

Factores cognitivos do insucesso na matemática: Conhecimento do sistema de numeração e compreensão do valor de posição em crianças dos 4 aos 7 anos (*)

ANTÓNIO MARTINS-MOURÃO (**)

1. INTRODUÇÃO

O ensino do valor de posição é a tarefa de instrução mais importante e complexa dos primeiros anos da cognição matemática (Resnick, 1983, 1986; Kamii, 1986; Kamii & Joseph, 1988; Ross, 1989; Fuson, 1990; Baroody, 1990; English & Halford, 1995). O valor de posição é uma convenção segundo a qual cada algarismo representa uma unidade de tamanho diferente, de

acordo com a posição ocupada no número. No número 333, por exemplo, o primeiro algarismo significa 300, o segundo 30, e o último 3. Considerando que o valor de posição é condição necessária para a escrita de números multi-dígitos e para o subsequente sucesso no cálculo de algoritmos (i.e. adição e subtração por colunas), a sua compreensão torna-se num dos desenvolvimentos mais significativos dos primeiros anos de escolaridade. Sem esta, a maioria das crianças recorre à utilização de procedimentos idiossincráticos rotinizados que dão origem a erros e ao insucesso na matemática (Ginsburg, 1977; VanLehn, 1990). A situação é preocupante considerando que cerca de metade das crianças com 9 anos de idade ainda não compreende o valor de posição (Kamii, 1977).

A compreensão da estrutura do sistema de numeração implica, por outro lado, a capacidade de contagem e combinação de unidades de denominações diferentes: um, dez, cem, mil, etc. De forma a utilizar unidades de diferente denominação a criança deve compreender as convenções que

(*) O manuscrito é baseado numa comunicação apresentada no IV Simpósio Nacional de Investigação em Psicologia, Lisboa, Novembro de 1996. O autor é doutorando em psicologia cognitiva no Institute of Education da Universidade de Londres. Este projecto foi apoiado pelo programa Praxis XXI da Junta Nacional de Investigação Ciência e Tecnologia. A correspondência relacionada com este artigo deverá ser enviada para: Institute of Education, Department of Child Development and Learning, 20 Bedford Way, London, WC1H 0AL, UK; e-mail: a.mourao@ioe.ac.uk

(**) Universidade de Londres, Reino Unido.

sustentam o sistema decimal (i.e. de base 10), e deve abstrair a noção de que qualquer número é composto por outros números mais pequenos (e.g., $12=10+2$). Esta noção, implícita nos sistemas de numeração com base definida, intitula-se composição aditiva do número (Resnick, 1983, 1986; Carraher, 1985; Saxe, 1991; Nunes & Bryant, 1996). Note-se que a estrutura do sistema de numeração é conceptualmente diferente da simples contagem, a qual implica apenas unidades do mesmo tamanho (i.e. um; e.g. Carraher, 1985; Nunes & Bryant, 1996).

1.1. *Perspectivas sobre a aquisição do valor de posição*

A revisão da literatura revela duas perspectivas opostas entre si sobre a aquisição do valor de posição. A primeira e mais antiga, defende que a compreensão da estrutura do sistema de numeração só se desenvolve após a aquisição dos números escritos e o conhecimento do valor de posição (Luria, 1969; Bednarz & Janvier, 1982; Kamii, 1986; Bergeron & Herscovics, 1990; Sinclair *et al.*, 1992; Sinclair & Scheuer, 1993). A segunda, mais recente, defende que o conhecimento prévio da estrutura do sistema de numeração constitui a base a partir da qual a criança compreende o conceito de valor de posição (Ginsburg, 1977; Carraher, 1985; Carraher & Schliemann, 1990; Fuson, 1990; Nunes & Bryant, 1996).

Dentro da primeira perspectiva existem duas abordagens: uma, dedicada ao estudo de adultos com lesões cerebrais, e a outra centrada no estudo de crianças normais em idade escolar. A observação das dificuldades de adultos com lesões cerebrais na escrita de números com multi-dígitos enquanto faziam adições e subtrações, levou Luria (1969) a concluir que a impossibilidade de escrever números teria um efeito devastador sobre a compreensão da estrutura do sistema de numeração. Na opinião deste autor, a incapacidade de distinguir entre as dezenas e as centenas em números escritos constitui prova de desconhecimento da estrutura do sistema de numeração. Sem esta capacidade, estes doentes faziam «erros de coluna» ao sumar o 2 de 23 com o 6 de 16, por exemplo; um erro comum em crianças em idade escolar (e.g. Resnick, 1983; VanLehn, 1990). Ainda que Luria (1969) sub-

linhe a importância dos números escritos como uma pista fundamental para a compreensão da estrutura do sistema de numeração, sugere no entanto que a aprendizagem da lista dos «números-palavra» em si, não é condição suficiente para a compreensão da estrutura do sistema de numeração, uma vez que a lista pode apenas ser repetida, sem por isso dar pistas sobre a organização dessa estrutura.

A utilização de sujeitos lesionados tem, no entanto, algumas limitações que comprometem a generalização destes resultados. De acordo com Luria (1969), os sujeitos observados apresentavam boas capacidades de cálculo antes da lesão. No entanto nada se sabe sobre o seu conhecimento da estrutura do sistema de numeração nesse mesmo período, o que torna difícil a definição de uma causalidade entre a «escrita de números» e a «compreensão do sistema de numeração». É possível que a lesão tenha afectado ambas, o que justificaria os resultados obtidos por Luria (1969). De forma a serem mais conclusivos, estes resultados teriam que dar informações sobre a relação entre estas duas capacidades em crianças ou adultos normais; i.e. numa situação onde fosse possível controlar a variável «conhecimento do sistema de numeração»¹. Carraher (1985) investigou ambas as capacidades em crianças em idade pré-escolar e adultos «analfabetos-numéricos», no Brasil. Após a avaliação dos sujeitos, concluiu que é possível compreender a estrutura do sistema de numeração sem conhecimento de números escritos. Estes dados, que confirmaram os resultados obtidos previamente por Ginsburg (1977) com estudos-de-caso, comprometem a hipótese de Luria (1969).

