S

INSTITUTO SUPERIOR DE PSICOLOGIA APLICADA

MESTRADO EM PSICOLOGIA EDUCACIONAL

As Dificuldades dos Alunos de 6º Ano na Resolução de Problemas de Matemática

Ana Paula Marcelino Neto Leitão – Nº 1594

Orientador:

Professora Doutora Glória Ramalho

Seminário de Investigação Dirigido por:

Professora Doutora Glória Ramalho

2000/2002

"... a operação de multiplicar tem sempre prioridade pelas de mais e de menos...é como nos carros, pode estar uma bicicleta numa rotunda, mas é obrigada a deixar passar o veículo com motor. Portanto, é como se as operações de mais e de menos fossem a bicicleta e as de multiplicar e dividir fossem o carro, portanto é assim ..."

(Jorge, 2001)

"... foi isso, foi ao calhas, eu em Matemática é quase sempre ao calhas ...veio-me à cabeça."

(Luís, 2001)

"...tenho mesmo de fazer a conta?...Agora baixa-se o 4...eu estou tão nervoso!"

(João Maria, 2001)

"... ui! ui!... expressões numéricas...ai valha - me Deus!"

(Luís Carlos, 2001)

AGRADECIMENTOS

Foram muitas as pessoas que contribuíram para a realização deste estudo. Cumpre-me manifestar a minha gratidão, a todos os que de alguma forma me compreenderam e apoiaram. Ainda que correndo o risco de omissões significativas, quero agradecer de forma personalizada à Professora Doutora Glória Ramalho, pela pertinência das suas observações, pelo apoio, sugestões e pelo percurso de formação que esteve na base deste trabalho.

Quero também agradecer às escolas e aos alunos que neste estudo participaram e também ao ISCE pelo apoio prestado.

Por último, mas de uma forma muito especial, agradeço à minha família e amigos por todo o apoio, carinho, compreensão e estímulo dado em todas as fases desta investigação.

A todos a minha sincera gratidão.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE FIGURAS

RESUMO

O presente estudo está inserido num Projecto mais abrangente desenvolvido pelo Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação (GAVE - ME) ao nível da Avaliação Aferida. O referido projecto tem como finalidade identificar as dificuldades sentidas pelos alunos de 6º ano de escolaridade na realização de alguns problemas da Prova de Aferição de Matemática de 2001.

Neste âmbito foi elaborado o estudo que agora é apresentado e que tem como propósito construir base de conhecimentos sobre as dificuldades, os erros e as estratégias dos alunos na resolução de problemas relativos à área de número e cálculo, e estatística.

Para garantir a validade da informação recolhida recorreu-se a uma metodologia qualitativa (entrevista do tipo clínico) realizada a duas turmas do 2º ciclo (n=37), uma em Lisboa (grupo 1) e outra na Beira Baixa (grupo 2). Foi também aplicado um questionário que procura descrever a realidade dos alunos ao nível do seu enquadramento familiar e escolar. Os alunos foram ainda questionados sobre a Prova de Aferição, e os resultados obtidos através da realização dos problemas foram comparados com os dados nacionais.

As conclusões elaboradas revelam que os alunos consideraram a Prova de Aferição de Matemática fácil. Os nossos resultados foram superiores aos totais nacionais na maioria dos problemas. As dificuldades encontradas mostram que os problemas mais difíceis foram os que fazem parte da área de número e cálculo.

Considera-se que este estudo será mais um contributo para a continuação da investigação ao nível da Educação Matemática, no que diz respeito à identificação das dificuldades dos alunos na matemática.

Introdução

O conceito de número surge na nossa vida desde muito cedo. Este é usado em diversas situações e a criança ainda pequena começa a prestar atenção aos números através de objectos como por exemplo o relógio ou o telefone. A partir das suas vivências quotidianas a criança vai estruturando os seus conceitos matemáticos. A escola tem aqui um papel fundamental na organização e na estabilidade dos conhecimentos adquiridos e no aperfeiçoamento das competências.

O presente estudo insere-se num Projecto levado a cabo pelo GAVE - ME, que pretende analisar as dificuldades sentidas pelos alunos de 6° ano de escolaridade, na realização de problemas que constaram da Prova de Aferição de Matemática de 2001, assim como identificar os erros e as estratégias utilizadas por estes na resolução de diversos problemas pertencentes às áreas de número e cálculo, e estatística.

O principal objectivo das Provas de Aferição não é a avaliação dos alunos, escolas ou professores, mas sim dar a conhecer a estes, os aspectos relativos ao desempenho dos alunos e contribuir para o desenvolvimento curricular e melhorar os processos de ensino-aprendizagem (Ministério de Educação, 2002).

Tendo em conta estes pressupostos escolheram-se alguns dos problemas relativos a duas das diferentes áreas que compõem o programa da disciplina de Matemática, e pedimos aos alunos que os resolvessem para que pudéssemos identificar as suas reais dificuldades. Recorrendo ao senso comum, entende-se por dificuldade o índice de respostas incorrectas comparativamente às respostas correctas num dado problema. A partir da identificação das diferentes dificuldades podemos detectar os erros. Estes podem ser considerados como um desvio ou uma resposta inadequada que impede o aluno de chegar à verdadeira solução, do problema impossibilitando que se atinja o objectivo, ou seja, a resolução correcta do problema. Uma vez identificados os erros resta perceber que estratégias de resolução os alunos adoptam. Estas, em nossa opinião, podem ser vistas como um conjunto de operações que permitem aos alunos atingir a solução. Neste trabalho foram identificados diferentes tipos de estratégias que levaram a erros ou a respostas correctas.

O interesse em estudar esta temática surge porque a Matemática é tida pela maioria dos alunos como uma disciplina muito difícil, que recorre a um tipo de linguagem muito abstracta, e que apresenta uma taxa de insucesso bastante grande. Daí que os erros que os alunos cometem na resolução de problemas são muitas vezes atribuídos a dificuldades manifestadas pelos alunos na compreensão dos conteúdos leccionados. Aceitar e olhar para o erro de outra forma vai permitir tirar partido deste, no sentido de que se torne numa "ferramenta" útil e que permita fazer avanços em situações de ensino-aprendizagem, deixando de ser visto como o resultado de uma incapacidade dos alunos.

Um estudo recente (Pisa) mostra que Portugal se situa abaixo da média dos diversos países da OCDE no domínio da Matemática (Ramalho, 2001b). Esta questão é preocupante e como tal surge o interesse por esta área de trabalho.

A nossa intenção é pois compreender como é que os alunos resolvem os diferentes problemas apresentados, que remetem para operações com números decimais e fraccionários e para a leitura e interpretação de gráficos.

Para fazer um trabalho desta natureza não basta descrever aquilo que os alunos fazem durante a resolução da tarefa. É fundamental também a intervenção do investigador no sentido de dar suporte ao aluno durante a sua tarefa. De acordo com as teses "Vygotskianas" o desenvolvimento cognitivo pode ser encarado de forma diferente daquela que foi defendida durante algum tempo, e que preconizava que o sujeito evoluía a partir da sua relação com os objectos, para começar a ser vista numa perspectiva diferente que integra o sujeito, o objecto e o outro. Para Vygotsky (1991) o caminho percorrido pela criança até ao objecto é feito através de uma outra pessoa.

A interacção entre o investigador e o aluno permite assim que o primeiro coloque questões, dê pistas e sugestões e confronte o aluno no sentido de este verbalizar e compreender o que está a fazer, inclusivamente reflectindo se está correcto ou não, na tentativa de atingir um melhor desempenho.

Aprender Matemática é um processo activo de resolução de problemas (Yackel, Cobb, Wood, Wheathey & Merkel, 1990) que implica que o aluno ao mesmo tempo que pensa no que vai fazer para resolver o problema, use também a sua criatividade para dar resposta às situações com as quais se vê confrontado.

Visto não existirem muitos estudos sobre esta área de investigação este estudo é de natureza descritiva (exploratório). Na recolha dos dados recorreu-se à entrevista clínica acompanhada da realização dos exercícios escolhidos a partir da Prova de Aferição de Matemática. Os dados foram analisados qualitativa e quantitativamente a partir da análise de conteúdo.

Pretendemos assim que os resultados deste estudo contribuam como fonte de informação e conhecimento para estudos posteriores e que permitam o desenvolvimento de novas e melhores formas de intervenção didáctica. Como Vergnaud (1986) referiu é necessário conhecer os processos de transmissão e de apropriação dos conhecimentos matemáticos. Esta questão não diz só respeito à Matemática nem à Psicologia, mas se estas duas áreas trabalharem em conjunto, os esforços feitos contribuirão para uma melhoria das técnicas e dos meios utilizados pelos docentes na arte de ensinar.

1 - Teorias do Desenvolvimento

Tomámos como ponto de partida nesta abordagem teórica, os trabalhos de diversos autores que sempre se interessaram pelo estudo sobre o desenvolvimento da criança e a aquisição de conhecimento, os quais considerámos mais pertinentes para o presente estudo. Assim destacamos os trabalhos de Piaget, Vergnaud e a sua teoria dos campos conceptuais sobre o desenvolvimento de conhecimentos matemáticos, os trabalhos de Vygotsky e a noção de zona de desenvolvimento potencial, destacando-se posteriormente a importância da interacção na aprendizagem com os estudos de Bruner, Bickhard, e Yackel, entre outros.

1.1 - Teoria Genética do Desenvolvimento - Piaget

Piaget ao longo da sua existência interessou-se pelo estudo de variadas áreas, sendo uma delas o processo e construção do conhecimento. Decidiu que a melhor forma de responder à pergunta sobre "o que é o conhecimento?", era através do estudo do desenvolvimento da criança, uma vez que esta é um ser dinâmico que interage com a realidade em que está inserida, agindo sobre os objectos e as pessoas.

Para Piaget o processo de construção do conhecimento é um processo dinâmico e sequencial. As conquistas feitas pela criança em determinados momentos da sua vida, são integradas em níveis estruturais com diferentes graus de complexidade. As transformações estruturais que ocorrem significam a existência de uma situação de desequilíbrio na estrutura anterior, e que possibilita a passagem a um novo nível estrutural mais complexo e evoluído, ou seja, todo o desenvolvimento da criança é feito a partir de estádios de desenvolvimento. O equilíbrio por auto-regulação destes estádios é algo dinâmico, que permite a adaptação e consequentemente o progresso. Esta auto-regulação é feita através de dois mecanismos; a assimilação que é entendida como a fusão dos elementos do meio à estrutura e a acomodação que é definida como a modificação da estrutura face às alterações do meio (Piaget & Inhelder, 1993).

O processo de desenvolvimento mental é dominado por quatro processos distintos. A maturação (crescimento do sistema nervoso e endócrino), as transmissões sociais (normas e valores), a equilibração (processo de auto-regulação interna do organismo) e a experiência (acção exercida sobre os objectos). A experiência pode ser física quando a criança procura conhecer as características dos objectos sobre os quais está a agir, e pode também ser uma experiência lógico-matemática quando a criança ao agir sobre os objectos, pretende conhecê-los e estabelecer relações entre eles, por exemplo as semelhanças entre dois objectos (Piaget & Inhelder, 1993).

O conhecimento adquirido pela criança não é fruto apenas das descobertas que esta vai fazendo, nem é só transmitido pelo meio onde está inserida. Este conhecimento resulta da interacção da criança com o meio. A criança desempenha assim um papel activo, pois ao agir sobre os objectos ela pode compará-los, ordená-los e até mesmo formular hipóteses sobre aquilo que a rodeia. Esta interacção com o meio leva à formação das estruturas mentais e ao seu consequente funcionamento (Matta, 2001).

O desenvolvimento, para Piaget, é devido à existência desta interacção, que leva à construção de esquemas (acções sobre os objectos) integrados em estruturas cada vez mais complexas, permitindo assim a construção do conhecimento a partir das suas acções sobre o mundo que a rodeia.

Piaget realizou diversos estudos para compreender como se processava o desenvolvimento da criança, entre eles destacam-se as provas de conservação do número. É costume dizer-se quando uma criança pequena repete uma sequência de números que esta sabe contar. Aquilo que a criança faz é apenas dizer a sequência numérica (Brissiaud, 1989), aprendida em contexto familiar, e só mais tarde aprende de facto a contar e adquire a noção de número. É com a entrada na escola, que a criança faz as aquisições necessárias dos diferentes conteúdos matemáticos. A noção de número, segundo Piaget, só existe quando a criança atinge a conservação, ou seja, quando a criança consegue deduzir que uma determinada quantidade permanece constante mesmo quando a aparência dessa se modifica. Esta aquisição é algo que leva algum tempo a ser conseguida (Piaget, 1984).

Para Piaget o número é uma estrutura mental que a criança constrói a partir da capacidade natural de pensar, reflectindo as suas acções sobre aquilo que a rodeia.

Contudo outros autores defendem uma perspectiva um pouco diferente da perspectiva de Piaget no que se refere ao conhecimento matemático, como é o caso de Vergnaud. Este refere, também, que o conhecimento operatório é o resultado do esforço e do trabalho da criança feito a nível individual, mas no entanto o autor não reconhece que esta acção proporcione a formação de conceitos (Vergnaud, 1986). E refere ainda que a descrição dos estádios gerais de desenvolvimento de Piaget não permite conhecer a evolução das "competências-conhecimentos" compreendidos nos diferentes problemas com os quais a criança se vê confrontada. São precisos modelos que permitam conhecer mais em pormenor o contexto matemático dos problemas a tratar (Vergnaud, 1986).

É sobre a abordagem de Vergnaud que nos debruçamos de seguida.

1.2 - Teoria dos Campos Conceptuais - Vergnaud

"A função do conhecimento é permitir ao sujeito operar sobre o real, possibilitando a sua representação o melhor possível através de categorias, de relações e de enunciados. A estrutura do conhecimento não é mais do que o reflexo da estrutura da realidade, uma vez que é a actividade do sujeito sobre o real que permite essa elaboração" (Vergnaud, 1989, p. 454).

Vergnaud criou uma teoria sobre o desenvolvimento psicológico e cognitivo da criança, com base nas investigações feitas sobre o ensino e a aprendizagem da matemática. Este quadro teórico denominado de "Teoria dos Campos Conceptuais" visa estudar o desenvolvimento e a apropriação de competências, através de situações concretas. A sua grande finalidade é compreender as relações e as rupturas entre conhecimentos quer sejam eles práticos ou teóricos (Vergnaud, 1989, 1990, 1991).

Esta teoria não pertence exclusivamente à matemática, mas foi elaborada com o objectivo de explicar o processo de conceptualização (palavra-chave para o autor) dos diferentes saberes matemáticos, como por exemplo, as estruturas aditivas, e multiplicativas, a álgebra, as relações número e espaço, entre outros (Vergnaud, 1991).

Segundo Vergnaud (1986, 1988) um campo conceptual pode ser definido como um conjunto de situações ou problemas, que fazem apelo a uma variedade de conceitos, procedimentos, e de representações simbólicas, e que permitem compreender a forma como o sujeito age perante novas situações. Por isso os alunos, face a novas situações e a novos conceitos, tentam dar-lhes sentido, aplicando-os e adaptando-os aos conhecimentos que já possuem.

O desenvolvimento de conhecimentos teóricos e práticos que a criança vai adquirindo estão organizados a partir de campos conceptuais, que podem ser de diferentes domínios: 1) matemática (as estruturas aditivas, multiplicativas); 2) física (a dinâmica); 3) economia (as compras e os preços); e 4) lógica (classificações). Estes campos conceptuais não são independentes, mas encontram-se interligados (Vergnaud, 1986, 1988).

Com este quadro teórico o autor procura enquadrar a formação de conceitos, que implica necessariamente a existência de outros conceitos em diferentes situações com diversas actividades simbólicas, isto é, perante uma dada situação não é possível envolver apenas um único conceito, nem todas as suas propriedades, porque um conceito nunca aparece ou se forma sozinho. A formação de um conceito a partir da resolução de problemas, acontece através da relação com outros conceitos, num determinado período de tempo. São os conceitos que permitem fazer a abordagem a novas situações e é através das situações que o conceito adquire sentido para o aluno (Vergnaud, 1986, 1988, 1991).

Assim, segundo Vergnaud (1986, 1990), a formação de um conceito acontece através de um conjunto de três factores: S, I, J

$$\boxed{C = (S, I, J)}$$

S = conjunto de situações que dão significado ao conceito;

I = conjunto de invariantes operatórios associados ao conceito (objectos, propriedades, relações, teoremas-em-acto) que podem ser reconhecidos e usados para analisar e conhecer as situações;

J = conjunto de representações simbólicas (pertencentes ou não à linguagem) que podem ser usadas para apontar e representar os invariantes (situações, raciocínios, procedimentos).

Esquematicamente S é a referência, I é o significado e J é o significante. Um conceito refere-se a mais do que uma situação, mas a situação não pode ser analisada apenas com a ajuda de um conceito. Devem ser estudados conjuntos de situações, conjuntos de invariantes e conjuntos de representações simbólicas, ou seja, as estruturas aditivas, as estruturas multiplicativas, a dinâmica dos sólidos, a electrónica, as relações espaciais dos números, entre outros.

Como já foi referido anteriormente, são as situações que dão sentido aos conceitos, mas este sentido não se encontra nas situações, mas sim na relação dos sujeitos com as situações e com os significantes, ou seja, são os esquemas reproduzidos pelo sujeito perante uma situação (Vergnaud, 1991).

O desenvolvimento cognitivo da criança é feito através de esquemas (noção inicialmente definida por Piaget). O esquema é visto como algo dinâmico. Os seus exemplos do conceito de esquema ilustram que este é uma "organização invariante da conduta, para uma dada classe de situações" (Vergnaud,1994, p.66).

Por norma os esquemas são implícitos e intervêm na conduta da criança durante o processo de aprendizagem. As concepções, por seu lado, podem ser de alguma forma verbalizadas, uma vez que estas podem ser consideradas como objectos, propriedades ou relações. A ligação entre esquema e concepção pode ser feita através de quatro elementos que compõem o esquema, ou seja, invariantes de diferentes níveis, inferências, regras de acção e antecipações. Os invariantes são os componentes cognitivos dos esquemas que reúnem e tratam as informações relevantes sobre as diferentes situações. As inferências permitem ter em linha de conta os valores das variáveis contidas em cada situação. As regras de acção levam ao desenvolvimento de uma sucessão de acções pelo sujeito, com o objectivo de atingir os resultados esperados (antecipações). Para que um esquema seja eficaz e produza os efeitos desejados é necessário que os invariantes que o compõem sejam adequados e permitam a resolução da tarefa. Quando o esquema trabalha num certo conjunto de situações é necessário que exista algum homomorfismo (semelhança) por parte das situações, ou seja, é necessário que exista uma forma idêntica entre a realidade e a sua representação que se traduz através dos invariantes que fazem parte do esquema (Vergnaud, 1989, 1990).

A confiança que a criança tem quando utiliza um esquema está assente no conhecimento explícito e implícito que se tem das relações existentes entre o algoritmo e as características do problema a resolver. Assim quando a criança faz uso de um esquema que se mostra impróprio para uma determinada situação, esta tendo em consideração a experiência que possui, pode querer modificar o esquema. Perante uma situação de resolução de problemas a criança vai fazer uso do vasto leque de esquemas que possui e que parecem ter uma semelhança com a situação que está a tratar. É, portanto, possível a criança descobrir novos esquemas quando está em situação (Vergnaud, 1991).

Segundo Vergnaud (1989, 1990) o esquema não deve ser visto como um estereótipo (e.g. esquema de enumeração, resolução de equações), uma vez que ele pode ser acomodado a diferentes valores da variável situação. O esquema tem uma função que permite formar diferentes ordens de acções com base em informações da variável situação. Este é formado por invariantes, ou seja, por conceptualizações que a criança constrói em relação à realidade e que lhe permitirá compreender e antecipar o conjunto de regras contidas no esquema, por forma a agir de acordo com as variáveis situacionais.

As situações e os invariantes fazem parte dos esquemas e dos conceitos. Os invariantes que fazem parte dos esquemas não são mais do que palavras ou significantes. Os invariantes representam uma propriedade ou uma relação que é conservada sobre um conjunto de transformações (Vergnaud, 1986, 1989).

As representações simbólicas são, por outro lado, mais próprias dos conceitos do que dos esquemas, uma vez que os conceitos são explícitos e o esquema não (Vergnaud, 1989). Por exemplo, quando uma criança faz uma adição de números inteiros, existe um conjunto de regras (começar pela coluna das unidades que é a da direita, e depois passar para a coluna das dezenas e das centenas; calcular a soma dos números em cada coluna, entre outras) que ela não vai enunciar, mas que ela sabe fazer. Este facto permite dizer então que os esquemas são implícitos (Vergnaud, 1991).

O esquema é uma noção importante na análise das situações com as quais a criança se vê confrontada. Daí que não se deva entender o desenvolvimento da criança sem se examinar com atenção a situação ou tarefa a realizar, o comportamento em situação, as representações e a forma como estas podem ser modificadas, e em que circunstâncias (cognitivas e sociais) isto ocorre, tornando-se por isso difícil simular tudo isto em laboratório (Vergnaud, 1989, 1991). Por isso o autor defende que toda a investigação deve ser feita em ambiente "naturalista".

Quando a criança é confrontada com uma nova tarefa, ela faz uso das suas competências e das suas concepções. As competências e as concepções desenvolvem-se ao longo de um certo período de tempo e não estão organizadas da mesma maneira (Vergnaud, 1986, 1988). Elas são essenciais à explicação e análise das pequenas conquistas feitas pelos alunos. As competências da criança são observadas através da sua acção em situação, ou seja, na resolução de problemas, enquanto que as concepções estão organizadas através de objectos, propriedades e relações. São traduzidas através de expressões verbais (significantes linguísticos) e simbólicas evidenciadas pelos alunos, e que permitem designar os tais objectos, propriedades e relações (Vergnaud, 1988, 1990).

O esquema é também importante na análise de competências da criança. As competências podem ser analisadas como sendo combinações de esquemas (funções, regras ou programas), aplicadas a diferentes situações, gerando assim uma variedade de acções (Vergnaud, 1988, 1989). É então por isso que o autor pede para se dar muita atenção às condutas da criança, pois é através delas que podemos estudar as suas competências.

As competências dos alunos tornam-se evidentes durante a resolução de problemas, através da escolha dos dados e operações a realizar sem recorrer a raciocínios implícitos ou explícitos, e que assentam em elementos do conhecimento, que são denominados por teoremas-em-acto (Vergnaud, 1990).

O conceito de teorema-em-acto vai retomar a categoria dos invariantes relacionais, que significa que uma relação é reconhecida como invariante sob as variações da variável em jogo. Os teoremas-em-acto surgem naturalmente. Eles não possuem qualquer valor universal, mas permitem descrever o conhecimento matemático do aluno através de esquemas e de acções (Vergnaud, 1988, 1990).

Os teoremas-em-acto reúnem em si mesmos uma diversidade enorme de assuntos que permitem estudar os conhecimentos da criança, ou seja, permitem perceber quais são os conhecimentos operatórios e quais não são (Vergnaud, 1986).

Ao nível da matemática, Vergnaud (1990, 1991) refere alguns exemplos de teoremas-em-acto, na tentativa de compreender aquilo que é importante do ponto de vista cognitivo e matemático. Assim os invariantes relacionais podem ser de três tipos: "proposição", "função proposicional" e "argumento".

Os invariantes do tipo "proposição" podem ser verdadeiros ou falsos. Por exemplo, relativamente à adição, muitos alunos quando confrontadas com um problema em que lhes pedem para dizer quantas crianças estão num grupo onde há 4 raparigas e 3 rapazes, estes começam a contar desde o início, ou seja, 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; ...7 para responder à pergunta feita. Este procedimento é designado de "counting-all", ou seja, não há o procedimento que traduza a adição, mas sim reunião dos dois subconjuntos. Depois numa fase posterior a criança descobre que não tem necessidade de contar todos os elementos do conjunto e parte do cardinal do primeiro subgrupo e dá início à contagem (counting-on) e qualquer uma destas fases antecedem o conceito de adição. Este conhecimento pode ser traduzido pelo teorema-em-acto:

$$\boxed{\text{Card } (A \cup B) = \text{Card } (A) + \text{Card } (B) \text{ desde que } A \cap B = \{\}}$$

Outro teorema-em-acto identificado por Vergnaud (1991) é traduzido pelo facto de crianças entre os 8 e os 10 anos perceberem que qualquer número quando é multiplicado por 2; 3; 4; 5; 10; 100;... aumenta 2; 3; 4; 5; 10, ou 100 vezes mais, ou seja:

$$F(nx) = nf(x), \text{ para n inteiro}$$

Outro exemplo de teorema-em-acto na adição é a descoberta da propriedade comutativa, sendo indiferente somar 3+4 ou 4+3:

$$A + B = B + A$$

Os invariantes do tipo "função proposicional" não têm valor lógico, mas são necessários à construção das proposições. Por exemplo, os conceitos de cardinal, colecção, estado inicial, transformação, são essenciais à compreensão das estruturas aditivas. Estes conceitos são designados por conceitos-em-acto e estão em interacção estreita com os teoremas-em-acto.

Por último, os invariantes do tipo "argumento" que podem ser objectos, relações e proposições. Isto significa que as funções proposicionais podem dar origem a argumentos (Vergnaud, 1991).

Em suma, Vergnaud criou uma teoria que defende que um campo conceptual é um conjunto de situações (e.g. estruturas aditivas mais as operações que estão envolvidas) que permite formar uma classificação que tem por base o estudo das tarefas cognitivas e dos procedimentos envolvidos em cada situação.

Para Vergnaud (1986) a investigação feita sobre a aquisição de saberes só é possível através das conceptualizações dos alunos em cada situação concreta. Os conhecimentos práticos e teóricos formam-se através de problemas a resolver ou situações a dominar. O desenvolvimento cognitivo não deve ser nunca separado da experiência do sujeito em situação, especialmente quando se trata de aprendizagens escolares. Estas são essencialmente sociais sendo por isso referido pelo autor que "o conhecimento não seria aquilo que é se não fosse social e os processos de apropriação dos conhecimentos não seriam aquilo que são se a interacção não tivesse um papel essencial" (Vergnaud, 1989, p.457).

O papel da interacção no desenvolvimento da criança começou a ser analisado por Vygostky, embora este só, há relativamente pouco tempo, tenha começado a ganhar mais importância, recebendo o destaque merecido a partir dos trabalhos realizados por outros autores, que serão apresentados no decurso deste trabalho.

1.3 - Teoria Genética do Desenvolvimento Cultural - Vygotsky

Para este autor o desenvolvimento do indivíduo é uma consequência de um processo sócio-histórico. A criança desde muito cedo vai fazendo as suas aquisições através da interacção que estabelece com o meio que a rodeia. Ela nasce e cresce num ambiente cultural e historicamente abundante em significados, em estímulos e em relações complexas que se estabelecem. O seu desenvolvimento vai acontecer a partir de mudanças progressivas que resultam das interacções com os outros sujeitos sociais, mais competentes e maduros. O desenvolvimento da criança é devido à transmissão de conhecimentos, feito ao longo de gerações e transmitido como uma herança cultural. Esta transmissão de conhecimentos é feita através das interacções sociais que a criança estabelece com os outros e que lhe permite apropriar-se da experiência acumulada (Rogoff, 1990).

Poderá dizer-se que a cultura ou contexto sociocultural desempenha assim um papel importante, uma vez que permite à criança construir e interpretar o mundo que a rodeia.

Vygotsky, na sua Teoria Genética do Desenvolvimento Cultural, não dá só destaque aos factores sociais durante o desenvolvimento cognitivo da criança. O autor revela a existência de factores de origem biológica neste processo. Assim, Vygotsky (1991) fala dos sistemas cognitivos, ou seja, as funções mentais superiores, que são desenvolvidas ao longo da história social do Homem através da sua relação com o mundo, permitindo uma acção indirecta sobre o meio por intermédio de instrumentos. Estas funções mentais superiores diferem das funções mentais inferiores que são funções elementares, herdadas geneticamente e que permitem agir directa e instintivamente sobre o meio. As funções mentais superiores são, por exemplo, o pensamento, a memória, a percepção e a atenção.

Vygotsky (1991) refere ainda que as funções mentais superiores surgem no desenvolvimento da criança duas vezes. A primeira é através de actividades colectivas, nas actividades sociais (interpsicológicas), e a segunda aparece nas actividades individuais (intrapsicológicas). A esta relação entre a actividade externa e a actividade interna dá-se o nome de internalização, que não é mais do que a reorganização de uma actividade externa em interna, ou seja, a transformação activa da experiência interpessoal em intrapessoal (Rogoff, 1990). Esta internalização é fundamental para o desenvolvimento psicológico do ser humano.

Isto significa que a interacção social é o meio privilegiado para que a criança domine os instrumentos psicológicos ou sistemas de signos necessários ao seu desenvolvimento cognitivo. Este conceito de instrumentos psicológicos foi introduzido por Vygotsky para explicar os processos mentais do ser humano (Wertsch, 1985). Os instrumentos psicológicos são de origem social, porque são o produto da evolução sociocultural. Estes instrumentos não são inventados, nem herdados. A criança tem acesso aos instrumentos psicológicos através do meio sociocultural do qual faz parte, apropriando-se destes (Wertsch, 1985).

Estes instrumentos são por exemplo, a linguagem, a escrita, os símbolos algébricos, os mapas, entre outros. De todos, o mais importante, para Vygotsky é a linguagem. A aquisição destes instrumentos psicológicos permite a mediação da acção (Peixoto, 1998; Matta, 2001).

A mediação não é mais do que sistemas de signos que existem no meio social onde a criança está inserida, e que provocam a transformação dos processos biológicos em processos mentais superiores. Os sistemas semióticos, e em particular a linguagem é considerada como o verdadeiro instrumento psicológico (Deleau, 1990).

Inicialmente a linguagem é usada como meio de comunicação entre o adulto e a criança, como uma actividade social. Quando a criança desenvolve a linguagem interna, ela transforma esta actividade social em actividade individual, ou seja, vai sendo internalizada como uma forma de pensamento e como um meio de controlar e planificar a sua própria actividade. Segundo Wertsch (1985) na transição da linguagem social para a linguagem interna, a criança manifesta outro tipo de linguagem, denominada de egocêntrica, que cresce fora do contexto social, preparando a transformação da linguagem social em linguagem interna. Parece haver uma ordem no desenvolvimento da linguagem (social – egocêntrica - interna) e é através da linguagem que a criança entra na vida social e adquire os instrumentos culturais (Vygotsky, 1991).

