conjunto, referem-se a 9 sujeitos (15,4%).

Quadro 49 – Frequências e Percentagens das Profissões das Mães.

Profissão	**Frequência**	**Percentagens**
Doméstica	14	26,9
Empregada Doméstica	4	7,7
Costureira	1	1,9
Operária	1	1,9
Auxiliar de Educação/Saúde	3	5,8
Empregada Comércio	8	15,4
Empregada Serviços	9	17,3
Animadora/Monitora	3	5,8
Professora/Educadora	7	13,5
Técnica superior	2	3,8
Total	52	100

Pergunta 3:

Com que frequência é que as pessoas indicadas te ajudam nos trabalhos de casa?

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Nunca	Poucas vezes	1 vez por mês	Várias vezes por mês	Várias vezes por semana
a) Mãe	☐	☐	☐	☐	☐
b) Pai	☐	☐	☐	☐	☐
c) Irmãos	☐	☐	☐	☐	☐
d) Avós	☐	☐	☐	☐	☐
e) Outros Familiares	☐	☐	☐	☐	☐
f) Amigos	☐	☐	☐	☐	☐
g) Explicador (a)	☐	☐	☐	☐	☐

A questão 3 visa abordar quais as pessoas que apoiam os alunos na execução dos trabalhos de casa e, dentre estas várias pessoas, quem os faz de um modo mais regular (quadro 50).

A pessoa mais nomeada, nas duas opções de resposta que representam uma maior regularidade no apoio, várias vezes por mês e várias vezes por semana, foi a mãe dos sujeitos. Assim, 14 sujeitos (26,9%) afirmaram que as suas mães os apoiam na execução dos trabalhos de casa várias vezes por semana e 11 sujeitos (21,2%) afirmaram serem apoiados, por estas, várias vezes por mês. No entanto, também, um elevado número de sujeitos, 16 (30, 8%), afirmaram serem ajudados pelas mães poucas vezes e 10 sujeitos (19,2%) disseram nunca serem ajudados por estas.

A segunda pessoa, a apoiar os alunos de um modo mais regular, é o pai dos sujeitos. De entre as várias pessoas nomeadas foi, a seguir às mães, a que obteve uma maior frequência de respostas nas categorias que se referem a um apoio mais regular. Dez sujeitos dizem ser apoiados pelos pais, na execução dos trabalhos de casa, várias vezes por semana e nove sujeitos (17,7%) dizem ter esse apoio várias vezes por mês. Todavia, também, aqui, um elevado número de sujeitos afirmam nunca serem apoiados por os pais e outros disseram que o são muito poucas vezes, respectivamente, 13 sujeito (25,0%) e 18 sujeitos (34,6%).

Nenhuma das outras pessoas nomeadas parece ser muito significativa no que se refere ao apoio prestado na execução dos trabalhos de casa.

Relativamente aos irmãos, 29 sujeitos (55,8%) afirmaram nunca serem apoiadas por estes e 11 sujeitos (21,2%) disseram sê-lo poucas vezes. Um sujeito (1,9%) disse ser apoiado uma vez por mês. Só 4 sujeitos (7,7%) disseram sê-lo várias vezes por mês e 7 (13,5%) várias vezes por semana.

O apoio dado pelos avós é praticamente insignificante. Só 1 sujeito (1,9%) disse ser apoiado várias vezes por semana e outro várias vezes por mês. Nenhum sujeito afirmou ser apoiado uma vez por mês. Em contrapartida, 44 sujeitos (84,6%) afirmaram nunca serem apoiados pelos avós e os 6 restantes sujeitos (11,5%) disseram sê-lo poucas vezes.

Também, o apoio dado por outros familiares não tem relevância. Só 1 sujeito (1,9%) disse ser apoiado por outros familiares várias vezes por semana e 3 sujeitos (5,8%) disseram sê-lo várias vezes por mês. Dos restantes sujeitos, 38 (73,1%) afirmaram nunca ter apoio de outros familiares, 8 (15,4%) afirmaram ter poucas vezes e 2 (3,8%) disseram ser apoiados uma vez por mês.

O apoio dos amigos na execução dos trabalhos de casa manifestou-se, também, quase nulo. Assim, 33 sujeitos (63,5%) disseram nunca serem apoiados por amigos e 11 sujeitos (21,2%) disseram sê-lo poucas vezes. Somente, 1 sujeito (1,9%) disse ser apoiado pelos amigos uma vez por mês, 2 (3,8%) disseram serem apoiados várias vezes por mês e 5 (9,6%) várias vezes por semana.

No que se refere ao apoio prestado por explicadores, 42 sujeitos (80,8%) afirmaram nunca ter esse apoio. Em contrapartida, 8 dos sujeitos (15,4%) disseram ser apoiados por explicadores várias vezes por semana. Dos restantes sujeitos, 1 (1,9%) disse beneficiar desse apoio poucas vezes e outro (1,9%) disse beneficiar uma vez por mês.

Quadro 50– Frequências e Percentagens de Diferentes Frequências com que Diferentes Pessoas Ajudam no T.P.C.

	Quantidade de Vezes que Ajudam no T.P.C.									
	Nunca		Poucas Vezes		Uma Vez por Mês		Várias vezes por mês		Várias Vezes por Semana	
Pessoas	Frequências	Percentagens	Frequências	Percentagens	Frequências	Percentagens	Frequências	Percentagens	Frequências	Percentagens
Mãe	10	19,2	16	30,8	1	1,9	11	21,2	14	26,9
Pai	13	25	18	34,6	2	3,8	9	17,3	10	19,2
Irmãos	29	55,8	11	21,2	1	1,9	4	7,7	7	13,5
Avós	44	84,6	6	11,5	0	0	1	1,9	1	1,9
Outros Familiares	38	73,1	8	15,4	2	3,8	3	5,8	1	1,9
Amigos	33	63,5	11	21,1	1	1,9	2	3,8	5	9,6
Explicador	42	80,8	1	1,9	1	1,9	0	0	8	15,4

Pergunta 4:

Desde que andas nesta escola, frequentaste algum destes apoios especiais para melhorar as notas?

(Assinala com um X apenas um quadrado em cada linha.)

	Regularmente	Ás Vezes	Nunca
a) Apoio em Português	☐	☐	☐
b) Apoio em Matemática	☐	☐	☐
c) Apoio noutras disciplinas	☐	☐	☐
d) Aulas de estudo acompanhado	☐	☐	☐

A pergunta 4 foi construída com a finalidade de saber que tipos de apoios especiais estavam a beneficiar, ou já beneficiaram, os alunos da nossa amostra. As respostas dadas a esta questão demonstraram que os nossos sujeitos usufruem muito pouco deste tipo de apoios. Assim, na disciplina de matemática, a disciplina com mais frequência de apoio, somente 9 alunos (17,3%) disseram terem apoio regularmente e 8 (15,4%) disseram terem às vezes. Em contrapartida, 35 sujeitos (67,3%) disseram nunca terem beneficiado deste apoio especial.

A segunda maior frequência de apoio especial é na disciplina de português, mas, também, este é quase insignificante. Somente 3 alunos (5,8%) disseram ter apoio regularmente a esta disciplina e 6 (11,5%) disseram terem às vezes. Quarenta e três (82,7%) disseram nunca ter tido apoio a português.

Somente 1 sujeito (1,9%) disse ter apoio a outras disciplinas de um modo regular e 2 (3,8%) disseram ter às vezes. Nenhum dos sujeitos da nossa amostra revelou ter aulas de estudo acompanhado (Quadro 51).

Quadro 51– Percentagens e Frequências de Diferentes Regularidades de Diferentes Tipos de Apoios Especiais

	Regularidade					
	Nunca		Ás Vezes		Regularmente	
Tipos de Apoios Especiais	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**
Apoio em Português	43	82,7	6	11,5	3	5,8
Apoio em Matemática	35	67,3	8	15,4	9	17,3
Apoio Noutras Disciplinas	49	94,2	2	3,8	1	1,9
Aulas de Estudo Acompanhado	52	100	0	0	0	0

Pergunta 5:

És bom a matemática?

Sim	Mais ou menos	Não
☐	☐	☐

Na pergunta 5, foi pedido aos alunos que se referissem à sua percepção sobre a sua qualidade na disciplina de matemática. Surpreendentemente, somente 5 alunos (9,6%) afirmaram não se acharem bons nesta disciplina. A maioria dos sujeitos disseram considerarem-se mais ou menos nesta disciplina: 32 sujeitos (61,5%).Quinze sujeitos (28,8%) afirmaram serem bons nesta disciplina (quadro 52).

Quadro 52– Frequências e Percentagens das Diferentes Percepções dos Alunos Relativamente à sua Qualidade na Disciplina de Matemática.

Bom a Matemática:	**Frequências**	**Percentagens**
Não	5	9,6
Mais ou Menos	32	61,5
Sim	15	28,8
Total	52	100

Pergunta 6:

Quem é melhor a Matemática?

Rapazes	**Raparigas**	**Os dois igual**
☐	☐	☐

Na questão 6 questionava-se os alunos relativamente ao facto de considerarem haver, ou não, diferenças nos dois sexos no que diz respeito à sua qualidade na disciplina de matemática. No caso de considerarem existir diferenças, deviam assinalar qual dos dois sexos achavam ser o melhor nesta disciplina.

Vinte dos sujeitos (38,5%) da nossa amostra consideram não haver diferença entre os dois sexos, 19 dos sujeitos (36,5%) dizem que as raparigas são melhores na disciplina de matemática e 13 sujeitos (25,0%) afirmaram considerar que os rapazes são melhores (quadro 53).

Quadro 53 – Frequências e Percentagens das Opiniões Sobre Qual dos Dois Sexos é Melhor a Matemática.

Quem é melhor a Matemática?	Frequências	Percentagens
Rapazes	13	25,0
Raparigas	19	36,5
Os Dois Igual	20	38,5
Total	52	100

Pergunta 7:

Com que frequência acontecem estas coisas nas tuas aulas de matemática?

(Assinala com um X apenas um quadrado em cada linha.)

	Em todas	Em quase todas	Em algumas	Nunca
a) O professor tem que esperar muito tempo para que os alunos fiquem sossegados....	☐	☐	☐	☐
b) Os alunos não prestam atenção ao que o professor diz..	☐	☐	☐	☐
c) O Professor vê se os alunos fizeram o trabalho de casa.....................................	☐	☐	☐	☐
d) Há barulho e desordem..............................	☐	☐	☐	☐
e) O professor ajuda os alunos nos seus trabalhos..	☐	☐	☐	☐
f) O professor explica várias vezes até que os alunos aprendam	☐	☐	☐	☐

	Em todas	Em quase todas	Em algumas	Nunca
g) O professor quer que os alunos trabalhem muito..	☐	☐	☐	☐
h) O professor esforça-se muito para ajudar os alunos..	☐	☐	☐	☐
i) O professor diz aos alunos que são capazes de fazer melhor...	☐	☐	☐	☐
j) O professor não gosta que os alunos façam os trabalhos de casa de forma descuidada.....	☐	☐	☐	☐
l) Os alunos não conseguem trabalhar bem......	☐	☐	☐	☐
m) O professor ajuda os alunos a aprender.......	☐	☐	☐	☐

A pergunta 7 visa determinar o modo como os alunos percepcionam a forma como decorrem as suas aulas de matemática. Para isso, inquiriram-se os sujeitos relativamente à frequência com que consideram que aconteciam um certo número de situações. Relativamente ao facto de o professor ter de esperar muito tempo para que os alunos fiquem sossegados, é de salientar, que a maior frequência foi a de sujeitos que afirmaram esta situação só acontecer em algumas aulas: vinte e quatro sujeitos (46,2%). Todavia, também um elevado número de sujeitos, quinze (28,8%), disseram que esta situação se verifica em quase todas as aulas. Houve, ainda, oito sujeitos (15,4%) que disseram, esta situação, acontecer em todas as aulas e, somente, cinco (9,6%) disseram nunca acontecer. Deste modo, podemos verificar, pelo facto de só cinco alunos (9,6%) considerarem que esta situação nunca acontece, que este é um factor apontado por os sujeitos como presente nas suas aulas.

A segunda situação proposta aos sujeitos, para analisarem a frequência com que acontece nas suas aulas de matemática, foi a dos alunos não prestarem atenção ao que o professor diz. Aqui, também, a maior frequência foi a dos sujeitos, 28 (53,8%)

que consideram que só acontece em algumas aulas e a segunda maior frequência foi a dos sujeitos que afirmaram acontecer em quase todas: treze sujeitos (25,0%). Sete sujeitos (13,5%) afirmaram que esta situação se repete em todas as aulas e quatro sujeitos (7,7%) afirmaram que esta situação nunca aconteceu nas suas aulas de matemática. O somatório de alunos que consideram que esta situação acontece em quase todas as aulas com os que consideram que acontece em todas é de vinte sujeitos (38,5%), o que é uma frequência significativa.

Quando questionados sobre o facto de os professores verificarem se os alunos fizeram o trabalho de casa, 20 alunos (38, 5%) responderam que acontece em quase todas as aulas e 17 (32,7%) afirmaram que em todas. No entanto, 13 sujeitos (25,0%) consideram que os seus professores só fazem esta verificação em algumas aulas e 2 sujeitos (3,8%) afirmam que estes nunca o verificam. Existem, portanto, 15 sujeitos (28, 8%) que consideram que os seus professores não manifestam esta prática regularmente.

Relativamente a existir barulho e desordem nas aulas, 22 sujeitos (42,3%) responderam que só em algumas. Treze (25,0%) consideram, no entanto, que existe em quase todas e 12 sujeitos (23,1%) afirmam que existe em todas. Somente 5 sujeitos (9,6%) disseram nunca existir barulho e desordem nas suas aulas. Assim, alguma indisciplina, por parte dos alunos, parece ser um factor que quase todos os alunos da nossa amostra consideram existir nas suas aulas.

Sobre o facto de os professores ajudarem os alunos no seu trabalho, nenhum aluno afirmou isto nunca acontecer e somente 8 (15,4%) dizem acontecer só em algumas aulas. Quinze dos sujeitos (28,8%) afirmaram que acontece em quase todas e, com a frequência mais elevada, 29 sujeitos (55,8%) afirmaram que os seus professores ajudam os alunos nos seus trabalhos em todas as aulas. Este parece, portanto, um factor positivo apontado por um elevado número de alunos como existente nas suas aulas de matemática.