No âmbito da segunda abordagem, Sinclair e colegas (Sinclair *et al.*, 1992; Sinclair & Scheuer, 1993) investigaram as estratégias utilizadas por crianças de seis anos na escrita de números, e concluíram que estas começam por estabelecer uma correspondência entre quantidades e grupos de algarismos que «devem ser lidos em conjunto». Enquanto tentam adquirir as noções

¹ O estudo de Luria (1969) controla apenas a variável «escrita de números».

convencionais que lhes permitam essa leitura-conjunta dos algarismos, o valor de posição, as crianças vão tentando decifrar a estrutura que está na base do sistema de numeração. De acordo com estes autores, o facto de que um «3» com um «2» à direita passam a ser lidos como «trinta-e-dois», isso poderá dar à criança algumas pistas sobre a estrutura do sistema e sobre os tamanhos das unidades que o compõem. Tal como Luria (1969), Sinclair e colegas defendem que a criança abstrai a estrutura do sistema de numeração através do estudo da relação dos dígitos entre si.

Do nosso ponto de vista, também esta abordagem apresenta algumas limitações. Os estudos feitos por Sinclair e colegas (Sinclair *et al.*, 1992; Sinclair & Scheuer, 1993), e outros que utilizam metodologias semelhantes (Bednarz & Janvier, 1982; Kamii, 1986; Bergeron & Herscovics, 1990), não apresentam dados longitudinais que descrevam as fases intermédias da aquisição do valor de posição. Em segundo lugar, raramente incluem avaliações com crianças menores de seis anos. Finalmente, e de acordo com a própria Sinclair *et al.* (1992), estes estudos não apresentam um aparelho conceptual teórico suficientemente claro sobre a forma como as crianças desenvolvem a compreensão da estrutura dos números escritos.

Embora Sinclair *et al.* (1992) reconheçam que o conhecimento da estrutura do sistema de numeração implique mais do que a descodificação de um código escrito arbitrário, os estudos citados confundem entre a compreensão do significado dos números-palavra (i.e. saber, por exemplo, que vinte-e-sete vem a seguir a vinte-e-seis), e a compreensão da estrutura do sistema de numeração em si. Por outras palavras, o facto de uma criança saber contar até 62 e ser capaz de escrever esse número, não implica necessariamente que deduziu que $62 = 6 \times 10 + 2 \times 1$ (Luria, 1969; Carraher, 1985; Fuson, 1990; Nunes & Bryant, 1996).

Esta confusão conceptual poderá ser resolvida desde que a avaliação da compreensão do sistema de numeração inclua um terceiro aspecto não avaliado nestas duas abordagens acima referidas. Além da (1) capacidade de gerar números, e da (2) capacidade de utilizar o sistema convencional de anotação de números; i.e. valor de posição, a compreensão do sistema de numeração deverá implicar ainda (3) a capacidade de saber o signifi-

ficado numérico representado por qualquer número (e.g. $62 = 6 \times 10 + 2 \times 1$). Os pontos 2 e 3 não devem ser confundidos: 2 refere-se ao conhecimento de uma representação convencional para a qual é condição necessária o conhecimento de números escritos e o conhecimento do zero (c.f. Fuson, 1990 para uma descrição completa); 3, por outro lado, refere-se ao conhecimento da estrutura do sistema de numeração (i.e. composição aditiva do número).

Nunes e Bryant (1996) investigaram a importância do conhecimento prévio da estrutura do sistema de numeração (composição aditiva do número) na utilização do valor de posição. Os resultados apresentados são consistentes com a hipótese de que existe uma relação entre o conhecimento da estrutura do sistema de numeração e a compreensão do valor de posição, embora esta associação seja mais clara em números com 3 e 4 dígitos. No entanto, os próprios autores reconhecem que outras investigações serão necessárias para esclarecer esta relação. Por outro lado ainda, o estudo de Nunes e Bryant (1996) não apresenta dados longitudinais.

1.2. *Questões investigadas neste estudo*

Sumariamente, existem duas perspectivas sobre a aquisição do valor de posição. Por um lado, a compreensão do valor de posição (VP) – e, implicitamente, a escrita de números multidígitos (ENM) –, são condições necessárias para a compreensão da estrutura do sistema de numeração (CESN). Segundo a outra perspectiva, oposta à primeira, o conhecimento da estrutura do sistema de numeração é condição necessária para a compreensão do valor de posição. Este estudo investiga *como e com que idade* as crianças adquirem o valor de posição entre os 4 e os 7 anos de idade. Procurará igualmente clarificar a relação entre as duas perspectivas teóricas acima referidas.

A relação entre CESN e a compreensão de VP implica duas possibilidades. Por um lado, se as crianças adquirem CESN depois de aprenderem VP, então as crianças com conhecimento do VP deverão apresentar resultados significativamente melhores na tarefa de CESN. Por outro lado, se as crianças baseiam o seu conhecimento sobre VP na CESN, então as crianças com CESN deverão apresentar resultados significativamente melhores escrita de números, em comparação

com as crianças sem CESN. Note-se que nem todas as crianças que mostram CESN poderão imediatamente mostrar competência em VP (Carraher, 1985; Nunes & Bryant, 1996).

2. METODOLOGIA

2.1. *Sujeitos*

Os participantes foram 167 crianças dos três primeiros anos do ensino básico britânico, Reception, Year 1 e Year 2, oriundas de três escolas primárias londrinas (Tabela 1). Os participantes no estudo foram escolhidos pelos/as professores/as de cada sala de aula (investigação cega).

2.2. *Materiais*

Na tarefa de contagem de unidades de denominações diferentes, foram usados 12 brinquedos para serem vendidos na loja (ver tarefa 1), e moedas de plástico de várias cores, com as respectivas denominações inscritas: nove moedas de 1p² (amarelas); duas de 5p (vermelhas); seis

² Em termos do objectivo do jogo, um pence (p) tem o valor equivalente ao de um escudo.

de 10p (verdes); cinco de 100p (azuis) e três de 1000p (pretas). Na tarefa de escrita de números foram utilizados papel e lápis.