A criança antes de controlar o seu comportamento, vai controlar o meio onde está inserida através da linguagem. Isto leva a que surja uma nova organização da sua actividade e também novas relações com o meio que a rodeia, levando à formação da inteligência (Vygotsky, 1991).

Relativamente a este aspecto Vergnaud (1989, 1990) refere que os estudos de Vygotsky estabeleciam uma relação entre a linguagem e o pensamento, ou seja, a linguagem era vista como o principal meio de favorecimento da aprendizagem. A par da linguagem os simbolismos particulares foram inventados e desenvolvidos para representar os números, as figuras geométricas, as funções, ou seja, de uma forma geral os objectos matemáticos. Hoje em dia as investigações interessam-se mais pelo reflexo do pensamento na linguagem, sendo que muitos estudos sobre o desenvolvimento da linguagem permanecem relativamente separados dos conteúdos de conhecimento subjacentes às formulações de cuja compreensão ou produção são alvo.

De acordo com os estudos efectuados, Vygotsky (1991) chega à conclusão de que a linguagem é importante na resolução de problemas. Assim quanto maior for a dificuldade sentida pela criança face à tarefa a realizar, maior é a quantidade de discurso produzido.

Segundo Vergnaud (1991) a linguagem favorece a realização de tarefas e a resolução de problemas. Tudo acontece porque o facto de estar a falar permite ao aluno descobrir informações e relações pertinentes para a tarefa. Estas informações pertinentes (expressas através de objectos, de propriedades e de relações) e as operações de pensamento (selecção da informação, inferência, aceitação ou não das consequências, operações a fazer, resultados e objectivos a atingir) estão na base da actividade intelectual.

A criança vai utilizar a linguagem como um instrumento para representar a realidade, regular o seu comportamento, mediar a acção, planificar as suas acções e interagir com os outros (Vygotsky, 1991; Matta 2001). Podemos dizer que a interacção social e a linguagem desempenham um papel decisivo no desenvolvimento da criança.

O desenvolvimento da criança resulta da interacção com o meio através da família, da escola e do seu grupo de pares que ajudam a construir o seu pensamento e a descobrir o significado da sua acção bem como as acções do outro social.

Dada a importância que atribui à interacção no desenvolvimento da criança e sobretudo ao nível da resolução de tarefas, Vygotsky introduz o conceito de Zona de Desenvolvimento Potencial para explicar a relação existente entre a aprendizagem e o desenvolvimento. A este propósito Vygotsky (1991) refere que, desde que a criança nasce existe uma relação entre a aprendizagem e o desenvolvimento, uma vez que esta aprende mesmo antes de frequentar a escola, e perante qualquer situação com a qual ela seja confrontada tem um percurso histórico. O autor refere ainda que a criança quando começa a estudar matemática na escola já teve experiências com estas operações.

Ao contrário de Piaget, Vygotsky (1991) considera que o desenvolvimento e a aprendizagem estão inter-relacionados desde o dia em que a criança nasce.

Descobrir as relações entre a aprendizagem e o desenvolvimento é um aspecto importante. Vygotsky (1991) refere que existem dois níveis de desenvolvimento. Um é o nível de desenvolvimento real que se traduz pela capacidade mental da criança em resolver um problema sozinha. O segundo nível é a zona de desenvolvimento potencial que pode ser definida como a diferença entre a capacidade que a criança tem para resolver um problema sozinha, e a capacidade desta em resolvê-lo com a ajuda de alguém, que pode ser um adulto, ou um colega que tenha desenvolvido essa capacidade.

Esta distância entre o nível de desenvolvimento real e potencial não é igual para todas as crianças, uma vez que o papel central está na interacção que se estabelece entre a criança e o outro sujeito mais competente. Daí que Vygotsky (1991) refira que a aprendizagem e o desenvolvimento estejam relacionados.

Através da zona de desenvolvimento potencial os educadores e professores podem perceber quais os processos de maturação que ficaram completos e quais os que estão em formação. Para determinar o nível de desenvolvimento de uma criança é necessário considerar os níveis de desenvolvimento real e a zona de desenvolvimento potencial (Vygotsky, 1991).

Vygotsky (1991) considera também que a linguagem é algo importante na relação desenvolvimento-aprendizagem. A criança numa primeira fase utiliza a linguagem para comunicar com o adulto, mas a partir do momento em que a linguagem passa a ser interior, ela vai organizar todo o pensamento da criança, tornando-se uma função mental interna.

A criança aprende através da interacção com os outros parceiros mais competentes. Ela aprende a linguagem, o conhecimento e também os valores. Para Vygotsky a linguagem é tida como uma característica importante em todo o processo de ensino-aprendizagem e também na aquisição e desenvolvimento de conceitos científicos. Estes diferem dos conceitos do dia-a-dia. Qualquer um deles desenvolve-se através da comunicação só que os conceitos científicos são aprendidos na escola (p. ex: conceitos matemáticos) e os conceitos do dia-a-dia são formados fora dela. No entanto, entre eles existe uma inter-relação, influenciando-se mutuamente, sendo que é através dos conceitos do quotidiano que a criança atribui um significado aos conceitos científicos (Moll, 1996).

Em suma, a interacção social permite a criação da Zona de Desenvolvimento Potencial. É devido à interacção social que a criança adquire os instrumentos psicológicos úteis ao seu desenvolvimento cognitivo. Para que as interacções sejam eficazes no processo de aprendizagem e desenvolvimento é necessário que o professor ao interagir com o aluno o faça na zona de desenvolvimento potencial da criança.

1.4 – A Interacção no Processo de Desenvolvimento e Aprendizagem

Para Vergnaud (1989) os estudos sobre a interacção ganharam importância a partir dos trabalhos de Bruner, (que serão abordados neste capítulo do nosso trabalho). Estes estudos colocam a tónica em dois aspectos, ou seja, por um lado na comunicação e por outro a discussão entre os parceiros de interacção. Destaca-se assim o papel da linguagem nas trocas existentes entre os diferentes parceiros quer seja entre professor e aluno quer seja entre os alunos. Por isso o autor refere que os saberes adquiridos pelos alunos são sociais pois resultam da interacção entre os vários sujeitos.

Na opinião de Vergnaud (1989) os trabalhos feitos sobre interacção social não são contrários à perspectiva construtivista, segundo a qual é o sujeito que constrói ou reconstrói os seus conhecimentos; eles permitem explicar com mais precisão as condições nas quais se faz essa construção (Vergnaud, 1989). O autor prefere falar da apropriação dos conhecimentos por parte do sujeito, porque a aprendizagem tem um carácter socialmente marcado e independente do sujeito. A reintrodução do social no cognitivo permite abordar uma série de fenómenos encontrados na família e na escola (Vergnaud, 1989).

Para Yackel et al, (1990) e no que se refere à aprendizagem da Matemática, a interacção social desempenha um papel fundamental nesta disciplina, uma vez que esta é uma actividade criativa.

O que acontece normalmente é que as crianças aprendem matemática na escola, segundo determinados padrões de conduta que foram estabelecidos explicita ou implicitamente. Estes padrões influenciam a forma como os alunos interagem com o professor e entre si, e também a forma como a criança aprende e aquilo que aprende (Yackel, et al 1990).

Aprender através da interacção é um aspecto fundamental da abordagem educativa proposta pelos autores. Estes sugerem que uma forma de tirar partido do processo de interacção na sala de aula seria, numa primeira fase dividir os alunos em pequenos grupos para que estes cooperassem no sentido da resolução de problemas, e numa segunda fase estes iriam partilhar com o professor e com os colegas as suas soluções, explicando e clarificando os dados obtidos e verbalizando o seu pensamento. Para que isso aconteça é necessário que exista por parte dos alunos e dos professores um certo à vontade para comunicar (Yackel, et al , 1990). A comunicação é uma das funções da linguagem, mas esta também permite a representação e auxilia o pensamento (Vergnaud, 1991). Contudo não é em todas em situações que o aluno acompanha a sua acção através da linguagem. Isto só se verifica quando este tem de planificar e controlar uma determinada ordem de acções, ou seja, quando se trata de uma actividade que não está automatizada.

A criança quando confrontada com uma situação, um problema a resolver, vai produzir discurso. Este será evidentemente tratado como uma narração ou como um discurso teórico. A função da linguagem é acompanhar e facilitar a execução do esquema de tratamento da situação, ou seja, identificar os objectos, as suas propriedades, as inferências e antecipar os acontecimentos finais. Perante um problema fácil a criança por norma não se pronuncia, mas quando este é difícil ela raciocina em voz alta, anunciando aquilo que vai fazer, reformulando o enunciado e as relações pertinentes (Vergnaud, 1988, 1989).

Os alunos teorizam espontaneamente e fazem uso da linguagem e por vezes do desenho para acompanhar o seu pensamento. As trocas verbais permitem aos alunos serem mais precisos, identificando os elementos e as relações, solicitando a colaboração de outros, transmitindo raciocínios, enunciando a sequência das acções e os resultados a atingir (Vergnaud, 1988).

1.4.1 - Bruner e a Noção de Apoio (*Scaffolding*)

Como já foi referido a interacção começa a ganhar mais destaque com os trabalhos de Bruner sobre a interacção de tutorias ou de tutela, que consiste numa forma de interacção assimétrica. Caracteriza-se por ser quase sempre uma relação diádica, onde um dos parceiros envolvido é o tutor que vai transmitir ao outro sujeito (aprendiz) os procedimentos necessários à realização da tarefa. O tutor é o sujeito mais competente que procura ajudar o outro a encontrar a solução para o problema proposto, visto que o aprendiz não seria capaz de o fazer sozinho, e por esta razão se chama assimétrica (Bruner, 1983).

Bruner (1983) refere que não é possível compreender o desenvolvimento do ser humano sem se dar a devida importância ao apoio e à colaboração entre o adulto e a criança, sendo deste modo o adulto o mediador cultural. Desta forma o adulto tem como função apoiar a criança na resolução de tarefas, dando o suporte necessário à sua realização, ou seja, o adulto proporciona o apoio (suporte) ou "*scaffolding*".

O apoio consiste no facto de o adulto tomar a seu cargo os aspectos de uma tarefa para a qual a criança demostra não ter ainda as competências suficientes e necessárias para a sua total concretização, mas esta consegue, contudo, lidar com outros aspectos por forma a resolver a tarefa em causa (Bruner, 1983). Este apoio pode levar a um rápido desenvolvimento da competência que a criança ainda não tem, e que de certo levaria mais tempo a adquirir se estivesse sozinha a realizar tal actividade.

Para Bruner (1983) o papel do adulto durante a função de apoio (*scaffolding*) é importante no sentido de que este deve: 1) estimular a criança por forma a que esta se concentre na tarefa que está a realizar; 2) diminuir os graus de liberdade (reduzir a dificuldade da tarefa); 3) manter a orientação para que a criança não se afaste do objectivo proposto; 4) indicar as características importantes para a resolução da tarefa; 5) controlar a frustração sentida (através de reforços e de incentivos); e 6) fazer demonstrações por forma a que a criança possa executar a tarefa.

No seguimento do conceito de *scaffolding*, Bickard (1992) propõe um novo modelo sobre o desenvolvimento psicológico, bem como a noção de *self-scaffolding*.

1.4.2 - Modelo Construtivista do Desenvolvimento Psicológico – Bickhard

De acordo com Bickhard (1992) o conhecimento baseia-se em processos que se encontram organizados em diferentes níveis e que resultam da reflexão e da interacção com os outros.

Assim, o desenvolvimento ocorre através de processos de variação e de selecção onde as situações de erro podem existir, ou seja, a criança aprende através de um processo de construção que tem por base a tentativa e erro de novas formas de organização e na rejeição de situações que não apresentam situações interactivas com sucesso. Isto significa que a criança perante o erro pode corrigi-lo recorrendo para tal à reflexão (Bickhard, 1992).

Para Bickhard (1992) todo o desenvolvimento se processa através do *scaffolding* (noção introduzida por Bruner). O *scaffolding* é usualmente conceptualizado em termos de comportamento de suporte ao nível de informação e de coordenação que uma ou mais pessoas fazem em benefício de outra, podendo o *scaffolding* acontecer entre adultos, entre o adulto e a criança e entre crianças. Este apoio vai permitir à criança conseguir realizar tarefas que de outra forma não seria capaz de fazer sozinha.

A função do *scaffolding* é permitir a criação de pontos de suporte que potenciem a existência de pontos de estabilidade, para que a criança se organize. Assim, o *scaffolding* permite à criança reduzir a complexidade dos problemas, subdividindo-os em problemas mais simples, por forma a descobrir as estratégias indicadas para os resolver.

Para além do *scaffolding* desempenhar um papel importante no desenvolvimento da criança, Bickhard (1992) introduz uma nova noção também ela importante em todo este processo, que é o *self-scaffolding*. Este é definido através da existência de suportes construídos pela criança durante o processo interactivo. Estes suportes permitem à própria criança que seja capaz resolver tarefas com as quais se vê confrontada. Esta noção revela-se também importante em todo o processo de construção do conhecimento pela criança.

Em qualquer uma destas situações (*scaffolding e self-scaffolding*) o papel do professor é importante, não só como fonte de informação e de orientação na resolução das tarefas, mas também como apoio para permitir à criança, que esta ultrapasse as situações de insucesso e desenvolva competências por forma a realizar as tarefas com as quais vai sendo confrontada no seu dia-a-dia (Bickhard, 1992).

2 - Resolução de Problemas

A aprendizagem da Matemática vai muito além da aquisição de conceitos e de técnicas passíveis de aplicar na vida do dia-a-dia. O desenvolvimento desta disciplina é feito através dos problemas, sendo por isso a resolução de problemas uma área tão importante no ensino da Matemática. Pretende-se pois que o aluno se depare com situações complexas, encontre dificuldades, corra riscos e decida pela solução mais eficaz através de um processo de descoberta (Ponte, 1992).

Para Ponte (1992) um problema é visto como uma tarefa para a qual o aluno procura uma solução que não é imediata. Muitos professores de matemática verificam que grande parte dos seus alunos não são capazes de resolver problemas para além dos rotineiros, apesar de estes terem adquirido todos os requisitos necessários quer ao nível do conhecimento, quer dos procedimentos e das técnicas de cálculo (Lester, 1994).

Na opinião de Lester (1994) este facto deve-se a três motivos: 1) a resolução de problemas é uma actividade intelectual complexa; 2) não existe acordo no que diz respeito àquilo que está envolvido no processo de resolução de problemas; 3) os alunos têm poucas oportunidades para se envolverem neste tipo de tarefas.

O autor dá um exemplo daquilo que é a atitude dos alunos face a alguns problemas. O autor apresentou aos seus alunos o seguinte problema: "Um homem conduziu o seu automóvel da sua casa até à casa de um amigo à velocidade de 64km/h e demorou 20 minutos. Quando regressou a sua casa percorreu as mesmas estradas, mas agora à velocidade de 80km/h. Quanto tempo demorou a viagem de regresso?" (Lester, 1994, p.15).

Verificou que muitos alunos do ensino secundário e universitário deram uma resposta incorrecta ao problema, e ficou surpreendido quando constatou que uma percentagem considerável (cerca de 25%) respondeu erradamente ao problema, dizendo que eram 25 minutos, ou seja, os alunos fizeram $64/20=80/x$, o que significa que não é uma resposta lógica, pois se o sujeito fez os mesmos quilómetros mas com uma velocidade superior não podia demorar mais tempo.

Para o autor, os alunos não parecem estar preocupados com as soluções dos problemas que vão resolvendo, e chega mesmo a questionar "por que é que os alunos quando resolvem problemas, se preocupam tão pouco em verificar se as soluções fazem sentido?" (Lester, 1994, p.16).

Na opinião de Lester (1994), a investigação feita sobre a resolução de problemas em termos internacionais começou a merecer a atenção dos educadores há relativamente pouco tempo, sendo agora considerada uma área fundamental na educação matemática. No entanto, foi dado pouco destaque à investigação feita nesta área. Portugal, juntamente com outros países, foi dos que manifestou interesse e tem colaborado nas pesquisas feitas ao nível da resolução de problemas (Lester, 1994).

Lester (1983, 1994) refere que a partir da revisão de literatura feita sobre a resolução de problemas verifica-se que esta foi uma das áreas mais populares ao nível da investigação realizada em educação matemática, durante os anos 80, surgindo posteriormente um declínio pelo interesse nesta área de investigação nos anos seguintes.

Para a grande parte dos professores o desenvolvimento das capacidades dos alunos na resolução de problemas é, sem dúvida, um objectivo prioritário no ensino da matemática. No entanto, em sua opinião ainda não foi desenvolvido nenhum programa em que a resolução de problemas fosse o aspecto central do currículo (Lester, 1994).

Na opinião de Lester (1983) as investigações feitas no passado sobre a resolução de problemas não foram sempre conduzidas pela comunidade matemática. Tal facto deve-se, sobretudo, à falta de entendimento: 1) no que consiste a resolução de problemas; 2) qual o desempenho que deve ser medido; 3) quais as tarefas apropriadas para a pesquisa; e 4) quais as variáveis que influenciam o comportamento.

Lester (1994) refere que feita uma análise à investigação realizada nesta área desde 1970, verifica-se que existem três áreas onde foram feitos alguns avanços: 1) determinantes das dificuldades de um problema; 2) diferenciação entre bons e maus desempenhos durante a resolução de problemas; 3) ensino da resolução de problemas.

Entre 1970 e 1980 houve muito interesse em estudar os determinantes das dificuldades de um problema. Estes estudos focaram sobretudo os aspectos que caracterizavam os problemas que eram apresentados aos alunos (Lester, 1994).

Foram identificados quatro tipos de variáveis que contribuem para a existência de dificuldades num problema: 1) variáveis de conteúdo; 2) variáveis de contexto; 3) variáveis de sintaxe e 4) variáveis de comportamento heurístico.

Os estudos feitos permitiram que se começasse a investigar cada vez mais nesta área e que de alguma forma a investigação fosse de facto o mais científica possível (Lester 1994).

Durante aproximadamente o mesmo período de tempo (1970 e meados de 1980) começou a surgir o interesse pelo estudo das diferenças entre os alunos com bom e com fraco desempenho ao nível da resolução de problemas (Lester, 1994). Os trabalhos de Schoenfeld (1985) revelam que os alunos com sucesso distinguem-se dos alunos sem sucesso em cinco aspectos:

1 - os alunos com sucesso durante a resolução de problemas para além de saberem mais do que os alunos com insucesso, sabem de outra forma, ou seja, o conhecimento que possuem pode estar interligado e possuem esquemas mais ricos em conteúdo;

2 - os alunos com sucesso, quando estão perante um problema, dão atenção às características estruturais do mesmo, enquanto que os alunos com insucesso prestam atenção a aspectos superficiais;

3 - os alunos com sucesso têm consciência dos seus pontos fortes e fracos, enquanto que os alunos com insucesso não têm;

4 - os alunos com sucesso sabem controlar os seus esforços durante a tarefa de resolução de problemas, o mesmo não acontece com os alunos que não têm sucesso;

5 - os alunos com sucesso interessam-se em obter soluções com lógica enquanto que os alunos com insucesso não.

Na opinião de Lester (1994) o ensino da resolução de problemas indica a existência de cinco aspectos a considerar:

1- para os alunos melhorarem a sua "performance" nesta área de ensino devem exercitar muito esta prática;

2 - as capacidades de resolução de problemas adquirem-se lentamente e durante um longo período de tempo;

3 - para que os alunos retirem benefícios deste ensino devem acreditar que o seu professor considera a resolução de problemas uma área importante;

4 - uma grande parte dos alunos tira proveito da resolução de problemas se esta for planeada sistematicamente;

5 - ensinar os alunos a resolver problemas é ensinar as estratégias e as etapas de resolução de um problema.

A resolução de problemas é uma actividade que faz apelo a uma enorme variedade de acções a nível cognitivo e cada uma delas exige conhecimentos e capacidades por parte dos alunos. A resolução de problemas é um desafio extremamente complexo que implica algo mais do que recordar factos e aplicar os procedimentos aprendidos (Lester, 1994).

O autor chama a atenção para o facto de que existem algumas questões a ter em conta quando se fala em investigação sobre a resolução de problemas. Assim, há necessidade de desenvolver um corpo teórico sobre esta área de investigação; é necessário clarificar o significado de resolução de problemas e desenvolver instrumentos de pesquisa para observar e medir o desempenho dos alunos. É ainda necessário identificar os sujeitos da investigação e definir o tempo necessário para fazer o tratamento da investigação, dando igualmente atenção à aplicação e transferência do que foi aprendido, e questiona "como se deve ensinar a resolução de problemas?" (Lester, 1994, p.28).

Fernandes, Borralho e Amaro (1994) referem que, para aprofundar a pesquisa nesta área, o investigador deve recorrer a métodos qualitativos (e.g. estudos longitudinais, de caso em sala de aula, entrevistas clínicas, estudos etnográficos).

Tal com Lester (1994) também Fernandes et al. (1994) concordam com o facto de que ainda se sabe pouco acerca da resolução de problemas. Uma possível razão para que tal aconteça prende-se com o facto de existirem dificuldades em identificar com clareza os processos envolvidos e/ou utilizados pelos alunos durante a tarefa de resolução de problemas.

Para Lester (1983) a investigação sobre a resolução de problemas deve ser naturalista e orientada para responder a questões que se prendem com aquilo que o sujeito faz correctamente durante a realização do problema; com aquilo que o aluno deve ser capaz de fazer; e o que fazer para melhorar o desempenho dos alunos nesta área de ensino.

Herbert & Wearne (1991) para estudar os processos que os alunos utilizam na resolução de problemas, recorreram à análise das estratégias utilizadas pelos alunos que tinham sucesso, e contrastaram-nas com as estratégias dos alunos com insucesso; acompanharam o desenvolvimento de estratégias de interpretação do problema e de contagem durante a resolução da tarefa; analisaram as tarefas e descreveram os processos utilizados pelos alunos na sua realização.

O estudo dos processos utilizados pelos alunos é determinante se houver a preocupação de estabelecer uma relação entre a investigação feita ao nível da aprendizagem e aquilo que é feito ao nível do ensino na sala de aula. Daí que seja necessário elaborar modelos que esclareçam sobre os processos que levam os alunos a terem sucesso na resolução de problemas. Reconhecer estes processos é prioritário, uma vez que podem ser utilizados numa grande variedade de situações problemáticas (Fernandes et al, 1994).

A compreensão dos processos que os alunos utilizam durante a resolução de problemas permite a elaboração de modelos necessários para que o ensino se torne cada vez mais eficaz e permita também a construção de conhecimentos (Fernandes et al, 1994).

Para os autores, os processos envolvidos na resolução de problemas estão ligados a variáveis que compõem a tarefa, ou seja, existem "relações entre a natureza dos problemas (tarefas) que este tem de resolver e os processos de resolução utilizados" (Fernandes et al., 1994, p.55). Estas variáveis de tarefa dizem respeito à sintaxe, ao conteúdo, ao contexto, à estrutura, e a estratégias que a tarefa promove.

Fernandes et al (1994) referem que a identificação das estratégias utilizadas pelos alunos durante a resolução de problemas, resulta dos dados recolhidos a partir das investigações feitas e com o recurso a metodologias tais como a entrevista clínica.

Relativamente à realidade portuguesa, entre 1989 e 1992 os alunos portugueses, com idades compreendidas entre os 9 e os 13 anos, participaram no "Second International Assessment of Educational Progress" (SIAEP) e os resultados mostraram que estes tiveram resultados baixos na disciplina de Matemática comparativamente aos outros participantes (Ramalho, 1995). Segundo Fernandes (1992) têm sido feitas algumas advertências desde 1980 com o objectivo de aperfeiçoar o ensino ao nível da resolução de problemas em Matemática. Aquilo que se verifica é que os alunos passam muito tempo na escola exercitando algoritmos, a escutar as explicações dadas pelos professores e a tentar resolver problemas, repetindo através de imitação os procedimentos e as técnicas ensinadas.

O estudo sobre os processos envolvidos na resolução de problemas teve o seu início nos anos 60. Enquanto alguns autores se inspiravam em sistemas de codificação para analisar os processos utilizados pelos alunos, outros mostravam que através de situações de ensino e recorrendo à técnica de "pensar alto" e à análise de protocolos produzidos pelos alunos, seria a metodologia indicada para estudar os processos envolvidos nesta área de ensino (Fernandes 1992; Fernandes et al 1994).

Na opinião de Lester (1983) muitos investigadores têm usado a técnica de "pensar alto" para recolher dados durante a resolução de problemas. Foi a partir dos estudos soviéticos (Kilpatrick e de Krutetski) que os investigadores americanos ficaram mais atentos ao valor potencial dos estudos clínicos sobre os processos mentais. A utilização de procedimentos não experimentais, implica o recurso a uma análise qualitativa, tendo contudo em consideração as dificuldades inerentes que surgem em termos de observação e análise dos comportamentos de resolução de problemas.

Outros autores a interessarem-se por esta área foram Riley, Greeno & Heller (1983) que consideram a resolução de problemas como um dos aspectos mais importantes no desenvolvimento da criança e afirmam que, com a idade, as crianças progridem na sua capacidade de resolver problemas.

Muitas vezes diz-se que uma criança que tem um fraco desempenho na realização de uma tarefa não possui determinado conhecimento. É frequente pensar que se uma criança compreende um conceito, o seu desempenho é consistente com a aprendizagem feita sobre o conceito em causa. No caso de o desempenho não ser consistente, a criança é vista como não detentora de conhecimentos e por isso não compreende a questão colocada (Riley, et al, 1983). Contudo nem sempre é assim. Por vezes há crianças que aparentam falta de conhecimentos para realizarem determinada tarefa, mas conseguem ter, muitas vezes, um desempenho consistente com o conhecimento noutras tarefas (Riley et al,1983). Isto pode ser devido às diferentes representações que a criança tem dos problemas que vai resolvendo que a levam a ter diferentes procedimentos para chegar à solução pretendida. Estas diferentes representações são possivelmente alargadas a outros problemas.

A análise dos processos cognitivos através da resolução de problemas é considerada uma tarefa minuciosa, que fornece pistas acerca dos procedimentos e das estratégias envolvidas nos desempenhos de sucesso.

Compreender a tarefa de resolução de problemas é compreender o processo de representação da informação que compõe o problema e dos componentes da solução através de uma relação coerente construída com base no conhecimento conceptual. Por exemplo, a dimensão do enunciado do problema, a sua complexidade gramatical, a ordem de apresentação dos dados no problema parecem ser indicadores para a obtenção de soluções para os problemas (Riley et al,1983).

Por outro lado, a utilização de ajudas concretas, isto é, de objectos concretos, facilitam a resolução dos problemas, havendo melhores desempenhos particularmente no caso de crianças pequenas (Riley et al, 1983).

Na resolução de problemas existem três aspectos a ter em linha de conta: 1) a esquematização do problema por forma a extrair o conhecimento necessário para resolver a tarefa; 2) a esquematização da acção para representar o modelo de conhecimento acerca da acções envolvidas para alcançar a solução; e 3) a definição da estratégia para atingir a solução do problema.

A esquematização do problema permite a organização da informação contida no problema, através de uma frase ou história, para representar a mensagem incluída nos elementos não explícitos do problema, ou seja, implica a interpretação do texto que compõe o problema, e que pode ser um modelo simples que representa relações entre quantidades ou pode ser um modelo mais complexo que requer a esquematização de relações complexas e de comparação de problemas. Por outro lado, a esquematização da acção permite representar a situação do problema relacionando a representação com os procedimentos a efectuar durante a resolução da situação problemática. Por fim, o conhecimento estratégico representado através de um conjunto de regras bem definido e organizado permite a planificação da solução a atingir, permite escolher a abordagem ao problema e decidir as acções a realizar (Riley et al, 1983).

Para os autores as dificuldades que as crianças enfrentam durante a resolução de problemas podem ser devidas à falta de uma destas componentes. Se pretendemos que os alunos sejam capazes de resolver problemas de uma forma consistente, é necessário que exista uma base sólida de conhecimentos para que o desenvolvimento da capacidade de resolução de problemas se venha a dar.

2.1 – Os Números Racionais

O conceito de número racional é talvez o mais complexo e importante conceito em matemática que as crianças aprendem no seu percurso escolar durante o 1.º e 2.º ciclos. Para Behr, Lesh, Post & Silver (1983) sua importância pode ser vista de diferentes perspectivas:

1 - a partir de uma perspectiva meramente prática, ou seja, a capacidade de lidar efectivamente com estes conceitos melhora a capacidade para compreender e lidar com situações da vida quotidiana;

2 - a partir de uma perspectiva psicológica, isto é, os números racionais fornecem um leque riquíssimo de informações que possibilitam às crianças desenvolver e expandir as estruturas mentais necessárias ao seu desenvolvimento intelectual;

3 - a partir de uma perspectiva matemática, ou seja a compreensão dos números racionais fornece a formação de uma estrutura de base essencial às operações de álgebra.

Diversos estudos mostram que as crianças têm dificuldades em aprender e aplicar o conceito de número racional. Os resultados revelam que existe uma baixa "performance" nas operações com números racionais bem como na resolução de problemas com estes números.

Segundo Behr et al (1983) os números racionais podem ser interpretados pelo menos de seis formas diferentes: 1) como a comparação parte-todo; 2) como número decimal; 3) como razão; 4) como divisão; 5) como operador; 6) como medida de quantidades contínuas e descontínuas. A compreensão dos números racionais implica não só a compreensão destas diferentes formas como também a sua inter-relação.

A interpretação do número racional como comparação parte-todo depende da capacidade de partição de uma quantidade contínua ou de um conjunto de objectos discretos em partes iguais ou subconjuntos. Este tipo de interpretação é introduzido na escola desde muito cedo, e as crianças têm a noção de "metade" através do processo de partição. Contudo não é antes do 4° ano que a noção de fracção é tratada de forma sistemática, sendo depois mais tarde aprofundada nos anos seguintes.

O número racional visto como decimal permite aproximar tão perto quanto possível a medida de qualquer grandeza. Consiste numa forma disfarçada de apresentação dos números fraccionários (Brissiaud, 1998).