Também, quando questionados sobre o facto dos professores explicarem várias vezes até que os alunos entendam, 25 sujeitos (48,1%) disseram esta situação acontecer em todas as aulas e 15 (28,8%) disseram acontecer em quase todas. Dez dos alunos (19,2%) disseram que só acontece em algumas e não existiu nenhum aluno que afirmasse nunca acontecer. Assim, neste ponto, também a maioria dos alunos considera que os seus professores tentam explicar até que os alunos entendam.

Quando perguntamos aos alunos se os professores querem que eles trabalhem muito, somente 1 aluno (1,9%) respondeu que nunca e 3 alunos (5,8%) que só acontece em algumas aulas. Dos restantes, 17 (32,7%) responderam que em quase todas as aulas e 31 (59,6%) que em todas. Assim, os alunos da nossa amostra parecem estar de acordo quanto ao facto dos seus professores serem exigentes com eles, em questão de trabalho.

No que se refere ao facto do professor se esforçar muito para que os eus alunos entendam, só 1 sujeito (1,9%) considera que nunca acontece e 7 (13,5%) que só acontece em algumas. Existem, ainda 7 sujeitos (13,5%) que afirmaram acontecer em quase todas e a maioria dos sujeitos 37 (71,2%) afirmaram acontecer em todas as aulas. Este parece ser também um factor positivo apontado por a maioria dos alunos como frequente nas suas aulas.

Quando perguntamos se os professores dizem aos alunos que são capazes de fazer melhor, embora existissem um grande número de sujeitos que disseram acontecer em todas as aulas e em quase todas, respectivamente, 20 sujeitos (38,9%) e 19 sujeitos (36,5%), existiram, também, 10 sujeitos que afirmaram só acontecer em algumas aulas e 3 sujeitos (5,8%) que afirmaram não acontecer em nenhuma. Existem, portanto, 13 sujeitos (25,0%) que consideram que este não é um factor presente nas suas aulas de matemática.

Na questão sobre se os professores não gostam que os alunos façam o trabalho de casa de forma descuidada, 15 sujeitos (28,8%) disseram que em todas as aulas os professores não gosta e 10 (19,2%) que em quase todas as aulas. Todavia, 18 sujeitos (34,6%) disseram que só em algumas aulas os seus professores não gostam que eles façam os trabalhos de uma forma descuidada e 9 (17,3%) disseram que não acontece em nenhuma aula. A elevada frequência, dos alunos que consideram que esta situação só acontece em algumas aulas e dos que consideram que não acontece em nenhuma, parece demonstrar que um elevado número de sujeitos considera que os seus professores não valorizam muito a forma como eles fazem os seus trabalhos de casa.

A pergunta sobre o facto de os alunos conseguiram trabalhar bem obteve a frequência de 32 respostas (61,5%) na opção que considera que só acontece em algumas aulas e a frequência de 5 respostas (9,6%) na opção que refere que este facto não acontece em nenhuma aula. Deste modo, existe uma elevada frequência de sujeitos que disseram não conseguir trabalhar bem nas aulas de matemática. Existem, no entanto, 11 sujeitos (21,2%) que consideram que os alunos conseguem trabalhar bem em quase todas as aulas e 3 (5,8%) disseram que conseguem trabalhar bem em todas.

Sobre o facto de os professores ajudarem os alunos a aprender 42 sujeitos (80,8%) afirmaram que acontece em todas as aulas e 7 (13,5%) disseram acontecer em quase todas. Somente 3 sujeitos (5,8%) disseram que os professores só ajudam os alunos a aprender em algumas aulas. Não existiu nenhum aluno que considerasse que este facto nunca acontece. Assim, este também é um factor positivo apontado por quase todos os alunos como presente frequentemente nas suas aulas de matemática.

Quadro 54– Frequências e Percentagens das Diferentes Frequências com que Determinadas Situações Acontecem nas Aulas de Matemática

	Frequência com que Acontecem							
	Nunca		Em Algumas		Em Quase Todas		Em Todas	
Coisas que Acontecem nas Aulas de Matemática	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**
O prof. tem que esperar muito tempo para que os alunos fiquem sossegados.	5	9,6	24	46,2	15	28,8	8	15,4
Os alunos não prestam atenção ao que o professor diz.	4	7,7	28	53,8	13	25	7	13,5
O professor vê se os alunos fizeram o t.p.c.	2	3,8	13	25,0	20	38,5	17	32,7
Há barulho e desordem	5	9,6	22	42,3	13	25,0	12	23,1
O prof. ajuda os alunos nos seus trabalhos.	0	0	8	15,4	15	28,8	29	55,8
O prof. explica várias vezes até que os alunos aprendam.	0	0	10	19,2	17	32,7	25	48,1
O prof. quer que os alunos trabalhem muito.	1	1,9	3	5,8	17	32,7	31	59,6
O prof. esforça-se muito para ajudar os alunos.	1	1,9	7	13,5	7	13,5	37	71,2
O prof. diz aos alunos que são capazes de fazer melhor	3	5,8	10	19,2	19	36,5	20	38,5
O prof. não gosta que os alunos façam os t.p.c. de forma descuidada.	9	17,3	18	34,6	10	19,2	15	28,8
Os alunos não conseguem trabalhar bem.	5	9,6	32	61,5	11	21,2	4	7,7
O prof. ajuda os alunos a aprender	0	0	3	5,8	7	13,5	42	80,8

Pergunta 8:

Em média, quantas horas por semana estudas matemática?

Nenhuma	**Menos de 1**	**Entre 1 e 3**	**Mais de 3**
☐	☐	☐	☐

Esta pergunta, que visa abordar o número de horas que os alunos dispensam para o estudo da matemática, demonstra que, embora existindo 29 sujeitos (55,8%) que afirmaram estudar entre uma e três horas e 9 sujeitos (17,3%) que afirmaram estudar mais de 3 horas, existem, também, um elevado número de sujeitos que estuda menos de uma hora, 10 sujeitos (19,2%). Quatro sujeitos (7,7%) afirmaram mesmo não estudar nenhuma.

Quadro 55- Frequencia e Percentagens de Diferentes Médias de Horas de Estudo de Matemática

Média de horas de estudo de matemática	**Frequências**	**Percentagens**
Nenhuma	4	7,7
Menos de 1	10	19,2
Entre 1 e 3	29	55,8
Mais de 3	9	17,3
Total	52	100

<u>Pergunta 9:</u>

Na última vez que recebeste notas quanto tiveste a matemática?

R: -------

Quando inquiridos sobre os seus resultados, efectivos, na disciplina de matemática, 18 sujeitos afirmaram que, a última vez que tiveram notas, obtiveram a classificação de 2. 34,6% dos sujeitos teve, portanto, nota negativa. desassete sujeitos (32,6%) disseram ter tido nota de 3. Nove sujeitos (17,3%) obtiveram a nota de 4 e 8 sujeitos (15,4%) de 5.

Quadro 56- Frequências e Percentagens de Diferentes Notas a Matemática

Ùltima nota a matemática	**Frequências**	**Percentagens**
1	0	0
2	18	34,6
3	17	32,4
4	9	17,3
5	8	15,4
Total	52	100

Pergunta 10:

Nas duas últimas semanas, quantas vezes é que tu

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Nenhuma	**1 ou 2**	**3 ou 4**	**5 ou mais**
a) Faltaste à escola?..	☐	☐	☐	☐
b) Faltaste às aulas?..	☐	☐	☐	☐
c) Chegaste tarde às aulas?..	☐	☐	☐	☐

Esta questão tinha por objectivo perceber qual a assiduidade e a pontualidade dos nossos sujeitos e deu para constatar que, de um modo geral, os sujeitos são assíduos e pontuais. Assim, quando questionámos os sujeitos sobre quantas vezes tinha faltado à escola na última semana, 41 sujeitos (78,8%) responderam que nenhuma, 8 alunos (15,4%) disseram que faltaram uma ou duas vezes, 2 sujeitos (3,8%) afirmaram ter faltado 3 ou 4 vezes e 1 sujeito (1,9%) respondeu que 5 ou mais vezes.

Relativamente às faltas as aulas, 38 sujeitos (73,1%) disseram que nunca tinham faltado, 11 sujeitos (21,2%) afirmaram ter faltado a 1 ou 2 aulas e somente 3 sujeitos (5,8%) afirmaram terem faltado 3 ou 4 vezes e 1 sujeito (1,9%) disse ter faltado a mais de 5 aulas.

No que se refere à pontualidade dos sujeitos, 39 (75,0%) disseram nunca terem chegado tarde às aulas, 9 sujeitos (17,3%) disseram tê-lo feito uma ou duas vezes e 4 sujeitos (7,7%) disseram ter chegado atrasados entre 3 e 4 vezes. Não existiu nenhum sujeito que afirmasse ter chegado tarde às aulas mais de 5 vezes.

Quadro 57– Percentagens e frequências das diferentes quantidades de vezes em que os alunos não foram pontuais e assíduos ás aulas

	Quantidade de Vezes							
	Nenhuma		1 ou 2		3 ou 4		5 ou mais	
Nas duas últimas semanas	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**
Faltaste à escola?	41	78,8	8	15,4	2	3,8	1	1,9
Faltaste às aulas?	38	73,1	11	21,2	2	3,8	1	1,9
Chegaste tarde às aulas?	39	75,0	9	17,3	4	7,7	0	0

Pergunta 11:

Em relação aos professores da tua escola, até que ponto concordas com as seguintes frases:

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Concordo	**Não concordo nem discordo**	**Discordo**
a) Os alunos dão-se bem com a maioria dos professores...	☐	☐	☐
b) A maioria dos professores preocupam-se com os alunos...	☐	☐	☐
c) A maioria dos professores ouve o que tenho para dizer.	☐	☐	☐
d) Se preciso de ajuda os meus professores dão-ma..........	☐	☐	☐
e) A maioria dos meus professores são justos..................	☐	☐	☐
f) A maioria dos professores sabe muito da matéria ensinada	☐	☐	☐

Esta questão visava abordar a percepção dos alunos relativamente aos seus professores. Com esta finalidade, focaram-se aspectos relacionais, de conhecimento, de carácter, etc.

Em termos de resultados (quadro 58), é de destacar que 35 (67,3%) consideram ter uma boa relação com a maioria dos professores. Catorze dos sujeitos da nossa amostra (26,9%) dizem não concordar nem discordar relativamente ao facto de se relacionarem bem com os seus professores e somente 3 dos alunos consideram não ter uma boa relação com os estes.

Também um elevado número de sujeitos, 45 (86,5%), considera que a maioria dos seus professores se preocupa com eles e só 2 dos alunos (3,8%) dizem não existir esta preocupação por parte dos seus professores. Cinco dos sujeitos (9,6%) da nossa amostra afirmaram não concordar nem discordar desta situação.

Trinta e nove sujeitos (75%) diz que a maioria dos seus professores ouve o que têm para dizer e somente 3 sujeitos (5,8%) consideram que este facto não acontece. Dez dos alunos não manifestam opinião dizendo não concordar nem discordar da afirmação.

A maior frequência de resposta a esta pergunta, 48 (92,3%), é dos alunos que afirmam que os seus professores dão ajuda sempre que precisam. Nenhum (0%) sujeito afirma que esta situação não é verdadeira. Quatro dos sujeitos (7,7%) assinalaram não concordar nem discordar do facto de obterem ajuda dos seus professores quando necessitam.

Quando questionados sobre o facto da maioria dos seus professores serem justos, 35 sujeitos (67,3%) respondem que sim e somente 2 sujeitos (3,8%) dizem discordar desta afirmação. Existem, ainda, 15 alunos (28,8%) que dizem não concordar nem discordam deste facto.

Sobre o facto de a maioria dos professores saber da matéria ensinada, 46 alunos (88,5%) concordam com esta afirmação e só um aluno diz discordar. Cinco dos sujeitos (9,6%) dizem não concordar nem discordar relativamente ao facto de os seus professores saberem da meteria que leccionam.

Quadro 58– Percentagens e frequências de diferentes percepções relativas aos professores.

	Nível de acordo					
	Concordo		Não concordo nem discordo		Discordo	
Em relação aos professores	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**
Os alunos dão-se bem com a maioria dos professores	35	67,3	14	26,9	3	5,8
A maioria dos professores preocupa-se com os alunos	45	86,5	5	9,6	2	3,8
A maioria dos professores ouve o que tenho para dizer	39	75,0	10	19,2	3	5,8
Se preciso de ajuda os meus professores dão-ma	48	92,3	4	7,7	0	0
A maioria dos professores são justos	35	67,3	15	28,8	2	3,8
A maioria dos professores sabe da matéria ensinada	46	88,5	5	9,6	1	1,9

Pergunta 12:

Na escola eu:

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Concordo	Não concordo nem discordo	Discordo
a) Sinto-me excluída (o).........	☐	☐	☐
b) Sinto-me integrada (o).........	☐	☐	☐
c) Os outros gostam de mim.........	☐	☐	☐
d) Sinto-me só.........	☐	☐	☐
e) Sinto-me muitas vezes desajeitada (o).........	☐	☐	☐
f) Tenho muitos amigos.........	☐	☐	☐
g) Sinto-me muitas vezes aborrecida. (o).........	☐	☐	☐

Esta questão visava avaliar alguns aspectos relacionados com a percepção de bem - estar dos alunos na escola e da sua auto - imagem.

Os resultados, que podem ser consultados no quadro 59, apontam que de um modo geral os alunos sentem-se bem na escola. Assim, somente 1 aluno (1,9%) diz sentir-se excluído e 40 dos sujeitos (76,9%) consideram não viver essa situação. Onze dos sujeitos diz não concordar nem discordar do facto de se sentir excluído na escola.

Também, somente 1 sujeito (1,9%) afirmou sentir-se só e 42 dos sujeitos (80,8%) diz não experienciar esta situação. Nove dos sujeitos diz não concordar nem discordar da afirmação “sinto-me só”.

Todavia, 15 dos sujeitos (28,8%) dizem sentirem –se muitas vezes aborrecidos e só 18 (34,6%) discordam desta afirmação. Existem, também, 19 sujeitos (36,5%) que disseram não concordar nem discordar do facto de se sentirem muitas vezes aborrecidos. Há, ainda, 10 dos sujeitos (19,2%) que dizem sentirem-se desajeitados, existindo, no entanto, 28 sujeitos (53,8%) que discordam desta afirmação. Catorze alunos (26,9%) afirmam não discordar nem concordar com este facto.