2.3. *Procedimento*

Todas as crianças responderam a três tarefas: (1) contagem de unidades de denominações diferentes; (2) escrita de números; (3) Matrizes de Raven (teste de inteligência). As entrevistas foram individuais e realizadas pelo mesmo entrevistador, numa sala isolada. As crianças de cada grupo foram avaliadas em três momentos, no primeiro, segundo e terceiro trimestres do ano escolar. A ordem de aplicação das tarefas (1) e (2) foi contra-balanceada. As matrizes de Raven foram aplicadas numa sessão à parte.

Contagem de unidades de denominações diferentes

Esta tarefa, adaptada de estudos realizados por Carraher (1985), avalia a compreensão da estrutura do sistema de numeração (i.e. composição aditiva do número). A tarefa simulou a situação de uma loja, onde o entrevistador fez o papel de vendedor e a criança foi o cliente. O entrevistador disse: «*Aqui está algum dinheiro para fazeres as tuas compras. Gostaria que comprasses este brinquedo (apontar); custa X, como é que me vais pagar?*» Antes de cada tentativa (Tabela 2), e conforme foi progredindo no jogo, a criança tomou contacto com as moedas utilizadas até ficar claro que seria capaz de reconhecer o seu va-

TABELA 1
Número de crianças por grupo, distribuição por sexo e média de idades por avaliação

	N	Masc.	Fem.	Avaliações		
				Primeira (sd)	Segunda (sd)	Terceira (sd)
Recepção	60†	56%	44%	4a 11m (1.7)*	5a 3m (1.7)	5a 7m (1.6)
Ano 1	47‡	45%	55%	5a 9m (3.7)	6a 1m (3.7)	6a 5m (3.7)
Ano 2	60†	52%	48%	6a 8m (3.7)	7a 0m (3.7)	7a 4m (3.7)

* Os desvios-padrão (sd) são calculados das médias de idade em meses: E.g. 4 anos, 9 meses corresponde a 59.2 meses

† 20 crianças por escola

‡ 17 crianças numa escola, 15 crianças nas restantes

TABELA 2
Preços dos itens da tarefa de contagem de denominações diferentes

Moedas dadas para pagamento (pence)			
(1, 5)	(1, 10)	(1, 10, 100)	(1, 10, 100, 1000)
6p	12p	124p	1052p
7p	15p	347p	2340p
8p	16p		
	26p		
	53p		

lor. Nos casos em que a criança não reconheceu o valor da moeda, o entrevistador deu as explicações necessárias.

A Tabela 2 mostra os preços de cada item vendido na loja; as moedas foram dadas à criança em combinações que não permitiam a compra de brinquedos, se consideradas como valor unitário, em vez de diferentes denominações. Por exemplo, no item com um preço de 8p, foram dadas cinco moedas de 1p e duas moedas de 5p, num total de 7 moedas. O procedimento foi repetido seguindo uma ordem fixa: todas as crianças responderam aos 6 primeiros itens (i.e. 6p a 16p). A partir daqui o jogo foi interrompido após dois erros consecutivos. Todas as respostas foram registadas.

Escrita de números

Os materiais usados foram papel e lápis. Foi pedido às crianças que escrevessem os números 2, 3, 4, 7, 9 (itens de «aquecimento»), 12, 15, 37, 79, 124, 200, 347, 1052 e 2340. Os itens foram apresentados em ordem fixa e na sua globalidade a cada criança. O item 200 é um item de controlo. Todas as respostas foram registadas.

3. RESULTADOS

Os resultados da tarefa de escrita de números foram categorizados em «teens» (i.e. < 20), «2 dígitos», «3 dígitos» e «4 dígitos». De forma a

serem incluídas numa categoria, as crianças tiveram que responder correctamente a ambos os itens dessa categoria e aos itens das categorias anteriores. Por exemplo, as crianças categorizadas em «3 dígitos» responderam correctamente aos itens desta categoria (i.e. 124 e 347) e aos itens das categorias «2 dígitos» (i.e. 37 e 79) e «teens» (i.e. 12 e 15). Os resultados da tarefa de contagem de unidades de denominações diferentes foram categorizados em sucesso ou insucesso. As crianças categorizadas na categoria de sucesso responderam correctamente a, pelo menos, todos os itens da primeira categoria desta tarefa (i.e. os itens 6p, 7p, 8p da Tabela 2).

A Tabela 3 apresenta a percentagem de respostas correctas obtidas por cada grupo (recepção, ano 1 e ano 2) na tarefa de escrita de números, ao longo das várias avaliações. Não se verificaram diferenças significativas entre as categorias «teens» e «2 dígitos», em oito das nove avaliações (Mcnemar). Por outro lado, o teste de McNemar indica que existem diferenças significativas entre as categorias de «2 dígitos» e «3 dígitos» a partir da quinta avaliação (A5); e entre «3 dígitos» e «4 dígitos», a partir da sétima avaliação (A7). Enquanto que 5% das crianças usam valor de posição em «teens» desde a primeira avaliação (A1), e 18% escreve 2-dígitos em A2, a utilização do valor de posição em 3 e 4 dígitos desenvolve-se mais tarde, apenas a partir da primeira avaliação do Ano 2 (A7). Estes dados sugerem que existe um efeito do tamanho

TABELA 3
*Percentagem de respostas correctas em cada avaliação, por categorias
 (as diferenças significativas são entre categorias)*

Categorias	Recepção			Ano 1			Ano 2		
	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
teens	5	11	20	38	61	57	67*	73	81
2 dígitos	0	18	15	49	61**	62**	82**	80**	83**
3 dígitos	0	0	2	0	2	3	18*	27*	34*
4 dígitos	0	0	0	0	0**	0**	5**	10**	17**
controlo (200)	0	0	9	5	45	55	73	67	73

* p<.01

** p<.001

dos números sobre a utilização do valor de posição; i.e. é mais fácil utilizar o valor de posição em números abaixo de 100 (teens e 2 dígitos), do que acima de 100 (3 e 4 dígitos).