A interpretação do número racional como razão significa que existe uma relação que transmite uma magnitude, isto é, uma taxa comparativa. Quando dois rácio são iguais dizemos que estes são proporcionais entre si. O uso da proporcionalidade verifica-se bastante na resolução de problemas de física ou em situações que requerem a comparação entre diferentes magnitudes (Behr et al, 1983), por exemplo o número de rapazes e raparigas na sala de aula é uma proporção. Brissiaud (1998) refere também que a proporção permite muitas vezes definir aquilo que é designado como "grandeza-quociente" e dizemos que temos 6 a dividir por 4.

De acordo com a interpretação da comparação parte-todo, o símbolo a/b refere-se a uma parte fraccionária de uma determinada quantidade. Mas este símbolo a/b também pode significar uma operação, e muitas vezes é escrita $a \div b$, indicando assim a divisão ou quociente, ou seja, outra interpretação possível dos números racionais.

Outro significado possível é o do número racional como operador, que impõe uma interpretação algébrica, ou seja, p/q é a função que transforma um conjunto noutro. Pode também ser utilizada para operar com objectos contínuos (comprimento). A interpretação de multiplicador-divisor quando opera com objectos discretos, isto é, o número racional p/q transforma um conjunto de *n* elementos num conjunto *np* elementos onde o número que o representa é *np/q*. Mas a interpretação de operador é particularmente usada para estudar a equivalência entre fracções (Behr et al, 1983).

Para Behr et al (1983) parece plausível que a comparação parte-todo, baseada em quantidades discretas represente o aspecto fundamental para o desenvolvimento do conceito de número racional. Este é o ponto de partida para a aprendizagem e compreensão das outras formas de representar os números racionais. A razão é o constructo mais "natural" para promover a noção de equivalência, e o operador é muito útil na compreensão da multiplicação e da adição.

Behr et al (1983) elaboraram um projecto sobre os números racionais cujos objectivos eram: 1) descrever o desenvolvimento de sistemas complexos de relações e operações que as crianças do 2º e 8º anos utilizavam como os números racionais; 2) descrever o papel que os vários sistemas de representação (desenhos, linguagem, manipulação de objectos) têm na aquisição e na operação com os números racionais.

Este projecto não se baseia apenas naquilo que a criança vai fazendo naturalmente, mas também naquilo que ela pode conseguir fazer através de ajudas dadas durante as interacções mantidas.

O interesse deste projecto está nas interacções entre as representações internas e externas das situações problemáticas. Frequentemente quando a criança resolve um problema, a interpretação interna do problema influencia a selecção da representação externa. Este pode envolver o desenho, materiais concretos para modelar o problema (Behr et al, 1983).

Os resultados deste estudo apontam para a existência de dificuldades de representação dos números fraccionários. Constatou-se que os alunos tiveram dificuldades em identificar a fracção como um ponto situado na "linha numérica". Isto pode ser devido ao facto de estes alunos fazerem, sobretudo, a interpretação das fracções a partir da comparação parte-todo. Os autores referem ainda que o discurso em situação pode ter um papel importante como intermediário entre a capacidade de representação do aluno à cerca dos conteúdos matemáticos e a tradução dessas mesmas representações através do simbolismo matemático. Assim é possível identificar as dificuldades sentidas pelos alunos e propôr-lhes problemas que os ajudem a ultrapassar estas mesmas dificuldades. Verificou-se também que a utilização de materiais foi útil para as crianças desenvolverem modelos matemáticos apropriados às situações-problema da vida real, uma vez que estes materiais podem fazer a ligação entre os problemas do quotidiano, as ideias abstractas e a simbologia utilizada pela Matemática. E por último, as fracções unitárias podem ser fundamentais para o desenvolvimento do conceito geral de fracção na criança. E isto porque a noção de fracção não unitária pode ser aprendida através da contagem ou adição de fracções unitárias, como por exemplo 3/7 é 1/7+1/7+1/7. A criança ao mesmo tempo de vai realizando esta tarefa vai interiorizar que a adição de fracções é feita com fracções cujo denominador é igual. Um outro exemplo é quando a criança tem de efectuar a adição de 3/8+4/8 ela pode fazer 3/8, 4/8, 5/8, 6/8 e 7/8 chegando assim ao resultado final da expressão proposta (Behr et al, 1983).

2.2 – Os gráficos

Se olharmos à nossa volta verificamos que existe uma grande quantidade e variedade de informação gráfica, isto é, fotografias, esquemas, tabelas, gráficos, mapas, cujo objectivo é informar e orientar. As sociedades modernas comunicam cada vez mais através destes tipos de ferramentas como complemento da comunicação verbal (Postigo & Pozo, 2000; Barquero, Schnotz, & Reuter, 2000; Gerber, Bouton-Lewis & Bruce, 1995).

A utilização destes meios de comunicação visual tem também a sua influência a nível educacional. Muitos dados são apresentados em forma de gráficos, ou seja, através de sinais visuais semelhantes às frases que compõem um texto. Através deles temos a oportunidade de processar e tratar informações não só importantes como também essenciais para a tomada de decisões. Pode dizer-se que se torna necessário e urgente desenvolver uma capacidade para ler os gráficos, uma verdadeira alfabetização gráfica como complemento da literacia, que ajude os alunos a decifrar as mensagens contidas nos gráficos, de uma forma mais autónoma (Postigo et al, 2000; Barquero et al, 2000).

O uso dos gráficos como formas de representação e transmissão de informações tornou-se desde muito cedo um aspecto muito importante, visto que a informação transmitida através destes não só é recordada mais facilmente como também possibilita uma melhor compreensão do assunto abordado. O gráfico comunica informação através de componentes que estão dispostas espacialmente. A função do gráfico é a de um modelo bidimensional que representa um certo conteúdo através da analogia entre este conteúdo e uma certa característica da estrutura espacial (Schnotz, Picard, Hron, 1993).

Segundo Schnotz (1993) os gráficos têm algumas vantagens que se prendem com a aquisição de conhecimentos. Ou seja, os gráficos podem ilustrar conceitos abstractos, podem ajudar a compreender determinados assuntos considerados difíceis, podem também ajudar na organização de informação entre outros aspectos.

Os textos e os gráficos contribuem de formas diferentes para a aquisição do conhecimento. Compreender um gráfico é um processo semelhante ao processo de cartografar, em que o aluno vai construindo o seu modelo mental através da transformação de certas entidades gráficas em entidades mentais, traçando as relações espaciais do gráfico em relações semânticas do modelo mental. Um gráfico pode ser considerado como um modelo externo que permite uma construção de um modelo mental através da analogia de uma representação visual (Schnotz, et al, 1993).

Contudo os indivíduos não estão preparados para usar de forma correcta os gráficos como instrumentos de conhecimento, embora os sujeitos achem, de uma forma geral que esta questão é relativamente simples (Barquero et al, 2000). Surge por isso a necessidade de os sujeitos desenvolverem uma capacidade visual (*visual literacy*) considerada como o conhecimento à cerca das possibilidades de mostrar informação visualmente, ou seja, a capacidade de comunicar e transmitir informação através de gráficos, figuras, diagramas e ter ao mesmo tempo a capacidade para compreender as produções visuais realizadas pelos outros (Barquero et al, 2000).

No entanto, e apesar de cada vez mais se recorrer ao uso dos gráficos, a realidade é que a investigação sobre a sua utilização, compreensão e interpretação é diminuta (Schnotz, 1993), sendo muitas vezes comparada com a investigação sobre a interpretação de textos e por isso ser considerada heterogénea. Isto deve-se ao facto de existir uma enorme variedade de gráficos, com formas muito próprias, como são por exemplo os mapas, os diagramas, as ilustrações, os esquemas ou os gráficos numéricos (Postigo et al, 2000).

O que permite diferenciar os vários tipos de informação gráfica é, sobretudo, a sua natureza representacional, ou seja, é o tipo de informação que representa e o formato que adquire (tabela 1). Assim, e de acordo com este critério, podemos dizer que existem quatro tipos de informação gráfica que se diferenciam na classe e na forma em que é apresentada a informação (Postigo et al, 2000).

Tabela 1 - Tipos de informação gráfica

Tipo de gráfico	*Relação que expressa*	*Exemplo*
Diagramas	Relação conceptual	Esquema
Gráficos	Relação numérica	Histograma
Mapas/Plantas/Croquis	Relação espacial selectiva	Mapa geográfico
Ilustrações	Relação espacial reprodutiva	Fotografia

Postigo et al (2000) procuram estudar as dificuldades que existem na interpretação dos gráficos. Existem várias maneiras de representar a informação quantitativa, ou seja, por exemplo através de tabelas, gráficos de barras, de linhas e de sectores. De uma forma geral os gráficos podem ser definidos como representações que apresentam uma relação numérica existente entre uma ou mais variáveis através de elementos espaciais (barras, linhas ou outros). A pouca investigação feita sobre a interpretação deste tipo de gráficos por alunos tende a mostrar que o seu processamento é superficial, limitando-se à leitura de dados e de alguns aspectos pontuais do gráfico.

Para Postigo et al (2000) pode ser feita uma analogia entre a análise e interpretação de um texto e a análise e interpretação de um gráfico, ou seja, os alunos perante um texto têm que centrar o seu processamento no texto de base. No caso do gráfico têm de o fazer com base na figura e depois construir uma interpretação da situação; só que neste caso existem mais dificuldades do que no caso do texto.

A interpretação de um gráfico implica descrevê-lo, retirando a informação necessária ao sujeito que interpreta o gráfico. Por isso se diz, tantas vezes, que uma imagem vale por mil palavras.

Postigo et al (2000) fazem referência a outros estudos sobre o tipo de interpretação dos gráficos. Existem duas formas de os interpretar: a local e a global. A interpretação local está centrada na localização da informação específica e nos valores do gráfico. A interpretação global centra-se na procura e comparação de tendências, considerando a totalidade do gráfico com o propósito de conhecer o tema do mesmo, transmitido visualmente. No entanto, o número de interpretações globais é mais baixo do que o das locais, e a interpretação global é mais difícil do que a local e requer um processo de abstracção que nem sempre é conseguido pela maioria dos estudantes.

Para os autores a interpretação de um gráfico vai desde a leitura directa de dados até à resolução de problemas, e podem ser distinguidos diferentes níveis de leitura ou de interpretação:

1 - Informação explícita: é o nível mais superficial de leitura de um gráfico. Está centrado na identificação dos elementos que compõem o gráfico, como por exemplo o título, o nome e os valores das variáveis;

2 - Informação implícita: este tipo de processamento pressupõe uma interpretação que vai mais além do que a simples leitura dos valores indicados no gráfico. Pretende identificar tendências e estabelecer relações entre os diferentes valores. Também pressupõe um certo conhecimento dos diferentes tipos de gráficos e a leitura de legendas. Este nível de leitura implica procedimentos mais complexos, uma vez que as estratégias para o interpretar implicam a descodificação e tradução da informação;

3 - Informação conceptual: este nível está centrado no estabelecimento de relações conceptuais a partir da análise global da estrutura gráfica, o que significa que é preciso ir mais além do que a informação contida no gráfico de forma explícita e implícita e recorrer a outros conhecimentos relacionados com o conteúdo exposto para realizar interpretações e explicações sobre o fenómeno representado no gráfico.

De acordo com Postigo et al (2000) esta forma de analisar um gráfico torna-se mais flexível e mais diversificada do que as propostas por outros autores. Por isso no seu estudo estes procuram validar estes três níveis de processamento.

Quando um sujeito interpreta um gráfico pode fazê-lo com base em informações explícitas, implícitas ou conceptuais, dependendo da sua capacidade de descodificação da informação contida no gráfico, do seu conhecimento sobre a situação apresentada, e também depende das características do gráfico e das variáveis da tarefa (Postigo et al, 2000). Estas são de quatro tipos diferentes e podem ter influência no tipo de processamento que o sujeito vai fazer do gráfico: 1) estrutura gráfica, que diz respeito ao formato e tipo de representação (p. ex: linhas, barras, sectorial, etc.) bem como o tipo de escala; 2) a estrutura numérica, que se refere à relação existente entre as variáveis (p. ex: linear, interacções) e com o número e tipo de variáveis (p. ex: nominal, ordinal, intervalar); 3) o conteúdo do gráfico, que diz respeito ao domínio semântico do fenómeno representado graficamente; 4) a tarefa e o contexto podem implicar diferentes tipos de exigências ao nível do processamento da informação, desde a identificação explícita ou implícita dos dados (Postigo et al, 2000).

Postigo et al (2000) vão apenas estudar as estruturas gráfica e numérica que, segundo eles, são específicas deste tipo de informação, e que ajudarão a perceber melhor porque é que "um gráfico vale mais do que 1000 dados". Para tal realizaram dois estudos. O primeiro procura analisar a influência lógica da estrutura gráfica da informação no tipo de processamento. No segundo estudo pretendem procurar os efeitos da estrutura numérica sobre a forma de processar a informação contida no gráfico. Neste estudo a amostra incluiu 320 alunos distribuídos em grupos com diferentes idades (12, 14 e 16) e a frequentar diferentes níveis de escolaridade equivalentes ao 2° e 3° ciclos e ensino secundário.

No primeiro estudo foram apresentados aos sujeitos os mesmos dados mas de diferentes formas (tabelas, gráfico de barras, etc.) no sentido de avaliar a influência destas no processamento feito pelos alunos. No segundo estudo os dados apresentados estavam relacionados com gráficos com uma ou mais variáveis.

Os resultados indicam que a estrutura gráfica influencia o processamento da informação, ou seja, a forma de apresentação do gráfico (p. ex: de linhas, de barras) influencia a maneira como os alunos tratam a informação apresentada. E que a estrutura numérica, ou seja, as relações entre as variáveis existentes no gráfico revelam ter efeitos sobre a forma como os alunos aprendem a interpretar o gráfico (Postigo et al, 2000).

Relativamente à influência da estrutura gráfica os resultados indicam que existe uma facilitação na leitura e interpretação, visto que os alunos tiveram melhores resultados quando se tratava de analisar uma tabela, ou um gráfico de barras ou sectorial do que um texto. Entre as diferentes formas gráficas apresentadas parece haver uma tendência para os alunos terem mais facilidade em analisar a informação em tabelas do que através de histogramas ou gráficos sectoriais (Postigo et al, 2000).

Quanto à influência da estrutura numérica na leitura do gráfico, os dados indicam que o desempenho dos alunos é melhor quando as variáveis contidas no gráfico são nominais em vez de ordinais, e quando se trata apenas de um gráfico com uma variável em vez de gráficos com duas variáveis (Postigo et al, 2000).

Postigo et al (2000) verificam também a existência de uma hierarquia no que diz respeito ao processamento da informação. Existe um predomínio de processamento de informação explícita relativamente aos outros tipos de informação. Contudo, é melhor o processamento da informação implícita do que conceptual. Este tipo de análise pode ser útil para a compreensão das diferenças existentes entre os desempenhos dos alunos no que diz respeito à leitura e interpretação de gráficos.

Contudo, verifica-se através do segundo estudo que a aprendizagem dos vários tipos de informação (explícita, implícita, conceptual) está relacionada com o desenvolvimento e com o nível de escolaridade dos alunos, ou seja, os alunos mais velhos (16 anos) tiveram melhores resultados do que os adolescentes mais novos (12 e 14 anos). É a informação explícita que melhor é apreendida por todos os alunos. No caso da informação implícita são os alunos mais velhos (16 anos) e da área das ciências que melhor desempenho têm comparativamente aos restantes grupos. No caso da informação conceptual (nível mais complexo) é o grupo dos alunos de 16 e de 14 anos que melhores resultados tem (Postigo et al, 2000).

Os autores concluem que o ensino da interpretação deste tipo de gráficos deveria centrar-se mais ao nível da informação implícita e conceptual, uma vez que são estes níveis que mais dificuldades apresentam aos alunos.

Barquero et al (2000) realizaram um estudo que pretendia explorar a capacidade dos alunos adolescentes e adultos na compreensão e na produção de representações visuais como formas de transmissão de conhecimentos. Os alunos tinham diferentes graus de escolaridade (7º, 9º, 11º anos de escolaridade e frequência universitária) e de idades (13, 15, 17 e 29). A capacidade de compreensão foi avaliada através de um teste em que se apresentavam cinco exemplos de diferentes representações visuais (e.g. gráfico de sectores, de linhas, de barras, de fluxo, em árvore), com perguntas que implicavam diferentes níveis de elaboração de informação a partir deles. A capacidade de produção foi avaliada a partir de uma tarefa que consistia em analisar um texto e retirar dele a informação mais pertinente e representá-la de forma visual através de um tipo de gráfico que os alunos considerassem mais adequado.

Os resultados do teste de compreensão revelaram que os alunos tiveram um bom desempenho, com 80% de respostas correctas. Verificou-se também que o desempenho melhora com a idade, ou seja, a compreensão dos diferentes tipos de gráficos (p. ex: de barras, de linhas, de sectores, etc...) revela um aumento progressivo com a idade, tendo os alunos universitários melhor desempenho do que os outros mais jovens.

Na tarefa de compreensão todos os grupos mostraram ter algum conhecimento sobre a utilidade dos gráficos em representar a informação visualmente. No entanto, e através de uma análise mais detalhada, foi possível verificar que os alunos, quer os mais novos quer os mais velhos, não incluíam nos seus gráficos por exemplo o título que é fundamental para orientar a atenção dos leitores sobre o tema representado. No caso da produção de gráficos que representavam relações quantitativas entre as variáveis, os alunos de todas as faixas etárias cometeram erros relativamente à sua representação, por exemplo marcando distâncias incorrectas e desproporcionadas entre as unidades da escala de uma variável. Também nos gráficos que descreviam relações qualitativas entre as variáveis utilizavam apenas elementos como a cor, ou o tamanho para representar a informação (Barquero et al, 2000).

Para os autores, este desfasamento entre a compreensão e a elaboração e a interpretação dos gráficos pode ser devida a um desigual tratamento destes dois tópicos nas práticas escolares. Daí que estes proponham a necessidade de implementar estas práticas de forma sistemática por forma a contribuir para a "alfabetização visual" (Barquero et al., 2000, p.73) dos alunos de qualquer nível escolar.

Um estudo realizado por Schnotz et al (1993) sobre o uso de gráficos e de textos por alunos com sucesso e com insucesso revelou que os alunos dos dois grupos utilizaram os gráficos e que estes têm uma forte influência na aprendizagem quer nos alunos com sucesso quer nos que têm insucesso. No entanto, os alunos com sucesso utilizam-nos mais intensamente do que os seus colegas com insucesso. Verificaram também que os alunos com sucesso estão mais predispostos a alterar o modelo de interpretação de informação utilizado, em determinados pontos da sequência de aprendizagem em que novas entidades são introduzidas, do que os alunos com insucesso.

Um outro estudo realizado foi o de Gerber et al (1995) sobre a representação de informação quantitativa através de gráficos e mapas. Este estudo consistia na representação de um mundo imaginário, o mundo Grak. Este era formado por vários países desenvolvidos e industrializados. Todos os dados eram fornecidos aos alunos através de diferentes tipos de gráficos (p. ex: de linhas, de barras, em pirâmide, sectorial) e de mapas, que iam sendo descritos durante a entrevista com o investigador.

Os resultados mostraram que os alunos têm um baixo nível de compreensão e interpretação de gráficos. A capacidade para lidar com diferentes tipos de informação quantificada através de gráficos está relacionada com a difícil interpretação dos dados apresentados. Parece haver uma relação entre a capacidade dos alunos sintetizarem a informação apresentada e a sua capacidade de interpretação (Gerber et al, 1995).

3 - O Estudo do Erro em Matemática

O estudo do erro em Matemática tem suscitado o interesse de vários investigadores, ao nível da área do ensino e da aprendizagem, ao longo dos tempos. Bélanger (1988) faz uma breve síntese sobre aquilo que variadíssimos autores, como por exemplo Rice, Buswell & Judd, Monique Vial, Leo Bruecker, Meyers, Graeber & Wallace, e Fisher & Lipson fizeram para estudar os erros dos alunos na disciplina da Matemática. São ainda abordados os estudos de Borasi, Resnick, Brissiaud, Bonotto, entre outros. Apresentamos também alguns erros concretos em Matemática. Segundo Bélanger (1988) existem três pontos de vista distintos a partir dos quais os erros dos alunos são considerados: 1) dificuldade sentida pelo aluno sobre o assunto ensinado; 2) resultado do processo mental utilizado pelo aluno; 3) uma deficiência do aluno.

3.1 - O Erro Como Dificuldade Sentida pelo Aluno

Desde o início do século XX que tem havido muito interesse em pesquisar o erro em Matemática. Um dos primeiros autores a interessar-se pelo estudo dos erros nesta disciplina foi Rice em 1902. Para este autor o erro significava apenas um resposta errada (Bélanger, 1988).

Entre 1910 e 1930, os testes realizados nas escolas confirmavam que existiam grandes diferenças de desempenho entre as faixas etárias e os níveis de escolaridade. Para reduzir esta variabilidade era necessário verificar em que áreas ocorriam mais erros para que depois fosse feito aconselhamento no sentido de diminuir estas diferenças. Esta perspectiva segue o princípio de que os erros revelavam as dificuldades sentidas pelos alunos, e que a maior dificuldade seria aquela em que ocorresse o maior número de erros (Bélanger, 1988).

Na opinião de Bélanger (1988) o estudo sobre o erro pode levar-nos a fazer descobertas úteis, no sentido em que permite padronizar os erros ocorridos, investigar o desempenho dos alunos e verificar as diferenças individuais.

Os trabalhos realizados nesta altura resumiam-se a listagens pormenorizadas sobre o tipo de erro dado pelos alunos, e à sua classificação, permitindo assim o estudo de diferenças individuais.

3.2 – O Erro Como Processo Mental Utilizado pelo Aluno

Nos estudos de Buswell & Judd (1917, citado por Bélanger, 1988) são feitas referências ao método "Uhl", desenvolvido pelo investigador W. L. Uhl, que permite observar e questionar o aluno enquanto este trabalha, sendo capaz de determinar as causas do erro e perceber qual o processo mental que está envolvido. Este método é semelhante à entrevista clínica, que visa recolher informação sobre os processos mentais envolvidos pelos alunos na resolução dos problemas.

Os autores referem ainda que esta técnica poderá ser muito útil em situações de diagnóstico, caso seja utilizada de forma sistemática. A descoberta dos tipos de erros é a base de sustentação para a análise diagnóstica, mas o diagnóstico real não consiste em listar os erros cometidos pelos alunos, mas sim em analisar em pormenor os processos mentais que estão na origem do erro (Bélanger, 1988).

3.3 – O Erro Como uma Deficiência do Aluno

Ao mesmo tempo, que cresce nos Estados Unidos da América o interesse pela investigação sobre o erro e a criação de listagens sobre ele, surge na Europa uma nova perspectiva designada de "modelo médico" que teve aplicação directa na área educativa francesa, no início do século XX, pela socióloga Monique Vial. Este modelo médico assenta em três aspectos fundamentais:

1 - a existência de uma norma relativa ao resultado alcançado pelo aluno e que seria consensual e sustentada por um grupo dominante;

2 - a tolerância de um certo grau de desvio relativo à norma, para além da qual uma estratégia especializada seria a forma de remediar a situação;

3- a necessidade de criar métodos e técnicas para estabelecer um sistema de categorização do desvio; reunir índices que permitam identificar o desvio; e re-normalizar o desvio.

Neste modelo para além da importância dada às técnicas e aos métodos, é também considerado importante o diagnóstico e os exercícios de remediação.

Os trabalhos de Leo Bruecker (1930, citado por Bélanger, 1988) serviram para indicar três linhas de orientação sobre o estudo dos erros, ou seja: 1) realizações dos alunos em aritmética; 2) técnicas científicas de diagnóstico das dificuldades sentidas pelos alunos em vários processos e na resolução de problemas; 3) práticas de apoio e exercícios que podem ser utilizados para eliminar as dificuldades sentidas e permitir o aumento do trabalho satisfatório na disciplina da Matemática.

Nesta perspectiva, os erros dos alunos podiam revelar uma dificuldade que podia ser explicada por uma deficiência. No entanto, e segundo Bélanger (1988) o modelo de Bruecker pode ser considerado insuficiente uma vez que o autor utiliza palavras como "hábitos" "procedimentos", "processos", e outras vezes utiliza apenas "falha nos hábitos de trabalho", para se referir a erros relativos a procedimentos tidos pelos alunos, como por exemplo, contar pelos dedos, mexer os lábios, falta de cuidado no trabalho escrito, ou fazer adições através de combinações (p. ex: 66+47+99=212 e o aluno faz: 9+3=12; 12+4=16; 16+6=22).

Como já foi referido, os estudos de Buswell & Judd permitiram elaborar listagens completas de erros de cálculo, ao nível das operações de adição, subtracção, multiplicação e divisão, durante um longo período de tempo. Durante 50 anos estas listagens foram ajustadas e aperfeiçoadas por outros autores. Estas listagens permitiram verificar que há erros que se manifestam com muita frequência enquanto que outros são menos frequentes.

A este propósito, Meyers (1924, citado por Bélanger, 1988) verificou que muitos erros tendiam a fixar-se e tornavam-se persistentes ao longo do tempo. Linda Cox (1974, citado por Bélanger, 1989) interessou-se por este assunto e refere que sempre que uma resposta errada se manifeste, pelo menos entre três a cinco vezes, num determinado tipo de problemas, existe critério de sistematização do erro.

De acordo com estes estudos, surgem em 1977 os trabalhos de Graeber & Wallace que forneceram mais informação sobre os erros sistemáticos. Os autores referem que estes erros resultavam da aderência a uma falsa regra e que eram cometidos repetidamente, sem que o aluno desse por isso (Bélanger, 1988).

No mesmo ano, Ginsburg (1977) refere que os erros produzidos pelas crianças não significam que estas sejam menos inteligentes que as outras. Estes erros acabam sempre por ter significado para as crianças que os fazem.

Mas o estudo dos erros originados por ideias erróneas mostrou-se interessante para os investigadores da aprendizagem. Para Fisher & Lipson (1986, citado por Bélanger, 1988) os erros permitem mostrar o funcionamento dos alunos, visto serem uma ocorrência normal no processo de aprendizagem.

No passado houve uma tendência para ligar os erros em matemática a diferentes teorias da aprendizagem, mas hoje em dia a preocupação parece estar mais ligada à pesquisa de constructos teóricos que são considerados fundamentais na compreensão do comportamento matemático (Bélanger, 1988).

Na opinião de Bélanger (1988) embora a pesquisa em educação matemática recorra a constructos vindos de outros ramos das ciências, a discussão teórica sobre o erro tem ficado empobrecida. Ao fim de muitos anos a simples identificação e classificação dos erros em listagens tem pouco interesse, embora aquilo que importa quando se fala de erro, seja compreender o modelo matemático que permite explicar as respostas correctas e as incorrectas.

Na opinião de Bélanger (1988) aquilo que predomina hoje em dia são os modelos e constructos teóricos existentes na literatura de educação matemática, em contraste com as listagens de erros elaboradas nos princípios de século XX. Mas, uma certeza o autor tem, é que não se pode falar de erro sem conhecer o contexto e a estrutura conceptual que o define.

3.4 - O Papel do Erro na Construção do Conhecimento Matemático

Aprender Matemática é em última instância uma responsabilidade do aluno; as crianças devem ser encorajadas a formular e a testar hipóteses relativas ao conhecimento matemático. Isto pode levar a erros, mas estes devem ser vistos como obstáculos temporários ao desenvolvimento do conhecimento matemático com significado. As crianças que são encorajadas a construir o seu conhecimento matemático desta forma, acabam por o ver como algo poderoso (Booker, 1988). Para o autor, a identificação e reconhecimento dos erros cometidos pelas crianças na disciplina de Matemática têm sido de grande importância para a compreensão da forma como a Matemática tem sido aprendida. As crianças não cometem erros deliberadamente, elas acreditam que aquilo que estão a fazer está correcto, ou então não sabem ao certo o que estão a fazer. Por isso os seus erros revelam dificuldades no conteúdo matemático ou no processo de aprendizagem (Booker, 1988).

Para Booker (1988) apenas uma pequena percentagem dos erros parece ser devida a problemas de aprendizagem ou a incapacidades específicas de aprendizagem. Estas podem ser devidas a disfunções internas. O *aprendiz lento* tem uma capacidade geral para aprender inferior à capacidade média, enquanto que a *criança com incapacidade de aprendizagem* tem alguma incapacidade perceptiva ou neurológica que a impossibilita de usar todas as suas capacidades no processo de aprendizagem da Matemática. Ambas originam dificuldades que não podem ser controladas pelos professores, sendo possível apenas alterar as instruções para compensar a incapacidade da criança.

Booker (1988) refere que os erros em Matemática podem ser de três tipos: por desatenção, aleatórios ou sistemáticos. Os erros por desatenção tendem a aparecer ocasionalmente e são pouco prováveis em situação semelhante. Os erros aleatórios são difíceis de explicar uma vez que podem aparecer com alguma frequência, mas não exibem um padrão, são provavelmente devidos mais a factores internos à criança ou à situação de aprendizagem, do que ao processo de aprendizagem. Mais frequentes, são os erros sistemáticos, que mostram um padrão consistente e uniforme, e indicam a forma de pensar do aluno. Uma vez identificado o erro, a sua causa precisa de ser determinada para que seja remediada.

3.4.1 – Origens do Erro

De acordo com Booker (1988) existem pelo menos cinco fontes de origem do erro em Matemática.

A *falta de um conhecimento apropriado* é, talvez, a fonte que representa mais dificuldades. A Matemática tem uma estrutura que congrega muitos conceitos. No entanto, é possível ensinar alguns novos aspectos à parte desta estrutura, sendo pois necessário que algumas ideias devam estar já interiorizadas e compreendidas antes de o novo conhecimento ter sido introduzido. Os erros são devidos à falta de sentido para o número e para as operações.

Compreender os números e, em particular, o sistema de numeração é importante para que a comunicação das ideias matemáticas seja efectiva para a criança. Os erros podem aparecer na adição, subtracção, divisão ou na multiplicação, com números decimais ou fraccionários. Mas a origem real destes erros pode ser a existência de dificuldades ao nível da compreensão dos números. A falta de certos pré-requisitos, e um insuficiente desenvolvimento do sistema de numeração, causa dificuldades na aprendizagem de algoritmos e erros de cálculo.