Contrariamente, 49 dos sujeitos (94,2%) dizem ter muitos amigos e só 1 (1,9%) discorda desta afirmação. Dois sujeitos (3,8%) disseram não concordar nem discordar.

Também, 42 sujeitos (80,2%) consideram que os outros gostam deles e nenhum sujeito (0%) discorda desta afirmação, havendo, todavia, 9 sujeitos (17,3%) que diz não concordar nem discordar do facto de os outros gostarem deles.

Quadro 59– Percentagens e frequências de algumas percepções dos alunos sobre si próprios

	Nível de acordo					
	Concordo		Não concordo nem discordo		Discordo	
Em relação ao aluno na escola	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**	**Frequências**	**Percentagens**
Sinto-me excluído	1	1,9	11	21,2	40	76,9
Sinto-me integrada	42	80,8	10	19,2	0	0
Os outros gostam de mim	42	80,2	9	17,3	1	1,9
Sinto-me só	1	1,9	9	17,3	42	80,8
Sinto-me muitas vezes desajeitada	10	19,2	14	26,9	28	53,8
Tenho muitos amigos	49	94,2	2	3,8	1	1,9
Sinto-me muitas vezes aborrecida	15	28,8	19	36,5	18	34,6

CAPÍTULO 4

4. DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

No presente capítulo será elaborada uma síntese dos resultados recolhidos junto da nossa amostra. Será, também, avançada uma interpretação dos mesmos, apoiada na abordagem teórica apresentada no primeiro capítulo do nosso trabalho.

Numa primeira fase será efectuada a síntese e interpretação dos resultados obtidos pelos alunos na prova e, de seguida, resumiremos e interpretaremos as respostas dadas pelos sujeitos ao questionário.

Este capítulo visa salientar e compreender os dados mais relevantes do nosso estudo, no sentido de tirar algumas conclusões e, se possível, sugerir futuras investigações e medidas educacionais, que julgamos poder vir a contribuir para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da disciplina de matemática.

4.1. Síntese e Interpretação dos Resultados da Prova.

Relativamente aos resultados obtidos na prova, começaremos por abordar os itens em que os alunos manifestaram maiores dificuldades.

O item em que se verificou maior número de respostas incorrectas foi o item 6, tendo a maioria dos sujeitos respondido incorrectamente.

Nesta questão era apresentada uma expressão numérica (7/2- 3/4 x 1/2), cuja resolução implicava que os alunos operassem com fracções, tendo que efectuar uma multiplicação e uma subtracção com números fraccionários.

É de destacar, de entre o elevado número de respostas incorrectas a este item, que 22 dos sujeitos da nossa amostra não efectuaram correctamente a subtracção de fracções. Metade destes sujeitos respeitaram a prioridade das operações, mas não efectuaram correctamente a subtracção de fracções. Existiram, também, sujeitos que respeitaram a prioridade das operações, mas não efectuaram correctamente nenhuma das operações, menos de um décimo, e outros que não respeitaram a prioridade das operações e resolveram erradamente as duas operações, mais de um décimo. De modo menos significativo, existiu, ainda, quem não respeitasse a prioridade das operações e efectuasse incorrectamente a subtracção de fracções.

De acordo com Hart (1981), o que acontece, muitas vezes, com crianças de 12 ou 13 anos é que estas consideram as fracções como pares, não relacionados, de números naturais e, deste modo, tratam-nos separadamente. Estas inferências têm repercussões na realização de algoritmos, como por exemplo na subtracção de fracções com denominadores diferentes.

Os dois números inteiros envolvidos numa fracção têm de ser tratados conjuntamente. Quando os alunos têm que determinar fracções equivalentes, frequentemente, consideram os numeradores como constituindo um padrão e os denominadores outro e ignoram o ratio numerador: denominador (Brown, 1981).

Os números inteiros podem ser associados directamente a quantidades por contagem, mas o mesmo não acontece com as fracções, que são relações entre duas quantidades. Esta dificuldade conceptual pode ser diferente para quantidades contínuas ou discretas e para valores numéricos distintos (Vergnaud, 1983).

Salienta-se, também, de entre as várias respostas incorrectas a este item, que 14 dos sujeitos efectuaram incorrectamente a multiplicação de fracções: fundamentalmente, e em número semelhante, foram sujeitos que respeitaram a prioridade das operações, mas não efectuaram correctamente a multiplicação de fracções ou que não respeitaram a prioridade das operações e resolveram erradamente as duas operações. De modo pouco significativo, existiu, também, quem respeitasse a prioridade das operações, mas reduzisse erradamente ao mínimo denominador comum e efectuasse de modo incorrecto a multiplicação de fracções e quem não respeitasse a prioridade das operações, reluzisse erradamente ao mínimo denominador comum e efectuasse incorrectamente a multiplicação de fracções.

Kieren (1980b), como já referimos no 1° capítulo do nosso trabalho, define vários subconstructos relativos aos números racionais. O autor considera que estes números podem ser definidos como operadores. Por exemplo, posso utilizar o operador 1/3 para traduzir uma parte de um canteiro dividido em três partes iguais, ocupar 1/4 dessa parte com malmequeres e traduzir a situação dizendo que os malmequeres semeados ocupam 1/4 de 1/3, ou seja, 1/12 do canteiro. Este subconstructo dá origem estrutura multiplicativa dos números racionais.

De acordo com Vergnaud (1983), o principal problema dos números racionais é que são números e as entidades implicadas nas estruturas multiplicativas não são números "puros", mas medidas e relações. Estes números têm, assim, um duplo sentido: são quantidades e podem ser adicionadas (estruturas aditivas), mas são também funções, ou seja, relação entre quantidades, que podem ser compostas (estrutura multiplicativa). Por exemplo, 1/2 de 2/3 de uma dada quantidade é 2/6 da quantidade inicial.

A investigação e o desenvolvimento curricular deve basear-se e aprofundar as análises sobre as estruturas multiplicativas. Deve ser feito um esforço no sentido de criar situações que permitam às crianças construir conhecimento no contexto destas estruturas. O currículo pode contribuir, proporcionando situações, para a compreensão implícita dos princípios subjacentes à invariância e à compensação para a variação nas relações e operações aditivas, subtractivas, multiplicativas e de divisão (Behr, Harel, Post, & Lest, 1992).

Existiram, ainda, 9 respostas onde não foi respeitada a prioridade da multiplicação relativamente à subtracção de fracções, o que também é demonstrativo do pouco domínio, por parte dos alunos, das regras para operar com estes números. Estas respostas foram, na sua maioria, de alunos que não respeitaram a prioridade das operações e resolveram erradamente as duas operações. Existiram, também, casos pontuais em que os alunos não respeitaram a prioridade das operações, mas efectuaram os cálculos correctamente ou não respeitaram a prioridade das operações e efectuaram incorrectamente a subtracção de fracções ou, ainda, em que não respeitaram a prioridade das operações, reduziram erradamente ao mínimo denominador comum e efectuaram incorrectamente a multiplicação de fracções.

Em segundo lugar, com igual número de respostas correctas e incorrectas, estão o item 1 e o item 4. Estes dois itens obtiveram, também, mais de metade de respostas incorrectas.

No item 1 era necessário que os alunos ordenassem por ordem decrescente, do maior até ao menor, os seguintes números decimais (resultados obtidos pelas quatro primeiras classificados numa prova desportiva): 9,41; 8,5; 9,36; 8,45.

O que sucedeu foi que 32 sujeitos, ao responder a esta questão, trocaram o lugar da terceira e quarta classificadas por considerarem que 8,45 é maior do que 8,5. Existiu, também, outro sujeito que, para além de inverter o lugar da terceira e quarta classificadas, inverteu a ordem de todas as classificadas, por considerar que tem que começar do menor até ao maior número. Existiram, assim, 33 sujeitos, o total de respostas incorrectas, que consideraram que 8,45 é maior do que 8,5.

Poucas crianças até aos 15 anos têm a noção que entre dois quaisquer números inteiros representados numa recta numérica se pode representar, na forma de fracções ou decimais, um número infinito de números racionais (Dickson, Brown & Gibson, 1984, cit. por Oliveira, 1992).

Bonotto (1993), ao referir algumas das dificuldades dos alunos com decimais, salienta a dificuldade em ordenar números decimais, encontrando um terceiro número decimal entre os dois, isto é, os alunos não compreendem a sucessão dos decimais (exemplo: encontrar um número decimal entre 2,2 e 2,3).

A autora diz, também, que os alunos têm dificuldade em compreender que não se consegue encontrar o número decimal imediatamente a seguir a um determinado número, ao contrário do que sucede com os números inteiros. Por exemplo, em (IN) depois de 3 segue-se 4 e em (D) depois de 2,3 não se pode saber o número decimal que se lhe segue.

Bonotto refere, ainda, a dificuldade dos alunos em perceber que o que se denomina por décimas, centésimas e milésimas depende do que se tenha considerado como unidade.

Também Brown (1981), num estudo realizado com alunos entre os 11 e os 15 anos, concluiu que a maior dificuldade manifestada pelos alunos do grupo mais fraco era compreender que os números depois da vírgula indicam a parte do número que é menor que a unidade. Muitas vezes pensam que os números depois da vírgula representam um número diferente que tem dezenas, unidades, etc.

Algumas das regras gerais nas quais assentam alguns erros cometidos, pelos alunos sistematicamente, na ordenação de séries de decimais, como já foi referido no primeiro capítulo do nosso trabalho, podem ser resumidas do seguinte modo:

1- O número com maior quantidade de casas decimais é sempre maior ou o número com mais algarismos é sempre maior.

2- O número com menos casas decimais é maior ou o número com menos algarismos é maior.

3- Se um número tiver um zero na parte decimal, este é menor.

4- Os números que têm vírgula são sempre menores do que os que não têm, ou seja, os decimais são sempre menores que os inteiros (Bonotto, 1993).

No item 4 era pedido aos alunos que resolvessem a seguinte expressão numérica:

3/4 - 0,2 + 1/2.

A resolução deste item implicava que os sujeitos convertessem adequadamente o número decimal em fracção ou as fracções em números decimais e que efectuassem correctamente a soma e a subtracção com os referidos números.

O total de respostas incorrectas foi, como já referimos, igual ao do item 1.

De entre as várias respostas incorrectas, é de destacar o elevado número de alunos, 18, que efectuaram erradamente as duas operações com números fraccionários. Destes, cerca de metade não chegaram à resposta correcta porque, embora convertessem correctamente o decimal em fracções, não souberam somar nem subtrair fracções e, também, cerca de metade não chegaram à resposta correcta porque converteram erradamente o decimal em fracção e não souberam somar nem subtrair fracções. Existiram, ainda, alguns alunos que não chegaram à resposta correcta porque não converteram o decimal em fracção e efectuaram incorrectamente a soma e a subtracção de fracções.

Existiram, ainda, mais 4 alunos que efectuaram erradamente uma das duas operações. De entre estes, metade não chegaram à resposta correcta porque efectuaram mal a subtracção de fracções e a outra metade, após interacção, converteram correctamente o decimal em fracção, mas efectuaram incorrectamente a soma de fracções ou fizeram mal a conversão do decimal em fracção e não efectuaram correctamente a subtracção de fracções.

Assim, existiu um total de 22 alunos que efectuaram incorrectamente pelo menos uma das duas operações com números fraccionários.

Post, Wachsmuth, Lesh & Behr (1985) consideram que a necessidade das crianças compreenderem os conceitos do número racional conduz a que façam acomodações sucessivas de abstracções e o pensamento que estaria inicialmente direccionado para acções de concretização deve tornar-se cada vez mais independente destas. A flexibilidade de pensamento, nas transformações a nível das concretizações e a nível das formas simbólicas, constitui uma aptidão básica cognitiva no sucesso das tarefas que envolvem a ordem e a equivalência de fracções. As crianças que têm dificuldade com as transformações a nível concreto, têm-na também, normalmente, em realizar transformações com símbolos matemáticos.

De acordo com Brousseau (1989, cit. por Oliveira 1992), um erro muito comum dos alunos na adição dos números racionais é o seguinte:

2/3+ 5/7 = 7/10

Este erro pode conter importante informação a respeito das dificuldades específicas dos alunos na aprendizagem de fracções e sobre as suas concepções de fracções e suas regras.

Numa análise mais fina deste erro, parece claro que os alunos estão a adicionar separadamente os numeradores e os denominadores. Os alunos podem estar a confundir a regra de adicionar com a regra de multiplicar fracções e podem estar a tentar adicionar fracções como se estivassem a operar com números inteiros. Sabe-se que muitos alunos vêem a fracção como dois números separados por uma linha e, assim, não parece sem sentido que façam a adição de fracções, operando separadamente sobre os numeradores e denominadores e no fim desenhem uma linha entre as respostas.

De acordo com Ellerbruch & Payne (1978, cit. por Berh, Lesh, Post, & Silver, 1983) o subcostructo parte-todo, baseado em quantidades contínuas ou discretas, é fundamental para o desenvolvimento do conceito de número racional e é o mais natural e o mais útil para as crianças na introdução da adição de fracções.

É também de salientar que houve 11 alunos que converteram erradamente o decimal em fracção. Mais de metade, destes, não chegaram à resposta correcta porque converteram erradamente o decimal em fracção e não souberam somar nem subtrair fracções; cerca de um quarto não chegaram à resposta correcta porque converteram erradamente o decimal em fracção e cometeram erros de cálculo e existiu, também, um sujeito que não chegou à resposta correcta porque fez mal a conversão do decimal em fracção e não efectuou correctamente a subtracção de fracções.

Existiram, ainda, 4 alunos que não fizeram a conversão do decimal em fracção. Estes sujeitos deram respostas em que, para além de não converterem o decimal em fracção, efectuaram incorrectamente a soma e a subtracção de fracções.

De entre os alunos que optaram por operar com decimais, 3 também efectuaram erradamente a conversão das fracções em decimais. Estes sujeitos, após interacção, efectuaram correctamente as duas operações com decimais, mas converteram de modo incorrecto as fracções em decimais ou converteram erradamente as fracções em decimais e efectuaram de modo incorrecto as duas operações.