No entanto, para verificar se a dificuldade na utilização do valor de posição está associada ao tamanho dos números em si, ou às convenções que definem a sua escrita, os resultados obtidos por cada grupo na categoria «3 dígitos», foram comparados com os resultados na escrita do número 200 (item de control). A comparação indica que as crianças têm menos dificuldades na escrita da tarefa de control: 9% das crianças na terceira avaliação da classe de Recepção (A3) escrevem o número 200, enquanto apenas uma criança consegue passar na categoria de 3 dígitos; no entanto as diferenças não são significativas (McNemar) devido ao efeito-chão verificado. Mais tarde, na segunda e terceira avaliações do Ano 1 (A5 e A6), 45% e 55% das crianças escrevem 200 correctamente, enquanto que apenas 2% e 3% consegue passar na categoria de «3 dígitos». As diferenças são significativas a partir da quinta avaliação (A5; McNemar). Estes resultados mostram que as dificuldades sentidas na escrita de números não se relacionam com o tamanho dos mesmos, mas fundamentalmente com o conhecimento das convenções que defi-

nem a sua escrita, as quais se tornam mais complexas em função do numero de dígitos.

3.1. Primeira hipótese: primazia à escrita de números e ao valor de posição

A investigação da primeira hipótese utilizou a classe da Recepção. Foram criados dois grupos: crianças SEM e COM conhecimento de valor de posição. As crianças incluídas no primeiro grupo (SEM) conseguiram apenas escrever números abaixo de 10; algumas conseguiram ainda escrever o número 12; ainda que com o 2 invertido. As crianças incluídas no segundo grupo (COM), conseguiram escrever correctamente os números 12 e 15, pelo menos.

Os resultados de cada grupo foram cruzados (tabela de contingência) com os resultados obtidos na tarefa de conhecimento da estrutura do sistema de numeração. Nenhuma das crianças da Recepção teve sucesso nesta tarefa, na primeira avaliação (A1). De acordo com os dados obtidos na segunda avaliação (A2), 12% (6 de 51) das crianças SEM conhecimento de valor de posição, conseguiram mesmo assim passar na tarefa de conhecimento da estrutura do sistema de numeração. Na terceira avaliação (A3), 14% (6 de 44) das crianças SEM conhecimento de valor de posição, passaram na tarefa de conhecimento da

estrutura do sistema de numeração. Finalmente, a análise da variância dos grupos (SEM vs. COM) sobre o conhecimento da estrutura do sistema de numeração, não apresentou diferenças significativas consistente ao longo de todas as avaliações dos três grupos (Mann-Whitney).

Estes resultados indicam que é possível mostrar compreensão da estrutura do sistema de numeração sem conhecimento de números escritos ou valor de posição. Indicam também que deve ser pouco provável que a escrita de números (e o valor de posição) seja uma das formas principais através da qual as crianças de 5 anos conseguem abstrair a estrutura do sistema de numeração. No entanto, estes dados não eliminam a hipótese de que o conhecimento da escrita de números (e valor de posição) venha a ter alguma influência na compreensão da estrutura do sistema de numeração, mais tarde.

3.2. Segunda hipótese: primazia ao conhecimento da estrutura do sistema de numeração

Para a investigação desta hipótese, as crianças

foram divididas em dois grupos, de acordo com o seu sucesso ou insucesso na tarefa de contagem de unidades de denominações diferentes; i.e. (1) *conhece* a estrutura do sistema de numeração; (2) *desconhece* a estrutura do sistema de numeração. As diferenças significativas encontradas entre as categorias «2 dígitos» e «3 dígitos», justificam a análise da primeira destas categorias separadamente. A Figura 1 apresenta a percentagem de sucesso nos itens com 2 dígitos, em função dos grupos *conhece* vs. *desconhece* a estrutura do sistema de numeração.

Os dados mostram duas possibilidades. Por um lado, a partir da segunda avaliação do Ano 1 (A5), até à última avaliação do Ano 2 (A9), as crianças conhecedoras do sistema de numeração obtiveram resultados significativamente melhores na utilização do valor de posição em números com 2 dígitos (McNemar). Por outro lado, algumas crianças desconhecedoras da estrutura do sistema de numeração tiveram, mesmo assim, sucesso na escrita de números com 2 dígitos, ainda que a percentagem de crianças neste grupo não tenha ultrapassado os 20%, com a excepção da quarta avaliação (A4). Estes dados significam

FIGURA 1
Percentagem de crianças que utilizam valor de posição em números com 2 dígitos, por grupos