As *inconsistências* entre o conhecimento existente e o novo conhecimento são outra fonte de erro, que têm causado mais dificuldades na Matemática do que qualquer outro factor, contribuindo com confusões de diversos tipos em cada tema. Por exemplo elas ocorrem quando há alterações na forma de ler os algoritmos, no reagrupamento de dígitos memorizados, na ordenação de procedimentos e na forma como estão combinados. No entanto, estas inconsistências podem parecer pouco importantes para o professor, mas para as crianças podem tornar-se barreiras difíceis de transpor. Para evitar estas dificuldades torna-se necessário conjugar as aprendizagens com o material disponível bem como com os conceitos já ministrados.

Os *materiais* utilizados também podem contribuir para as dificuldades nesta área. Em primeiro lugar, o material pode ser muito confuso para a criança. Apesar de este poder mostrar concretamente o conceito matemático, a representação pode continuar abstracta para a criança. Por exemplo, o uso do ábaco para representar o valor dos números ou a cor, para representar os números, requer um elevado nível de abstracção e de compreensão destes materiais (Booker,1988). Por outro lado, a representação pode ser clara, mas os materiais utilizados não o serem, (p. ex:. linha para representar os números). Em segundo lugar, a manipulação dos materiais pode levar a estratégias ineficazes.

Contudo, os materiais são importantíssimos no ensino da matemática e ajudam a prevenir dificuldades de aprendizagem. Quando usados de forma inadequada ou sem uma linguagem adequada, podem contribuir para o desenvolvimento de erros.

Outra fonte de origem de erro é a *abstracção* da própria Matemática. Por exemplo, enquanto a adição, a subtracção e a divisão tem uma base natural na experiência da criança, a multiplicação é abstracta, sendo difícil de distinguir a multiplicação da adição. A simbologia utilizada por esta disciplina implica também um certo nível de abstracção para a compreender e utilizar.

Muitas vezes a dificuldade de abstracção está associada ao nível de maturidade da criança. Crianças com a mesma idade não constroem ideias ou representações da mesma forma, nem são capazes de integrar diversos conceitos ou procedimentos com o mesmo grau de dificuldade. Se a transposição de uma representação para o plano abstracto causa dificuldades então, na maioria dos casos, estamos perante situações que envolvem dificuldades de aprendizagem.

A Matemática vista como um tipo de *linguagem* já foi identificada como uma fonte de erro. É usada para comunicar e expressar ideias, com uma terminologia própria que deve ser aprendida. As palavras e as frases que são comuns a outras áreas devem ser compreendidas no contexto da Matemática, tendo por isso um significado. Mais importante do que isso, é o facto de a linguagem matemática dirigir a aprendizagem, de certas tarefas, para determinar as bases necessárias à aplicação e realização de diversos procedimentos. O uso da linguagem pela criança permite compreender aquilo em que ela pensa e a forma como interpretar os dados, expressando as suas decisões relativamente aos passos a seguir na realização dos exercícios (Booker, 1988).

Segundo Booker (1988) os ganhos obtidos com os estudos dos erros das crianças nesta disciplina, podem ser usados de duas formas: por um lado identificar a causa do erro (não só o tipo de erro); e por outro lado, levar a criança a olhar para os seus erros, para que o procedimento incorrecto possa ser corrigido em vez de ser substituído por outro.

Identificar a causa do erro é fundamental para garantir que a correcção da dificuldade começa na altura certa, construindo uma forma de conhecimento segura em vez de se centrar apenas onde o erro ocorre. As instruções dadas devem ser claras e desenhadas de forma a reduzir o nível de abstracção para as crianças (Booker, 1988).

Assim, por forma a resolver as dificuldades quando elas aparecem, em vez de as tentar remediar depois, Booker (1988) propõe um círculo da análise do erro e do conflito cognitivo, considerado importante na análise das dificuldades em Matemática. Assim, o autor refere que é necessário: 1) identificar a estratégia do aluno; 2) determinar a origem da dificuldade manifestada pela criança; 3) levar a criança a verificar que a sua estratégia é ineficaz; 4) guiar a criança para uma estratégia adequada; 5) fornecer exercícios à criança que permitam generalizar a estratégia a outras situações mais complexas;

Uma forma de dar apoio a uma abordagem desta natureza é através de um círculo de questões que permite à criança formular uma pergunta, resolver o exercício e avaliar o resultado obtido.

Para Booker (1988), aprender não é mais do que um processo de resolução de problemas, em que o aluno é confrontado com obstáculos e contrariedades que deve ultrapassar. Os erros são uma parte essencial do processo de aprendizagem, o aprendiz necessita de desenvolver a autonomia necessária para resolver o conflito cognitivo que os erros provocam.

Para Borasi (1987) todos nós aprendemos com os nossos erros, e, como tal, estes podem ser uma ferramenta poderosa no diagnóstico de dificuldades de aprendizagem e consequentemente de estratégias de remediação directa.

As pesquisas feitas sobre o papel do erro têm dado contribuições importantes, tais como: 1) o alargamento do conhecimento sobre diferenças individuais, 2) a melhor identificação das dificuldades de aprendizagem da Matemática (Borasi, 1987). A maioria dos estudos realizados mostra que os erros dos alunos são devidos a dificuldades destes, ou a algo que falhou no processo de aprendizagem, e que por isso é necessário recorrer a práticas de remediação (de apoio) (Borasi, 1987, 1988). Desde que os erros dos alunos foram vistos como o resultado do fracasso no processo de aprendizagem, que surgiu a necessidade de os abordar.

Os estudos sobre o erro permitem ser ainda um ponto de partida para a investigação do processo de ensino-aprendizagem, na disciplina da Matemática (Borasi, 1988). Assim, o erro pode ser utilizado na educação matemática tendo em consideração duas dimensões distintas. A primeira refere-se ao objectivo com que se estuda o erro, ou seja, uma das preocupações é eliminar o erro, no entanto é necessário utilizar a informação que este proporciona para diagnosticar as dificuldades de aprendizagem que o originam, preparar exercícios de apoio e aproveitar os erros para explorar assuntos relativos à disciplina. A segunda dimensão diz respeito ao nível de abstracção em que o erro é analisado, ou seja, podemos estar interessados em fazer uso dos erros para corrigir e explorar algum conteúdo matemático, ou algum assunto relativo à natureza da Matemática enquanto disciplina, e compreender melhor o processo de aprendizagem.

Para Borasi (1988) o facto de o erro poder ser considerado como "*springboards (trampolim)*" na pesquisa do ensino da Matemática permite acreditar que este fornece a motivação necessária e a oportunidade para explorar este tema. Desde que o resultado esperado não tenha sido alcançado, o erro permite a acção e ao mesmo tempo o surgimento de uma situação de conflito que pode, espontaneamente, levar à formulação de questões e à realização de pesquisa.

Segundo Borasi (1987, 1988) o conflito fornecido pelos erros pode motivar a pesquisa e também a reflexão de temas relacionados com a natureza da Matemática (incluindo assuntos abstractos). Existem pelo menos duas linhas de orientação segundo as quais os erros em Matemática podem ser estudados:

1 - Investigar a natureza de noções fundamentais, tais como, a de *algoritmo*, *demonstração*, e *definição*. É muito difícil identificar e caracterizar uma "*boa*" *demonstração*; contudo parece ser mais fácil reconhecer se uma *demonstração* não parece correcta, e tentar corrigi-la, procurando retirar as propriedades que pretendemos que a *demonstração* matemática tenha;

2 - Analisar a variabilidade do *grau de erro* pode ajudar a clarificar a natureza da *verdade* em Matemática, e isto porque normalmente as pessoas acreditam que a matemática é uma disciplina em que a distinção entre o que está certo e o que está errado é sempre clara, e quando estão na presença de erros acreditam que estes foram causados por ignorância ou então por uma deficiência temporária do conhecimento matemático existente naquele momento. Assim sendo, o professor, ao reconhecer a existência de resultados parciais, aproximados, contraditórios e ainda de problemas para os quais não existe solução, pode ajudar os seus alunos a alcançar uma visão mais realista desta disciplina, envolvendo-os na pesquisa sobre o erro (Borasi, 1987, 1988).

Na opinião de Borasi (1987, 1988) a melhor forma de tirar partido dos erros como *trampolim* é fornecer uma variedade de exercícios e de questões que permitam explorar a análise dos erros. Isto aplica-se também nas áreas da Matemática mais elementares. Para a autora, o uso dos erros na sala de aula deve permitir aos alunos que estes sejam confrontados com cenários compatíveis com as actividades a desempenhar, e que estes aceitem o desafio que este tipo de abordagem proporciona, em contraste com as posições mais tradicionalistas em relação à escola e ao papel desempenhado por professores e alunos. Ou seja, é importante que os professores ajudem os alunos a ter consciência e conhecimento dos seus erros, envolvendo-os em actividades motivadoras que suscitem a investigação em Matemática.

3.5 – O Erro nos Números Racionais (decimais e fraccionários)

Os alunos têm mais dificuldade em compreender este sistema de numeração do que seria de esperar. Uma das razões para que exista esta dificuldade é que os números inteiros constituem de facto um obstáculo à compreensão dos decimais, não só devido à semelhança em termos de estrutura e grafismo, mas também porque as crianças têm interiorizadas as regras e propriedades dos números inteiros e tentam aplicá-las a outros conjuntos numéricos (Resnick, 1987; Bonotto, 1993, Augusto, 1998, Brissiaud, 1998).

Segundo Brissiaud (1998) os alunos compreendem mal os números decimais e por isso surgem erros sistemáticos. Quando foi pedido aos alunos que dissessem qual dos dois números era maior, 6987 ou 6879, cerca de 87% dos alunos respondeu acertadamente. Mas quando foram confrontados com os números 1,015 e 1,05, apenas 52% dos alunos respondeu correctamente. Cerca de um terço dos alunos referiu que 1,015 era maior do que 1,05 porque 15 era maior do que 5. Os alunos compararam os algarismos sem se preocuparem com o lugar da casa decimal que ocupam, ou seja, 15 milésimas e 5 centésimas respectivamente.

Os estudos realizados por Irwin (1995) revelam que o fraco entendimento dos alunos em relação ao sistema de numeração decimal é demonstrado pelos erros que estes cometem, por exemplo, na ordenação de números decimais. Os erros indicam que os alunos lidam com as fracções decimais (fracções com base 10) como se estes números fossem inteiros.

Segundo Irwin (1995) a matemática para ter significado precisa de se basear em imagens apropriadas. Assim realizou um estudo com alunos com idades compreendidas entre os 10 e os 12 anos. Procurou-se compreender qual a imagem que estes alunos tinham das fracções decimais. Foram feitas entrevistas em que era pedido aos alunos que fechassem os olhos e transmitissem a imagem que tinham: daquilo que existe entre zero e um (0 e 1); zero vírgula um (0,1); e zero vírgula zero um (0,01).

Os resultados mostraram que as respostas não diferiram com a idade. Cerca de metade dos alunos disseram que, entre 0 e 1 existia um espaço, ou então números, e que 0 e 1 faziam parte de um contínuo. A maioria destes alunos que disseram que existia um contínuo entre 0 e 1, referiram que existia um dado número que era representado em termos de fracção, sendo ½ a mais referida e depois ¼, que aparece antes de 1/2, a um nível mais complexo. Outros ainda disseram que 0,1 estava entre 0 e 1.

As diferenças encontradas ocorreram ao nível dos erros. Os alunos de 10 anos diziam mais frequentemente que não existia nada entre zero e um, comparativamente com os outros sujeitos.

Relativamente à quantidade representada por 0,1 os alunos de 12 anos referiram que 0,1 significava uma pequena quantidade, e os de 11 anos traduziram a quantidade em termos de fracção equivalente. Os alunos com 10 anos referiram que 0,1 era uma parte de dez. Os alunos que não tinham o conceito de quantidade de 0,1 referiram já ter lidado com os números decimais na escola.

No que diz respeito a 0,01, foram os alunos de 11 anos que mostraram compreender este número, comparativamente aos restantes alunos. O autor conclui assim que as centésimas são mais difíceis de entender do que as décimas.

Outro estudo realizado foi o de Resnick (1987) que procurou compreender o conhecimento das crianças sobre as fracções decimais. Trabalhou com crianças com idades compreendidas entre os 10 e os 11 anos, nos E.U.A., Israel e França. Fez entrevistas individuais onde eram propostas tarefas com algarismos e onde se pedia a justificação da forma como as crianças realizavam os exercícios propostos. Segundo Resnick (1987) existem regras erradas na comparação dos decimais. Estas regras incorrectas são utilizadas quando os números decimais a ordenar começam com o mesmo algarismo (p. ex: 3,214 e 3,8). Assim Resnick (1987) encontrou dois tipos de regras, tendo em consideração o número de casas decimais que o número apresenta. Assim quantas mais casas decimais o número tiver, maior é o número escolhido (primeira regra incorrecta), e quanto menor for o número de casas decimais maior será o número (segunda regra incorrecta), ou seja, as crianças que escolhem a primeira regra incorrecta escolhem o número com mais dígitos, na parte decimal, enquanto que as crianças que escolhem a segunda regra incorrecta fazem-no tendo em consideração o menor número de dígitos.

A primeira regra incorrecta é transposta dos números inteiros. Os dados indicam que as dificuldades começam quando as crianças têm de enfrentar os dígitos à direita do ponto decimal ou da vírgula (uma questão de notação que varia de país para país). As crianças não pensam no valor dos algarismos à direita do ponto, ou seja, das casas decimais, e por isso importam um conjunto de regras que são correctas apenas para os números à esquerda do ponto, tratando a parte decimal do número como se fosse um número inteiro. Estas crianças dizem por exemplo, que: "4,63 é maior do que 4,8 porque 63 é mais do que 8" (Resnick, 1987, p. 28); ou ainda "1,067 é maior do que 1,4 porque 67 é mais do que 4" (Resnick, 1987, p. 29). As crianças fazem esta leitura mesmo quando estão a comparar números decimais com fracções, quando deviam fazer em primeiro lugar a transformação destas. Elas dizem por exemplo, que: "0,038 é maior do que 4/100 porque 38 é mais do que 4" (Resnick, 1987, p. 29).

Noutro conjunto de itens foi pedido às crianças que escrevessem diferentes números à medida que eles eram ditados. Estes números eram por exemplo: "6 décimas e 3 centésimas" ou "3 e 2 centésimas". A maioria das crianças teve dificuldade nesta tarefa. A maioria dos erros sugeriu que as crianças estavam a pensar nos números decimais como se eles fossem números inteiros. Quando foi pedido que escrevessem "3 centésimas" uma das crianças escreveu "0,300" e outra escreveu "2,60" quando o entrevistador ditou "6 décimas e 2 centésimas" (Resnick, 1987, p. 29).

A utilização de regras dos números inteiros produz respostas correctas sempre que o número de dígitos na parte decimal é igual entre os números a comparar. Na escola, quando é introduzida esta matéria as crianças trabalham sobretudo com números que têm o mesmo números de dígitos na parte decimal (Resnick, 1987).

A segunda regra incorrecta, encontrada por Resnick (1987) refere-se ao facto de os números decimais serem interpretados como fraccionários. As crianças que utilizam esta regra parecem usar simultaneamente dois aspectos relativos à semântica dos números decimais. Esses aspectos estão relacionados com o facto de as crianças considerarem os números decimais como fracções, ou seja, como números inferiores a 1, e também por estes números serem escritos tendo em conta a notação de casas decimais, ou seja, quantas mais casas decimais o número tiver mais pequeno este se torna.

Assim, ao compararem números fraccionários quase todas as crianças recorrem à segunda regra incorrecta, e dizem que: "1/333 é maior do que 1/334", e que "1/3 é maior do que ¼" e que "1/10 é maior do que 8/100" (Resnick, 1987, p. 30). Eles justificam a sua escolha em termos do tamanho das partes que resultam da divisão, ao contrário do que acontece com as crianças que recorrem à primeira regra incorrecta. Estas, por sua vez, referem que 1/333 é menor do que 1/334, porque "334 é maior do que 333" (Resnick, 1987, p. 30).

O grupo de crianças que adopta a segunda regra incorrecta, dá evidências do seu raciocínio quando comparam fracções com fracções decimais e fracções decimais entre si. Por exemplo, uma criança que comparava 4/100 e 0,038 disse que: "100 é menor do que 1000 nos decimais e por isso 4/100 era maior", ou seja, "números pequenos originam partes maiores"((Resnick, 1987, p.31).

Uma criança quando comparava o valor do algarismo 5 nos números 1,54 e 2,45 referiu que o 5 que valia mais era o de 1,54 "porque tem mais do que uma parte" (Resnick, 1987, p. 31). Segundo a autora, este tipo de explicações aparece nos protocolos de crianças que utilizam a segunda regra incorrecta, mas não aparece nos protocolos das crianças que recorrem apenas à primeira regra incorrecta.

As crianças que utilizam a segunda regra incorrecta dão evidências também de compreenderem o efeito do zero no valor de um número. Foi pedido às crianças que dissessem como é que o número 2,35 muda quando é introduzido um zero em diferentes posições, ou seja, 2,305; 02,35; 2,035 e 2,350. A maioria das crianças que utiliza a segunda regra reconhece que 2,305 e 2,035 são menores do que 2,35, enquanto que 02,35 e 2,350 não mudam o seu valor. Em contraste, as crianças que recorrem à primeira regra incorrecta dizem que 2,305 e 2,350 são maiores do que 2,35. Estas crianças estão em consonância com a primeira regra , ou seja, mais dígitos implica um valor maior (Resnick, 1987).

Por último, Resnick (1987) verificou que as crianças que utilizam a segunda regra pensam que os dígitos à direita do ponto representam o numerador de uma fracção, enquanto que o outro grupo de crianças não. Foi pedido às crianças que escrevessem um conjunto de fracções com números decimais, e apesar de ser uma tarefa difícil e o número de erros ser bastante elevado, estes permitiram perceber que existe alguma coordenação entre as fracções decimais e as outras fracções que as crianças faziam. Assim, existem três tipos de translações incorrectas:

1 - ¾ transforma-se em 0,3 ou 0,003; e 3/100 transforma-se em 0,3. Nesta translação a criança reconhece apenas o numerador da fracção que é explicitamente codificada como a parte decimal;

2 - 1/3 transforma-se em 0,3; e ¾ em 0,04 ou 0,4. Nesta translação é reconhecido apenas o denominador como parte decimal, ignorando o numerador, surgindo assim o erro;

3 - ¾ = 3,4 ou 0,34. Esta translação é sintáctica, ou seja, as crianças representam um número, no qual mantêm o numerador e o denominador, dão-lhe a estrutura de um decimal e colocam a vírgula num lugar qualquer. Daqui resulta uma quantidade que não tem qualquer relação com a quantidade expressa na fracção.

As crianças que utilizam mais vezes a segunda e a terceira transformações incorrectas são as crianças que seguem a primeira regra, enquanto que as crianças que adoptaram a segunda regra recorrem mais à primeira transformação, ou seja, transformam o numerador da fracção na parte decimal.

Em suma, existem dois grupos de regras incorrectas no caso das fracções decimais. Estas diferenças parecem não ser devidas a processos de raciocínio diferentes, mas a diferentes representações que os sujeitos de dois grupos, têm em relação aos decimais.

Para Resnick (1987) as crianças que recorrem à primeira regra incorrecta parecem ter uma representação muito pobre dos números decimais, uma vez que não incluem a informação sobre o número de casas decimais e não consideram a parte decimal de um número como uma fracção. Utilizam a regra dos números inteiros para comparar as fracções decimais.

As crianças do outro grupo (segunda regra incorrecta) têm uma representação da fracção decimal e da noção de casas decimais mais complexa. Elas enriquecem as suas representações não só com a regra dos números inteiros, como arranjam uma base de inferência de uma nova regra, que está muito próxima da representação da estrutura dos números decimais (Resnick,1987). Por isso a autora refere que as crianças que utilizam a segunda regra incorrecta "parecem quase sempre compreender os decimais, mas o mesmo não se pode dizer das crianças que utilizam a primeira regra incorrecta" (Resnick, 1987, p. 34), visto que a segunda regra incorrecta leva os alunos a atingir resultados correctos.

Um outro estudo realizado foi o de Bonotto (1993) cujo objectivo era investigar as fontes conceptuais das dificuldades encontradas pelos alunos do 5° ano na ordenação de números decimais. Foram encontradas algumas regras incorrectas que são devidas à interpretação dada pelos alunos aos números decimais, ou seja, estes são vistos como números inteiros ou como fracções.

Para a autora existe "uma lógica interna de ordenação" (Bonotto, 1993, p. 11) dos decimais que leva ao aparecimento de erros. Os alunos recorrem a regras incorrectas para ordenar os números decimais, de que são exemplos as seguintes regras:

1- o número que tiver mais casas decimais é sempre um número maior;

2- o número que tiver menos casas decimais é sempre um número maior;

3- quando existe um zero na parte decimal, esse número é sempre menor, porque o zero não vale nada;

4- os números decimais (números com vírgulas) são sempre menores do que os números inteiros (números sem vírgulas).

Bonotto (1993) verificou no seu estudo que o número decimal é considerado com dois números inteiros justapostos separados por uma vírgula, sendo que a parte decimal é tratada como se fosse um número inteiro. Por exemplo, quando foi pedido aos alunos que comparassem uma sequência de decimais, do menor para o maior, apareceram respostas de tipo "0,15 é maior do que 0,5, porque 15 é maior do que 5, tem mais 10 décimas e é um número mais longo" (Bonotto, 1993, p. 17).

Outro erro muito frequente é aquele que Borasi (1987) descreve no seu estudo, e que ocorre quando as crianças aprendem a operar com fracções. Esses erros são do tipo:

$$\frac{3}{4} + 6/7 = 9/11$$
e
$$2/3 + 5/7 = 7/10$$

Este erro pode conter informação acerca da dificuldade que os alunos encontram quando aprendem as fracções. A análise deste tipo de erro pode ser acompanhado de dois tipos de questões: "qual é a regra alternativa que os alunos estão a aplicar na adição de fracções?" e "por que é que eles fazem isto?" (Borasi, 1987, p. 2)

No caso deste exemplo, o aluno ao somar as fracções adicionou os numeradores e depois os denominadores, em separado, e as razões podem ser várias:

1 - o aluno confundiu a regra da adição com a da multiplicação de fracções;

2- o aluno pode ter a representação dos números fraccionários como dois números independentes e separados por uma linha, e como tal opera desta forma;

3- o aluno pode ter considerado um rácio e não uma fracção: numa situação de jogo, por exemplo, quando um jogador ganhou, ontem, 3 jogos em 4, e hoje ganha 6 jogos em 7, o resultado será 9 jogos ganhos em 11 realizados e não 45/28.

Para Borasi (1987) é possível analisar um erro para prevenir que situações semelhantes ocorram no futuro. Assim, no caso dos jogos deve haver muito cuidado porque não estamos a lidar com fracções, mas sim com rácios. O erro é fácil de cometer pois a forma como são escritos é igual (n/m), e os alunos tendem a acreditar que os rácios e as fracções são o mesmo objecto matemático. No entanto, desde que eles operem diferentemente, pelo menos na adição, devem continuar a ser considerados com dois sistemas diferentes.

O facto de 2/3+5/7=7/10 poder estar correcto em algumas circunstâncias, pode levar a pensarmos como pode alguma coisa estar certa e errada ao mesmo tempo, e como é que se decide qual a regra que está certa e a que está errada? (Borasi, 1987).

Usar a mesma linguagem e simbologia quando nos referimos a fracções e a rácios pode ser uma das grandes causas de erro entre estes dois objectos matemáticos. A correcção deste erro é, sem dúvida, eficaz se o professor estiver disponível para colocar hipóteses de causas possíveis e verificar quais são as relevantes em cada caso (Borasi, 1987).

Outro autor a interessar-se por estes assuntos é Brissiaud (1998). Este refere que uma coisa são as fracções unitárias (1/2, ¼) que são muito simples de entender e outra coisa são as outras fracções que permitem fazer operações mentais muito diversas. Assim existem quatro significados diferentes para uma fracção como 13/4: 1) a fracção 13/4 lê-se muitas vezes "13 para 4", quando estamos perante uma proporção; 2) 13/4 também pode ser lido como "13 dividido por 4", ou seja, a fracção reenvia para uma divisão-quociente, e estamos perante uma relação; 3) 13 reenvia para uma grandeza enquanto que 4 não tem dimensão, ou seja, há o reenvio para a partilha da totalidade, por exemplo, partilha de 13 milímetros em 4 partes; e 4) o número 13 não tem dimensão e opera sobre ¼, e então lê-se 13/4. Estamos assim perante o fraccionamento da unidade. Para Brissiaud (1998) os alunos deverão apropriar-se destes diferentes significados aos poucos, por forma a evitar os erros.

As crianças estão de facto familiarizadas com as fracções unitárias e quando estão a comparar fracções tomam em consideração apenas os denominadores e depois aplicam o princípio segundo o qual "quanto maior for o número de partes em que o número inteiro se divide, mais pequenas elas se tornam"(Bonottto, 1993, p.33).

Para Bonotto (1993) a existência de erros deve-se ao facto de serem usadas estratégias na comparação de fracções, que podem levar a estereótipos como, por exemplo, a fracção é sempre considerada como um número menor do que um número inteiro, e não ser vista como um número.

3.6 - O Erro na Leitura e Interpretação de Dados

Devido à pouca informação que encontrámos sobre esta área os dados aqui apresentados resumem-se apenas aos estudos efectuados por Postigo et al, (2000) e por Gerber, et al (1995).

No seu estudo Postigo et al (2000) procuraram saber quais as dificuldades sentidas pelos alunos na interpretação de gráficos. Verificou-se que apesar de os alunos dos diferentes grupos etários (12, 14 e 16 anos) terem apresentado um bom desempenho, existiram contudo alguns erros. Assim, os autores constataram que o grupo que menos erros cometeu foi o de 16 anos e que frequentava a área de ciências (13,9%) comparativamente ao outro grupo da mesma idade, mas da área de letras (22,2%). Os grupos mais jovens tiveram percentagens mais elevadas de erros, ou seja, o grupo de 12 anos teve uma percentagem de 27,6% de respostas erradas e o de 14 anos teve a maior percentagem de erros (36,1%).

Os alunos cometem mais erros quando analisam a informação através de textos (41,7%), seguindo-se os gráficos de barras com alguns erros (30,5%) e depois com uma percentagem mais baixa de respostas erradas estão as tabelas e os gráficos de sectores (13,9%).

Podemos, pois, dizer que a mesma informação quando apresentada em gráficos acompanha um melhor desempenho dos alunos do que quando apresentada em texto. Por outro lado, o desempenho dos alunos melhora com a idade (Postigo et al, 2000).

O estudo apresentado por Gerber et al (1995), sobre a interpretação do mundo imaginário (o mundo Grak) através de gráficos e mapas, a alunos com idades entre os 8 e os 16 anos mostra que os jovens têm dificuldade em interpretar os gráficos e mapas e em tirar conclusões acerca das informações transmitidas por estes.

Foram identificadas sete categorias que permitem representar as concepções que os alunos têm dos gráficos. Estas categorias descrevem as variações existentes na capacidade de interpretação dos gráficos por parte dos alunos, dando destaque à forma como estes procuram a informação no gráfico, como é que constroem o significado dos símbolos nos diferentes tipos de gráficos (Gerber et al, 1995).

Estas categorias são relativas às diferentes interpretações dadas aos gráficos apresentados. Na primeira categoria os alunos deram atenção não aos dados mas sim a aspectos idiossincráticos dos mapas e dos gráficos, que permitem dizer que existe uma interpretação e compreensão muito limitada do mundo Grak. Os alunos não só revelaram dificuldades em compreender o conteúdo dos gráficos como também não foram capazes de processar a informação contida nos gráficos de forma coerente, não compreendendo a natureza dos materiais visuais apresentados (Gerber et al, 1995).

Nas categorias 2 e 3 os alunos focaram a sua atenção nos dados representados, mas de forma incompleta. Mais precisamente, na categoria 2 a dificuldade de compreensão dos gráficos levou os alunos a apresentarem algumas "queixas" sobre o conteúdo dos gráficos apresentados, centrando-se apenas em aspectos isolados dos gráficos, o que significa que estes não foram observados na sua globalidade mas sim a partir de detalhes (Gerber et al, 1995).

Relativamente à categoria 3 os alunos já foram capazes de considerar o gráfico na sua totalidade, mas mostraram dificuldades em compreender o seu significado porque não conseguiram interpretar a informação nele contida. Os alunos não conseguiram relacionar os dados, havendo mesmo dificuldades no que diz respeito à estatística (Gerber et al, 1995).

Nas categorias 4, 5 e 6 já se denota que há um aumento na capacidade de interpretação da informação quantitativa. No que se refere à categoria 4 verifica-se que os alunos conseguem dar atenção a determinados padrões entre vários gráficos. Na categoria 5 os alunos conseguem fazer comparações através da leitura dos diferentes gráficos e estabelecer relações espaciais entre os diferentes países. Na categoria 6 os alunos já usam as informações dos diferentes gráficos (Gerber et al, 1995).

Por fim, a categoria 7 é a única em que os alunos procuram ir mais além, ou seja, há uma leitura correcta dos gráficos com extrapolações e predições à cerca das informações fornecidas (Gerber et al, 1995).

4 - Método

4.1 – Definição do Problema

Hoje em dia o insucesso da matemática é uma realidade que abrange os jovens de todo o país. As dificuldades nesta disciplina surgem logo no 1º ciclo e prolongam-se pelos restantes anos de escolaridade.

Estudos como o TIMMS (Terceiro Estudo Internacional de Matemática e Ciências) realizado em 1995, mostrou que a média do desempenho dos alunos portugueses do 7º e 8º anos de escolaridade foi baixa, colocando o nosso país em último lugar relativamente a outros países participantes (Ramalho, 2001a).

Para tentar perceber um pouco o que se passa na realidade, torna-se necessário perceber os erros que os alunos fazem nesta disciplina. Assim ao realizar este estudo pretendeu-se estudar as dificuldades dos alunos de 6º ano de escolaridade na disciplina de Matemática. Esta investigação insere-se num projecto promovido pelo GAVE - ME ao nível da Avaliação Aferida, e abrange os estudantes de diferentes regiões do País. No ano de 2001 foram realizadas pela primeira vez as Provas de Aferição ao 6º ano de escolaridade, e por esse facto considerámos interessante tomar como ponto de partida estas mesmas provas.