De acordo com Pérez (1988), o número decimal é um número racional que tem pelo menos uma representação em forma de fracção decimal. Um número **n** é decimal se puder escrever-se da forma $\mathbf{n = a/10^p}$, em que a e p são números inteiros. Uma fracção decimal é uma fracção cujo denominador é uma potência de dez. As vantagens das fracções decimais relativamente às outras fracções são as que derivam da sua densidade na recta numérica, recta real, e da sua escrita, uma consequência do sistema de numeração decimal. Por outro lado, também, se pode converter sempre uma fracção decimal para escrita decimal, mais cómoda para nós, fazendo a divisão do numerador pelo denominador.

Freudenthal (1973, cit. por Pérez, 1988) considera que o melhor procedimento para aprender os números reais na escola, é compreendê-los e interpretá-los como fracções decimais. Uma das características dos decimais, é permitir aproximações tão precisas quanto necessárias dos números reais (R).

De acordo com Brissiaud (1998), os números decimais foram inventados para permitirem aproximarmo-nos o mais possível de uma grandeza contínua, com ajuda do fraccionamento cada vez mais preciso (decimas, centésimas, milésimas, etc). Fazer desaparecer a ideia de fraccionamento, numa progressão didáctica, no que se refere aos decimais é deixar de lado o seu objecto de estudo, é praticamente decidir não os ensinar e deixar que os alunos os inventem por eles próprios.

Uma outra progressão pedagógica é desejável, a que começa por apresentar aos alunos as fracções, as fracções decimais, utilizando a barra de fracção como sistema de notação; para numa segunda fase fazer a escrita com vírgula destas fracções decimais. Querer que as crianças conceptualizem de uma vez a escrita com vírgula dos decimais, que mascara a sua verdadeira natureza, não é senão por em cheque a maior parte delas. É importante que as crianças trabalhem muito tempo com números decimais representados sobre a forma de fracções decimais.

Depois do item 1 e do item 4, com igual número de respostas incorrectas, o item onde os alunos obtiveram maior insucesso foi o 9, existindo um total de 30 respostas incorrectas, mais de metade dos sujeitos.

Neste item era pedido aos alunos que escolhessem uma de entre quatro fracções (4/9; 4/5; 5/4; 1/2), que representasse a parte sombreada de um azulejo dividido em 9 partes iguais.
As respostas dadas a este item parecem demonstrar que mais de metade dos alunos não compreendeu ainda a concepção mais básica de fracção.

Segundo Hart (1981), este tipo de questões testam a compreensão da notação usada em fracções. Ao conhecimento dos números inteiros junta-se a noção de parte-todo.

A compreensão inicial de fracção (simbolizada pela forma m/n) deriva, não dos números naturais m e n, mas das concretizações através de figuras que são divididas em n partes iguais com m partes sombreadas ou de um conjunto n de objectos com m deles cobertos (Post, Wachsmuth, Lesh & Behr, 1885).

Também Vergnaud (1983) refere que, em termos de desenvolvimento, o primeiro contacto das crianças com fracções resulta da experiência de dividir o todo em partes, o que implica uma relação directa entre as divisões e a grandeza a ser dividida. Essa grandeza pode ser discreta ou contínua e ter diferentes valores numéricos, o que conduz a dificuldades conceptuais diferentes. No primeiro caso (exemplo: um conjunto de berlindes a repartir), os números inteiros podem ser associados a quantidades por contagem, a grandeza pode ser contada e as crianças podem associar-lhe números inteiros. No segundo caso (exemplo: o peso ou área de pisa), não se conhece normalmente a grandeza a ser dividida e as fracções utilizadas para a representação não podem ser associadas directamente a quantidades, exprimem uma relação entre quantidades (dividir um bolo por 4 pessoas é dividir a unidade por quatro – 1/4). O valor unitário, a divisão por pessoa, é expresso como uma quantidade na forma de fracção (1/4, 1/5) no caso contínuo e pode ser expresso por um número inteiro no caso discreto.

Behr, Lesh, Post, & Silver (1983), consideram a noção de partição e o subconstructo parte-todo dos números racionais como básicos na aprendizagem dos outros subconstructos. Um aluno que compreende fracções significa que é capaz de expressar as ideias de fracção, apresentadas numa região circular, usando regiões rectangulares ou usando símbolos escritos.

Piaget, Inhelder & Szeminska (1973, cit. por Oliveira 1992) consideram que para a compreensão operacional da componente espacial parte-todo da fracção são necessários os seguintes critérios: a região "todo" deve ser entendida como divisível; o "todo" pode ser dividido em qualquer número de partes que seja preciso; o conjunto das partes deve corresponder ao "todo"; o número de partes não corresponde necessariamente ao número de cortes; as partes têm de ser iguais em tamanho; as partes devem ser vistas como um todo; o todo é conservado mesmo quando cortado em peças.

De seguida, o item 3 foi o que teve mais respostas incorrectas, onde também mais de metade dos alunos responderam incorrectamente. É de salientar, ainda, que cerca de metade das respostas correctas a este item, foram dadas somente após ter existido interacção entre o sujeito e o entrevistador.

Nesta questão, era apresentada aos sujeitos uma tabela onde estava discriminada a quantidade de comida que cães com diferentes pesos comem num dia. Era também dito que o Pantufa era um cão com 20 Kg e perguntava-se aos sujeitos que quantidade de comida era necessária para alimentar o Pantufa durante uma semana. Assim, a resolução correcta deste item implicava que os alunos, além de lerem correctamente os dados fornecidos pela tabela, utilizassem uma estratégia apropriada de resolução do problema, que passava pela compreensão de que o Pantufa come por semana a quantidade de comida que come um cão com o seu peso (20 kg) come por dia vezes os 7 dias da semana e implicava, também, que os cálculos fossem efectuados correctamente.

É de destacar, de entre as várias respostas incorrectas a este item, que mais de um terço foram de alunos que, embora tivessem raciocinado correctamente, não conseguiram efectuar de modo adequado os cálculos. Destes alunos a maioria raciocinaram correctamente, mas efectuaram mal os cálculos e existiu, cerca de um terço, que só raciocinaram correctamente após ter existido interacção e, também, efectuaram mal os cálculos.

Mais uma vez, neste item, os alunos manifestaram problemas em operar com números fraccionários.

O que acontece, como já foi referido a propósito das respostas dadas não item 6, é que as fracções são relações entre duas quantidades e não podem, como os números inteiros, ser associados directamente a quantidades por contagem. Esta dificuldade conceptual pode ser diferente para quantidades contínuas ou discretas e para valores numéricos distintos. Os resultados de vários estudos apontam, por exemplo, que lidar com 1/2 e 1/4 é mais fácil do que com outras fracções, principalmente se o numerador não é a unidade (Vergnaud, 1983).

De acordo com um estudo efectuado por Brown (1981), quando se pede aos alunos para obterem fracções equivalentes, as questões tornam-se mais fáceis quando envolvem a fracção 1/2. A estratégia da multiplicação é muitas vezes usada, recorrendo por vezes a um passo intermédio em que utilizam 1/2 (metade de), o que facilita a resolução. Nesta situação não é necessário multiplicar numerador e denominador por um número e as dificuldades derivam da técnica e não do conhecimento dos factos (calcular produto). Todavia, embora a fracção com que os alunos tinham de operar para a resolução deste item fosse 1/2, as dificuldades mantiveram-se.

Salienta-se, também, de entre as respostas incorrectas dadas pelos alunos a este item, que mais de um terço foram de alunos que, embora assinalando a linha correcta na tabela, relativa à quantidade de comida que o Pantufa come num dia, não raciocinaram correctamente: não perceberam o significado da informação disponível na tabela e, assim, não completaram a resolução do problema.

De acordo com Lesh (1990, cit. por Matos, 1992), a actividade de resolução de problemas implica o estabelecimento de relações ou correspondências entre as situações e os modelos internos dos alunos. Assim, as dificuldades em fazer face a uma situação problemática (utilizarem parcialmente a informação disponível, a dificuldade em lidar ao mesmo tempo com diversos factores existentes na situação e a interpretação deficiente dessa situação) podem ter origem no facto dos alunos lerem a situação com base em modelos internos pré-existentes que actuam com factores de enviesamento.

O recurso a apenas uma parte dos elementos presentes na situação é explicado pelo autor pela *centração* dos alunos em aspectos possivelmente menos relevantes da situação, o que considera estar ligado com o *egocentrismo* que os alunos manifestam ao interpretar, de modo distorcido, a situação, para que ela se adapte às sua concepções prévias, ou seja, a *modelos conceptuais a priori*.

Numa fase inicial de modelação, os alunos tendem a fazer uma abordagem ingénua das situações. Destacam-se as seguintes características deste processo: utilização de esquemas fracamente coordenados; recurso a apenas a uma parte dos elementos disponíveis; pouca sensibilidade a discrepâncias entre o modelo e a realidade e definição de relações apoiadas em interpretações com base em ideias a priori acerca da situação (Lesh, 1985, cit. por Matos, 1992).

As restantes respostas incorrectas, um pouco menos de um terço do total, foram de alunos que demonstraram não ter qualquer entendimento do problema. De entre estas respostas, o maior numero foi de alunos que somaram os valores da coluna correspondente ao número de latas que comem por dia os cães com diferentes pesos. Existiu, também, quem multiplicasse os dias da semana pelo peso do Pantufa. Como casos isolados, houve quem multiplica-se um valor errado, que considera ser o que o Pantufa come por dia, pelo peso do Pantufa e quem considerasse que o Pantufa come por semana o mesmo que considera comer por dia um cão com 40 kg)

Kilpatrick (1967, cit. por Fernandes, Borralho & Amaro, 1992) distingue dois tipos de erros que os alunos cometem. Os erros estruturais que resultam da incompreensão do problema ou de algum princípio necessário à sua resolução e os erros de execução, que são erros de cálculo ou de manipulação simbólica.

No item 2 já existiu um maior número de respostas correctas do que incorrectas. Todavia, o número de insucessos ainda foi bastante elevado. Esta questão, onde era pedido aos sujeitos que assinalassem o número (2025; 2504; 2540; ou 5042) que pudesse ser o resultado final de um número inteiro que foi multiplicado por 2 e o resultado obtido multiplicado por 5, obteve um total de 13 incorrectas.

Note-se, no entanto, que existiu um elevado número de sujeitos, um pouco menos de um terço do total de respostas correctas, que só após interacção com o entrevistador é que responderam correctamente à questão ou justificaram de modo apropriado a sua resposta. De entre estes sujeitos, mais de um terço responderam correctamente não justificando de modo apropriado a sua opção, tendo, após interacção, justificado a sua escolhas de modo apropriado, menos de um terço responderam incorrectamente, após interacção deram a resposta correcta e justificaram de modo apropriado a sua opção e, mais de um terço, não responderam e, após interacção, responderam 2540 e justificaram correctamente a sua escolha.

Existiram, também, algumas respostas correctas em que os alunos, mesmo após interacção, não justificaram de modo apropriado a sua resposta.

Julgamos que as respostas incorrectas, as respostas correctas, em que os alunos não responderam ou justificaram correctamente a sua resposta de modo imediato e as outras respostas correctas, em que os alunos responderam correctamente, mas não justificaram de modo apropriado a sua opção, o que perfaz um total de 34 respostas, se podem justificar pelo facto de no enunciado deste problema não ter sido utilizada a palavra múltiplo, o que apontaria claramente a resolução da questão. Esta questão, pela forma como está estruturada, constitui um problema com mais de um passo o que aumenta a dificuldade da sua resolução.

Como refere Kulm (1976, cit. por Leitão Fernandes e Cabrita, 1992) não tem sido feita muita pesquisa sobre o impacto da variação da sintaxe nos processos de resolução de problemas. Todavia, é sabido que os indivíduos têm menos dificuldade em resolver problemas cuja sintaxe possibilita a tradução directa de uma expressão verbal para uma aritmética ou algébrica.

Estudos de compreensão de leitura em linguagem corrente indicam que a complexidade sintáctica é um factor determinante na dificuldade e no tempo de resolução do problema.

Nas palavras de Leitão Fernandes & Cabrita (1992), " a existência de palavras-chave e/ou termos técnicos matemáticos no enunciado englobados na categoria de conteúdo semântico, pode influenciar significativamente a resolução do problema, sugerindo a operação a empregar e/ou o caminho a seguir".

Por outro lado, como já foi referido, pela forma como o enunciado está estruturado, este problema implica mais de um passo na sua resolução. É sabido que a dificuldade de resolução dos problemas aumenta quando a quantidade de informação disponível no enunciado é maior e quando, deste modo, é exigido aos alunos que tratem vários dados ou que realizem mais de um passo na resolução.

Nos problemas de mais um passo, os dados podem ser apresentados na ordem em que vão sendo utilizados ou noutra, o que provoca, também, um aumento de dificuldade. Assim, o conhecimento das variáveis de sintaxe permite uma multiplicação de problemas e a possibilidade de criar problemas paralelos mais fáceis de resolver (Kulm, 1979, cit. por Leitão, Fernandes e Cabrita, 1992).

Também, como já dissemos a propósito do item 3, numa fase inicial de modelação, os alunos tendem a fazer uma abordagem ingénua das situações, caracterizada pela utilização de esquemas fracamente coordenados, pelo recurso a apenas a uma parte dos elementos disponíveis, pela pouca sensibilidade a discrepâncias entre o modelo e a realidade e pala definição de relações apoiadas em interpretações com base em ideias a priori acerca da situação (Lesh, 1985, cit. por Matos, 1992).

O item 5 obteve igual número de respostas correctas e incorrectas que o Item 2, anteriormente descrito.

Neste Item, os sujeitos eram questionados sobre o número de páginas que a Sara tinha de ler, em média, por dia e era-lhes dito que esta tinha um total de 75 páginas para ler e que disponha a partir de Terça-feira, inclusive, até Segunda-feira, exclusive, para efectuar essa leitura.

De entre as 13 respostas incorrectas, destaca-se o facto de mais de metade dos sujeitos não terem conseguido determinar correctamente os dias que a Sara dispunha para ler o livro. De entre estes, mais de metade responderam incorrectamente porque contabilizaram mal os dias que a Sara tem para ler e mais de um quarto não chegaram à resposta correcta porque contabilizaram mal os dias que a Sara tem para ler e não conseguiram efectuar a divisão correctamente.

O facto de estarem presentes no enunciado as palavras da Sara ("hoje é Terça-feira. O livro tem que estar lido na Segunda-feira. Hoje ainda vou ler, mas na segunda já não"), em vez de terem sido ditos directamente os dias que a Sara dispunha para ler o livro constituiu um factor de erro. Este facto parece ter a sua justificação, tal como abordamos no item anteriormente descrito, na forma e na linguagem utilizada no problema.