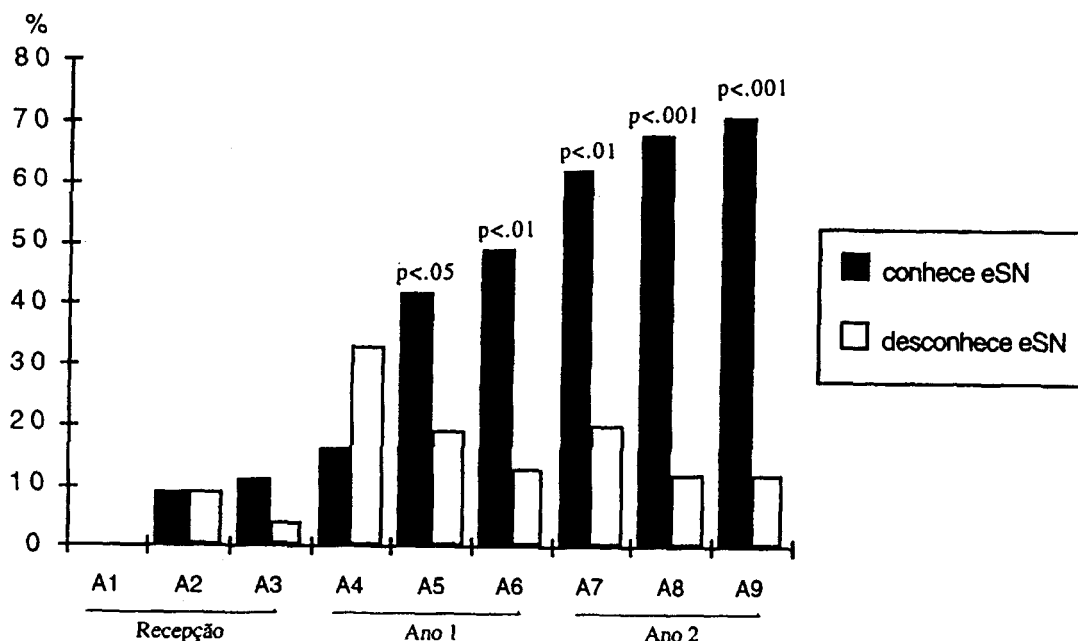
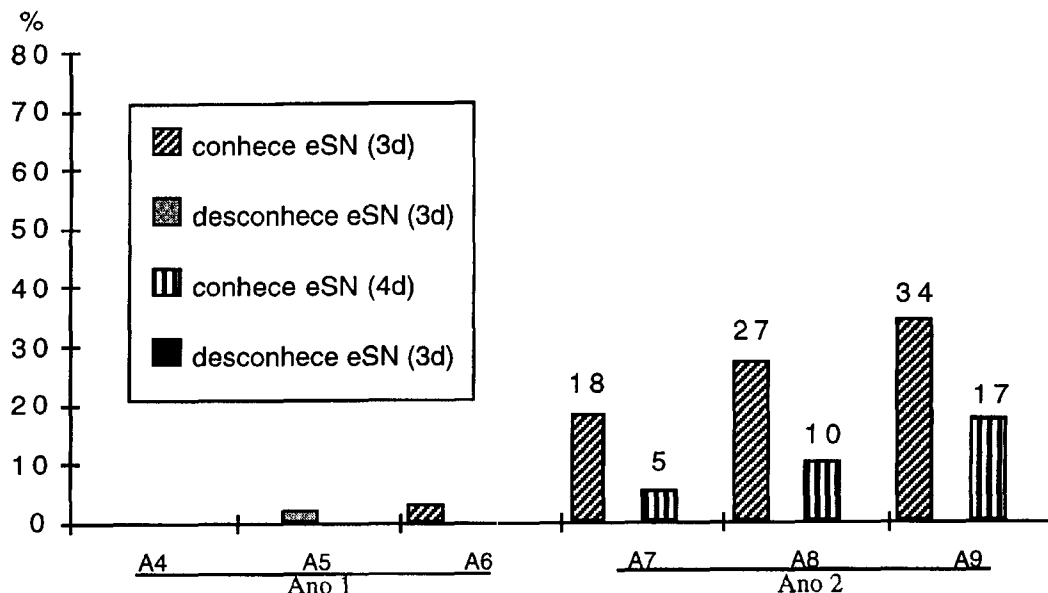


FIGURA 2
 Percentagem de crianças que utilizam valor de posição em números com 3 e 4 dígitos, por grupos (anos 1 e 2)



que existe uma relação entre o conhecimento da estrutura do sistema de numeração e a correcta utilização do valor de posição em números com 2 dígitos na maioria das crianças, embora outras fontes de conhecimento também permitam a correcta utilização do valor de posição em números com 2 dígitos.

A Figura 2 apresenta a percentagem de sucesso nos itens com 3 e 4 dígitos, em função dos grupos «conhece» vs. «desconhece» a estrutura do sistema de numeração. Os resultados mostram que, com uma excepção, as crianças desconhecedoras da estrutura do sistema de numeração não tiveram sucesso em nenhuma das categorias da tarefa de números escritos (i.e. 3 e 4 dígitos).

Foi realizada uma análise de variância, por grupos e por avaliação, para testar os efeitos significativos de variáveis como o QI, a idade, o sexo, o tipo de ensino (escolas), e a compreensão da estrutura do sistema de numeração, sobre o conhecimento de números escritos. De acordo com as análises preliminares que demonstraram

um efeito do número de dígitos, optou-se pela divisão dos *scores* da variável dependente em dois («abaixo do número 100» e «acima do número 100»), de forma a obter resultados mais detalhados. Note-se que os grupos Recepção e Ano 1 não apresentaram resultados na categoria «acima de 100». As características dos dados implicaram o uso do teste de Mann-Whitney, excepto na variável «escolas». Neste caso, a utilização de três grupos obrigou à utilização do teste Kruskal-Wallis. Os resultados são apresentados na Tabela 4.

No grupo da Recepção, nenhuma das variáveis mencionadas apresenta um efeito significativo sobre a escrita de números excepto QI, na segunda avaliação, e a *compreensão da estrutura do sistema de numeração*, na segunda e terceira avaliações. No grupo do Ano 1, houve apenas um efeito consistente das escolas e, novamente, um efeito significativo da *compreensão da estrutura do sistema de numeração*, na segunda e terceira avaliações. No grupo do Ano 2, verificou-se um efeito da idade (as crianças mais velhas

TABELA 4

Efeitos significativos sobre a utilização do valor de posição por grupo e por avaliação

	Utilização do valor de posição					
	primeira avaliação		segunda avaliação		terceira avaliação	
	abaixo 100	acima 100	abaixo 100	acima 100	abaixo 100	acima 100
Classe de Recepção						
QI [‡]	-		p=0.05	-		-
idade	-			-		-
sexo	-			-		-
escolas*	-			-		-
estrutura do sistema	-		p=0.02	-	p<0.01	-
Ano 1						
QI	-			-		-
idade	-			-		-
sexo	-			-		-
escolas*	p<0.01	-	p<0.01	-	p<0.01	-
estrutura do sistema	-		p=0.01	-	p=0.02	-
Ano 2						
QI						
idade	p=0.02†				p=0.03†	
sexo		p=0.02††		p<0.05††		p=0.01††
escolas*						
estrutura do sistema	p=0.001	p<0.01	p<0.01	p<0.01	p=0.02	p<0.01

† crianças mais velhas têm resultados significativamente mais altos

†† rapazes têm resultados significativamente mais altos

‡ Todas as variáveis independentes, excepto a variável 'escolas', utilizaram o teste de Mann-Whitney.

* Kruskal-Wallis (mais do que dois grupos).