4.2 – Objectivos do Estudo

O objectivo geral desta investigação é identificar estratégias e compreender as dificuldades sentidas pelos alunos do 6º Ano na realização da Prova de Aferição de Matemática – 2001, em meio rural e urbano nas áreas de número e cálculo, e estatística. Assim pretende-se concretamente:

1 - Analisar o desempenho dos alunos com base nos Critérios Gerais de Classificação Nacional e compará-los com os Totais Nacionais;

2 - Analisar os erros cometidos pelos alunos de 6º Ano, nas áreas referenciadas, na prova de Aferição de Matemática – 2001;

3 - Identificar as estratégias utilizadas pelos alunos de 6º Ano na resolução dos itens atrás referidos, na mesma prova.

4 – Conhecer algumas características sobre o enquadramento escolar e familiar dos alunos, bem como a sua opinião relativamente à Matemática.

4.3 - Tipo de Estudo

De acordo com os objectivos definidos, este estudo é do tipo descritivo uma vez que se pretende compreender e explicar aspectos relativos à situação actual do objecto de estudo (Carmo e Ferreira, 1998), ou seja, as dificuldades sentidas pelos alunos de 6º ano de escolaridade na disciplina da Matemática nas áreas de número e cálculo, e estatística.

4.4 - População, Amostra e Amostragem

A população que serviu de base à realização do presente estudo, corresponde ao universo dos alunos matriculados no 6º ano de escolaridade em 2001, e que fizeram a Prova de Aferição de Matemática a 31 de Maio de 2001.

A amostra definida é constituída por 37 alunos. Destes, 19 pertencem à totalidade dos alunos de uma turma de uma escola em meio urbano (Lisboa), e 18 à totalidade de outra turma de uma escola em meio rural (Beira Baixa). A turma da escola de Lisboa será a partir deste momento designada por grupo 1 (G1) e a turma da escola da Beira Baixa será o grupo 2 (G2).

A selecção das turmas em cada uma das escolas obedeceu a dois critérios que se pretendiam comuns aos dois grupos: por um lado, o desempenho médio na disciplina da Matemática, e por outro o nível socioeconómico.

Relativamente ao desempenho dos alunos em Matemática foram escolhidas, com a ajuda dos Conselhos Executivos das duas escolas, a turma que tinha um rendimento razoável. Assim, para o grupo 1 foi seleccionada a turma que tinha cinco negativas e para o grupo 2 a turma que tinha quatro negativas nesta disciplina.

No que diz respeito ao nível socioeconómico podemos dizer que este é predominantemente médio. Em qualquer um dos grupos vamos encontrar, não em grande número, pais com formação superior (professores, engenharia, belas artes), funcionários públicos, comerciantes e algumas empregadas domésticas, entre outras funções.

O tipo de amostragem utilizado foi a amostragem de conveniência, uma vez que a selecção da amostra teve por base critérios de escolha intencional (Ramalho, 2001a). Desta forma é importante referir que os resultados deste estudo não podem ser generalizados à população (Carmo e Ferreira, 1998).

4.5 - Instrumento

Tendo em conta o contexto e os objectivos deste estudo, considerou-se como estratégia mais adequada para a recolha de informação o recurso a três tipos de instrumentos, ou seja, a realização de uma prova acompanhada de uma entrevista do tipo clínico e o preenchimento de um questionário.

4.5.1 - Prova

De acordo com os objectivos do presente estudo, seleccionaram-se da Prova de Aferição de Matemática de 6° ano, os itens das áreas **número e cálculo**, e **estatística**.

Construiu-se assim uma prova com nove itens, dos quais sete são relativos à área de **número e cálculo (Itens:1; 2; 3; 4; 6; 7 e 9)**, e dois relativos à área de **estatística (Itens:5 e 8)** (Anexo -A).

Os itens que dizem respeito à área de número e cálculo têm como objectivos perceber se os alunos:

- ordenam números decimais com diferentes casas decimais (item 1);
- identificam o número que seja múltiplo de 2 e de 5 (item 2);
- lêem a tabela e fazem operações com números inteiros e fraccionários (item 3);
- resolvem a expressão numérica com números decimais e fraccionários (item 4);
- resolvem a expressão numérica com números fraccionários (item 6);
- têm a noção de metade (item 7);
- têm a noção da fracção como a relação parte-todo (item 9).

Através dos itens da área da estatística pretendemos saber se os alunos:

- têm a noção de média e sabem fazer contas de dividir com números decimais (item 5);
- lêem e interpretam a informação dada por um gráfico de barras (item 8).

4.5.2 - Entrevista do tipo Clínico

A entrevista realizada no presente estudo é do tipo clínico, uma vez que se procura fazer uma observação dos processos cognitivos envolvidos nas actividades intelectuais das crianças (Ginsburg, Kossan, Schwartz, Swanson, 1983). Segundo os autores, também é necessário descrever e analisar de forma qualitativa as estratégias adoptadas pelos alunos na resolução correcta ou incorrecta dos exercícios, bem como analisar os erros cometidos por estes.

A entrevista clínica permite fazer uma observação naturalista dos resultados alcançados, assim como uma análise do seu significado, ou seja, as questões colocadas aos alunos de forma não indutora permitem ao investigador colocar hipóteses alternativas relativamente aos processos cognitivos e avaliar o significado das verbalizações dos estudantes face à resolução das tarefas propostas (Ginsburg, et al.1983).

Durante a entrevista existiram dois momentos distintos. No primeiro pedimos aos alunos que respondessem a quatro questões pré-definidas à partida sobre a Prova de Aferição realizada em 31 de Maio de 2001. As questões colocadas foram: "Recorda-se da Prova de Aferição que realizou no dia 31 de Maio?", "O que achou da Prova de Aferição?", "Que dificuldades sentiu?", "Se eu lhe pedisse para fazer um comentário à Prova de Aferição, ou para me dar uma opinião pessoal, o que é que me podia dizer?".

No segundo momento quisemos saber como é que os alunos tinham resolvido os exercícios da nossa prova. Aqui as questões colocadas não estavam definidas à partida, mas foram adaptadas ao desenrolar da acção e à explicação dos alunos face à forma como realizavam os exercícios por nós propostos. Foram feitas questões como, por exemplo, "como é que fez?" , "como?" "porquê?", uma vez que ao estabelecer a interacção com os alunos, pretendia-se perceber o que estes estavam a pensar naquele momento, quais as estratégias que utilizavam, bem como as dificuldades que sentiam ao resolverem os exercícios.

A entrevista permitiu também observar os alunos face aos erros que faziam, e, perante tal acontecimento, tentou-se que estes relessem o enunciado, refizessem os cálculos, com o objectivo de o aluno avançar na sua tarefa, e caso fosse necessário iam sendo fornecidas pistas. Nos casos em que os alunos não aceitaram as pistas fornecidas ou não conseguiram progredir na resolução dos exercícios, optou-se por passar ao problema seguinte.

4.5.3 - <u>Questionário</u>

O questionário construído, teve por base outros instrumentos elaborados para o mesmo fim (IEA, IAEP). Pretende-se com este questionário recolher indicadores de contexto que permitissem conhecer dados relativos ao enquadramento familiar e escolar dos alunos participantes neste estudo, e a sua opinião sobre a Matemática.

A organização do questionário teve em atenção quatro aspectos principais: 1) Dimensão do questionário - tentou-se reduzir o número de questões e afirmações ao número suficiente, para se obter a informação desejada; 2) Ordenação das perguntas - procurou-se uma ordem segundo um princípio lógico; 3) Pré-Testagem - antes do questionário ser aplicado na sua forma definitiva, procurou-se avaliar a clareza e eficiência do mesmo. Para tal foram escolhidos 11 alunos da população em estudo, e com base nos resultados do pré-teste, foram feitas algumas alterações no instrumento na tentativa de melhorar a qualidade de informação a observar.

O questionário construído é formado apenas por perguntas fechadas, e os alunos tiveram contacto directo com o mesmo, aquando do seu preenchimento. Foi acompanhado por uma folha de rosto e organizado em quatro partes (Anexo - B).

A Parte I do questionário, tem como finalidade saber como decorrem as aulas de Matemática. A Parte II pretende identificar a opinião dos alunos sobre a disciplina da Matemática. Na Parte III procura-se medir com que frequência determinadas situações acontecem na disciplina da Matemática. Por último a Parte IV pretende caracterizar o absentismo escolar dos alunos nas últimas duas semanas.

4.6 – Caracterização das Escolas

A escola da Beira Baixa é uma escola recente, que desde há dois anos a esta parte foi transferida para a periferia, sendo a única escola C+S da Vila de Penamacor. Esta escola acolhe 371 alunos vindos de todas as freguesias, distribuídos pelos diferentes anos lectivos, ou seja, desde o 5° até ao 10° ano de escolaridade. Da totalidade dos alunos, 125 frequentam o 2° ciclo, estando 56 matriculados no 5° ano e 69 no 6° ano de escolaridade.

Para além dos auxiliares de acção educativa, dos serviços administrativos, a escola conta com a colaboração de 46 professores dos quais 28 fazem parte do quadro de docentes.

No que respeita ao absentismo escolar, verificamos com base nos dados fornecidos pelo Conselho Executivo da escola, que para os alunos esta taxa se encontra nos 15%. Este cálculo foi feito com base no número total de faltas dos alunos, no número total de dias de aulas e no número total de alunos. É de referir que ao nível do 2° ciclo, e mais precisamente no 6° ano, as disciplinas onde se verifica existir mais faltas são: 1) Evt; 2) Língua Portuguesa; 3) Matemática e 4) Língua Estrangeira. Por outro lado, no que se refere aos professores constata-se, através das informações disponibilizadas pela mesma fonte, que estes têm uma taxa de absentismo muito próxima dos 13%. Aqui os cálculos realizados tiveram em consideração o número total de faltas dos professores, o total de dias de aulas bem como o número total de professores da escola. Importa referir que estes dados foram contabilizados desde o início do ano lectivo até meados de Junho de 2001, altura em que acabámos de recolher os dados nesta escola.

A escola de Lisboa fica situada numa zona antiga da cidade. É a única escola C+S daquela zona e por isso conta já com quase meio século de existência. Recebe alunos não só das freguesias limítrofes como também de diferentes zonas da cidade e até mesmo da periferia da cidade de Lisboa.

Nesta escola estudam 611 alunos distribuídos pelos 2° e 3° ciclos. Destes, 424 estão no 2° ciclo, 229 no 5° ano e 195 no 6° ano. Devido à sua grande dimensão trabalham nesta escola 100 professores, dos quais 93 pertencem ao quadro.

Relativamente à taxa de absentismo escolar, os dados disponibilizados pelo Conselho Executivo dão-nos conta de que se situa mais ou menos nos 8% para os alunos e mais ou menos nos 20% para os professores.

4.7 - Procedimentos

Após a identificação da amostra, alunos de 6° ano de duas escolas, uma em meio urbano (Lisboa) e outra em meio rural (Beira Baixa), contactámos os Conselhos Executivos das escolas por telefone e fax, por forma a recolher a informação necessária ao nosso estudo.

Terminada a Prova de Aferição de Matemática de 6° Ano a 31 de Maio de 2001, construímos a prova a aplicar no presente estudo, apenas com os itens referentes às áreas de Número e Cálculo e Estatística.

A recolha da informação teve início a 4 de Junho de 2001 e prolongou-se durante todo o mês, primeiro na Beira Baixa e depois em Lisboa. Individualmente os alunos realizaram a prova com os exercícios de Matemática seleccionados acompanhada da entrevista, e por fim o questionário. Ao longo da entrevista os alunos foram confrontados pelo investigador com as suas respostas aos exercícios realizados, com perguntas do tipo "o que não percebe?" ou "porquê?". As respostas dadas pelos alunos sobre a justificação daquilo que faziam foram registadas em cassetes audio, bem como a interacção entre o investigador e o aluno. Não houve tempo limite para a realização destas actividades, no entanto podemos dizer que a duração variou entre os 60 e os 120 minutos.

Importa referir que em cada escola foram cedidas salas para a realização deste trabalho. Na escola da Beira Baixa as instalações foram reservadas atempadamente, criando assim o ambiente tranquilo e necessário à realização da prova com a entrevista, e ao preenchimento do questionário. Porém não podemos dizer o mesmo da escola de Lisboa. A sala que nos foi atribuída, para realizarmos o nosso trabalho, era a sala onde os Directores de Turma recebiam os pais, tornando-se por isso um obstáculo ao desenvolvimento da nossa investigação. Posteriormente foram cedidas várias salas de aula que se encontravam vazias sendo assim possível levar a cabo a nossa tarefa com a tranquilidade necessária.

Todas as entrevistas foram audiogravadas, com o consentimento dos entrevistados, e depois transcritas, por forma a serem analisadas numa fase posterior, juntamente com os registos produzidos pelos alunos.

4.8 – Tratamento dos Dados

O delineamento da análise foi efectuado com base nos objectivos do estudo. A informatização dos dados foi realizada a partir do programa "SPSS 10.0". Posteriormente os dados foram transcritos e a sua análise realizada.

No que se refere às entrevistas, estas foram tratadas a partir da análise de conteúdo que é uma técnica que permite descrever e quantificar as informações recolhidas através das verbalizações dos alunos durante a realização da prova, com vista à sua interpretação. Os dados recolhidos durante a entrevista foram organizados em categorias de resposta com o objectivo de: 1) identificar as dificuldades encontradas na realização da prova; 2) tipificar o erro; 3) identificar as estratégias utilizadas pelos alunos durante a realização da mesma. Após esta categorização as respostas foram ainda agrupadas em três novas categorias, ou seja, respostas correctas imediatas, respostas correctas após interacção e respostas incorrectas, e tratadas em termos de percentagens.

Por se tratar de uma amostra pequena, decidiu-se recorrer apenas à estatística descritiva (frequências e percentagens) relativamente às respostas dadas ao questionário, uma vez que se pretende caracterizar e descrever quer os dois grupos de alunos quer a totalidade da amostra relativamente aos indicadores de opinião sobre a disciplina de Matemática e enquadramento familiar e escolar destes alunos. Este tipo de análise procura estudar a informação recolhida com fins exploratórios com vista à construção de uma abordagem útil para futuros estudos, nomeadamente correlacionais.

5 - Análise de Resultados

Neste capítulo da nossa tese apresentamos os resultados obtidos através dos instrumentos utilizados (entrevista do tipo clínico, questionário). Estes instrumentos de recolha de dados remetem para tratamentos diferenciados, ou seja, análise de conteúdo para a entrevista (análise qualitativa) e análise descritiva (percentagens) para o questionário (análise quantitativa).

A partir das entrevistas realizadas são analisadas, em primeiro lugar, as quatro questões colocadas aos alunos, na primeira fase da entrevista, sobre a Prova de Aferição de Matemática realizada em Maio de 2001. A análise feita consiste numa abordagem qualitativa das respostas dadas quer para cada uma das turmas quer para a totalidade dos alunos inquiridos.

Segue-se a análise da prova por nós elaborada (exercícios escolhidos a partir da Prova de Aferição de Matemática de 2001) e cotada segundo os Critérios Gerais de Classificação das Provas de Aferição elaborados pelo GAVE-ME, e a comparação destes com os totais obtidos a nível nacional. Esta análise é apresentada em termos percentuais para cada um dos grupos participantes neste estudo, tendo em consideração os diferentes níveis de classificação, como por exemplo, as respostas correctas, respostas incorrectas, respostas incompletas e não respostas.

No caso das respostas dadas pelos alunos durante a resolução dos problemas da nossa prova, os resultados são explicados tendo em linha de conta três categorias de resposta. Assim considerámos a categoria de resposta correcta imediata, resposta correcta após interacção e resposta incorrecta. Também aqui os dados são apresentados tendo em conta o valor percentual e absoluto de respostas para a totalidade dos alunos e para cada uma das escolas envolvidas.

Por último são apresentados os resultados do questionário, com as respectivas percentagens e valores absolutos para o total da amostra de alunos bem como para cada uma das escolas inquiridas.

5.1 – Análise das Questões Sobre a Prova de Aferição de Matemática

Antes de apresentar os dados resultantes das análises efectuadas, que têm por base os objectivos inicialmente definidos, pretendemos conhecer em primeiro lugar a opinião dos alunos sobre a Prova de Aferição de Matemática de 2001.

Tabela 2 - Análise de conteúdo à questão "Recorda-se da Prova de Aferição?"

Recorda-se da Prova de Aferição?	**Grupo1 – Alunos de Uma Escola de Lisboa** (n=19)	**Grupo 2 – Alunos de Uma Escola da Beira Baixa** (n=18)	**Total da Amostra** (n=37)
Sim	74% (14)	94% (17)	84% (31)
Mais ou Menos	21% (4)	6% (1)	13% (5)
Não	5% (1)	0% (0)	3% (1)

Através das entrevistas realizadas aos alunos de 6º ano, verificámos que a maioria deles ainda se recordava da prova de aferição (84%). Dos alunos inquiridos, alguns dizem lembrar-se mais ou menos da prova de aferição (13%) e apenas um (3%) diz não se recordar (tabela 2).

Tabela 3 - Análise de conteúdo à questão "O que achou da Prova de Aferição?"

O que achou da Prova de Aferição?	**Grupo1 – Alunos de Uma Escola de Lisboa** (n=19)	**Grupo 2 – Alunos de Uma Escola da Beira Baixa** (n=18)	**Total da Amostra** (n=37)
Fácil	47% (9)	61% (11)	54% (20)
Mais ou Menos Fácil	16% (3)	33% (6)	24% (9)
Difícil	37% (7)	6% (1)	22% (8)

No que diz respeito à segunda questão, constatámos que mais de metade dos alunos inquiridos considerou a prova fácil. Esta opinião é mais evidente no grupo 2 (61%) do que no grupo 1 (47%). Por outro lado, houve também quem considerasse que a prova foi mais ou menos fácil (24%), sendo novamente o grupo 2 (33%) a manifestar esta ideia em maior número do que o grupo 1 (16%). É neste último grupo que surgem mais opiniões sobre o facto de a prova ser difícil (37%) em contraste com o grupo 2 que profere tal ideia, mas em menor número (tabela 3).

Tabela 4 - Análise de conteúdo à questão "Que Dificuldades Sentiu na Prova de Aferição?"

Dificuldades Sentidas na Prova de Aferição	**Grupo1 – Alunos de Uma Escola de Lisboa** (n=19)	**Grupo 2 – Alunos de Uma Escola da Beira Baixa** (n=18)	**Total da Amostra** (n=37)
Exercício dos múltiplos	21% (4)	33% (6)	27% (10)
Exercício do Losango	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Último exercício (medidas da planta do quarto	21% (4)	0% (0)	11% (4)
Exercício do Pantufa	16% (3)	22% (4)	19% (7)
Exercício do livro	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Exercício da Vaca	5% (1)	17% (3)	8% (3)
Fracções	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Exercício do chocolate	11% (2)	0% (0)	5% (2)
Expressões numéricas	5% (1)	33% (6)	19% (7)
Gráficos	5% (1)	6% (1)	5% (2)
Muitos exercícios/ Falta de tempo para os fazer	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não soube fazer alguns dos exercícios	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não entendeu algumas palavras	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não teve dificuldades	5% (1)	6% (1)	5% (2)
Não se lembram	16% (3)	0% (0)	8% (3)

Observando agora a tabela 4 podemos identificar os exercícios onde foram sentidas mais dificuldades pelos alunos. De acordo com as suas respostas foi no problema do número múltiplo simultaneamente de 2 e de 5 (problema 2) que se verificaram maiores dificuldades (27%), seguindo-se as expressões numéricas (problemas 4 e 6) (19%), o exercício do Pantufa (problema 3) (19%) e o exercício da vaca, que não consta da nossa prova (problema 14 da Prova de Aferição de Matemática de 2001) (11%) onde também existiram dificuldades. É no grupo 2 que estas dificuldades são mais evidentes, comparativamente com o grupo 1 que apesar de sentir dificuldades nestes exercícios, as referiu em menor número. Os restantes exercícios como, por exemplo, o exercício da planta do quarto (problema 22 da Prova de Aferição) (8%), os gráficos (problemas 8.1, 8.2 e 8.3) (5%), o exercício do chocolate (problema 7) (5%), o exercício do losango (3%), as fracções (problemas 4, 6, e 9) (3%), e o exercício do livro (problema 5) (3%) foram aqueles que os alunos menos referiram sugerindo assim a existência de menos dificuldades na resolução destes exercícios. De salientar que foi no grupo 1 que surgiram comentários que remetem para questões como a falta de tempo para resolver os exercícios, uma vez que eram muitos (5%), não saber fazer alguns dos exercícios (5%), não perceber o significado de algumas palavras (5%) ou ainda não se lembrar de ter sentido dificuldades na resolução dos exercícios (16%).

Tabela 5 - Análise de conteúdo à questão "Qual a sua Opinião sobre a Prova de Aferição ?"

Comentários/ Opinião sobre a Prova de Aferição	**Grupo1 – Alunos de Uma Escola de Lisboa** (n=19)	**Grupo 2 – Alunos de Uma Escola da Beira Baixa** (n=18)	**Total da Amostra** (n=37)
Importante para saber o nível de conhecimentos dos alunos de todo o País	79% (15)	22% (4)	51% (19)
Avaliar os Professores e as Escolas	47% (9)	6% (1)	27% (10)
Boa Preparação para futuras provas de avaliação	5% (1)	22% (4)	14% (5)
Prova bem estruturada/ Elaborada	5% (1)	28% (5)	16% (6)
Gostou de Fazer a Prova	26% (5)	22% (4)	24% (9)
Prova acessível	0% (0)	28% (5)	14% (5)
Devia ser feita a mais disciplinas	0% (0)	6% (1)	3% (1)
É mais fácil do que um teste	0% (0)	11% (2)	5% (2)
Prova devia ser feita no final do ano (Quando a matéria estivesse toda dada)	0% (0)	17% (3)	8% (3)

Relativamente à opinião dos alunos sobre a Prova de Aferição (tabela 5) esta parece ser favorável. Os estudantes referem que a prova de aferição é importante pois permite perceber o nível de conhecimentos dos alunos de todo o país (51%), bem como avaliar os professores e as escolas (27%). É no grupo 1 que estes comentários são mais evidentes com 79% e 47% respectivamente. Por outro lado, foi referido que a prova de aferição foi vista como sendo uma boa preparação para futuras provas de avaliação (14%). Esta ideia foi proferida pelo grupo 2 (22%) comparativamente ao grupo 1, onde apenas 5% dos alunos referiu esta ideia. Parece que o grupo 1 está mais preocupado com o facto de a prova servir apenas para avaliar não só os conhecimentos dos alunos como também os professores e as escolas, enquanto que o grupo 2 entende a prova como um exercício, como uma boa prática para situações futuras.

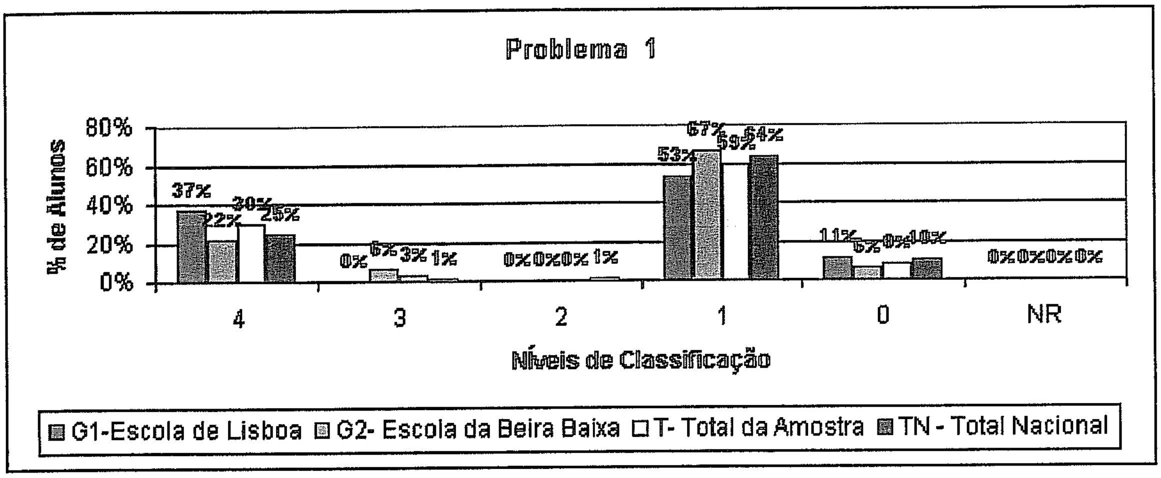
Foi também referido que se tratou de uma prova acessível (14%), que estava bem estruturada (16%), que era mais fácil do que um teste (5%). Estes comentários foram mais frequentes no grupo 2 do que no grupo 1. Os alunos referiram ainda que gostaram de fazer a prova (24%), sendo esta opinião manifestada pelos dois grupos.

Foram também feitas sugestões, pelo grupo 2, no sentido de que a prova devia ser realizada no final do ano lectivo, depois da matéria ter sido dada (17%), e que esta devia abranger outras disciplinas também importantes, para além da Língua Portuguesa e da Matemática (6%).

5.2 - Resultados das Provas com Base nos Critérios de Classificação Nacional das Provas de Aferição de Matemática

Os resultados que agora apresentamos dizem respeito à cotação dos problemas que compõem a nossa prova, com base nos Critérios Gerais de Classificação das Provas de Aferição de Matemática do ano de 2001, definidos pelo GAVE – ME (Anexo - C). As provas foram cotadas a partir de códigos definidos que permitem diferenciar o desempenho dos alunos em cada problema realizado. Estes códigos de classificação são variáveis oscilando entre os valores máximos de 1 a 5 e o valor mínimo zero. A cotação da nossa prova foi feita com base nestes critérios e a partir das respostas dadas pelos alunos após interacção estabelecida com o investigador.

Figura 1 – Análise do Problema 1 segundo os Critérios de Classificação



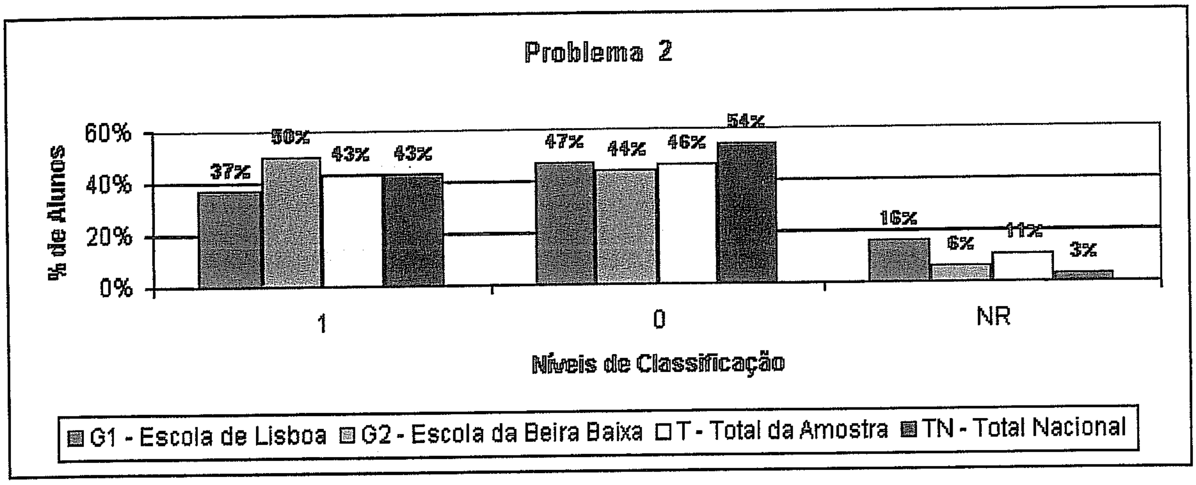
No que diz respeito ao problema 1 (ordenação de números decimais) podemos ver pela figura 1 que este foi classificado em 4 níveis (Anexo - C). Cerca de um terço dos alunos deram uma resposta correcta, à qual foi atribuído o nível 4, valor máximo neste problema. É o grupo 1 (37%) que mais respostas correctas tem quando comparado com o grupo 2 (22%).

Por outro lado, as respostas totalmente incorrectas, cotadas com o nível 0, tiveram uma percentagem relativamente baixa (8%) sendo o grupo 1 (11%) que apresenta mais respostas incorrectas.

Podemos ainda ver que a maioria das respostas dos alunos (59%) recaem no nível 1, ou seja, os alunos ao ordenarem os números decimais fizeram-no correctamente apenas para dois dos valores, errando a ordenação dos restantes valores. Neste caso podemos verificar que ambos os grupos se inserem neste nível, observando-se que o grupo 2 (67%) tem uma maior percentagem de resposta relativamente ao grupo 1 (53%).

Por fim podemos verificar que a nossa distribuição, no que diz respeito às respostas correctas (nível de classificação 4), apresenta resultados relativamente mais elevados (30%) face à classificação nacional (25%), e tende para valores mais baixos no que respeita às respostas incorrectas (8%) e às respostas de nível 1 (59%) comparativamente aos totais nacionais.

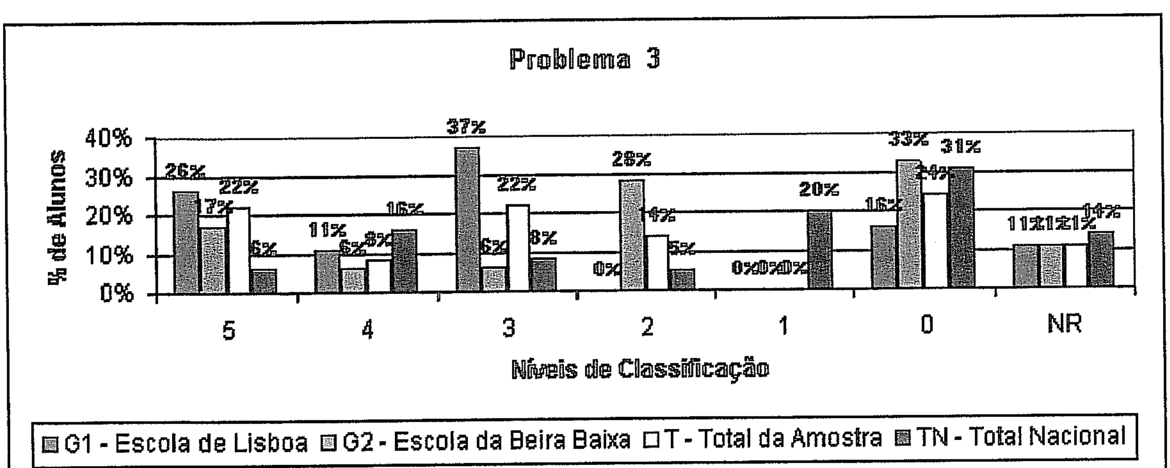
Figura 2 – Análise do Problema 2 segundo os Critérios de Classificação



O problema 2 é de resposta múltipla e foi cotado apenas com dois níveis (Anexo-C). Pretendia-se que os alunos identificassem o número que fosse simultaneamente múltiplo de 2 e de 5. Verificamos que aproximadamente metade das respostas dos alunos (46%), foram respostas incorrectas (nível 0). É o grupo 1 (47%) que mais respostas incorrectas tem comparativamente ao grupo 2 (44%).