Como refere Sternberg (1992), a capacidade para resolver problemas, que são apresentados através de palavras, pode ser analisada em termos dos conhecimentos que um sujeito tem que utilizar numa tarefa matemática. A capacidade matemática refere-se aos conhecimentos específicos necessários para efectuar correctamente cada um dos quatro diferentes níveis da resolução de problemas: tradução do problema; integração do problema; planificação da solução; execução da solução.

O primeiro passo na representação do problema é traduzir cada proposição em uma representação interna e, para isto, os sujeitos necessitam do conhecimento da linguagem (conhecimento linguístico) e conhecimento relativo à realidade objectiva (conhecimento geral).

De entre as respostas incorrectas destaca-se, também, o facto de terem existido 4 alunos que não conseguiram efectuar correctamente a divisão. De entre estes, metade não responderam correctamente porque, embora raciocinando correctamente, não conseguiram efectuar a divisão e, outra metade, porque contabilizaram mal os dias que a Sara tinha para ler e não conseguiram efectuar correctamente a divisão.

Aqui, é de destacar, também, o facto de 17 dos alunos que responderam correctamente não conseguirem completar a conta de dividir: cerca de dois terços raciocinaram e efectuaram os cálculos correctamente, mas responderam 12 por não completar a conta de dividir e, os restantes, após interacção, raciocinaram correctamente, mas responderam 12 por não completar a conta de dividir.

Julgamos que a dificuldade manifestadas pelos sujeitos em efectuar esta divisão está, mais uma vez, relacionada com o facto de o resultado desta operação não ser um número inteiro.

Brown (1981), num estudo que realizou com crianças dos 11 aos 15 anos, verificou que 60% dos alunos de 13 anos consideravam que 16 não pode ser dividido por 20. O autor justifica este facto dizendo que estes ainda têm a ideia concreta de que a divisão corresponde a distribuir objectos. Para muitas crianças, em determinadas situações, não é muito claro que os decimais possam ser utilizados para dar resposta à divisão de dois números inteiros.

De seguida, embora a pergunta 2 do item 8 tenha tido mais uma resposta incorrecta do que o item 7, abordaremos as respostas a este último, pois julgamos que analisar conjuntamente as 3 questões do item 8 facilita a sua compreensão.

No item 7 era dito aos alunos que a Carla comeu metade de um chocolate e que a Sara comeu metade de outro chocolate. Posteriormente, eram colocadas afirmações da Carla e da Sara onde a Carla dizia ter comido mais chocolate do que a Sara. Aos alunos era dito, também, que a Carla tinha razão e era pedido para explicarem como era possível esta ter comido mais chocolate do que a Sara.

Existiram 11 alunos que responderam incorrectamente a esta questão, não transmitindo a ideai de que o chocolate da Carla teria de ser maior do que o da Sara. Existiram, também, mais 12 alunos que, embora tivessem respondido correctamente, só o fizeram após ter existido interacção com o entrevistador e este ter concretizado a situação, pondo os alunos a imaginar que tinham o seu chocolate e o entrevistador outro e perguntando como era possível um ter comido mais do que o outro.

De acordo com Kieren (1988) a ideia mais primitiva de fracção ou racional é "metade de", "um quarto" e está associada ao mecanismo construtivo "dividir equitativamente" que é o percursor da ideia de partição, ou seja, dividir uma quantidade em partes de igual tamanho ou número, o que podemos considerar como o conhecimento pré-número racional.

A partição tem nos números racionais um papel semelhante ao contar nos números naturais e está inicialmente ligada à igualdade entre as partes. Mais tarde, está ligada com a quantidade e o número, ou seja, o tamanho da parte está relacionado com o tamanho da região/objecto e com número de partes, e, mais tarde, ainda, está ligada à actividade formal de divisão e factorização. Neste item, a noção de partição é a focada em segundo lugar: está ligada com a quantidade e o número, o tamanho da parte está relacionado com o tamanho da região/ objecto e com o número de partes.

O conceito de número racional necessário para a resolução desta questão é o de operador. Interpretar o número racional como operador implica atribuir a *p/q* uma interpretação algébrica, considerar *p/q* como uma função que transforma, figuras geométricas em figuras geométricas semelhantes, mas que são *p/q* vezes maiores ou ainda um conjunto de elementos num outro com *np* elementos e depois redu-lo a *np/q*. Este conceito de número racional pode ser visto como uma "máquina função". Por exemplo, 2/5 é visto como uma máquina de 2 para 5, um imput de cumprimento ou cardinalidade 5 produz um output de cumprimento ou cardinalidade 2 (Berh, Lesh, Post, & Silver, 1983, cit. por Oliveira, 1994)

Por último, neste ponto do nosso trabalho, discutiremos as respostas dos alunos ao item 8. Neste item, eram apresentadas aos alunos três questões e era apresentado um gráfico de barras cujo o eixo dos X era constituído por diferentes tipos de programas de televisão preferidos pelos alunos e o eixo dos Y era constituído por o número de alunos.

A primeira questão a este item consistia em perguntar que tipo de programa foi escolhido por mais alunos. Para responder correctamente os sujeitos tinham de ver no gráfico que a coluna com mais frequência correspondia ao programa de música. Existiu 100% de sucesso nesta questão, o que nos parece estar relacionado com o facto de a resposta correcta implicar somente que os sujeitos consultassem o gráfico e vissem qual a barra mais alta.

Leitão, Fernandes & Cabrita (1992) abordam as variáveis do contexto que se referem à forma do enunciado do problema. Estas variáveis englobam as seguintes categorias: variáveis que descrevem a representação ou formulação do problema; variáveis que descrevem o contexto verbal; variáveis que descrevem o formato da informação.

Um problema pode ser apresentado de um modo simbólico, pictórico, manipulativo e por escrito, visual ou oralmente. O sucesso na resolução dos problemas não é independente de tais formas de representação. Assim, deve-se ter em conta o nível de desenvolvimento do resolvedor e a familiaridade com tais aspectos. Aconselha-se a variar a forma como os problemas são apresentados, tendo em consideração o nível de desenvolvimento dos alunos, a fim de se adaptar a ele e de o promover. Deste modo, pode-se aumentar o interesse na descoberta da solução, criar um clima favorável à resolução, desdramatizar a tarefa e transforma-la numa actividade lúdica.

Na questão 2 do item 8 era dito aos alunos que todos os alunos da turma tinham votado e era-lhes perguntado quantos alunos tinha a turma. Aqui, já existiu um maior nível de insucesso: doze alunos, cerca de um quarto, responderam incorrectamente a esta questão, não tendo compreendido que para saber o número total dos alunos bastaria somar o valor da cada uma das barras.

Julgamos, mais uma vez, que este facto teve origem em não ter sido dito claramente no enunciado que deveriam efectuar uma soma.

Como referem Leitão, Fernandes & cabrita (1992) e como já foi referido a propósito do item 2, a presença de palavras -chave no enunciado do problema ou de termos técnicos matemáticos no enunciado pode afectar significativamente a sua resolução, sugerindo a operação a empregar ou o caminho a seguir. Relativamente à operação adição existem termos que são facilmente com ela conectados: soma, ao todo, juntamente, total, mais, maior do que, acréscimo, juntar, ganhar, etc.

Relativamente à pergunta 3 do item 8, o nível de insucesso também foi muito pouco significativo, existindo somente duas respostas incorrectas.

Nesta questão era pedido aos sujeitos que escrevessem uma frase que traduzisse a informação representada pela barra da letra A.

Note-se, no entanto, que existiram 19 sujeitos que só responderam acertadamente após ter existido interacção com o entrevistador. De entre estes, um pouco mais de dois terços após interacção responderam correctamente dizendo que 3 alunos preferem filmes de aventuras e um pouco menos de um terço escreveu uma frase que corresponde à leitura correcta de apenas um dos eixos do gráfico, após interacção, responderam correctamente.

Aqui, devido ao pouco insucesso manifestado pelos alunos a responder à questão, também foi visível a familiaridade dos alunos com este tipo de material, gráfico da barras. Todavia, o facto de um grande número de alunos, antes de haver interacção, espontaneamente, só terem focado a sua atenção em parte dos dados fornecidos no problema, reforça a ideia da dificuldade de resolução dos problemas aumentar de acordo com a maior quantidade de informação que os alunos têm de tratar e cruzar em simultâneo.

4.2 Síntese e Interpretação dos Resultados do Questionário.

Como já referimos, foi elaborado um questionário (Anexo B) para ser preenchido pelos alunos que aborda variáveis de carácter pessoal, como sexo e profissão dos pais, e outras referentes às percepções relativamente à escola, à disciplina de matemática e aos seus professores e que tem como objectivo caracterizar a nossa amostra relativamente a estes factores.

A amostra, constituída por duas turmas do 6º ano de escolaridade, foi seleccionada por conveniência numa escola que se mostrou disponível para colaborar com este trabalho: uma escola E.B. 2,3 situada na margem sul do Tejo, próxima de Lisboa. Estas turmas, com 26 alunos, cada uma, foram escolhidas tendo em conta as suas características. Esta escolha baseou-se no facto de serem turmas consideradas como tendo um rendimento académico médio baixo, que julgamos mais interessantes por permitirem abordar dúvidas e algumas concepções erradas no que se refere aos conhecimentos matemáticos dos seus alunos.

De seguida sintetizaremos os diferentes aspectos, referentes à nossa amostra, que foram possíveis apurar com a administração deste questionário.

Dos 52 sujeitos que constituíram a nossa amostra, 27 são do sexo masculino e 25 do sexo feminino. A maioria destes sujeitos provém de um meio culturalmente desfavorecido, tendo somente 9 alunos mães com um curso médio ou superior e, também, somente 6 dos pais dos alunos têm formação média ou superior. A maior frequência, relativamente à profissão dos pais, é dos alunos com pais com profissões pertencentes à categoria de técnicos inferiores, que diz respeito a profissões como canalizador, pedreiro, operário de construção civil, etc. No que se refere à profissão da mãe, a maior frequência é das que não têm profissão, sendo domésticas.

Na terceira e quarta perguntas, que visavam conhecer os apoios que os alunos dispõem relativamente à escola, verificou-se que estes são principalmente apoiados na execução dos seus trabalhos de casa pelas suas mães: catorze sujeitos afirmam ser apoiados por estas várias vezes por semana e onze sujeitos afirmam que ter este apoio das suas mães várias vezes por mês. Os pais dos alunos foram a segunda pessoa mais nomeada: dez sujeitos dizem ser apoiados pelos pais na execução dos trabalhos de casa várias vezes por semana e nove dizem beneficiar deste apoio várias vezes por mês. Nenhuma das outras pessoas referidas (irmãos, avós, outros familiares, amigos e explicador) parece ser muito significativos no que se refere ao apoio prestado na execução dos trabalhos de casa.

Relativamente aos apoios (apoio a português, a matemática, noutras disciplinas e aulas de estudo acompanhado) disponibilizados pela escola, abordados na pergunta

4, verificou-se que não são, também, significativos. Assim, o apoio mais nomeado foi na disciplina de matemática e somente 9 alunos disseram ter este apoio regularmente e 8 disseram ter às vezes.

A pergunta 5 visava saber qual a percepção dos alunos relativamente à sua qualidade na disciplina de matemática e, curiosamente e em contradição com as várias dificuldades manifestadas na resolução dos itens da prova de aferição, só cerca de um decimo dos alunos afirmaram não se acharem bons nesta disciplina.

Relativamente à opinião dos alunos quanto a existir diferença entre os dois sexos no que se refere à qualidade na disciplina de matemática, abordada na pergunta 6, os alunos distribuíram-se de um modo equilibrado pelas 3 opiniões: Os rapazes são melhores que as raparigas, as raparigas são melhores que os rapazes, são os dois iguais.

A pergunta 7 tinha como objectivo determinar o modo como os alunos percepcionam a forma como decorrem as suas aulas de matemática. Com esta finalidade questionaram-se os sujeitos relativamente à frequência com que acontecem algumas situações.

Foram apontados por os alunos da nossa amostra factores positivos e negativos referentes às suas aulas de matemática.

Como factor negativo, podemos referir o facto de o professor ter de esperar muito tempo para que os alunos fiquem sossegados. Embora a maior frequência ter sido dos sujeitos que afirmaram esta situação só acontecer em algumas aulas, só cerca de um décimo dos alunos consideram que esta situação nunca acontece. Assim, este parece ser um factor apontado pelos sujeitos como presente nas suas aulas.

Outro factor negativo apontado pelos alunos como presente nas suas aulas de matemática é o facto de os alunos não prestarem atenção ao que o professor diz. Também, aqui, a maior frequência, mais de metade, foi dos alunos que consideram que esta situação só acontece em algumas aulas. Todavia, o somatório dos alunos que consideram que esta situação acontece em quase todas as aulas com os que consideram que acontece em quase todas é bastante significativo, mais de um terço.

Um outro factor apontado por um número significativo de alunos, mais de um quarto dos sujeitos, é o facto dos professores não terem a prática regular de verificar se os alunos efectuaram os trabalhos de casa.

É de salientar, também, que só cerca de um décimo dos alunos disseram nunca existir barulho e desordem nas suas aulas. Assim, a indisciplina por parte dos alunos foi um factor apontado por quase todos os alunos da nossa amostra.

Existem, ainda, um quarto dos alunos que dizem que o facto dos professores dizerem aos alunos que estes são capazes de fazer melhor, não é um factor presente nas suas aulas de matemática.

Também um elevado número de alunos considera que os seus professores não valorizam muito o modo como eles efectuam os trabalhos de casa: cerca de um terço dos sujeitos dizem que só em algumas aulas os professores não gostam que eles façam os trabalhos de casa de modo descuidado e cerca de um quinto dizem que esta preocupação por parte dos professores não acontece em nenhuma aula.

Por último, outro factor negativo apontado pelos alunos é o facto de considerarem que não conseguem trabalhar bem nas aulas de matemática. Existiram mais de metade de respostas na opção que considera que só conseguem trabalhar bem em algumas aulas e só cerca de um décimo de respostas na opção que refere que este facto não acontece em nenhuma aula.

No que se refere aos factores positivos apontados por os alunos como presentes nas suas aulas de matemática, podemos referir o facto de os professores ajudarem os alunos no seu trabalho: nenhum aluno afirmou isto nunca acontecer e somente menos de um quinto dizem acontecer em algumas aulas.