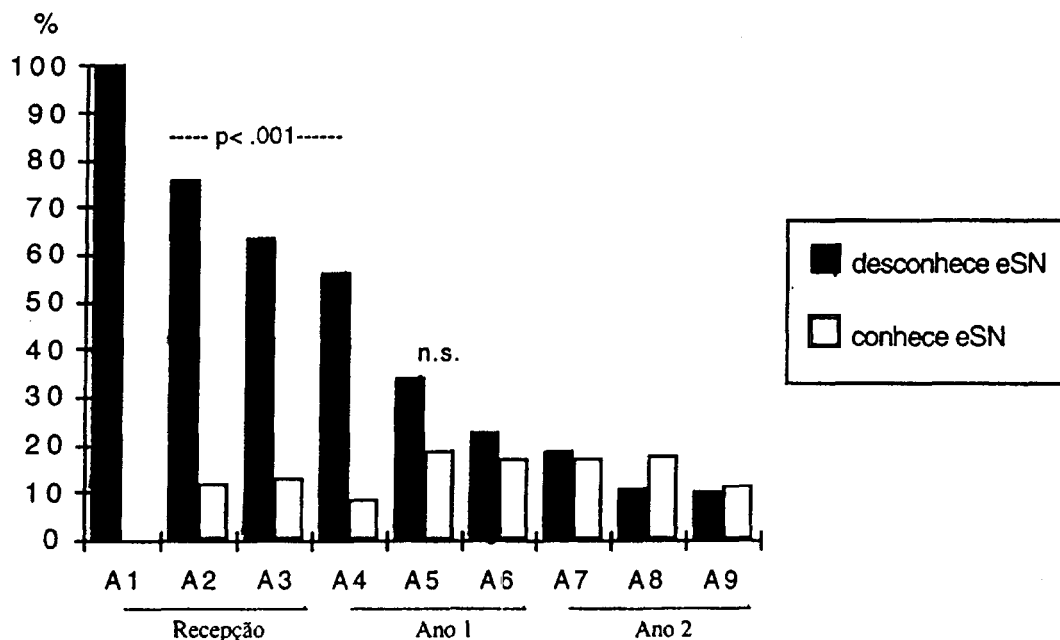
obtiveram resultados significativamente mais altos) no número abaixo de 100. Também se verificou um efeito do sexo nos números acima de 100 (os rapazes obtiveram resultados significativamente mais altos). Finalmente, registou-se um efeito significativo da *compreensão da estrutura do sistema de numeração* nos números acima e abaixo de 100. Na sua globalidade, os resultados obtidos demonstram a existência de um efeito significativo da compreensão da estrutura do sistema de numeração sobre a utilização do valor de posição em 7 das 8 avaliações realizadas³.

³ Note-se que na primeira avaliação do grupo de Recepção nenhuma criança passou na tarefa de compreensão da estrutura do sistema de numeração. Por isso apenas são consideradas oito avaliações.

3.3. Análise dos erros

Os erros nas respostas da tarefa de escrita de números foram categorizados em: «não sei»; «incorrecto»; «tentativa» e «junta». As crianças categorizadas em «não sei» não deram uma resposta (e.g. «eu sei que não consigo escrever esse número» ou «nem pensar!»). Esta admissão de falta de conhecimento é qualitativamente diferente de tentar dar uma resposta, ou de se achar capaz de responder. As crianças categorizadas como «incorrecto» deram respostas rabiscadas ou tentaram escrever um número qualquer. Estas, foram respostas onde se revelaram conhecimentos desadequados e incompletos para responder à tarefa. As crianças categorizadas como «tentativa», por outro lado, deram respostas onde se revelaram conhecimentos adequados ainda que

FIGURA 3
 Percentagem de crianças que recusaram dar resposta («não sei»), por grupos



incompletos para responder à tarefa. Por exemplo, a criança escreveu o número 37, querendo significar 73. Finalmente, as crianças categorizadas em «junta» tentaram juntar os números sem ter em consideração o valor de posição; e.g. 100204, para 124.

A Figura 3 apresenta a percentagem de crianças que não deu resposta («não sei») na tarefa de números escritos, em cada avaliação, por grupo (conhece vs. desconhece estrutura do sistema de numeração). Os resultados agrupam os dados das categorias 2, 3 e 4 dígitos. O teste de McNemar indica que as crianças que desconhecem a estrutura do sistema de numeração, abstêm-se de responder, em número significativamente superior, em comparação com as crianças que conhecem o sistema de numeração.

Não foram encontradas diferenças significativas entre os dois grupos no que se refere às categorias de «incorrecto» e «tentativa». Ambos os grupos apresentaram percentagens muito baixas nestes dois tipos de erro (i.e. abaixo dos 5%). Finalmente, verificou-se que o grupo conhecedor da estrutura do sistema de numeração tendeu pa-

ra «juntar» mais os números a partir da quinta avaliação, sem que fossem encontradas diferenças significativas entre os grupos (McNemar).

4. DISCUSSÃO

Os resultados mostram, em primeiro lugar, que as crianças conseguem compreender a estrutura do sistema de numeração antes de conhecerem os números escritos. Em segundo lugar, que desenvolvem o seu conhecimento sobre valor de posição a partir da compreensão prévia da estrutura do sistema de numeração, e não a partir do número escrito. Em terceiro lugar, que ensaiam o valor de posição em números com 2 dígitos e aplicam esses conhecimentos mais tarde em números com 3 e 4 dígitos.

A primeira conclusão baseia-se nos 14% de crianças que na última avaliação do grupo da Recepção (média de idades: 5 anos, 7 meses) desconheciam números escritos acima de 10 e conseguiram mesmo assim mostrar conhecimento da estrutura do sistema de numeração. Por

outro lado, a análise de variância mostrou que o conhecimento de números escritos não tinha influência significativa sobre a compreensão da estrutura do sistema de numeração. Estes resultados contradizem as conclusões de Luria (1969) e de outros investigadores mais recentes sobre a importância do conhecimento de números escritos e do valor de posição para a compreensão da estrutura do sistema de numeração. Este estudo não encontrou qualquer evidência favorável a esta hipótese.