Podemos ainda verificar que neste problema a percentagem de não respostas é baixa (11%), sendo no grupo 1 (16%) a sua percentagem superior ao do grupo 2 (6%). Comparativamente com os totais nacionais (54%) constatamos que a nossa distribuição apresenta valores mais baixos (46%) no que diz respeito às respostas incorrectas.

Figura 3 – Análise do Problema 3 segundo os Critérios de Classificação



No <u>problema 3</u> (problema envolvendo a leitura de tabela e operações com números inteiros e fraccionários), podemos verificar através da figura 3 que as respostas dos alunos se encontram distribuídas por mais critérios, relativamente aos dois primeiros problemas, sendo agora o nível máximo 5 e o mínimo 0 (Anexo - C).

Como podemos observar o maior número de respostas insere-se no nível de classificação 0 (24%), ou seja, os alunos deram uma resposta incorrecta ao problema, apesar de terem feito algum trabalho, evidenciaram contudo que não compreenderam o problema proposto. Neste caso é o grupo 2 (33%) que mais respostas tem neste nível comparativamente ao grupo 1 (16%).

Quanto às respostas totalmente correctas (22%), são em maior percentagem no grupo 1 (26%) do que no grupo 2 (17%).

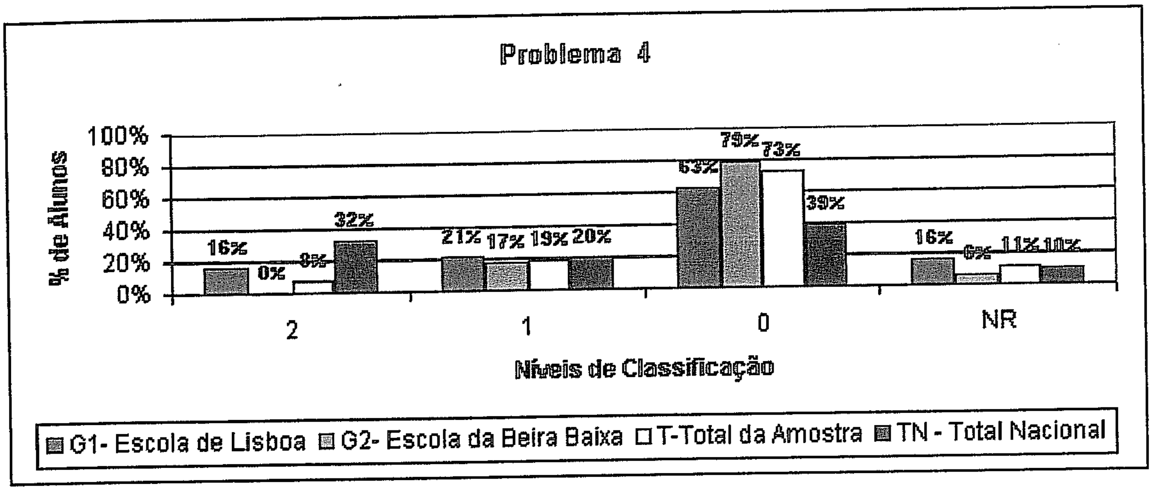
As restantes respostas distribuem-se pelos diferentes níveis de classificação, com predominância para o nível 3 (22%), ou seja, são respostas que apesar de serem correctas apresentam pequenos erros. As respostas que se inserem neste nível são dadas em maior percentagem pelo grupo 1 (37%) do que pelo grupo 2 (6%).

Podemos ver também que são dadas respostas pelos estudantes às quais foi atribuído o nível 2 (14%), isto é, são respostas que estando correctas podem estar incompletas. Aqui é o grupo 2 (28%) o único a dar resposta neste nível de classificação.

Constatamos ainda que existem respostas que foram classificadas com o nível 4 (8%), ou seja, os alunos utilizam uma estratégia correcta de resolução chegando à resposta correcta explicitamente ou não. Como podemos ver através da figura 3 é o grupo 1 (11%) que dá mais respostas comparativamente com o grupo 2 (6%).

Como podemos observar a nossa distribuição tende, de uma forma geral, para valores mais altos na maioria dos níveis de classificação quando comparada com os totais nacionais. As únicas excepções verificam-se nas respostas incorrectas, nas respostas de nível 1 e nas não respostas.

Figura 4 – Análise do Problema 4 segundo os Critérios de Classificação



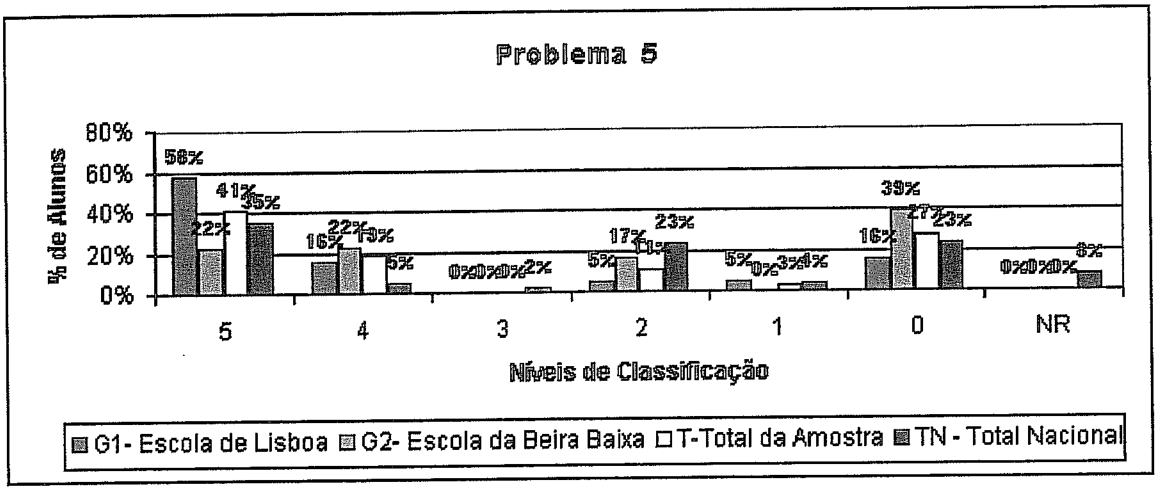
Relativamente ao problema 4 (expressão numérica com números fraccionários e decimais), este é classificado apenas segundo três níveis (Anexo - C). Através da figura 4 podemos observar que a maioria das respostas são incorrectas, ou seja, de nível 0 (73%). É o grupo 2 (79%) que mais respostas apresenta neste nível de classificação em comparação com o grupo 1 (63%).

No que diz respeito ao nível 1 (19%), as respostas dadas pelos alunos reflectem que estes conseguiram pelo menos realizar uma das operações apresentadas, ou então revelam que estes podem ter feito erros de cálculo. Como podemos observar é o grupo 1 (21%) que dá mais respostas em contraste com o grupo 2 (17%).

Por fim, e quanto às respostas correctas (nível 2) só o grupo 1 (16%) é que conseguiu acertar este problema.

Comparando os nossos resultados com os resultados nacionais, observamos que a nossa distribuição apresenta valores mais elevados ao nível das respostas incorrectas. Por outro lado e no que respeita às respostas correctas verifica-se a situação inversa, ou seja, a nossa distribuição tende para valores mais baixos do que a classificação nacional.

Figura 5 – Análise do Problema 5 segundo os Critérios de Classificação



O problema 5 (noção de média) é cotado a partir de diferentes níveis de classificação (Anexo - C). Assim como podemos observar (figura 5) a maior percentagem de respostas insere-se no nível 5 (41%), ou seja, aproximadamente metade dos alunos da nossa amostra dá uma resposta totalmente correcta neste problema, destacando-se o grupo 1 (58%) com mais respostas relativamente ao grupo 2 (22%).

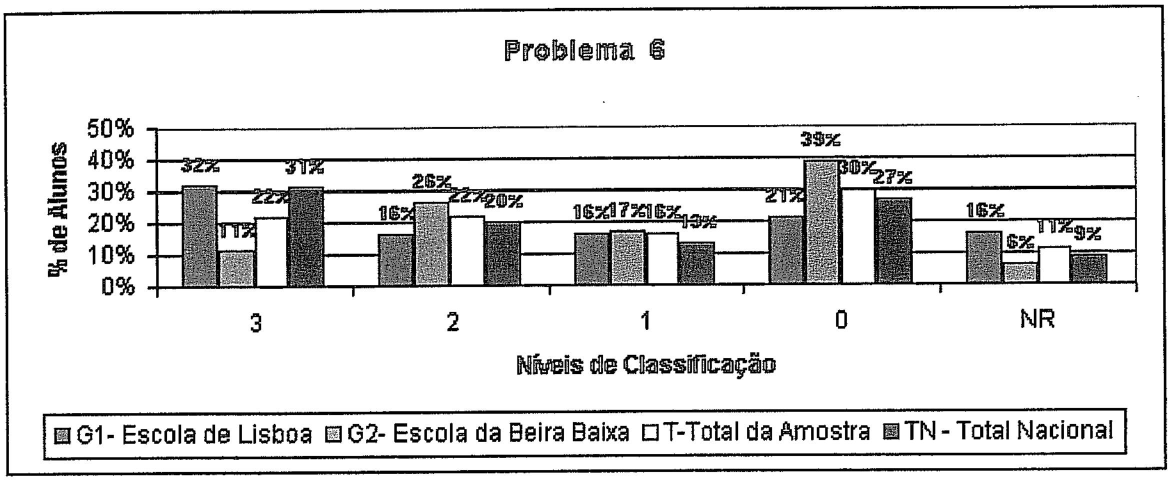
Por outro lado, podemos ver que as restantes respostas se distribuem pelos outros níveis de classificação. Assim, como podemos constatar cerca de ¼ dos alunos deu uma resposta incorrecta (nível 0). É o grupo 2 (39%) que maior percentagem de respostas dá em comparação com o grupo 1 (16%) .

Como podemos ver ainda, cerca de 1/5 dos alunos deu uma resposta que se insere no nível 4, ou seja, os alunos utilizam uma estratégia adequada para resolverem o problema, ficando contudo a resposta muito próxima da resposta correcta. Nesta situação é o grupo 2 (22%) que mais respostas dá em relação ao grupo 1 (16%).

No nível 2 a percentagem de respostas é relativamente baixa (11%). Isto significa que os alunos adoptaram uma estratégia indicada mas ao mesmo tempo incompleta para a resolução do problema. É o grupo 2 (17%) que se destaca com maior percentagem de respostas neste nível em comparação com o grupo 1 (5%).

Por fim, podemos constatar que a nossa distribuição apresenta valores mais elevados do que os totais nacionais no que diz respeito às respostas correctas e incorrectas.

Figura 6 – Análise do Problema 6 segundo os Critérios de Classificação



No problema 6 (expressão numérica com números fraccionários) podemos ver através da figura 6 que a maior percentagem de respostas (30%) dos alunos se insere no nível 0 (respostas incorrectas). Dos alunos da amostra foi o grupo 2 (39%) que mais respostas teve neste nível relativamente ao grupo 1 (21%).

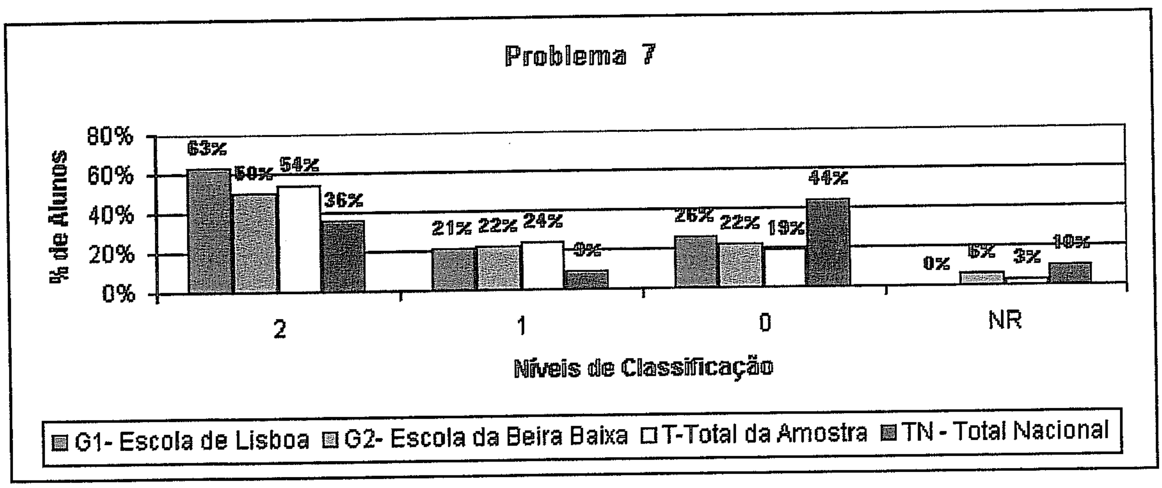
Por outro lado, as respostas correctas (22%), ou seja, de nível 3 revelam que foram os alunos do grupo 1 (32%) quem mais acertou este problema comparativamente ao grupo 2 (11%).

Verificamos também que foi atribuído a cerca de 1/5 das respostas o nível 2, ou seja, os alunos não respeitaram a prioridade das operações mas acertaram os cálculos, ou então respeitaram a prioridade das operações apresentadas e efectuaram pelo menos uma delas correctamente. Neste caso é o grupo 2 (26%) que dá mais respostas quando comparado com o grupo 1 (16%).

Podemos ver ainda que 1/6 dos alunos deu uma resposta que se insere no nível 1. Isto quer dizer que os alunos fizeram erros de cálculo, mas dão provas de que sabem subtrair e/ou multiplicar fracções. Neste nível de classificação a percentagem das respostas dos dois grupos não revela diferenças dignas de destaque.

Por fim, e relativamente à comparação dos nossos resultados com os totais nacionais, verificamos que estes últimos são mais elevados apenas ao nível das respostas totalmente correctas.

Figura 7 – Análise do Problema 7 segundo os Critérios de Classificação



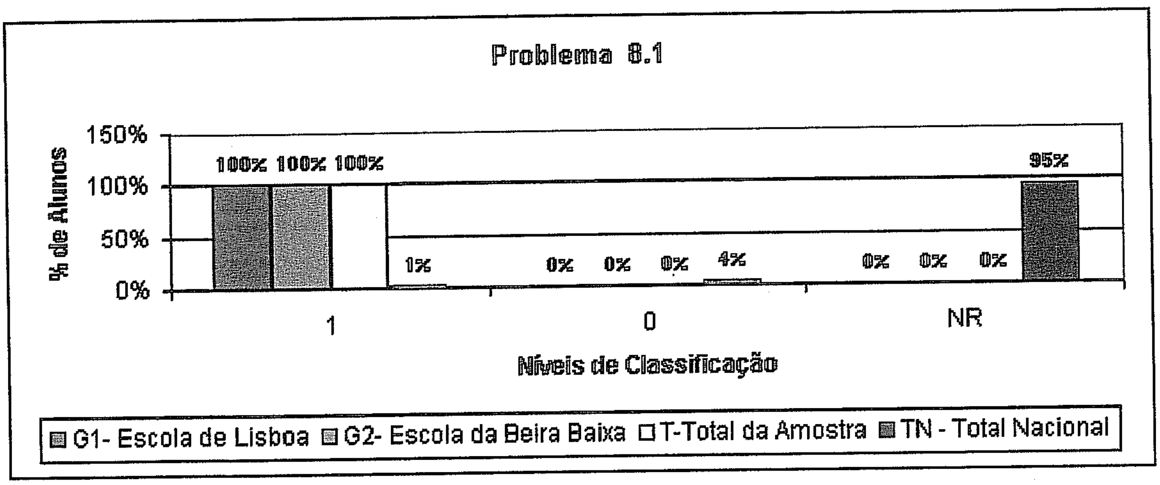
No que diz respeito ao problema 7 (noção de metade) este é classificado com base em três níveis (Anexo – C). Como podemos observar pela figura 7 a maioria das respostas dos alunos (54%) situa-se no nível 2 (resposta correcta). É o grupo 1 (63%) que maior percentagem de respostas correctas apresenta, em comparação com o grupo 2 (50%).

Por outro lado, cerca de ¼ das respostas dadas inscrevem-se no nível 1, ou seja, os alunos dão uma resposta que transmite a ideia de que os chocolates são de tamanhos diferentes, mas não especificam concretamente qual deles é o maior. Neste caso, os alunos da nossa amostra têm uma percentagem muito próxima de respostas entre si, não se verificando qualquer registo digno de nota.

Como podemos ainda observar cerca de 1/5 dos alunos respondeu incorrectamente a este problema (critério 0). É o grupo 1 (26%) que mais respostas incorrectas dá quando comparado com o grupo 2 (22%).

Através da figura 7 podemos observar que a nossa distribuição tende para valores mais elevados no que diz respeito às respostas correctas e respostas de nível 1; e tende para valores mais baixos ao nível das respostas incorrectas, comparativamente aos resultados dos totais nacionais.

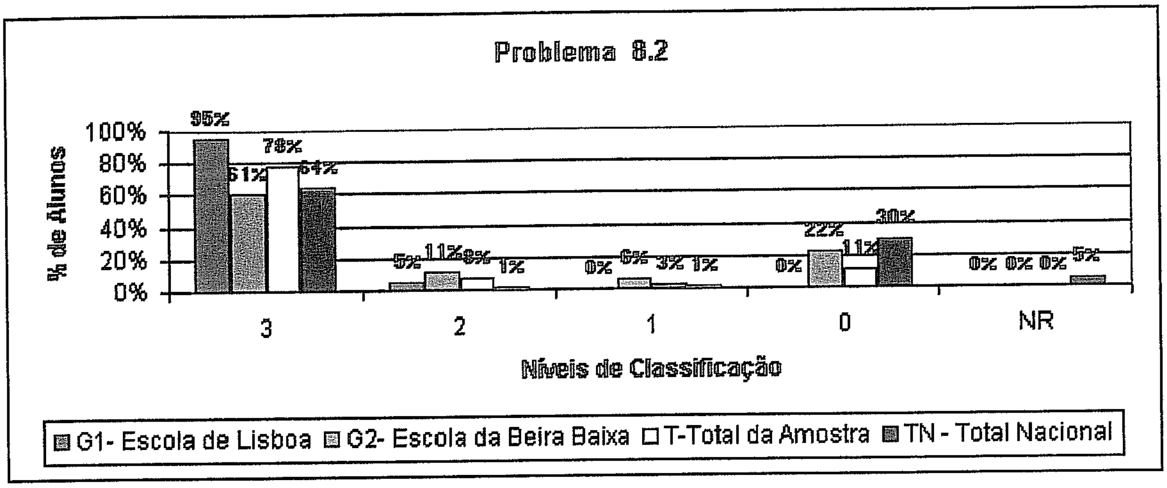
Figura 8 – Análise do Problema 8.1 segundo os Critérios de Classificação



Observando a figura 8 podemos dizer que no problema 8.1 (estatística) existem apenas dois níveis possíveis de classificação (Anexo - C). Todos os alunos da nossa amostra deram uma resposta correcta neste problema, inserindo-se as suas respostas no nível 1.

Os resultados da nossa distribuição revelam-se opostos aos totais nacionais.

Figura 9 – Análise do Problema 8.2 segundo os Critérios de Classificação



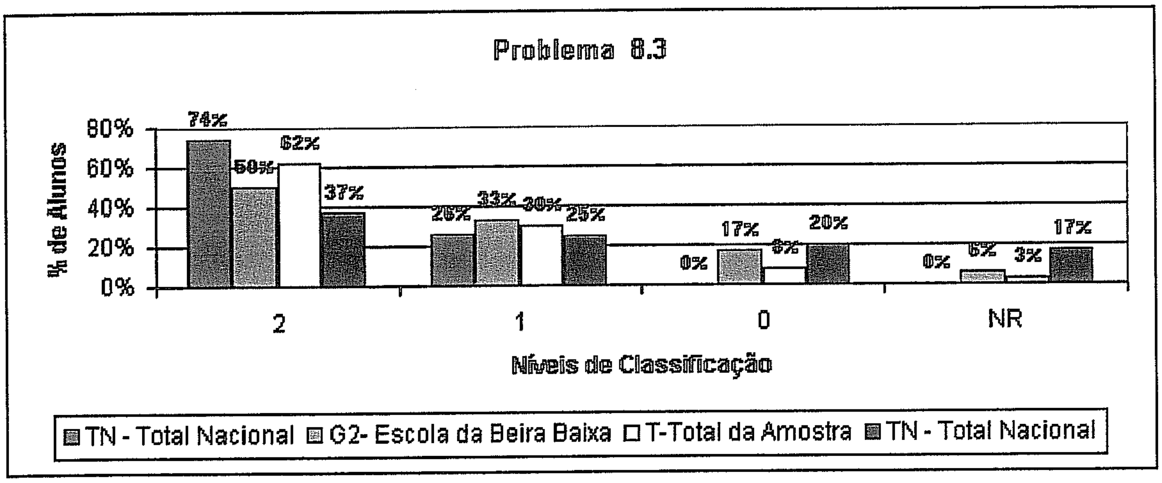
Relativamente ao <u>problema 8.2</u> (estatística) podemos observar através da figura 9 que este é classificado com base em quatro níveis (Anexo - C). Como podemos ver mais de metade dos alunos (78%) respondeu correctamente a esta questão (nível 3). Neste caso é o grupo 1 (95%) que mais respostas dá em relação ao grupo 2 (61%).

Quanto às respostas incorrectas (nível 0) foi apenas o grupo 2 que errou este problema (22%).

No que diz respeito ao nível 2 existem alunos cujas respostas (8%) revelam que estes cometeram erros de cálculo. É no grupo 2 (11%) que esta situação se torna mais evidente relativamente ao grupo 1 (5%).

Como podemos constatar, a nossa distribuição apresenta valores mais altos relativamente às respostas correctas do que os valores dos totais nacionais. Relativamente às respostas incorrectas a situação é a inversa.

Figura 10 – Análise do Problema 8.3 segundo os Critérios de Classificação



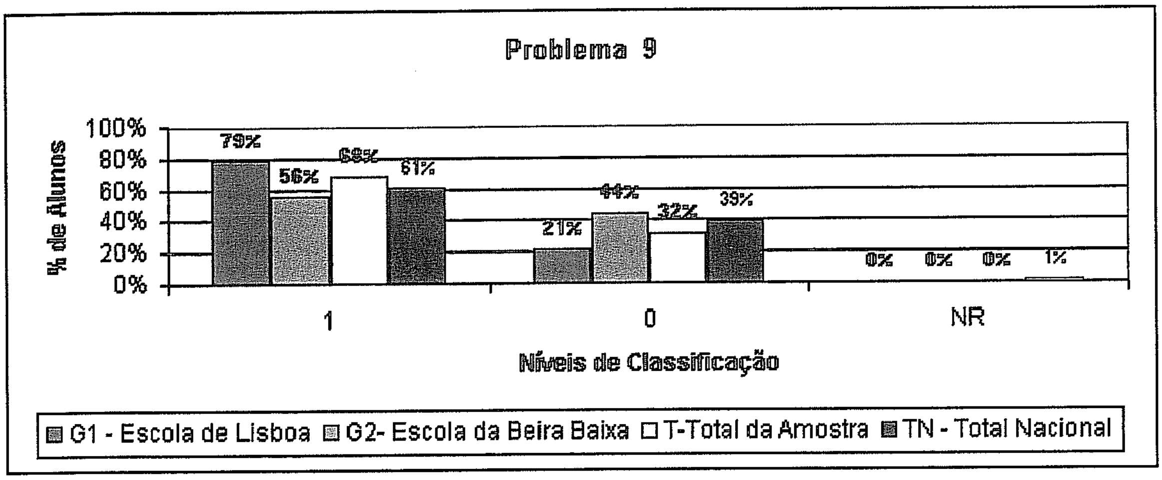
No problema 8.3 (estatística) podemos constatar que este foi classificado a partir de três níveis (Anexo - C). Através da figura 10 podemos ver que a maioria das respostas (62%) são correctas. É o grupo 1 (74%) que mais se destaca neste nível, comparativamente ao grupo 2 (50%).

Por outro lado, cerca de 1/3 dos alunos deu uma resposta incompleta, ou seja, os alunos fizeram a leitura correcta apenas de um dos eixos do gráfico, classificando-se por este motivo as suas respostas no nível 1. É o grupo 2 (33%) que mais respostas dá quando comparado com o grupo 1 (26%).

Verificamos ainda que foi apenas o grupo 2 (17%) que respondeu incorrectamente neste problema (nível 0).

Através da figura 10 podemos observar que os resultados da nossa distribuição tendem a ser mais elevados do que os totais nacionais relativamente às respostas correctas e de nível 1.

Figura 11 – Análise do Problema 9 segundo os Critérios de Classificação



O problema 9 (noção da fracção como relação da parte-todo) foi classificado com base em dois níveis de classificação (Anexo - C). Neste problema mais de metade dos alunos deu uma resposta correcta (68%), ou seja, respostas cotadas com o nível 1. É o grupo 1 (79%) que mais respostas tem neste nível, em contraste com o grupo 2 (56%).

Relativamente aos resultados da nossa distribuição, podemos constatar que estes (68%) são mais elevados do que os resultados obtidos a nível nacional (61%) para as respostas correctas.

5.3– Resultados Obtidos nas Entrevistas: Análise aos Erros Cometidos Pelos Alunos

Passamos agora a apresentar os resultados obtidos através das entrevistas realizadas aos alunos sobre as dificuldades, as estratégias e os erros havidos na resolução dos problemas que fazem parte da nossa prova (Anexo - A). Os resultados são apresentados em termos percentuais e em valor absoluto, quer para cada uma das escolas, quer para a totalidade dos alunos para cada uma das categorias de resposta atrás mencionadas (tabela 6), quer ainda para os erros feitos durante a prova. A tabela 6 vai sendo analisada durante este capítulo.

Tabela 6 - Desempenho global dos alunos na resolução dos problemas

Itens	Objectivos	Resposta correcta imediata			Resposta correcta após interacção			Resposta incorrecta		
		G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
Problema 1	Ordenação de nº decimais	37% (7)	22% (4)	30% (11)	0% (0)	6% (1)	3% (1)	63% (12)	72% (13)	68% (25)
Problema 2	Identificação de nº múltiplos de 2 e 5	0% (0)	11% (2)	5% (2)	11% (2)	6% (1)	8% (3)	89% (17)	83% (15)	86% (32)
Problema 3	Resolução de problemas envolvendo a leitura de tabela com nº inteiros e fraccionários	0% (0)	6% (1)	3% (1)	32% (6)	11% (2)	22% (8)	68% (13)	83% (15)	76% (28)
Problema 4	Resolução de expressão numérica com nº fraccionários e decimais	16% (3)	0% (0)	8% (3)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	84% (16)	100% (18)	92% (34)
Problema 5	Noção de média	21% (4)	0% (0)	11% (4)	37% (7)	22% (4)	30% (11)	42% (8)	78% (14)	59% (22)
Problema 6	Resolução de expressão numérica com nº fraccionários	26% (5)	11% (2)	19% (7)	11% (2)	0% (0)	5% (2)	63% (12)	89% (16)	76% (28)
Problema 7	Noção do operador metade	47% (9)	33% (6)	41% (15)	37% (7)	44% (8)	41% (15)	16% (3)	28% (5)	22% (8)
Problema 8.1	Leitura e interpretação de um gráfico de barras	100 (19)	100% (18)	100% (37)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
Problema 8.2	Leitura e interpretação de um gráfico de barras	84% (16)	50% (9)	68% (25)	11% (2)	11% (2)	11% (4)	5% (1)	39% (7)	22% (8)
Problema 8.3	Leitura e interpretação de um gráfico de barras	53% (10)	28% (5)	41% (15)	37% (7)	22% (4)	30% (11)	11% (2)	50% (9)	30% (11)
Problema 9	Noção da fracção como relação parte todo	58% (11)	44% (8)	51% (19)	21% (4)	11% (2)	16% (6)	21% (4)	44% (8)	32% (12)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Tabela 7 - Erros cometidos no Problema 1

Erros cometidos no Problema 1	Total de Alunos		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Comparação da parte decimal sem considerar o nº de casa decimais envolvidas.	53% (10)	67% (12)	60% (22)
Não sabe o conceito de ordenação de nº decimal.	5% (1)	6% (1)	5% (2)
Ordenação crescente de nº decimais.	5% (1)	0% (0)	3% (1)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Verificamos através da tabela 6 que no problema 1 (ordenação de números decimais) 68% dos alunos responderam erradamente a esta questão. Mais de metade dos erros (60%) são devidos ao facto de os alunos ordenarem a sequência de algarismos apresentada a partir da comparação da parte decimal sem considerar o número de casas decimais envolvidas (p. ex: 9,41; 9,36; 8,45; 8,5). Os alunos referem que ordenam desta forma porque "9 é maior do que 8 ... 41 é maior do que 36 ... e 45 é maior do que 5"; sendo que alguns alunos referem ainda que entre os números 8,45 e 8,5 "existe uma diferença de 40 centímetros". Constata-se contudo, o caso de um aluno que para além do erro cometido não sabe ler estes números, ou seja, ao ler por exemplo 8,5 diz "8 décimas e 5 unidades". É no grupo 2 (67%) que este erro se mostra mais frequente comparativamente com o grupo 1 (53%) (tabela 7).