Também, quando perguntamos se os professores explicam várias vezes até que os alunos entendam, cerca de metade consideram que esta situação acontece em todas as aulas e mais de um terço dizem acontecer em quase todas.

Somente 1 aluno respondeu que nunca e 3 alunos disseram que só acontece em algumas aulas, quando perguntamos se os professores querem que eles trabalhem muito.

No que se refere ao facto do professor se esforçar muito para que os alunos entendam, só 1 sujeito considera que nunca acontece e 7 que só acontece em algumas aulas.

Por último, sobre o facto dos professores ajudarem alunos a aprender, mais de três quartos dos sujeitos afirmam que acontece em todas as aulas e mais de um décimo dizem acontecer em quase todas.

Em síntese, podemos dizer que os factores negativos apontados pelos alunos estão relacionados com a indisciplina na sala de aula (barulho, falta de atenção, não conseguirem trabalhar bem, etc) e com o facto dos professores não verificarem os trabalhos de casa e o modo como estes são feitos e, ainda, com o facto de não motivarem os alunos dizendo que eles são capazes de fazer melhor. Os factores positivos estão relacionados com a preocupação e ajuda prestada pelos professores relativamente ao facto dos alunos efectuarem as aprendizagens.

Na pergunta 8 os alunos eram questionados sobre o número de horas que dedicavam ao estudo da matemática por semana. De um modo geral, podemos dizer que os sujeitos da nossa amostra dedicam pouco tempo ao estudo da matemática, existindo somente cerca de um quinto dos sujeitos que afirmaram dedicar mais de três horas por semana ao estudo desta disciplina. A maior frequência foi dos alunos que responderam estudar entre uma e três horas, mais de metade. Todavia, um elevado número de sujeitos responde que estuda menos de uma hora: cerca de um quinto e, também, cerca de um décimo disseram não estudar nenhuma.

Relativamente às notas obtidas pelos alunos na disciplina no último período lectivo, a maior frequência foi dos alunos que obtiveram 2 (nota negativa), cerca de um terço. A segunda maior frequência, cerca de um terço, foi dos alunos com nota de 3. Estes resultados confirmam o nosso propósito de seleccionar para a nossa amostra duas turmas com um rendimento médio/baixo em matemática.

A pergunta 10 visava perceber qual a assiduidade e a pontualidade dos nossos sujeitos e, de um modo geral, podemos concluir que estes são pontuais e assíduos. Um número insignificante de alunos afirmou ter faltado à escola, ter faltado as aulas ou ter chegado atrasado às aulas na última semana.

A pergunta número 11 visava caracterizar a percepção dos alunos da nossa amostra relativamente aos seus professores e ficou explícito que a maioria dos alunos tem uma boa imagem destes. A maioria dos sujeitos considera ter uma boa relação com os seus professores; que a maioria dos professores se preocupa com eles; que a maioria dos professores ouve o que têm para dizer; que os professores os ajudam sempre que precisam; que a maioria dois seus professores são justos e que a maioria dos seus professores saber da matéria ensinada.

Com a pergunta número 12, que tinha por objectivo conhecer o nível de bem-estar experienciado pelos alunos na escola, constatou-se que, de um modo geral, os alunos sentem-se bem na escola. Assim, somente 1 aluno disse sentir-se excluído e outro aluno disse sentir-se só. Existiu, também, somente 1 sujeito que discordou da afirmação que diz ter muitos amigos e nenhum sujeito discordou da afirmação que diz que os outros gostam deles. Todavia, note-se, que mais de um quarto dos sujeitos dizem sentirem-se muitas vezes aborrecidos e cerca de um quinto consideram sentir-se desajeitados.

De um modo geral, podemos dizer que a maior dos sujeitos da nossa amostra consideram-se razoáveis alunos na disciplina de matemática e, embora os seus resultados sejam de nível médio/baixo (nível 2 e 3) não dedicam muito tempo de estudo desta disciplina. Ficou, também, visível que a maioria dos sujeitos são assíduos e pontuais e que se sentem bem na escola. A maioria dos sujeitos demonstrou, também, ter uma boa imagem dos seus professores e do modo como decorrem as suas aulas de matemática. Como factores negativos presentes nas aulas desta disciplina, os alunos focaram, fundamentalmente, a existência de alguma indisciplina e o facto de os professores não verificarem se efectuaram os trabalhos de casa.

CONCLUSÃO

Como refere Vergnaud (1988), o papel da matemática na educação geral, nas formações superiores e nas formações profissionais, tem vindo a crescer nos últimos 50 anos. Este crescimento verifica-se na vida quotidiana e, através dos órgãos de informação, junto do grande público. Por outro lado, o autor distingue três grandes finalidades do ensino desta disciplina: a transmissão do património cientifico; a formação de uma diversidade competências matemáticas úteis a uma diversidade de aplicações profissionais; e a contribuição para a conceptualização do real na criança, no adolescente e no adulto.

Foi por estarmos conscientes da importância, cada vez maior, desta disciplina e por constatarmos o presente insucesso no processo de ensino-aprendizagem da mesma, que nos prosemos elaborar este estudo.

Julgamos que ao discriminas e ao compreender algumas das dificuldades manifestadas pelos alunos, contribuímos para o seu desenvolvimento e para a melhoria do seu rendimento nesta disciplina.

Depois de seleccionada a nossa amostra, constituída por 52 sujeitos, e de termos escolhido os itens da prova de aferição de matemática do 6º ano, correspondentes ás temáticas de números, cálculo e resolução de problemas, pedimos aos sujeitos que voltassem a efectuar os respectivos exercícios. De seguida, pedimos-lhes que explicassem a forma como procederam à sua resolução. Em simultâneo, o entrevistador interagiu com cada um dos sujeitos, no sentido de ficar mais claro o que os alunos tinha pensado a quando a resolução. Esta entrevista foi áudio-gravada e, posteriormente, efectuou-se a sua análise de conteúdo.

Este procedimento visou cumprir os objectivos que pautaram o nosso estudo:

- analisar os erros cometidos pelos alunos nos itens da prova de aferição referentes às temáticas de números cálculo e resolução de problemas;

- identificar as estratégias utilizadas na resolução dos referentes itens;

- detectar as dificuldades sentidas pelos alunos na resolução desses mesmos itens.

Assim, com estas finalidades, efectuamos a correcção dos itens que propusemos aos alunos resolver, e discriminamos, através da entrevista e da análise detalhada de cada uma das respostas, as estratégias utilizadas e as dificuldades sentidas por os alunos na resolução dos referidos itens.

Pudemos concluir que os itens onde existiram maiores dificuldades foram os que implicavam a conceptualização e a operação com números racionais.

Ficaram claras, através das respostas e das respectivas explicações, as dificuldades ao nível da conceptualização dos números fraccionários. Fundamentalmente, foram evidentes as dificuldades a nível conceptual dos subconstructos parte-todo e operador.

Também, as dificuldades relativas à conceptualização dos números decimais foram evidentes nas respostas dadas pelos alunos da nossa amostra. Particularmente, foram salientadas nas lacunas ao nível da ordenação destes números.

Em termos de cálculo, também foram evidentes as dificuldades da maioria dos alunos em realizar as várias operações com fracções. De entre os itens onde existiram mais respostas incorrectas, destacam-se aqueles em que os alunos tinham de operar com fracções.

Estas dificuldades manifestaram-se ao nível das regras que é necessário dominar para efectuar a soma, a subtracção e a multiplicação com números fraccionários. Foi evidente, por exemplo, que muitas vezes os alunos operam com fracções como se fossem dois números inteiros independentes, ignorando a relação entre denominador e numerador. Outras vezes, também, confundem as regras utilizadas para efectuar as diferentes operações: somam como se estivessem a multiplicar, multiplicam como se estivessem a somar, multiplicam como se estivessem a dividir, etc.

Steenfland (1986), diz que discutir apenas sequências de conteúdos e não os perspectivar num contexto pode ser uma posição estruturalista, o que tem vindo a ser posto em causa pela investigação. Assim, o autor acrescenta: enfatizar a equivalência de fracções e as ligações operativas entre fracções equivalentes, pode não contribuir para a compreensão de fracções.

Por outro lado, como diz Vergnaud (1983), o ensino dos números racionais tem surgido nos programas curriculares na sequência dos números inteiros. Assim, as regras operativas são ensinadas prematuramente. Adoptar uma sequência com base na relação que os números racionais têm com os inteiros, não pode ter sucesso quando se analisa a nível do funcionamento maturativo, ainda que possa ser válida axiomaticamente.

No que se refere à resolução de problemas, as dificuldades não foram tão significativas, mas ficou evidente as lacunas dos alunos em traduzir matematicamente a linguagem verbal presente nos enunciados dos problemas, principalmente quando a leitura do enunciado não é imediata, e a dificuldade, acrescida, em resolver problemas com mais de um passo ou em relacionar e tratar, em simultâneo, informação diversificada presente no enunciado.

Julgamos que é importante que no processo de ensino-aprendizagem seja possibilitado aos alunos lidarem e compreenderem os seus próprios erros e que sejam criadas situações concretas que confiram significado aos conceitos. Julgamos que, em vez de um ensino formal e abstracto, seria vantajoso optar por um processo de ensino realizado a partir do próprio aluno e baseado em situações concretas, potencializadoras de aprendizagens mais contextualizadas.

Nas palavras de Streefland (1986) a escolha de objectos matemáticos, conceitos e operações, como ponto de partida para o ensino, é a real causa de fracasso. O autor propõe que a escola parta do saber adquirido na experiência do dia-a-dia para a aquisição dos conceitos. É um grave erro pedagógico considerar que o ensino consiste na aquisição de hábitos e procedimentos já elaborados (Vergnaud, 1981a)

Note-se que este estudo é limitado aos sujeitos e ao local onde foi realizado. Foi em estudo de natureza descritiva, onde não se pretendeu ter resultados com significância estatística. Assim, não podemos generalizar estes resultados. As nossas conclusões foram baseadas na análise detalhada das respostas dos nossos sujeitos e nas justificações que estes deram, aquando a interacção com o entrevistador.

Por fim, em termos de investigações futuras, julgamos importante que se realizem mais estudos, no sentido de apurar dificuldades neste domínio do saber, com alunos de diferentes contextos geográficos, sócio-culturais, de diferentes níveis de escolaridade e de diferentes idades.

Parece-nos, também, fundamental estudar quais as situações pedagógicas que podem ser criadas a fim de facilitar a aprendizagem, conferindo sentido aos diferentes conceitos e procedimentos matemáticos. Para isso, a colaboração entre didactas e psicólogos parece-nos muito importante.

Concretamente ao nível do ensino dos números racionais deveria ser feito um esforço para compreender a forma e em que fase do desenvolvimento este conceito deve ser introduzido.

É também necessário que se continuem a realizar estudos sobre quais as estratégias pedagógicas que facilitam a aprendizagem ao nível das resolução de problemas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÀFICAS

Abreu, G.(2000). O papel mediador da cultura na aprendizagem da matemática: A perspectiva de Vygotsky. *Educação, Sociedades e Culturas*, 13, 105 – 117.

Almeida, L.(1996, Abril). *A Importância da cultura no tornarmo-nos pessoas, ou porque estamos junto num congresso galaico – português: lembrando Vygotsky*. II Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia (pp.1 -2). Braga: Universidade do Minho.

Armamendáriz, M., Azcárate, C. & Deullofeu, J.(1993). Didáctica de las matemáticas y psicología. *Infancia y Aprendizaje*, 62/63, 77-99.

Augusto, C.(1998). *O conceito de número decimal em alunos do 4º e 6º ano de escolaridade com alto e baixo desempenho em matemática*. Monografia na área de Psicologia Educacional, não publicada, Instituto Superior de Psicologia Aplicada (ISPA), Lisboa.

Bednarz, N.(1996). Interacções sociais e construção de um sistema de escrita dos números no ensino fundamental. In C.Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp.47 – 60). Porto Alegre: Artes Médicas.

Behr, M.; Lesh, R.; Post,T., & Silver, E. (1983). Racional- Number Concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of mathematics Concepts and Processes.* London: Academic Press.

Behr, M.; Harel, G.; Post, T., & Lesh, R. (1992). Racional Number, Ratio and Proportion. In D. Gruws (Ed.), *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning, A project of the NCTM.* New York: Macmillan Publishing Company.

Blanck, G.(1996). Vygotsky: o homem e sua causa. In L. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação* (pp. 31 - 53). Porto Alegre: Artes Médicas.

Bonotto, C.(1993). Origini concettuali di errori che si riscontrano nel confrontare numeri decimali e fracioni, XXII Seminário Nazionale del Centro Morin, *Gennaio*, 16 (1), 9-45.

Booker, G. (1988). The role of errors in the construction of mathematical knowledge. *In Internacional Comission for the Study and Informant of Mathematic Leading* (pp.63-69). Canada: Les Editions de L' Université Sherbooke.

Borasi, R. (1987). Exploring Mathematics Thrugh the Analysis of Errors. *For the Learning of Mathematics,* 7(3), 2-8.

Borasi, R. (1988). Alternative Perspectives on the Educational use of Errors. *In Internacional Comission for the Study and Informant of Mathematic Leading* (pp.42-47). Canada: Les Editions de L'Université Sherbooke.

Brissiaud, R.(1989) *Como as Crianças Aprendem a Calcular.* Lisboa: Instituto Piaget (Tradução do original em língua francesa Comment les enfantes apprennent à calculer.Copyright: Éditions Retz, 1989).

Brissiaud, R. (1998, Maio). *Les Fraction et les décimaux au CM1: Une nouvelle aproche.* XXV colloque des formateurs et professeurs de mathématiques charges de la formation des maîtres. Paris: IUFM de Versailles

Brousseau, G.(1989). Les obstacles epistémologiques et la didactique des matheátiques. In N. Bernarz & C. Garnier (Eds.), *Constrution des savoirs obstacles & conflits* (pp. 41-63). Ottawa: Cirade.

Brown,M. (1981). Place Value and decimals. In K. M. Hart (Ed.), *Children's understanding of mathematics (pp.11-16).* London: Murray

Castro, C. (1995). La enseñanza de las matemáticas. Um problema pendiente. *Tarbiya*, 10, 41 – 53.

Despacho nº 57437/2000 (2ª Série). Gabinete da Secretaria de Estado da Educação. Diário da Republica, nº58, 9 de Março de 2000.