A segunda conclusão baseia-se no facto de que as crianças com conhecimento prévio da estrutura do sistema de numeração obtiveram resultados significativamente melhores na utilização do valor de posição (VP), em praticamente todas as avaliações realizadas. Estes dados apoiam conclusões preliminares obtidas por Ginsburg (1977) através de estudos-de-caso, segundo as quais a compreensão do valor de posição implica a aplicação de uma «teoria» por parte da criança; uma teoria que a leva a ver o Mundo em termos de unidades, dezenas, centenas, etc. De facto, a análise dos erros indica que a maioria das crianças têm dois comportamentos: ou sabem responder e fazem-no, ou não sabem e preferem não arriscar respostas incorrectas. A título ilustrativo, nenhuma das crianças tenta juntar os números com 2 dígitos (e.g. 204 para escrever 24). Este comportamento de contenção contrasta com o habitual número de erros feitos pelas crianças em tarefas de carácter conceptual (sem utilização de símbolos), como por exemplo sumar ou subtrair utilizando cubos (e.g. Carpenter & Moser, 1982; Riley *et al.*, 1983).

O conhecimento da estrutura do sistema de numeração tem efeitos distintos na utilização do valor de posição em números abaixo e acima de 100. No caso da escrita de números com 2 dígitos, é possível utilizar o valor de posição mesmo sem conhecimento da estrutura do sistema de numeração para uma minoria das crianças – a percentagem de crianças incluídas nesta minoria no presente estudo, é semelhante às percentagens obtidas por outros estudos (Bergeron & Herscovics, 1990). Esta minoria de crianças baseia-se noutras «teorias»; talvez estratégias de memória ou a simples invenção de procedimentos idiossincráticos com efeitos não generalizáveis. No entanto, no caso de números com 3 e 4 dígitos, não é possível utilizar o valor de posição mesmo

sem conhecimento da estrutura do sistema de numeração: nenhuma das crianças do grupo que desconhecia a estrutura do sistema conseguiu utilizar o valor de posição correctamente. Note-se entretanto que as crianças que utilizaram estratégias idiossincráticas em números com 2 dígitos apresentam uma elevada probabilidade de insucesso na escrita de números com 3 e 4 dígitos. Por outras palavras, uma minoria das crianças tem aqui a oportunidade de se transformar numa maioria com insucesso.

A observação do padrão de erros feito pelas crianças foi útil na compreensão das diferenças entre os dois grupos. Segundo os dados, as crianças que conhecem a estrutura do sistema de numeração responderam, à tarefa de escrita de números mais vezes do que as crianças sem conhecimento da estrutura; e as diferenças foram significativas nas 4 primeiras avaliações (de A1 a A4). Por outro lado, o número de erros do tipo «incorrecto» e «tentativa» foi surpreendentemente baixo, em ambos os grupos, o que sugere respostas qualitativamente semelhantes, independentemente dos grupos. A percentagem de respostas «incorrectas» (i.e. respostas com conhecimentos desadequados para responder à tarefa; rabiscos, números desconexos, etc.) não ultrapassou os 5% para ambos os grupos em 8 das 9 avaliações. A percentagem de respostas com conhecimentos adequados mas insuficientes para responder à tarefa (i.e. «tentativa») foram praticamente inexistentes para ambos os grupos. A excepção foi o erro «junta» (e.g. 100204 para escrever 124), que se revelou inexistente em números com 2 dígitos e existente sem diferenças significativas para os dois grupos, nos números com 3 e 4 dígitos. Também estes dados dão apoio à hipótese sugerida por Ginsburg (1977).

4.1. Implicações educacionais

É possível que estes dados reflitam características particulares da população escolar britânica que pouco têm a ver com a realidade da população portuguesa. No entanto, esta hipótese parece ser pouco provável se tivermos em consideração estudos prévios realizados por Carraher (1985) com crianças da primeira e segunda séries de escolas públicas e particulares do Recife (Brasil), indicando resultados semelhantes aos que apre-

sentamos, no que se refere ao conhecimento da estrutura do sistema de numeração.

Por outro lado, os resultados deste estudo integram-se na teoria de desenvolvimento cognitivo definida por Vergnaud (1988), segundo a qual o desenvolvimento conceitual integra três níveis distintos: (1) a compreensão dos *invariantes* lógicos que definem a situação matemática em questão; (2) o conhecimento dos símbolos necessários para a sua representação escrita e (3) a situação ou o contexto onde o problema é colocado. Os resultados sugerem que existe uma diferença significativa entre (1) a compreensão dos invariantes lógicos que definem a estrutura do sistema de numeração (neste caso, a composição aditiva do número) e (2) o conhecimento das regras convencionais que permitem a representação escrita de números (i.e. valor de posição). Ambas são necessárias para a compreensão do número, ainda que se desenvolvam em alturas e a ritmos diferentes. Por outro lado, assumindo que a primeira se refere à representação mental do sistema de numeração e a segunda à utilização de convenções simbólicas para a representação escrita de números, estes resultados esclarecem que não é logicamente viável o ensino de representações simbólicas (valor de posição) sem que a criança tenha *a priori* desenvolvido a representação mental correspondente à compreensão da estrutura do sistema de numeração.

Os resultados sugerem igualmente que uma parte dos casos de insucesso na matemática poderão estar relacionados com a tentativa de ensino do valor de posição a crianças que desconhecem ainda a estrutura do sistema de numeração. Sem a compreensão desta estrutura as crianças optam pela utilização de estratégias idiossincráticas que levam a erros na utilização do valor de posição. Estes erros levam conseqüentemente ao insucesso na resolução de algoritmos escritos, a base da aritmética durante os primeiros anos escolares. O risco é alto se considerarmos que cerca de metade das crianças com nove anos ainda mostram dificuldades na compreensão do valor de posição (Kamii, 1977). Sugere-se igualmente que a alternativa é a instrução de uma «teoria» (no sentido atribuído por Ginsburg, 1977) mais sólida e generalizável, que leve a criança a compreender os números são feitos de unidades de tamanhos diferentes: um, dez, cem, etc. Neste sentido, os programas

educativos poderiam beneficiar com a instrução sobre a estrutura do sistema de numeração antes do ensino do valor de posição, a partir dos 5 ou 6 anos. Nesta instrução poderão ser utilizados «análogos semi-estruturados» (i.e. moedas de plástico utilizadas neste estudo) para além dos já conhecidos «análogos estruturados» (i.e. os conhecidos blocos de Dienes).