Neste problema foram ainda encontrados outros erros, mas em menor número. Estes mostram que alguns alunos (5%) não têm qualquer noção sobre a ordenação de números decimais (p. ex: 9,36; 8,5; 8,45; 9,41) porque em sua opinião "...fica a Rita porque tem mais metros do que as outras ... a Carla fica em segundo ... em terceiro a Sara porque tem mais metros do que a Ana", e outros ainda revelam que alguns estudantes (3%) optaram por fazer uma ordenação crescente dos números decimais (p. ex: 8,5; 8,45; 9,36; 9,41) porque "...foi do mais pequeno para o maior ... porque acho que é assim". Esta resposta surge devido aparentemente ao facto de o aluno identificar a parte decimal do número como se fosse inteiro e também por não respeitar a ordenação da sequência decrescente (tabela 7).

Neste problema é possível observar que existem mais respostas incorrectas no grupo 2 (72%) em contraste com o grupo 1 (63%) (tabela 6)

No que diz respeito às respostas certas verificamos que alguns estudantes (39%) deram uma resposta correcta imediata, sendo que o grupo 1 tem maior número de resposta deste tipo (37%) do que o grupo 2 (22%). Apenas um aluno (3%) acertou o problema após interacção com o investigador (tabela 6).

Tabela 8 - Erros cometidos no Problema 2

Erros cometidos no Problema 2	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Resposta aleatória.	47% (9)	67% (12)	57% (21)
Tentativa e erro para nº de base; tem conceito de múltiplo de 2 e de 5.	11% (2)	6% (1)	8% (3)
Tem conceito de múltiplo mas erra os cálculos.	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não tem conceito de múltiplo.	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Divide o nº ao meio e procura múltiplos de 2 e 5	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não responde.	21% (4)	6% (1)	14% (5)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Relativamente ao <u>problema 2</u> (escolher um número que fosse múltiplo de 2 e de 5) verifica-se que a grande maioria dos alunos errou esta questão (86%) (tabela 6). Mais de metade dos estudantes (57%) deu uma resposta aleatória (ao acaso), explicando que "5 a dividir por 2" é capaz de dar o número escolhido, ou então porque o número escolhido "é um número par", ou porque "eu escrevi este resultado porque na prova de aferição também pus este...", ou ainda "foi uma pessoa que me disse". Esta situação acontece mais no grupo 2 (67%) do que no grupo 1 (47%), embora os valores encontrados sejam elevados nos dois grupos (tabela 8).

Outros estudantes (8%) mostraram que têm o conceito de múltiplo de 2 e de 5 e fazem uma tentativa e erro para número de base (p. ex: procura um número e multiplica

542 por 2 e por 5), porque em sua opinião "fui tentando aos poucos... é tentar obter um destes números... vou multiplicar 504... não... 241...254 por 2 e por 5...". Verifica-se ainda que há alunos (3%) que apesar de revelarem o conceito de múltiplo de um número erram os cálculos (p. ex: 2504) porque "vou dividir estes números por 10... 5x2=10", em contraste com aqueles (3%) que não possuem este conceito (p. ex: 2540, "porque 5x2=10 e está lá o 0 e o 5").

Constata-se ainda o caso do aluno (3%) que divide o número ao meio e procura os múltiplos de 2 e de 5 (p. ex: separa 2045 em 20 e 45) e depois opera com estes dois números em separado dizendo que "multiplicado por 2 nunca pode chegar a 25...5 não pode dar 4, então não pode chegar a 40... 42 não pode... 45 é possível então meti este 2045". Para além disto, alguns alunos (14%) não deram resposta a esta questão, dizendo "não percebo o problema" (tabela 8).

Neste problema o número de alunos a dar uma resposta correcta imediata foi baixo (11%) pertencendo estes ao grupo 2. Os estudantes que acertaram a resposta após estabelecida a interacção com o investigador também foram em número reduzidos (8%), embora esta situação se verifique nos dois grupos (tabela 6)

Tabela 9 - Erros cometidos no Problema 3

Erros cometidos no Problema 3	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Não sabe fazer 1 + 1/2.	42% (8)	39% (7)	41% (15)
Não sabe ler a tabela.	11% (2)	33% (6)	22% (8)
Não sabe simplificar fracções.	11% (2)	0% (0)	5% (2)
Não sabe multiplicar nem simplificar fracções.	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não arredonda o resultado.	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Não compreende o problema.	0% (0)	6% (1)	3% (1)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

No que diz respeito ao problema 3 (leitura de tabela e operação com números inteiros e fraccionários) podemos dizer que também este teve um número de respostas incorrectas elevado. A grande maioria dos estudantes (76%) não acertou esta questão por diversos motivos (tabela 6). Assim vários alunos (41%) não sabem resolver a expressão 1+1/2 (p. ex: 1+1/2=4; 1+1/2=2/2), dizendo "não me lembro", ou "fica 1+1 dá 2 e depois fica 2 (2/2)" ou ainda "1+1=2 e 2x2=4". Esta situação verifica-se nos dois grupos embora no grupo 1 seja mais evidente (42%) do que no grupo 2 (39%) (tabela 9).

Os alunos mostraram também que não sabem ler a tabela com os dados do problema (p. ex: um cão com 10 quilos come 1 lata, com 20 quilos come 2), porque em sua opinião "um cão com 20 kg come 2 latas". No grupo 2 a percentagem de estudantes nestas condições é superior (33%) aos do grupo 1 (11%).

Verifica-se igualmente no grupo 1 e com a mesma percentagem (11%) que há alunos que não sabem simplificar fracções (p. ex: 21/2=9,05=9,5), porque "eu não transformo porque eu não tenho aqui a minha máquina de calcular... em contas de dividir sou um ás..." ou "tenho de dividir 21 por 2 para saber o total em números... isto vai dar sempre 9,0555... não dá para fazer mais" (tabela 9).

Observa-se ainda que há outros alunos que não sabem multiplicar nem simplificar fracções (p. ex: 3/2+3/2+3/2...=21/2=42), dizendo "...3/2... agora vou fazer isto sete vezes... 21/2... e para transformar a fracção eu acho que é 21x2=42... eu só sei fazer assim", estando em contraste com o grupo 2 que não manifestou estes erros.

Por outro lado, é no grupo 2 que há alunos (6%) que não arredondaram o resultado obtido (p. ex: 10,5) porque "é preciso 10 latas e meia para o alimentar durante uma semana" e outros que não compreenderam o problema e por esse motivo não o resolveram "1+1/2... não estou a entender isto... mas eu não sei fazer, eu não entendo o problema... não quero fazer" (tabela 9).

Estes erros estão presentes em ambos os grupos embora o grupo 2 apresente uma percentagem visivelmente superior ao grupo 1, com 83% e 68% respectivamente (tabela 6).

É de salientar que é no grupo 2 que existe a única resposta correcta imediata neste problema (6%). Os estudantes que acertaram o problema após interacção pertencem aos dois grupos, embora sejam mais no grupo 1 (32%) do que no grupo 2 (11%) (tabela 6).

Tabela 10 - Erros cometidos no Problema 4

Erros cometidos no Problema 4	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Transforma mal nº decimais em fraccionários; não sabe + nem – fracções.	21% (4)	27% (5)	24% (9)
Não sabe resolver a expressão numérica.	5% (1)	33% (6)	19% (7)
Não sabe + nem – fracções.	5% (1)	11% (2)	8% (3)
Transforma mal os nº fraccionários em decimais; não sabe + nem – decimais.	11% (2)	0% (0)	5% (2)
Não sabe simplificar fracções.	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Transforma mal nº fraccionários em decimais; não sabe – decimais.	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Não responde.	16% (3)	6% (1)	11% (4)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Após a leitura da tabela 6 percebemos que o problema 4 (expressão numérica com números decimais e fraccionários) foi o mais difícil, com 92% de respostas incorrectas e apenas 8% de respostas correctas. Face às respostas incorrectas verificamos que a totalidade do grupo 2 errou esta questão enquanto que 16% do grupo 1 conseguiu dar uma resposta correcta imediata.

No que diz respeito às respostas incorrectas, verificamos através da tabela 10 que existe uma diversidade bastante grande de respostas dadas pelos estudantes. Assim alguns alunos (24%) transformam mal o número decimal em fraccionário e não sabem somar nem subtrair fracções (p. ex: 0,2=0,2/1; 0,2=1/1) porque segundo a sua explicação “2+1=3 e 0,2 é como se estivesse aqui um 1 por baixo e soma-se e depois dá 2+1=3 e depois põe-se o zero” ou porque “4+2=6 e 3+1=4... 4/6-0,2, mas como não sei tirar... 0,2 aos 4/6 tenho de pôr em fracção... 0,2 acho que é 1/1... subtraiu 1 ao 6 que dá 5 e depois... 1 ao 4 que dá 3... 3/5". Este erro verifica-se nos dois grupos.

Constatamos também que há alunos (19%) que não sabem fazer este exercício, sendo esta situação mais evidente no grupo 2 (33%) do que no grupo 1 (5%). Estes alunos não têm uma estratégia para simplificar a expressão numérica, colocando os algarismos ao acaso (p. ex: 0,212) dizendo que "fica 0,2 e depois junto o 1 e o 2...", não respeitando as operações indicadas, ou seja, em vez de subtrair e somar optam por somar tudo (p. ex: 12/4) afirmando que "3/4+0,2+1/2... 3+4+2+3=12... o 4 tirei daqui (3/4)", ou então somam números decimais com fraccionários (p. ex: 0,13/6) porque "...3/4-0,2 dá 0,12+1/2... 0,12+1=0,13... 4+2=6... 0,13/6".

Por outro lado há alunos (11%) que optam por não responder à questão uma vez que dizem "não saber fazer expressões numéricas", ou porque "preciso de saber o resultado disto (0,2)". É no grupo 1 (16%) que se torna mais evidente esta situação do que no grupo 2 (6%).

Com um menor número de respostas erradas (8%) verificamos que os estudantes não sabem somar nem subtrair fracções (e.g. 23/42) uma vez que "faço ¾-2/10+1/2... tenho de por estes com o mesmo total... 10x3=30 e 10x4=40... 4x2=8... 30-8 dá 22/40 mais ½ dá... 23/42), e outros (5%) transformam mal os números fraccionários em decimais e não sabem operar com eles, ou seja, somar e subtrair números decimais (e.g. ½=0,3; ¾=12) pois em sua opinião "...vou fazer a soma de 0,2+1/2... 1/2 acho que é 0,3...3/4-0,2+0,3=3/4-0,5... " ou ainda "para ter os números normais eu vou fazer 3x4=12, para transformar ¾... para fazer a conta mais facilmente..."

Constatamos também que são poucos os estudantes (3%) que não sabem simplificar fracções porque erram a conta de dividir, apesar de terem resolvido bem a expressão numérica dando o resultado de 1,5 em vez de 1,05 (p. ex: 42/40=1,5), e transformam mal os números fraccionários em decimais (e.g. ¾=3,4; ½=1,2) errando também a subtracção com estes números, visto que "3,4+1,2=4,6-0,2=4,8". Este tipo de erro aparece no grupo 2 (6%) (Tabela 10).

Tabela 11 - Erros cometidos no Problema 4

		FAZ MAL									
		Transformar nº fraccionários em nº decimais.		Subtrair decimais.		Transformar nº decimais em nº fraccionários.		Somar e subtrair fracções.		Somar e subtrair nº decimais.	
		G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G1 (n=19)
FAZ BEM	Transformar nº fraccionários em nº decimais.			5% (1)	6% (1)			5% (1)	0% (0)		
	Subtrair decimais.										
	Transformar nº decimais em nº fraccionários.							5% (1)	6% (1)		
	Somar e subtrair fracções.					11% (2)	0% (0)				
	Somar e subtrair nº decimais.	5% (1)	0% (0)								

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Por último constatamos que há situações em que os alunos sabem fazer uma parte do exercício, mas têm dificuldade em fazer o resto da tarefa (tabela 11). Isto remete para situações em que há alunos (5%) que sabem transformar os números fraccionários em decimais, mas depois não sabem subtrair estes números (p. ex: 0,05) uma vez que o aluno faz "...0,75-0,2+0,5=...0,2+0,5=0,7.... vamos fazer 0,75-0,7=0,05..".

Observamos também que são poucos (5%) os que sabem transformar números decimais em fraccionários, mas não sabem operar com eles (adicionar e subtrair) (p. ex: 0,2=2/10... 3/4-2/10+5/10... 7/10-3/4 tenho de multiplicar por 10 e o 7/10 por 4... para os números de baixo ficarem iguais... 28/40-30/40... 2/40", ou ainda "0,2 equivale a 2 por 10 aqui por baixo... 30-8=22 e 40-40=0... 3/4-2/10+1/2... fica ¾-3/12... não podemos tirar 12 de 4... e fica 4x12... 36/48-12/48... 24/0". Isto verifica-se nos dois grupos de estudantes, no entanto ao analisarmos a tabela 11 verificamos que no grupo 1 manifesta-se outro tipo de resposta, ou seja, há alunos (11%) que sabem operar com números fraccionários mas transformam mal os números decimais em fraccionários (p. ex: 0,2=2/1) justificando que "tenho de reduzir este número (0,2) para 2 sobre 1... fica ¾-2/1+1/2... agora tenho de reduzir tudo ao mesmo denominador... dá ¾-8/4+2/4...7/4". Mas também se constata a situação inversa, ou seja os alunos transformam mal os números decimais em fraccionários e fazem bem as operações indicadas (p. ex: ¾=1,75), porque em sua opinião "1/2 é equivalente a 0,5... 2 sobre 4 é equivalente a 1,75 e depois faz-se a conta normalmente... 1,75-0,2=1,55+0,5=1,60" (tabela 11).

No que diz respeito às respostas correctas imediatas, foram apenas os alunos do grupo 1 (16%) a conseguir. Ninguém deu uma resposta correcta após interacção com o investigador (tabela 6).

Tabela 12 - Erros cometidos no Problema 5

Erros cometidos no Problema 5	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Erra os cálculos.	16% (3)	28% (5)	24% (8)
Não compreende o problema.	11% (2)	28% (5)	19% (7)
Não sabe quantos dias tem a semana.	0% (0)	11% (2)	5% (2)
Não sabe fazer contas de dividir.	11% (2)	0% (0)	6% (2)
Não tem noção de média.	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Recorda-se do resultado que deu na prova de aferição.	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Faz bem as contas, mas dá a resposta errada.	0% (0)	6% (1)	3% (1)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Relativamente ao problema 5 (ter noção de média e fazer contas de dividir com vírgulas) constata-se que muitos alunos não acertaram este item (65%) (tabela 6). Constatamos através da tabela 12 que estes alunos (24%) erram sobretudo os cálculos (p. ex: 75/6=12) por que em sua opinião "a conta 75/6 não pode ser continuada, porque não há nenhum número que dê 3".

Mas os alunos não fizeram só este tipo de erro, alguns (19%) não compreendem o problema e por isso fizeram diferentes tipos de operações (p. ex: 75+75; 75-10) justificando de diferentes formas "vou somar... porque acho que ela está a dizer que é preciso ler 75 páginas por dia... tenho que somar" ou ainda "75 menos uma semana... 75-10". A este respeito verificamos que há alunos (5%) que não sabem quantos dias tem a semana, desde terça a domingo inclusive (p. ex: 10 dias; 7 dias). Estes erros encontram-se nos dois grupos, mas é no grupo 2 que se tornam mais evidentes.

Também se constata que há alunos no grupo 1 (11%) que não sabem fazer as contas de dividir (p. ex: faz subtracções sucessivas) porque em sua opinião é assim que se faz o problema "...vai ler 15 páginas na terça e na quarta...10...11 na quinta, 12 na sexta e 11 no sábado e no domingo... e assim já dá 75". Há outros estudantes (5%) ainda que não têm noção de média (p. ex: 75/2) ou seja, "porque 2 é a média".

Por outro lado, há ainda (3%) quem se recorde do resultado que deu na Prova de Aferição (p. ex: faz a conta de cor, 12,5), porque segundo o aluno "eu já não me lembro da tabuada... eu ainda me lembro do resultado que dei na prova", e quem apesar de fazer bem as contas de dividir e de chegar ao resultado certo escreva a resposta do problema mal (p. ex: 12,3) porque segundo o estudante "75/6=125 é impossível... só se for 12,3", mas não sabe explicar porquê. É no grupo 2 que se verificam estas duas últimas situações (tabela 12).

Da totalidade dos alunos entrevistados só os alunos do grupo 1 é que deram uma resposta correcta imediata (21%) , enquanto que alguns (30%) acertaram o problema após interacção, encontrando-se os alunos distribuídos pelos dois grupos, mas com maior relevância para o grupo 1 (tabela 6).

Relativamente ao <u>problema 6</u> (expressão numérica com números fraccionários) verifica-se que também aqui houve um número de respostas incorrectas acima da média (76%), manifestando-se esta situação nos dois grupos de estudantes (tabela 6).

Aquilo que observamos através da tabela 13 é que existem alguns alunos (14%) que não sabem resolver a expressão numérica, ou seja, fazem ao acaso, (p. ex: 3,127; 4/2) porque em sua opinião "7-3=4...e 2-4... agora 4x1=4 e depois 2... 4/2", ou ainda, "...este 3 é este (3/4), este 1 é este (1/2)... este 2 pode ser um qualquer e este 7 é este (7/2)...". É no grupo 2 (22%) que se verifica existirem mais alunos nesta categoria de resposta, comparativamente ao grupo 1 (5%).

Tabela 13 - Erros cometidos no Problema 6

Erros cometidos no Problema 6	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Não sabe resolver a expressão numérica.	5% (1)	22% (4)	14% (5)
Não sabe regra da prioridade nem sabe subtrair fracções.	0% (0)	17% (3)	8% (3)
Não sabe regra da prioridade nem sabe multiplicar fracções.	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não sabe multiplicar.	5% (1)	0% (0)	3% (1)
Não responde.	16% (3)	6% (1)	11% (4)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Por outro lado, constatamos que alguns estudantes (8%) não sabem a regra da prioridade da multiplicação em relação às outras operações nem sabem subtrair fracções (p. ex: 4/2, 11/2) porque "aqui tenho de fazer...7-3=4 e 2-4=2... 4/2x1/2... 4x1=4 e depois o 2 por baixo...4/2", ou ainda "7/2-3/4... aqui os denominadores têm de ser iguais... 7x2=14...14/4-3/4... 14-3=11 e 4-4=0... 11x1/2...11/2". Este tipo de resposta surge apenas no grupo 2 (17%) (tabela 13).

Verifica-se, ainda, que alguns dos respondentes (3%) não sabem a regra da prioridade nem multiplicar fracções (p. ex: 72/8) porque segundo o aluno "tenho de multiplicar 4 por 2 porque o denominador tem de ficar igual... 42/8-6/8x1/2...36/8x1/2...72/8, porque 36 vai multiplicar com o 2 do outro lado e o 8 vai multiplicar com o 1 do outro lado...". É o grupo 1 (5%) que manifesta esta situação.

Observa-se também que alguns alunos (11%) não respondem a esta questão pois referem que "não sei fazer expressões numéricas". Isto acontece em ambos os grupos de alunos, com maior incidência para o grupo 1 (16%).

Tabela 14 - Erros cometidos no Problema 6

		NÃO SABE							
		Prioridade da Multiplicação		Subtrair Fracções		Multiplicar e Subtrair Fracções		Multiplicar Fracções	
		G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G2 (n=18)	G1 (n=19)	G2 (n=18)
SABE	Prioridade da Multiplicação.			11% (2)	39% (7)	11% (2)	6% (1)	16% (3)	0% (0)
	Subtrair Fracções.								
	Multiplicar e Subtrair Fracções.								
	Multiplicar Fracções.								

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Contudo, e para além dos erros identificados verificamos através da tabela 14 que há alunos que ao resolverem a expressão numérica sabem que a multiplicação tem prioridade em relação às outras operações apresentadas, mas não sabem subtrair fracções (p. ex: 4/6; 4/4; 50), e isto porque “3/4x1/2=3/8… agora 7/2-3/8 dá 4/6”, ou “há regras que dizem que estes denominadores têm de ficar todos iguais… estes são os denominadores 2, 4, 2… é só para as expressões numéricas… 7/2-3/6… 3x1=3 e 4x2=8…3/8…estes números têm de ficar todos iguais 7/4-3/8=4/4”, ou ainda “…aqui primeiro a conta de vezes porque o vezes tem que se fazer primeiro do que o menos e o mais… fica 3x1=3 e 4x2=8… 7/2 fica igual…pôr o mesmo denominador… 8x7=56 e 8x2=16… 3x2=6 sobre 16… 56-6=50 e 16-16=0… dá 50 sobre nada, eu acho que se pode pôr só 50…”. É no grupo 2 que se torna mais evidente este acontecimento (39%).

Constata-se também que alguns alunos do grupo 1 (16%) sabem que a multiplicação deve ser a primeira operação a realizar, mas depois não sabem multiplicar fracções (p. ex: 200/64), explicando que “tenho de pôr todos os valores iguais… faço primeiro a multiplicação porque tem prioridade… vai dar 28/8-24/64… agora multiplica-se 28/8 por 8 para dar 64… 224/64-24/64 que é 200/64…”. Há ainda outros (11%) que não sabem multiplicar nem subtrair estes números, ou seja, as fracções, dando algumas respostas do tipo (p. ex: 10/1) e justificando que “fica 7/2x1/2-3/4… 7x2=14 e 2x1=2 e depois subtrai-se… 14/2-3/4… 14-4=10 e 3-2=1…”.

Por fim, podemos dizer que foi baixo o número de estudantes que acertou o problema após interacção com o investigador (5%). Constata-se ainda que da totalidade dos estudantes só alguns (19%) deram uma resposta correcta imediata sendo esta situação mais evidente no grupo 1 (26%) do que no grupo 2 (11%) (tabela 6).

Tabela 15- Erros cometidos no Problema 7

Erros cometidos no Problema 7	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Não distingue o operador "metade" do resultado da sua aplicação a um objecto.	16% (3)	22% (4)	19% (7)
Não compreende o problema.	0% (0)	6% (1)	3% (1)
Não responde.	0% (0)	6% (1)	3% (1)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Face ao <u>problema 7</u> (noção do operador "metade") verifica-se que a percentagem de respostas incorrectas é aqui mais baixa (22%) comparativamente aos outros itens até agora apresentados (tabela 6). Assim constata-se que o erro mais frequente (19%) deve-se ao facto de os alunos não distinguirem o operador "metade" do resultado da sua aplicação a um objecto (p. ex: comeram exactamente a mesma coisa) referindo que "...está aqui a dizer que a Carla comeu metade... a Sara comeu metade de outro chocolate... é isso é a mesma coisa", manifestando-se esta situação nos dois grupos (tabela 15).

Verifica-se ainda que alguns alunos não percebem o problema justificando que "não se pode saber porque a metade de um chocolate pode ser mais grossa ou mais pequena do que a outra", e outros optaram por não responder ao problema porque dizem "não sei". Estas duas situações manifestaram-se no grupo 2 (6%) (tabela 15).

Relativamente às respostas correctas imediatas o grupo 1 (47%) encontra-se em vantagem em relação ao grupo 2 (33%). Também nas respostas correctas após interacção verifica-se que há mais alunos incluídos nesta categoria (41%) em contraste com os outros itens, estando agora o grupo 2 em vantagem relativamente ao grupo 1, com 44% e 37% de respostas respectivamente (tabela 6).

No que diz respeito ao problema 8 este subdivide-se em três, todos eles respeitantes à leitura e interpretação de um gráfico de barras. Assim relativamente à questão 8.1 verifica-se que todos os alunos deram uma resposta certa imediata (tabela 6). Contudo, um aluno ao ler o gráfico confundiu o valor absoluto com a percentagem, ou seja, em vez de dizer 6 alunos disse: "6% dos alunos gostam mais de música".

Tabela 16 - Erros cometidos no Problema 8.2

Erros cometidos no Problema 8.2	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Não sabe ler o gráfico.	0% (0)	33% (6)	16% (6)
Erra a adição.	5% (1)	6% (1)	5% (2)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Na questão 8.2 (tabela 6) foi o grupo 2 (39%) que mais respostas incorrectas deu comparativamente com o grupo 1 (5%). Dos erros encontrados aquele que tem maior número de respostas é o da leitura do gráfico (tabela 16). É no grupo 2 (33%) que se verifica que os alunos não sabem ler o gráfico dando diferentes tipos de resposta (p. ex: há 8 alunos; 7 alunos; 28 alunos) porque segundo os estudantes "há 8 programas de televisão e cada aluno só podia votar num"; "7 alunos porque a escala vai até 7"; "..contei aqui (eixo do y) o número de alunos e deu-me 28" (tabela 16).

Contudo, verifica-se que há outro erro mas este é comum ao dois grupos, e diz respeito ao facto de os alunos errarem a adição para calcular o número total de alunos da turma (p. ex: 29; 34), isto porque "fiz as contas de cabeça... e isto dá 29" ou ainda "vou somar... 3+5+4+1+6+4+4+3... 6+16+12... 34...eu contei bem". Esta situação verifica-se quer no grupo 1 (5%) quer no grupo 2 (6%) (tabela 16).

No que respeita às respostas correctas imediatas estas são elevadas, estando o grupo 1 (84%) em vantagem em relação ao grupo 2 (50%). Apenas um pequeno número de alunos (11%) acertou a resposta a esta questão após interacção com o investigador, verificando-se esta situação nos dois grupos (tabela 6).

Tabela 17 - Erros cometidos no Problema 8.3

Erros cometidos no Problema 8.3	**Total de Alunos**		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Não representa o problema na globalidade.	11% (2)	50% (9)	30% (11)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Relativamente à questão 8.3 verificou-se que a percentagem de respostas correctas após interacção e as incorrectas é igual (30%) (tabela 6).

Perante as respostas incorrectas, podemos constatar que estas são devidas ao facto de os alunos não conseguirem representar o problema na sua globalidade, uma vez que este envolve duas fases. Por um lado, a leitura e a interpretação do gráfico de barras, e por outro a elaboração de uma frase que descreva a informação contida no mesmo surgindo por isso uma variedade de possíveis respostas (p. ex: o filme de aventura é muito bom; filmes de passeio; eu adoro ver filmes de aventuras) em vez de responderem que são 3 alunos que votaram nos filmes de aventuras. A justificação dada pelos estudantes vai no sentido de que "só diz que são filmes de aventura", ou "filme de aventura... aventura é ir ali para a serra fazer descidas... é como se fosse um passeio" ou ainda "inventar uma frase?... pode ser eu adoro filmes de aventura... porque eu adoro... porque a letra "A" são filmes de aventura".

Observando o desempenho dos dois grupos verifica-se que metade dos alunos do grupo 2 (50%) erra esta questão enquanto que no grupo 1 a percentagem de alunos é menor (11%) (tabela 17).

No que respeita aos alunos que acertaram este problema verificamos que foi o grupo 1 (53%) que deu mais respostas correctas imediatas em comparação com o grupo 2 (28%) (tabela 6).

Tabela 18 - Erros cometidos no Problema 9

Erros cometidos no Problema 9	Total de Alunos		
	G1 (n=19)	G2 (n=18)	Total (n=37)
Não tem noção de fracção como a relação parte-todo.	21% (4)	44% (8)	32% (12)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Por último o problema 9 (noção de fracção como a relação da parte-todo) verifica-se que as respostas incorrectas foram baixas (32%). É no grupo 2 que estas são mais evidentes (44%) em comparação com o grupo 1 (21%). Os erros dos alunos devem-se ao facto de estes não terem a noção de fracção como a relação parte-todo (p. ex: 9 quadrados: 5 em branco e 4 pintados; 4/5; 1/2) porque de acordo com a opinião dos alunos "5/4... 5 quadrados em branco e 4 quadrados em preto... 5/4 eu acho que é o número maior que vem em cima e o menor que vem por baixo... não há 9 quadrados em branco...", ou porque " ...eles falam aqui no sombreado e a parte sombreada é esta ... 4 e os que não estão sombreados são 5... primeiro está a parte sombreada... 4/5", ou ainda "...aqui só está a dizer o que está sombreado por isso só pode ser esta (1/2)... não está a dizer os que não estão a sombreado" (tabela 18).

Observamos ainda através da tabela 6 que cerca de metade dos alunos (51%) acertou esta questão, sendo no grupo 1 (58%) este resultado mais alto do que no grupo 2 (44%). Também se constatou que alguns estudantes (16%) acertaram o problema após interacção, verificando-se esta situação nos dois grupos.

Comparando o desempenho global dos alunos na resolução dos problemas, verificamos que ambos os grupos cometem erros, no entanto é o grupo 1 que apresenta um melhor desempenho, tendo apenas uma percentagem de erros superior ao do grupo 2 no problema 2. De referir ainda que ambos os grupos não cometeram qualquer erro no problema 8.1

5.4 – Resultados Obtidos no Questionário

Para terminar a análise dos resultados deste estudo, apresentamos agora os resultados obtidos através do questionário. A análise feita permite descrever a realidade vivida pelos alunos em cada uma das escolas, ao nível do seu enquadramento escolar e familiar.