Fayol, M.(1991). Du nombre à son utilization: La Resulution de problémes additifs.In J. Bidereaud, C. Meljac, J.P.Fischer (Eds.), *Les Chemins du Nombre.* Lille: PressUniversitaires.

Fernandes, D.(1991). Perspectivas de renovação em educação matemática. *Aprender*, 13, 70 -74.

Fernandes, D.(1992).Resolução de problemas: Investigação. Ensino, avaliação e formação de professores. In M. Brown; D. Fernandes; J. F. Matos & J. P. Ponte (Eds.), *Educação Matemática: Temas de Investigação.* Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Fernandes, D., Borralho, A., & Amaro, G.(1994). Processos de Resolução de Problemas: Revisão e Análise Crítica de Investigação que Utilizou Esquemas de Codificação. In D. Fernandes, A. Borralho, G. Amaro (Eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de professores e Desenvolvimento Curricular* (pp.35-65). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Garnier, C.; Bednarz, N., & Ulanovskaya, I. (1996). A aprendizagem como actividade colectiva: Escolha e organização das actividades segundo as correntes soviética e sócio - construtivista. In C.Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp.207 - 222). Porto Alegre: Artes Médicas.

Ghassemzadeh, H. (1994). El concepto de actividad en Vygotsky y un intento de integrar la relacion entre self y actividad. *Boletin de Psicologia*, 44, 7 – 26.

Gómez - Granell, C., & Fraile, J. (1993) Psicología e didáctica de las matemáticas. *Infancia y Aprendizaje*, 62/63, 101 – 113.

Gonzalez, A.(1998). Contexto, significação, contrato: Algumas propostas conceptuais e metodológicas a partir da obra de Vygotsky. *Análise Psicológica*, 4 (XVI), 581 – 598.

Gonzalez, F. (1994). El enfoque socio - cultural: retos y perspectivas. In Rosa, A. & Valsiner,J (Ed.), *Explorations in Socio – Cultural Studies*. Vol. 1. Historical and theorical discurse (pp. 232 – 243). Madrid: Fundacion Infancia y Apredizaje.

Gonçalves, M.(1996). *Resolução de problemas de matemática no 1º ciclo do ensino básico – A estrutura aditiva.* Monografia na área de Psicologia Educacional, não publicada, Instituto Superior de Psicologia Aplicada (ISPA), Lisboa.

Goodmam, Y. & Goodmam, K.(1996). Vygotsky em uma perspectiva da "linguagem integral". In L. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação* (pp. 219 - 244). Porto Alegre: Artes Médicas.

Greer, B. (1989). Cognitive Psychology and Mathematics Education: convergence, collaboration and challenge. In B. Greer & G. Mulhern (Eds.), *New Directions in Mathematics Education.* London: Routledge.

Hart, K. M. (Ed.) (1981). *Children's understanding of mathematics* (pp11-16) London: John Murray.

Hart, K. M. (1984). *Ratio: Children's strategies & errors.* Windsor, England: Nefer-Nelson Publishing Company.

Henriques, H.(1997).Avaliação aferida: concepção e construção de um instrumento de avaliação da aprendizagem, em matemática – 1º ciclo. *Inovação,* 10 (2/3). Lisboa: Ministério da Educação: Instituto de Inovação Educacional.

Hiebert, J., & Wearne, D.(1988). A cognitive approach meaningful mathematics instruction: *Journal for Research in Mathematics Education*, 19 (5), 371 – 384.

Janvier, C.(1996). Contextualização e representação na utilização matemática. In C. Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp. 119-126). Porto Alegre: Artes Médicas.

Jorba, J. (1993). Síntesis de la discusión de las ponencias e didáctica de las matemáticas. *Infancia y Apredizaje*, 62/63, 115 – 119.

Kieren, T. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foudations of Rational Numbers. In R. A. Lesh & D.A. Bradbard (Eds.), *Number and measuremente: Papers from a research workshop.* Columbus, OH: State University, ERIC/SMEAC.

Kieren, T.E. (1980a). Knowing Rational Numbers: Ideias and Symbols. In M. Linquist (Ed.), *Selected Issued in Mathematics Education.* Chicago: National Society for the Study of Education and National Council of Teachers of Mathematics.

Kieren, T.E.(1980b). The Rational number construct: Its Elements and Mechanisms. In T. E. Kieren (Ed.), *Recent Research on Number Learning.* Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Kieren, T (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. In M. Behr & J. Hiebert (Eds.), *Number Concepts and Operations in the middle grades* (pp.53-92). Laurence Erlbaum Associates, The National Coucil of Teachers of Mathematics, Inc.: Reston, Virginia.

Laborde, C. (1996). Duas utilizações complementares da dimensão social nas situações de aprendizado da matemática. In C. Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp.29 - 46). Porto Alegre: Artes Médicas.

Laviosa, L.(1988). Analyse des relations entre les errours et l´échec scolaire em mathématiques entre 11 et 14 ans. *In International Comission for the Study and Informant of Mathematic Leading* (pp.198-203). Canada: Les Editions de L´Université Sherbooke

Leitão, A.; Fernandes, M. H.; Cabrita, I.(1994). Variáveis de tarefa na resolução de problemas. In D. Fernandes, A. Borralho, G. Amaro (Eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de professores e Desenvolvimento Curricular* (pp. 93-145). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Lester, F.(1994). O que Aconteceu à Investigação em Resolução de Problemas de Matemática? A Situação nos Estados Unidos. In D. Fernandes, A. Borralho, G. Amaro (Eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de professores e Desenvolvimento Curricular* (pp. 13- 35). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Lvovski, V.(1996). A elaboração de imagens conceptuais no decorrer da resolução de problemas de física. In C.Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp.176 - 185). Porto Alegre: Artes Médicas.

Matos, J. F.(1994). Processos cognitivos envolvidos na resolução de problemas de aplicação matemática. In D. Fernandes, A. Borralho, G. Amaro (Eds.), *Resolução de Problemas: Processos Cognitivos, Concepções de professores e Desenvolvimento Curricular* (pp.65-93). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional

Matta, I.(2001). *Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta

Moll, L.(1996). In L. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação* (pp. 31 - 53). Porto Alegre: Artes Médicas.

Morgado, J.(1996, Abril). *Modelo compreensivo para análise de dificuldades no processo ensino/aprendizagem: Abordagem pedagógica.* II Congresso Galaico-Português de Psicopedagogia (pp. 298 – 301). Braga: Universidade do Minho.

Nunes, T.(1996). Sistemas alternativos de conhecimento de acordo com diferentes ambientes. In C.Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp. 176 - 185). Porto Alegre: Artes Médicas.

Oliveira, I.(1994). *O conceito de número racional em alunos do 6º ano de escolaridade. Estratégias e dificuldades conceptuais.* Dissertação de mestrado na área da Psicologia Educacional, não publicada, Instituto Superior de Psicologia Aplicada (ISPA), Lisboa.

Pérez, J.(1988). *Numeros decimales. Por que? Para que?* Madrid: Editorial Sintesis, S.A.

Ponte, J.(1988) Matemática, insucesso e mudança: Problema possível ou indeterminado? *Aprender,* 6, 10 – 19.

Ponte, J.(1992). Problemas de matemática e situações da vida real. *Revista de Educação,* 2 (II), 95 – 108.

Post, T.; Wachsmuth, E.; Lesh, R., Behr, M. (1985). Order and Equivalence of Racional Number: A cognitive Analysis. Journal for Research in Mathematics Education, 16 (1), 18-36.

Rivière, A. (1990). Problemas y dificuldades en el aprendizaje de las matemáticas. Una perspectiva cognitiva. In A. Marchesi, C. Coll, & J. Palacios (Eds.), *Desarrollo psicológico y educación, III. Necessidades educativas especiales y aprendizaje escolar* (pp. 155 – 182). Madrid: Alianza Psicología.

Rosa, A. & Monteiro, I.(1996). O contexto histórico do trabalho de Vygotsky: Uma abordagem sócio – histórica. In L. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação* (pp. 53 – 83). Porto Alegre: Artes Médicas.

Rouche, N. (1988). Questions sur les errours. *In International Comission for the Study and Informant of Mathematic Leading* (pp.198-203). Canada: Les Editions de L'Université Sherbooke

Rubtsov, V.(1996). A actividade de aprendizado e os problemas à formação do pensamento teórico dos escolares. In C.Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp. 129 - 137). Porto Alegre: Artes Médicas.

Semenova, M.(1996). A formação teórica e cientifica do pensamento dos escolares. In C.Garnier, N. Bednarz, & I. Ulanovskaya (Eds.), *Após Vygotsky e Piaget: perspectivas social e construtivista escolas russa e ocidental* (pp.160 - 168). Porto Alegre: Artes Médicas.

Silvestri, A.(1994). Bajtín y Vygotski: Teoría del enunciado y concepción socio – cultural del psiquismo. In Rosa, A. & Valsiner, J (Ed.), *Explorations in Socio – Cultural Studies*. Vol. 1. Historical and theorical discurse (pp. 213 – 221). Madrid: Fundacion Infancia y Apredizaje.

Sterneberg, R. J. (1992). *As capacidades intelectuais humanas. Uma abordagem em processamento de informações.* Porto Alegre: Artes médicas.

Streenfland, L.(1982).Subtracting fractions with different denominators. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 233-255.

Vergnaud, G. (1981a). *L'enfant, la mathematique et la réalité*, Berna: Peter Lang.

Vergneaud, G. (1981b). Quelques orientetions theóriques et méthodologiques des recherches françaises en didactique des mathématiques. *Recherches en Didactiques des Mathématiques*, 2,2, 215 – 232.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. In R. Lesh, & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes*. London: Academic Press, Inc.

Vergnaud, G (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: As estruturas aditivas. *Análise Psicológica*, 1 (V), 75 - 90.

Vergnaud, G (1988) Reflexão sobre as finalidades do ensino da matemática. *Jornal de Matemática Elementar*, 74,75,76.

Vergnaud, G. (1989a). Questions vives de la psychologie du développement. *Bulletin de Psychologie*, XLII (390), 450 – 457.

Vergnaud, G. (1989b). Difficultés conceptuelles, erreurs didactiques et vrais obstacles epistémologiques dans l' apprestissage des mathématiques. In N. Bednarz, & C. Garnier (Eds.), *Construction des savoirs obstacles & conflits* (pp. 33 – 40). Ottawa: Cirade.

Vergnaud, G. (1990) Problem Solving and concept - formation in the learning of mathematics. In H. Mandl, E. de Corte, S. Bennett, & H. Friedriech (Eds.), *Learning & Instruction* (pp. 399 – 413). New York: Pergamon Pess.

Vergnaud, G. (1990a). La Théorie des Champs Conceptuels, Recherches en Didactique des Mathématiques, 10, 23, 133 – 170.

Vergnaud, G. (1990b). Epistemology and Psychology of Mathematics Education. In P. Nesher & J. Kilpatrik (Eds.). *Mathematics and Cognition : A Research Synthesis by the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp.14-30). Cambridge : Cambridge University Pess.

Vergnaud, G. (1991). L' appropriation du concept de nombre: Un processus de longue haleine. In J. Bribeaud; C. Meijac & J. Fischer (Eds.), *Les Chemins du nombre* (pp.271 – 282). Lille: Presses Universitaires de Lille.

Vergnaud, G. (1994). Le raisonnement en psysique et en mathématiques. *Psychologie Française*, 39, 153 – 160.

Vygotsky, L.(1934/1984). Apredizaje y desarrollo intelectual en la edad escolar. *Infancia y aprendizaje*, 27/28, 105 -116.

Vygotsky, L.(1934/1996). *Pensamento e Linguagem*. Lisboa: Estratégias Criativas.

Vygotsky, L. (1972/1982). La criación literaria en la edad escolar. *Infancia e Aprendizaje*, 17, 71 – 85.

Vygotsky, L.(1979). *El desarrollo de los processos psicológicos superiores*. Barcelona: Editorial Crítica.

Wertch, J.(1996). A voz da racionalidade em uma abordagem sócio – cultural da mente. In L. Moll (Ed.), *Vygotsky e a educação* (pp. 107 – 121). Porto Alegre: Artes Médicas.

Anexos

Prova

(Anexo A)

1. Numa prova desportiva de lançamento do peso, os resultados obtidos pelas quatro primeiras classificadas foram os seguintes:

Ana	9,41 metros
Carla	8,5 metros
Rita	9,36 metros
Sara	8,45 metros

De acordo com estes resultados, preenche a seguinte tabela.

Classificação	Nome
1º Lugar	
2º Lugar	
3º Lugar	
4º Lugar	

2. Um número inteiro foi multiplicado por 2, e o resultado obtido foi multiplicado por 5.
Assinala com X o número que pode representar o resultado final.

- ☐ 2045
- ☐ 2504
- ☐ 2540
- ☐ 5042

3. A tabela indica o número de latas de comida necessárias para alimentar um cão, por dia, em função do seu peso.

O Pantufa é um cão que pesa 20 kg.

Quantas latas a dona do Pantufa tem de comprar, para o alimentar durante uma semana?

Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

Peso do cão em kg	Número de latas que come, por dia
10	1
20	$1 + \frac{1}{2}$
30	2
40	$2 + \frac{1}{2}$

Resposta: ______________________________

4. Calcula o valor da seguinte expressão numérica:

$$\frac{3}{4} - 0{,}2 + \frac{1}{2}$$

Valor da expressão numérica: ____________________

5. A Sara está a pensar no livro que tem de ler.

Em média, quantas páginas deve ler a Sara por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, apresentando os cálculos que fizeste.

Resposta: ____________________

6. Calcula o valor da seguinte expressão numérica:

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

Valor da expressão numérica: ____________________

7. A Carla comeu metade de um chocolate.
A Sara comeu metade de outro chocolate.
Lê os seus comentários:

Carla: – *Comi mais chocolate do que tu.*
Sara: – *Não é verdade, comeste exactamente a mesma quantidade de chocolate do que eu.*

A Carla tem razão no que diz.
Explica como é possível a Carla ter comido mais chocolate do que a Sara.