Valente Pires (1992) sugere que o trabalho com a estrutura do sistema decimal deva ser iniciado no segundo ou terceiro anos de escolaridade (7 e 8 anos de idade). No entanto, este estudo indica que as crianças demonstram competências numéricas bastante mais sofisticadas daquelas refletidas nos programas escolares; a maioria destas competências parecem desenvolver-se fora do contexto escolar e são trazidas para a sala de aula. De acordo com os resultados apresentados, aos 7 anos de idade, mais de 70% das crianças já possui algum conhecimento sobre a estrutura do sistema de numeração e cerca de 30% já escreve números com 3 dígitos. Também estes dados sugerem benefícios na modificação dos programas escolares.

REFERÊNCIAS

- Baroody, A. J. (1990). How and when should place-value concepts and skills be taught? *Journal for Research in Mathematics Education*, 22 (4), 281-286.
- Bednarz, N., & Janvier, B. (1982). The understanding of numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 33-57.
- Bergeron, J. C., Herscovics, N. et al. (1990). Psychological aspects of learning early arithmetic. In P. Neshier, & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics and cognition: A research synthesis by the international group for the psychology of mathematics education* (pp. 31-52). Cambridge: Cambridge University Press.
- Brown, M. (1979). Place value and decimals. *Proceedings of the third international conference for the psychology of mathematics education*, Warwick.
- Bryman, A., & Cramer, D. (1990). *Quantitative data analysis for social scientists*. London: Routledge.
- Carraher, T. N. (1985). The decimal system. Understanding and notation. In L. Streefland (Ed.), *Proceedings of the Ninth International Conference for the Psychology of Mathematical Education* (Vol. 1: 288-303). Utrecht, Holland: University of Utrecht, Research Group on Mathematics Education and Computer Center.

- Carraher, T. N., & Schliemann, A. D. (1990). Knowledge of the numeration system among preschoolers. In L. Steffe, & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education - International perspectives* (pp. 135-141). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Publishers.
- English, L., & Halford, G. (1995) *Mathematics education, models and processes*. New Jersey: LEA.
- Fuson, K. (1990). Conceptual structures for multiunit numbers: Implications for learning and teaching multidigit addition, subtraction and place value. *Cognition and Instruction*, 7 (4), 343-403.
- Ginsburg, H. P. (1977). *Children's Arithmetic*. New York: D. van Nostrand.
- Kamii, C. (1986). Place value: An explanation of its difficulties and educational implications for the primary grades. *Journal of Research in Childhood Education*, 1 (2), 75-85.
- Kamii, C., & Joseph, L. (1988) Teaching place value and double column addition. *Arithmetic Teacher*, 35 (6), 48-52.
- Luria, A. R. (1969). On the pathology of computational operations. In J. Kilpatrick, & I. Wirszup (Eds.), *Soviet studies in the psychology of learning and teaching mathematics. Vol. 1: The learning of mathematical concepts* (pp. 37-74). Chicago: University of Chicago Press.
- Nunes, T. N., & Bryant, P. (1996). *Children doing Mathematics*. Cambridge, MA: Blackwell.
- Valente Pires, I. (1992). *Sistema de numeração*. Setúbal: Escola Superior de Educação.
- Ross, S. H. (1989) Parts, wholes and place value: A developmental view. *Arithmetic Teacher*, 36 (6), 47-51.
- Resnick, L. B. (1986). The development of mathematical intuition. In M. Perlumutter (Ed), *Perspectives on intellectual development: Minnesota Symposia on Child Psychology* (Vol. 19: 159-194). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Resnick, L. B. (1983). A developmental theory of number understanding. In H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 109-151). New York: Academic Press.
- Raven, J. C. (1965). *Guide to using the Coloured Progressive Matrices*. London: HK Lewis.
- Saxe, G. B. (1988). Candy selling and mathematics learning. *Educational Researcher*, 17 (6), 14-21.
- Sinclair, A., & Scheuer, N. (1993). Understanding the written number system: 6 year-olds in Argentina and Switzerland. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 199-221.
- Sinclair, A., Garin, A., & Tische-Christinat, C. (1992). Constructing and understanding of place value in numerical notation. *European Journal of Psychology of Education*, 7 (3), 191-207.
- VanLehn, K. (1990). *Mind bugs: The origins of procedural misconceptions*. Cambridge, MA: MIT Press.

RESUMO

Cento e sessenta e sete crianças inglesas de 4, 5 e 6 anos de idade foram avaliadas longitudinalmente ao longo de um ano escolar sobre (1) conhecimento da estrutura do sistema de numeração e (2) conhecimento de números escritos (e valor de posição). O objectivo foi investigar se as crianças aprendem o valor de posição em função (a) da prática continua com a escrita de números multi-dígitos ou (b) através do conhecimento prévio da estrutura do sistema de numeração. Os resultados contradizem a tese de Luria (1969) sugerindo que a instrução de números escritos (e o valor de posição) é condição necessária para o conhecimento da estrutura do sistema de numeração. Pelo contrário, os resultados indicam que as crianças conhecedoras da estrutura do sistema de numeração apresentaram resultados significativamente superiores na utilização do valor de posição em números com 2, 3 e 4 dígitos. Estes resultados indentificam alguns factores cognitivos preditores do insucesso na matemática e sugerem a alteração dos programas educativos, os quais poderiam beneficiar da introdução do ensino sobre a estrutura do sistema de numeração a partir dos 5 anos de idade.

Palavras-chave: Sistema numeração, decimal, valor posição, educação.

ABSTRACT

The literature is not clear about children's development of place value. A number of studies support the idea that children learn about place value from experience with written numbers. But there are also some data suggesting that children may benefit from their previous understanding of the structure of the numeration system, where no knowledge of written numbers is required, in order to succeed in place value. This study assessed 167 four, five and six year-olds longitudinally through one school year, with tasks on both achievements. The evidence presented here supports the second hypothesis.

Key words: Numeration system, decade, place value, mathematical cognition.