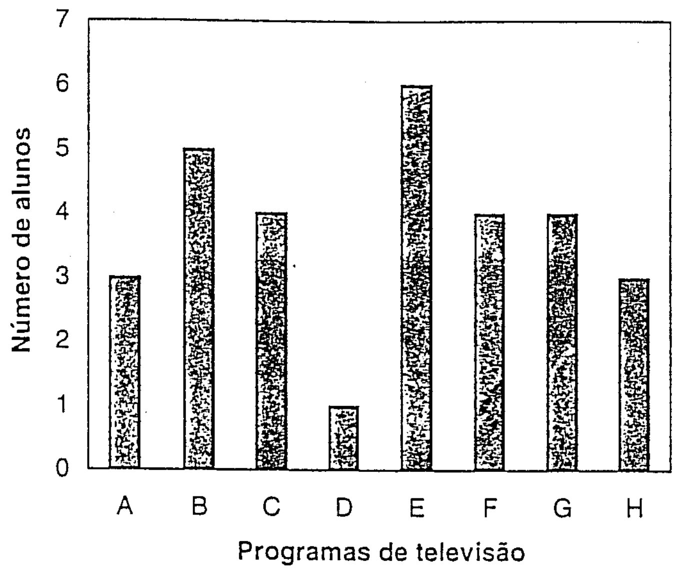
____

____

____

____

8. Cada um dos alunos da turma da Sara votou no tipo de programa de televisão de que mais gosta.
Cada aluno só podia escolher um tipo de programa.
O gráfico refere-se aos resultados da votação.



A – Filmes de aventuras
B – Desenhos animados
C – Natureza
D – Notícias
E – Música
F – Filmes cómicos
G – Desporto
H – Viagens

1. Que tipo de programa foi escolhido por mais alunos?

Resposta: ______________________________

2. Todos os alunos da turma votaram. Quantos alunos tem a turma?

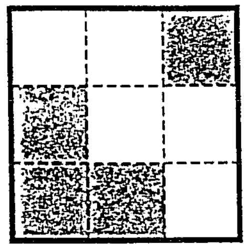
Resposta :______________________________

3. Escreve uma frase que traduza a informação representada pela barra correspondente à letra A.

____

____

9. Na figura está representado um azulejo.
Assinala com X a fracção do azulejo que está representada a sombreado.



☐ $\frac{4}{9}$

☐ $\frac{4}{5}$

☐ $\frac{5}{4}$

☐ $\frac{1}{2}$

Questionário

(Anexo B)

Questionário

1- És rapaz ou rapariga?

Rapaz	Rapariga
☐	☐

2- Qual é a profissão do teu pai e da tua mãe?

Nome da profissão do Pai :______________________________

Nome da profissão da mãe:______________________________

3- Com que frequência é que as pessoas indicadas te ajudam nos trabalhos de casa?

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Nunca	Poucas vezes	1 vez por mês	Várias vezes por mês	Várias vezes por semana
a) Mãe..	☐	☐	☐	☐	☐
b) Pai..	☐	☐	☐	☐	☐
c) Irmãos......................................	☐	☐	☐	☐	☐
d) Avós..	☐	☐	☐	☐	☐
e) Outros Familiares........................	☐	☐	☐	☐	☐
f) Amigos......................................	☐	☐	☐	☐	☐
g) Explicador(a)..............................	☐	☐	☐	☐	☐

4- Desde que andas nesta escola, frequentaste algum destes apoios especiais para melhorar as notas?

(Assinala com um X apenas um quadrado em cada linha.)

	Regularmente	Ás Vezes	Nunca
a) Apoio em Português...	☐	☐	☐
b) Apoio em Matemática...	☐	☐	☐
c) Apoio noutras disciplinas...	☐	☐	☐
d) Aulas de estudo acompanhado...	☐	☐	☐

5- És bom a matemática?

Sim	Mais ou menos	Não
☐	☐	☐

6- Quem é melhor a Matemática?

Rapazes	Raparigas	Os dois igual
☐	☐	☐

7- Com que frequência acontecem estas coisas nas tuas aulas de matemática?

(Assinala com um X apenas um quadrado em cada linha.)

	Em todas	Em quase todas	Em algumas	Nunca
a) O professor tem que esperar muito tempo para que os alunos fiquem sossegados....	☐	☐	☐	☐
b) Os alunos não prestam atenção ao que o professor diz...	☐	☐	☐	☐
c) O Professor vê se os alunos fizeram o trabalho de casa...	☐	☐	☐	☐
d) Há barulho e desordem...	☐	☐	☐	☐
e) O professor ajuda os alunos nos seus trabalhos	☐	☐	☐	☐

	Em todas	Em quase todas	Em algumas	Nunca
f) O professor explica várias vezes até que os alunos aprendam	☐	☐	☐	☐
g)O professor quer que os alunos trabalhem muito.	☐	☐	☐	☐
h) O professor esforça-se muito para ajudar os alunos..	☐	☐	☐	☐
i) O professor diz aos alunos que são capazes de fazer melhor..	☐	☐	☐	☐
j) O professor não gosta que os alunos façam os trabalhos de casa de forma descuidada..........	☐	☐	☐	☐
l) Os alunos não conseguem trabalhar bem..........	☐	☐	☐	☐
m) O professor ajuda os alunos a aprender...........	☐	☐	☐	☐

8- Em média, quantas horas por semana estudas matemática?

Nenhuma	Menos de1	Entre 1 e 3	Mais de 3
☐	☐	☐	☐

9- Na última vez que recebeste notas quanto tiveste a matemática?

R: --------

10- Nas duas últimas semanas, quantas vezes é que tu

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Nenhuma	1 ou 2	3 ou 4	5 ou mais
a) Faltaste à escola?..	☐	☐	☐	☐
b) Faltaste às aulas?..	☐	☐	☐	☐
c) Chegaste tarde às aulas?..	☐	☐	☐	☐

11- Em relação aos professores da tua escola, até que ponto concordas com as seguintes frases:

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Concordo	Não concordo nem discordo	Discordo
a) Os alunos dão-se bem com a maioria dos professores......	☐	☐	☐
b) A maioria dos professores preocupam-se com os alunos..	☐	☐	☐
c) A maioria dos professores ouve o que tenho para dizer....	☐	☐	☐
d) Se preciso de ajuda os meus professores dão-ma............	☐	☐	☐
e) A maioria dos meus professores são justos.......................	☐	☐	☐
f) A maioria dos professores sabe muito da matéria ensinada	☐	☐	☐

12- Na escola eu:

(Assinala com X apenas um quadrado em cada linha)

	Concordo	Não concordo nem discordo	Discordo
a) Sinto-me excluída(o)..	☐	☐	☐
b) Sinto-me integrada(o)...	☐	☐	☐
c) Os outros gostam de mim...	☐	☐	☐
d) Sinto-me só..	☐	☐	☐
e) Sinto-me muitas vezes desajeitada(o)..............................	☐	☐	☐
f) Tenho muitos amigos..	☐	☐	☐
g) Sinto-me muitas vezes aborrecida. (o)..............................	☐	☐	☐

Exemplo de Entrevista

(Anexo C)

Eu estou a fazer um estudo sobre as provas de aferição. Quero saber a quilo que pensaste ao resolver os exercícios. Portanto, quero que voltes a resolver alguns dos exercícios da prova e que me expliques depois de resolveres cada um deles como é que o fizeste. Isto não é para avaliação é só para entender aquilo que tu pensaste. Não tens de estar nervosa.

Ok?

Podemos começar?

- Sim.

Já está.

- Então explica lá.

- É assim: Aqui pergunta... numa prova desportiva de lançamento do peso, os resultados obtidos pelas quatro primeiras classificadas foram os seguintes. Depois está a Ana com 9 metros e 41, a Carla com 8 metros e 5, depois está a Rita com 9 metros e 36 e depois está a Sara com 8,45. Depois aqui: de acordo com estes resultados, preenche a seguinte tabela. 1° lugar a Ana porque teve o maior número de metros, a seguir foi a Rita porque teve o maior número de metros a seguir à Ana, em seguida foi a Sara e depois foi a Carla.

- Achas que 8,45 é maior que 8,5?

- Acho que sim. Os metros são maiores. 8,5 é mais pequeno que 8, 45.

- Ok. passamos ao seguinte?

- Este exercício é um bocado complicado, é para dividir um número inteiro por 2 e o resultado multiplicado por 5.

- Lê com atenção, de vagar.

Aí diz que um número foi multiplicado por 2 e depois por 5. Como é que acaba um número que foi multiplicado por 2?

- (silêncio)

Não tenho bem a certeza, mas acho que é este.

- Porque é que achas que é este.

- Uma vez quando eu andava na primária a minha professora ensinou-me que quando um número multiplicado por x, queremos saber o resultado, vezes outro n°, temos que fazer este resultado vezes este.

- Qual resultado?

- fazemos 2504 vezes 2.

- Aqui diz que um número inteiro que tu não sabes qual é foi multiplicado por 2.

- E o resultado obtido dava-me 5.

- Não o resultado da multiplicação de um número inteiro multiplicado por 2 é que foi multiplicado por 5. Pergunta qual desses números é que podia ser o resultado de um número inteiro que foi multiplicado por 2 e por 5.

- (silêncio)

este é um bocado difícil. Eu na prova também não soube resolver.

- este pode ser o resultado de um nº que foi multiplicado por 2?

- Acho que não.

- Porquê?

- Porque acho que é um nº muito baixo.

Na prova também estava um bocado aflita com este.

- E qual foi o resultado que puseste na prova?

- Foi este (2504).

- E sabes explicar porque é que puseste esse?

- Bem, eu estava um bocado confusa e pus este a pensar será que é? Será que não é?

- Mas o que pensaste para por este?

- Pensei que quando a gente faz uma conta de multiplicar, faz pensando aquele nº a multiplicar por qualquer coisa. Então eu fiz mais ou menos assim, fiz um nº, fui raciocinando números, números e números até chegar ao número que eu queria. Fiz números a multiplicar por 2 a ver qual é que dava estes. Fui pondo hipóteses a ver qual era o resultado.

- E ouve algum que multiplicado por 2 e por 5 te da este resultado?

- Houve um que sim.

- Ok. Podes passar à próxima.

- Então aqui é assim: o pantufa...

- Resolve primeiro e explicas depois. Ok?

-dá 14 latas e meia. Acho eu. Se ele pesa 20 kg o nº de latas que ele come por dia é uma lata e meia.

- Esta conta dá isto? Olha, diz lá como é que fizeste.

- Dá 2 latas e meia.

- Tens 1 mais ½ como é que fazes esta conta?
- 1 mais 1 dá 2 e depois 2 mais 2... Eu a matemática não sou muito boa.
- Ok. deu-te este resultado e depois?
- Multipliquei por os 7 dias da semana.
-Ok. podes passar à próxima.

- Fiz... Aqui estava ¾ menos 0,2 mais 1/2 igual. Quando se tem um menos e um mais a conta que se faz primeiro é a de mais. Pus 0,2 igual a 2/10 porque quando está um 0 à esquerda da vírgula dá sempre 10. Então fiz 2/10 mais ½ e deu-me 3/12.
- Tu para somares fracções não tens que fazer nada ás fracções?
- Somo os de cima e somo os de baixo. E depois o resultado que me deu menos 3/4.
- Como é que fizeste essa conta?
- 3 menos 4 dá nada e 12 menos 4 dá 8.
- E depois como é que 0/8 é igual a 8?
- Porque o zero não vale nada.
-Ok. Vamos à próxima

- Aqui diz que a Sara tinha que ler um livro que tinha 75 páginas e ela disse que o livro tinha que estar lido na 2ª feira e ela disse que ia começar a ler ainda na Terça feira, mas que na segunda já não lia. Aqui pergunta em média quantas páginas deve ler a sara por dia. Então fiz 75 menos os dias que ela tinha que ler, que eram 5. Terça até Domingo dá-me 5. Setenta e cinco menos 5 vai-me dar 20. A média que ela deve ler.
- Para saberes a média subtrais?
-Creio que sim. É para me dar o número de páginas que ela vai ler num dia.
- Achas que a conta que tens que fazer é uma subtracção?
- Acho que sim.
- Vamos ao próximo?

Então como é que fizeste?
- Diz para eu dizer o valor da expressão numérica: 7/2 - ¾ vezes ½. Então eu fiz primeiro, como na conta de vezes e de menos faz-se sempre primeiro a de vezes, então... fiz ¾ vezes ½ que me vai dar 3/8. Depois esse nº menos o 7/2.

- Para subtraíres a 7/2 o ¾, como é que tens que fazer?
- Por exemplo, neste caso, faço o 7 menos 3 dá-me 4 e o 8 menos 2 deu-me 6.
- Ao 7 tiras 3 e em baixo subtrais a da esquerda ao da direita? Porquê?
- Porque eu ao 2 não consigo tirar 8.
- E não tens que fazer nada ás fracções quando queres subtrair?
- Eu acho que não.
- Ok. vamos ao próximo.

Como é que resolveste este?
- Aqui eu acho que não é possível porque elas comeram exactamente a mesma coisa a Sara comeu metade de um chocolate e a Carla comeu outra metade.
- Diz que a Sara comeu metade de um chocolate e que a Carla comeu metade de outro chocolate. A Carla diz que comeu mais e aí diz que ela tem razão como é possível a Carla ter comido mais.
- Se calhar a Carla tem razão porque o chocolate que ela comeu podia Ter sido maior do que o da sara.
- então como era a resposta.
- Sim é possível porque o chocolate da Carla podia ser maior do que o chocolate da Sara.
- Então escreve.
Então vamos ao próximo.

-Pergunta qual é o programa mais escolhido pelos alunos e no gráfico o mais escolhido pelos alunos é o E, que é a música. É a percentagem maior.
Na Segunda pergunta, todos os alunos da turma votaram, quantos alunos tem a turma?
Então se todos os alunos votaram, eu somei os alunos todos. Então somei 6 mais 5 dos desenhos animados + 4, que foi da natureza, + 4 dos filmes cómicos + 4 do desporto, +3 dos filmes de aventuras...
- ok. Somaste os alunos todos.
- e deu-me 30.
- Muito bem. Na última como fizeste?
- Quer dizer que só 3 alunos da turma votaram no programa A, que é filmes de aventuras.
- então para explicares o que diz aí no gráfico tinhas que dizer o quê?

- Que só 3 alunos vêm filmas de aventuras.
- Ok. Muito bem.

E nesta como fizeste?

- Então aqui tem 9 quadradinhos e em 9 quadrados só 4 é que estão pintados e 5 estão em branco. Então eu contei os que estavam sombreados pelos outros: 1,2,3,4 por 1,2,3,4,5.
- Achas que é 4/5 a fracção que representa a parte sombreada do azulejo?
- Sim. Os pintados pelos não pintados.

-Muito obrigada por teres colaborado com este estudo.