Tabela 19- Frequência de acontecimentos nas aulas de Matemática

Frequência de Acontecimentos nas Aulas de Matemática	**Nunca**			**Algumas Vezes**			**Maioria das Aulas**			**Todas as Aulas**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
a) O professor tem de esperar bastante tempo para que os alunos se acalmem.	21% (4)	17% (3)	19% (7)	63% (12)	39% (7)	51% (19)	10% (2)	44% (2)	27% (10)	6% (1)	0% (0)	3% (1)
b) O Professor quer que os alunos trabalhem bastante.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	32% (6)	0% (0)	16% (6)	10% (2)	0% (0)	6% (2)	58% (11)	100% (18)	78% (29)
c) O professor diz aos alunos que eles podem fazer melhor.	10% (2)	0% (0)	6% (2)	26% (5)	6% (1)	16% (6)	42% (8)	33% (6)	38% (14)	21% (4)	61% (11)	40% (15)
d) O Professor não gosta quando os alunos entregam os trabalhos feitos à pressa.	33% (6)	33% (6)	32% (12)	22% (4)	22% (4)	22% (8)	33% (6)	22% (4)	27% (10)	11% (2)	22% (4)	16% (6)
e) O professor mostra interesse em qualquer aprendizagem do aluno.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	6% (1)	0% (0)	3% (1)	44% (8)	6% (1)	24% (9)	50% (9)	94% (16)	68% (25)
f) O professor dá aos alunos a oportunidade de expressarem ideias.	5% (1)	0% (0)	3% (1)	5% (1)	0% (0)	3% (1)	32% (6)	11% (2)	22% (8)	58% (11)	89% (16)	73% (27)
g) O professor ajuda os alunos no seu trabalho.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	10% (2)	0% (0)	6% (2)	26% (5)	0% (0)	13% (5)	63% (12)	100% (18)	81% (30)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Cont. Tabela 19- Frequência de acontecimentos nas aulas de Matemática

Frequência de Acontecimentos nas Aulas de Matemática	**Nunca**			**Algumas Vezes**			**Maioria das Aulas**			**Todas as Aulas**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
h) O professor continua a ensinar até os alunos perceberem bem a matéria.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	5% (1)	0% (0)	3% (1)	16% (3)	11% (2)	14% (5)	79% (15)	89% (16)	84% (31)
i) O professor ajuda os alunos nas suas aprendizagens.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	10% (2)	0% (0)	6% (2)	90% (17)	100% (17)	94% (31)
j) Os alunos têm condições para fazerem os trabalhos.	5% (1)	0% (0)	3% (1)	10% (2)	0% (0)	6% (2)	21% (4)	17% (3)	19% (7)	63% (12)	83% (15)	73% (27)
l) Os alunos utilizam máquina calculadora na aula de Matemática.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	26% (5)	29% (5)	27% (10)	53% (10)	41% (7)	46% (17)	21% (4)	29% (5)	24% (9)
m) Os alunos ouvem com atenção aquilo que o professor diz.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	42% (8)	22% (4)	32% (12)	42% (8)	56% (10)	49% (18)	16% (3)	22% (4)	19% (7)
n) Os alunos só começam a trabalhar ao fim de algum tempo da aula ter começado.	16% (3)	22% (4)	19% (7)	47% (9)	39% (7)	43% (16)	32% (6)	22% (4)	27% (10)	5% (1)	17% (3)	11% (4)
o) Existe bastante barulho e desordem na sala de aula.	26% (5)	17% (3)	22% (8)	68% (13)	50% (9)	59% (22)	5% (1)	22% (4)	13% (5)	0% (0)	11% (2)	6% (2)
p) No início das aulas, decorrem mais de 5 minutos sem se fazer nada.	58% (11)	57% (10)	57% (21)	26% (5)	28% (5)	27% (10)	16% (3)	0% (0)	8% (3)	0% (0)	17% (3)	8% (3)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

De acordo com as respostas dos alunos, podemos verificar através da tabela 19, que em relação ao apoio e incentivo dado ao trabalho realizado na sala de aula (**itens b, c, e, f, g, h, i, j**) este é considerado de uma forma geral positivo. Os alunos referem que <u>em todas as aulas</u> o professor ajuda os estudantes não só nas suas aprendizagens (94%) como também apoia o trabalho feito por estes (81%), ensinando-os até estes perceberem bem a matéria dada (84%), dando-lhes oportunidade para expressarem as suas ideias (73%), sugerindo que estes necessitam de trabalhar bastante (78%). Para isso, os alunos dizem ter condições para fazer os trabalhos (73%) e que os professores mostram interesse nas suas aprendizagens (68%). Foi ainda referido que o professor diz aos alunos que estes podem fazer melhor (40%). Todas estas situações se manifestam nos dois grupos, mas ocorrem com mais frequência no grupo 2 do que no grupo 1.

A apreciação feita relativamente à disciplina na sala de aula (**itens a, m, n, o, p**) revela-se fraca. Para elaborar esta análise agregaram-se as respostas dos alunos referentes a <u>algumas vezes</u> e a <u>maioria das aulas</u> visto serem as categorias onde se manifesta, neste conjunto de itens, um maior número de alunos (tabela 19). Assim sendo, muitos estudantes referem que o professor tem de esperar bastante tempo para os alunos se acalmarem (78%), sendo este comportamento evidente nos dois grupos, com 73% para o grupo 1 e 83% para o grupo 2, respectivamente. Foi também referido que existe bastante barulho e desordem na sala de aula (72%), e que os alunos só começam a trabalhar ao fim de algum tempo depois de a aula ter começado (70%). Estas situações manifestam-se nos dois grupos, embora surjam mais frequentemente no grupo 1 do que no grupo 2. Apesar disto muitos alunos (81%) referem que ouvem com atenção aquilo que o professor diz, sendo o grupo 1 (84%) a referir mais este aspecto do que o grupo 2 (78%). Apenas 35% dos respondentes refere que no início das aulas são passados mais de 5 minutos sem se fazer nada, sendo este facto mais frequente no grupo 1 (42%) do que no grupo 2 (28%).

No que respeita aos exercícios (**item d**), a apreciação feita pelos alunos revela que o professor não gosta que os alunos façam os trabalhos à pressa (16%), e isto acontece <u>em todas as aulas</u>. Esta situação verifica-se nos dois grupos, mas é mais frequente no grupo 2 (22%) do que no grupo 1 (11%).

Outro aspecto a salientar é que a máquina de calcular (**item l**) é utilizada pelos alunos <u>na maioria das aulas</u>, para realizarem os seus cálculos (46%), sendo no grupo 1 (53%) mais evidente o seu uso do que no grupo 2 (41%).

Tabela 20 - Frequência de actividades nas aulas de Matemática

Frequência de Actividades na Aula de Matemática	**Nunca**			**Menos do que uma vez por semana**			**Uma vez por semana**			**Duas ou Três vezes por semana**			**Todos os dias**		
	G1	G2	T	G1	G2	T	G1	G2	T	G1	G2	T	G1	G2	T
a) Com que frequência ouves o professor a explicar uma lição de Matemática .	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	6% (1)	3% (1)	5% (1)	0% (0)	3% (1)	37% (7)	11% (2)	24% (9)	58% (11)	83% (15)	70% (26)
b) Com que frequência fazes exercícios sozinho nas aulas de Matemática.	0% (0)	17% (3)	8% (3)	0% (0)	6% (1)	3% (1)	10% (2)	6% (1)	8% (3)	37% (7)	39% (7)	38% (14)	53% (10)	33% (6)	43% (16)
c) Com que frequência resolves problemas em grupo nas aulas de Matemática.	16% (3)	11% (2)	14% (5)	21% (4)	11% (2)	16% (6)	5% (1)	22% (4)	14% (5)	42% (8)	50% (9)	46% (17)	16% (3)	6% (1)	10% (4)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Das três actividades expressas na tabela 20, verificamos que aquela que reúne o consenso da maioria dos alunos é a que se refere à explicação da lição de Matemática (**item a**), ou seja, os alunos dizem ouvir <u>todos os dias</u> o professor explicar a lição (70%), sendo esta actividade mais frequente no grupo 2 (83%) do que no grupo 1 (58%). Por outro lado, a realização de exercícios a nível individual (**item b**), não é muito frequente, só 43% dos alunos dizem fazê-los todos os dias, embora o grupo 1 o faça mais vezes (53%) do que o grupo 2 (33%). No que concerne aos exercícios em grupo (**item c**), apenas 10% refere que isso acontece todos os dias, sendo esta actividade mais frequente apenas duas ou três vezes por semana (46%).

Tabela 21 – Frequências das respostas dos alunos a questões relativas à opinião sobre a disciplina de Matemática

Opinião sobre a Disciplina de Matemática	**Discordo Totalmente**			**Discordo**			**Não Sei**			**Concordo**			**Concordo Totalmente**		
	G1	G2	T	G1	G2	T	G1	G2	T	G1	G2	T	G1	G2	T
a) A Matemática é útil na resolução dos problemas do dia-a-dia.	5% (1)	6% (1)	6% (2)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	6% (1)	3% (1)	26% (5)	44% (8)	35% (13)	68% (13)	44% (8)	57% (21)
b) É importante saber Matemática para arranjar um bom emprego.	0% (0)	6% (1)	3% (1)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	0% (0)	42% (8)	6% (1)	24% (9)	58% (11)	89% (16)	73% (27)
c) Aprender Matemática é principalmente decorar.	0% (0)	28% (5)	14% (5)	26% (5)	28% (5)	27% (10)	37% (7)	0% (0)	19% (7)	26% (5)	11% (2)	19% (7)	10% (2)	33% (6)	21% (8)
d) Saber resolver um problema é tão importante como obter a solução.	0% (0)	6% (1)	3% (1)	16% (3)	0% (0)	9% (3)	26% (5)	12% (2)	20% (7)	32% (6)	31% (5)	31% (11)	26% (5)	50% (8)	37% (13)
e) Eu sou bom a Matemática.	5% (1)	11% (2)	8% (3)	26% (5)	11% (2)	19% (7)	53% (10)	22% (4)	38% (14)	16% (3)	56% (10)	35% (13)	0% (0)	0% (0)	0% (0)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Para a análise deste grupo de itens, relativos à opinião dos alunos face à Matemática, decidiu-se agregá-los por forma a considerar três tipos de opinião: 1) favorável (concordo totalmente, e concordo); 2) desfavorável (discordo totalmente e discordo); e 3) indeciso (não sei).

Através da tabela 21 constatamos que os alunos têm uma opinião favorável em relação à Matemática. De acordo com as suas respostas percebemos que os alunos vêem a Matemática com utilidade (**itens a, b**). 97% dos estudantes considera que a matemática é útil para encontrar um bom emprego e para resolver problemas do dia-a-dia (92%). Esta opinião é manifestada pelos dois grupos de alunos. Por outro lado, a opinião que manifestam sobre a sua relação com a Matemática (**itens c, d**) é para estes alunos diferente, ou seja, por um lado mais de metade dos alunos diz que saber resolver um problema é tão importante como chegar à sua solução (68%) e por outro, 40% refere que para aprender Matemática é preciso decorar. Quando confrontados com a sua auto-avaliação (**item e**), apenas 35% dos alunos acha que é bom aluno a Matemática, sendo esta opinião partilhada em maior número pelos alunos do grupo 2 (56%) do que pelo grupo 1 (16%). É de referir que a percentagem de alunos indecisos relativamente à sua auto-avaliação (38%) está muito próxima daqueles que se acham bons nesta disciplina.

Tabela 22 – Frequência de situações relacionadas com a disciplina de Matemática

Frequência de Situações relacionadas com a disciplina de Matemática	**Nunca**			**Algumas Vezes**			**Maioria das Vezes**			**Sempre**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
a) Eu faço os trabalhos de Matemática a tempo.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	16% (3)	6% (1)	11% (4)	68% (13)	67% (12)	68% (25)	16% (3)	28% (5)	21% (8)
b) Eu faço os trabalhos de Matemática enquanto vejo TV.	63% (12)	67% (12)	64% (24)	37% (7)	17% (3)	27% (10)	0% (0)	6% (1)	3% (1)	0% (0)	11% (2)	6% (2)
c) O meu professor de Matemática corrige os meus trabalhos de casa.	21% (4)	6% (1)	13% (5)	10% (2)	6% (1)	8% (3)	10% (2)	6% (1)	8% (3)	58% (11)	83% (15)	70% (26)
d) Eu acabo os meus trabalhos de casa de Matemática durante o dia na escola.	58% (11)	39% (7)	49% (18)	32% (6)	39% (7)	35% (13)	5% (1)	11% (2)	8% (3)	5% (1)	11% (2)	8% (3)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Cont. Tabela 22 – Frequência de situações relacionadas com a disciplina de Matemática

Frequência de Situações relacionadas com a disciplina de Matemática	**Nunca**			**Algumas Vezes**			**Maioria das Vezes**			**Sempre**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
e) O meu professor de Matemática faz comentários úteis aos meus trabalhos de casa.	10% (2)	0% (0)	5% (2)	42% (8)	33% (6)	38% (14)	47% (9)	28% (5)	38% (14)	0% (0)	39% (7)	19% (7)
f) Eu costumo ter trabalhos de casa de Matemática interessantes.	0% (0)	0% (0)	0% (0)	32% (6)	12% (2)	22% (8)	53% (10)	59% (10)	56% (20)	16% (3)	29% (5)	22% (8)
g) Os meus trabalhos de casa de Matemática contam para a minha nota no fim do período.	0% (0)	6% (1)	3% (1)	10% (2)	11% (2)	11% (4)	32% (6)	6% (1)	19% (7)	58% (11)	78% (14)	67% (25)
h) Eu utilizo computador para trabalhar na escola ou para fazer os trabalhos de casa de Matemática.	53% (10)	44% (8)	49% (18)	32% (6)	33% (6)	32% (12)	5% (1)	22% (4)	14% (5)	10% (2)	0% (0)	5% (2)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

Relativamente às situações que ocorrem na disciplina de Matemática (tabela 22), verifica-se, no que diz respeito aos trabalhos de casa (**itens a, b, d, f**), alguns alunos (21%) afirmam que estes são sempre realizados dentro dos prazos estabelecidos pelo professor, enquanto que a maioria dos alunos (68%) diz realizá-los a tempo na maioria das vezes. É também um pequeno número de estudantes que refere fazer sempre os trabalhos de casa enquanto vê televisão (6%), ou então os acaba durante o dia na escola (8%). De uma forma geral, os alunos referem que tais situações nunca acontecem, com 64% e 49% respectivamente. Alguns alunos (22%) consideram que costumam ter sempre trabalhos de casa interessantes, em contraste com 56% dos alunos que referem que isso acontece na maioria das vezes.

Da análise feita ao apoio e correcção dos trabalhos de casa (**itens c, e, g**) os alunos referiram maioritariamente que estes são <u>sempre</u> corrigidos (70%). Esta situação manifesta-se nos dois grupos, mas é mais frequente no grupo 2 (83%) do que no grupo 1 (58%). De referir que de acordo com a opinião manifestada durante a entrevista é o professor que corrige os trabalhos no quadro. Os alunos dizem também que os trabalhos de casa contam para a avaliação final da disciplina (67%). É o grupo 2 (78%) a referir mais vezes esta situação do que o grupo 1 (58%). No que diz respeito aos comentários feitos pelo professor aos trabalhos de casa, um pequeno grupo de alunos (19%) refere que isso acontece sempre. Mais uma vez é o grupo 2 a manifestar esta situação (39%) comparativamente com o grupo 1. Verifica-se, porém, que a maioria dos casos encontram-se nas categorias de resposta de algumas vezes e na maioria das vezes, sendo a percentagem de respostas igual nos dois grupos (38%), mas se procuramos saber as diferenças entre grupos verificamos que é o grupo 1 (42% e 47%) que manifesta mais esta ideia do que o grupo 2 (33% e 28%).

Relativamente ao uso do computador em casa ou na escola (**item h**) verifica-se que é reduzido, pois cerca de metade dos estudantes inquiridos referem que <u>nunca</u> o utilizam para fazer os trabalhos de casa ou para trabalhar na escola (tabela 22).

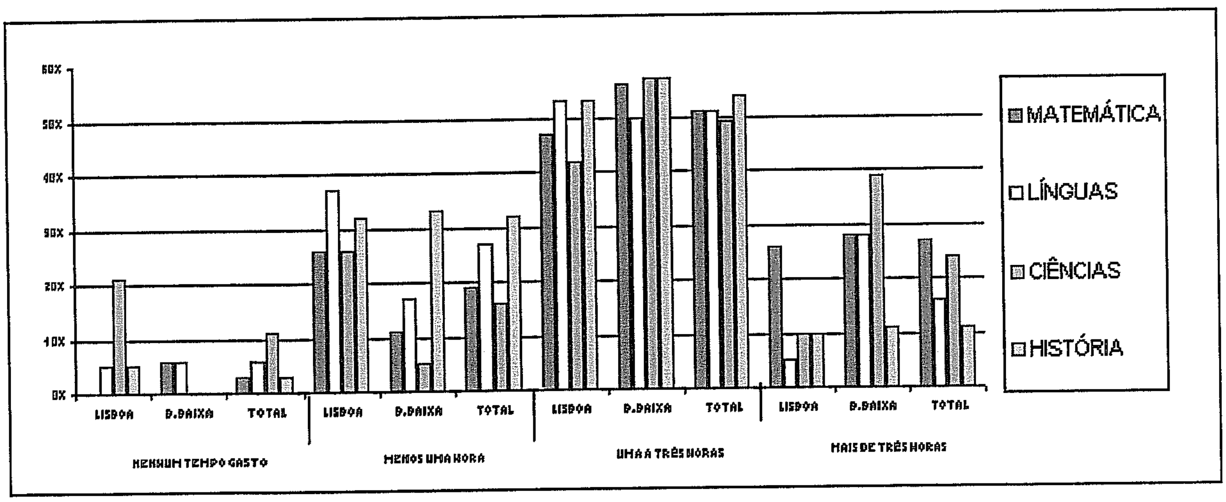
Tabela 23 – Situações que traduzem a realidade em casa (frequências)

Situações que Traduzem a Realidade em Casa	**Sim**			**Não**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total
a) Alguém em tua casa, conversa contigo sobre o que estás a aprender na aula de Matemática?	79% (15)	94% (17)	86% (32)	21% (4)	6% (1)	14% (5)
b) Alguém em casa, te ajuda a fazer os trabalhos de casa de Matemática?	53% (10)	94% (17)	73% (27)	47% (9)	6% (1)	27% (10)
c) Pensas que os teus pais querem que tu sejas bom a Matemática?	100% (19)	100% (18)	100% (37)	0% (0)	0% (0)	0% (0)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

As respostas dos alunos sobre a apreciação da situação de apoio familiar (tabela 23) é bastante positiva. Todos os alunos referem que as expectativas (item c) dos seus pais são elevadas face ao desejo que os seus filhos sejam bons a Matemática. Verifica-se também que existe por parte da família um certo suporte (items a, b) que se traduz por conversas sobre a matéria que está a ser aprendida nesta disciplina (86%) e no auxilio dado na realização dos trabalhos de casa (73%). Contudo, enquanto que no grupo 2 se verifica que a maioria dos estudantes tem apoio em casa para a realização dos trabalhos escolares (94%), no grupo 1 aproximadamente metade dos alunos (47%) refere não ter em casa quem os ajude.

Figura 12 - Frequência por disciplina do tempo gasto por semana em estudos nos trabalhos de casa



Da análise das respostas dadas pelos alunos relativamente ao tempo gasto por semana em estudo e em trabalhos de casa (items a, b, c, d) (figura 12), verifica-se que a maioria dos estudantes dedica entre 1 a 3 horas por semana a estudar História (54%), Matemática e Línguas (51%) e Ciências (49%). O grupo 2 estuda mais Matemática (56%), mais Ciências e mais História (57%) do que o grupo 1. Verifica-se, contudo, que 6% dos alunos do grupo 2 não dedicam qualquer do seu tempo à Matemática e 21% do grupo 1 não o faz em relação a Ciências, em contraste com o grupo 2 que dedica a esta disciplina mais de 3 horas por semana (39%) (tabela 25-Anexo - E).

Tabela 24 – Frequência de situações que melhor descrevem o que aconteceu na escola nas últimas duas semanas

Situações que melhor descrevem o que aconteceu na escola nas últimas duas semanas de aulas	**Nenhuma**			**Uma ou Duas Vezes**			**Três ou Quatro Vezes**			**Cinco ou Mais Vezes**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
a) Quantas vezes faltaste à escola nas últimas duas semanas de aulas?	84% (16)	89% (16)	86% (32)	10% (2)	11% (2)	11% (4)	5% (1)	0% (0)	3% (1)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
b) Quantas vezes faltaste a algumas aulas, nas últimas duas semanas?	74% (14)	94% (17)	84% (31)	21% (4)	6% (1)	13% (5)	5% (1)	0% (0)	3% (1)	0% (0)	0% (0)	0% (0)
c) Quantas vezes chegaste atrasado às aulas, nas últimas duas semanas.	68% (13)	89% (16)	78% (29)	26% (5)	11% (2)	19% (7)	5% (1)	0% (0)	3% (1)	0% (0)	0% (0)	0% (0)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra

A partir da análise da tabela 24 constatamos que de acordo com os alunos a percentagem de faltas dadas é baixa. A maioria dos alunos, nas últimas duas semanas de aulas, não faltou à escola (86%), não faltou a algumas aulas (84%) e não chegou atrasada às aulas (78%). Não se verificam diferenças dignas de realce entre os dois grupos.

6 - Discussão

Neste capítulo do nosso trabalho procuramos apresentar as conclusões obtidas tendo em consideração os objectivos inicialmente definidos. Assim apresentamos em primeiro lugar as conclusões sobre a opinião dos alunos de 6° ano relativamente à Prova de Aferição, seguindo-se as conclusões sobre o desempenho dos estudantes e a sua comparação com os totais nacionais obtidos a partir dos Critérios Gerais de Classificação Nacional. Em terceiro lugar falaremos das conclusões relativas às dificuldades, aos erros e às estratégias que foram utilizadas pelos alunos na realização da Prova de Aferição de Matemática, e por fim as conclusões sobre o questionário aplicado que pretende recolher informação sobre a opinião dos alunos relativamente à Matemática e, o envolvimento escolar e familiar dos alunos que participaram neste estudo divididos em dois grupos, o grupo 1 (alunos de uma escola de Lisboa) e o grupo 2 (alunos de uma escola da Beira Baixa). As conclusões encontradas serão sempre que possível confrontadas com outras presentes noutros estudos.

Como foi referido anteriormente a nossa prova foi construída a partir da Prova de Aferição de Matemática de 2001. E como tal considerámos interessante perceber qual a opinião dos alunos acerca da mesma, a partir de quatro questões, visto ser a primeira vez que os alunos de 6° ano realizavam uma prova desta natureza.

Aquilo que podemos concluir, com base nas entrevistas, é que os alunos consideraram a Prova de Aferição de Matemática fácil. Inclusivamente muitos alunos ainda se lembravam desta aquando da realização das entrevistas. São os alunos do grupo 2 que mais referem este aspecto.

No que se refere às dificuldades sentidas por estes durante a realização da Prova de Matemática, os alunos identificaram alguns problemas, destacando-se o problema 2, onde era preciso escolher o número que fosse simultaneamente múltiplo de 2 e de 5, as expressões numéricas (problemas 4 e 6), o problema do Pantufa (problema 3) e o problema da "vaca" (que não consta da nossa prova). Estas dificuldades são referidas pelos dois grupos, embora seja o grupo 2 que mais as evidencia. Este facto deve-se não porque este grupo tenha um desempenho global mais baixo do que o grupo 1, uma vez que um dos critérios de selecção das turmas para o nosso estudo consistia precisamente em escolher turmas com rendimento médio na disciplina da Matemática, por isso o grupo 2 não era mais fraco do que o grupo 1, mas talvez pelo facto de o grupo 2 ter sido o primeiro grupo a participar no estudo e se recordasse melhor da Prova de Aferição, enquanto que o grupo 1 só o fez em meados do mês de Junho de 2001, podendo eventualmente já ter esquecido alguns aspectos relativos à realização da mesma. Como foi referido na entrevista, alguns alunos do grupo 1 disseram não se recordarem de ter tido dificuldades. Nos restantes problemas os dados apontam para a existência de menos dificuldades.

No que respeita à opinião dos alunos sobre a Prova de Aferição, estes fazem uma apreciação positiva da mesma. Os alunos dos dois grupos referem que esta permite não só saber o nível de conhecimentos dos alunos em todo o País, como também permite avaliar as escolas e os professores, o que não corresponde aos objectivos das Provas de Aferição. É o grupo 1 que defende esta perspectiva onde parece prevalecer um aspecto meramente avaliativo das provas. Já o grupo 2 considera que a Prova de Aferição consiste num bom exercício de preparação, ou seja, num treino para situações futuras, destacando-se duas visões completamente distintas mas interessantes.

De uma forma geral, os alunos gostaram de fazer a Prova de Aferição, tecendo inclusivamente alguns comentários relativamente ao facto de esta para além de ser fácil, estar bem organizada, ter regras bem definidas para a sua realização. Houve também sugestões no sentido de que esta deveria ser feita noutras disciplinas também consideradas importantes, para além da Língua Portuguesa e Matemática. Foram os alunos do grupo 2 que fizeram estes comentários.

Relativamente ao <u>primeiro objectivo</u> deste estudo que pretende fazer a comparação entre os totais obtidos na nossa prova e os totais nacionais, todos eles cotados a partir de <u>Critérios Gerais de Classificação Nacional das Provas de Aferição</u>, podemos concluir, com base nas entrevistas e nos protocolos, que os nossos totais foram superiores aos totais nacionais no que diz respeito às respostas correctas e inferiores nas respostas incorrectas. Verifica-se, contudo o caso de dois problemas em que a situação é precisamente inversa, que é nas expressões numéricas (exercícios mais difíceis para os alunos da nossa amostra), e um outro caso em que os totais nacionais e os nossos são iguais (problema 2).

No que diz respeito às respostas correctas concluímos que estas se encontram distribuídas pelas duas áreas contempladas neste estudo, ou seja, área de número e cálculo (p. ex: problemas 1, 3, 7, 9) e área de estatística (p. ex: problemas 5, 8.1, 8.2, 8.3). Os problemas que pertencem a estas duas áreas remetem para diferentes tipos de competências e como tal será importante referenciá-las. Assim os problemas 1, 8.1, 8.2 e 9 fazem apelo ao conhecimento de conceitos e de procedimentos. Os problemas 3 e 5 remetem para a resolução de problemas, embora o problema 3 faça parte da área de número e cálculo e o problema 5 diga respeito à área de estatística. Os problemas 7 e 8.3 apelam à comunicação, também estes pertencentes a cada uma das áreas já mencionadas.

Por outro lado, os totais nacionais são superiores aos totais da nossa prova ao nível das expressões numéricas (problemas 4 e 6), onde as nossas respostas correctas são em menor percentagem. Estes problemas pertencem à área de número e cálculo e remetem para a competência de conhecimento de conceitos e de procedimentos.

O único caso em que se verifica uma igualdade entre os dois totais é no problema 2 (escolher número que fosse múltiplo simultaneamente de 2 e de 5), que está incluído na área de número e cálculo e que apela para a capacidade de raciocínio.

No que se refere ao desempenho dos dois grupos, é o grupo 1 que mais respostas correctas dá, quer seja na área de número e cálculo (em cinco problemas) quer na área de estatística (em três problemas), enquanto que o grupo 2 só o consegue fazer no problema 2. As restantes respostas deste grupo ou são incompletas ou incorrectas. Nas respostas incompletas estes alunos muitas vezes utilizam a estratégia correcta para resolver o problema mas depois ou cometem erros de cálculo, ou não respeitam a prioridade das operações podendo inclusivamente fazer bem os cálculos, ou vice versa, ou lêem apenas um dos eixos do gráfico, ou até indicam os cálculos mas esquecem-se de alguns dados. Caso estes alunos tivessem aceite todas as pistas dadas pelo investigador no sentido de repensarem no que estavam a fazer, teriam uma maior percentagem de respostas correctas.

Pensamos que o desempenho do grupo 2 foi devido talvez a algum nervosismo e também ao facto de este ter participado neste estudo três dias após a realização da Prova de Aferição e, como tal, estar ainda envolvido na aquisição de alguns conhecimentos, como por exemplo a estatística, como foi referido pelos alunos durante a entrevista. No grupo 1 tal não aconteceu, uma vez que este grupo só iniciou a sua participação em meados do mês de Junho, e durante o tempo que passámos na escola os alunos referiram que estavam a estudar e a fazer revisões porque iam realizar um teste de recuperação a Matemática. Daí que estes foram relembrando alguns conceitos e procedimentos, eventualmente esquecidos, e a unidade de estatística já tinha sido dada na sua totalidade, o que não se passou com o grupo 2. Parece ser este o motivo concreto para a diferença encontrada no desempenho dos dois grupos.

Concluímos assim que foi a área da estatística que teve os melhores resultados. A área de número e cálculo teve os resultados mais baixos em quatro problemas (p. ex: 1, 3, 4 e 6). Foi o grupo 1 que mostrou melhor desempenho, e as competências onde existiram piores resultados foram a de conhecimentos de conceitos e de procedimentos e a da resolução de problemas.

O segundo objectivo do nosso estudo consistia em analisar os erros dos alunos de 6º ano nas áreas de número e cálculo e estatística da Prova de Aferição de Matemática de 2001.

Como já foi referido existem mais dificuldades na área de números e cálculo do que na área de estatística. Através da análise dos protocolos e das entrevistas constatamos que os problemas onde foram encontradas estas dificuldades (área de número e cálculo) remetem na sua maior parte para operações com números fraccionários e decimais (p. ex: problemas 4, 6, 3, 1), enquanto que os restantes fazem apelo a outros conhecimentos como é o caso do conceito de múltiplo (p. ex: problema 2). Na área de estatística apenas um problema foi o mais difícil para os alunos da nossa amostra e que implicava a utilização da noção de "média". Os restantes problemas revelaram-se mais fáceis. Apesar de apresentarem erros, estes manifestam-se em menor percentagem e serão vistos mais adiante neste capítulo.

Verificamos que, ao nível dos problemas onde existem mais erros, estes são devidos sobretudo ao facto de os alunos não saberem operar com os números racionais, ou seja, não sabem resolver as expressões numéricas com números fraccionários e decimais, não sabem ler dados em tabelas com números inteiros e fraccionários, não sabem somar nem subtrair fracções, nem multiplicar nem somar estes números, transformam mal os números decimais em fraccionários e também não sabem ordenar sequências de números decimais.

Esta última dificuldade dos alunos em trabalhar com os números decimais deve-se ao facto de os números inteiros representarem a verdadeira dificuldade na compreensão dos decimais, porque os alunos transportam dos inteiros as suas regras e aplicam-nas nos números decimais. Este erro verificou-se nos dois grupos mas foi no grupo 2 que mais se manifestou. Pensamos que tal aconteceu porque os alunos consideraram que os números apresentados representavam apenas duas entidades diferentes e separadas. Tal como Bonotto (1993) e Augusto (1998) concluíram nos seus estudos também nós podemos dizer que os números decimais são vistos pelos alunos como dois números inteiros que estão separados por uma vírgula, ou então que os decimais são apenas o algarismo que se encontram à direita da vírgula.

Para Resnick (1987) e Brissiaud (1998) estes erros acontecem porque os alunos recorrem aos números inteiros quando comparam os números decimais, ou seja, os números decimais escritos com uma vírgula são semelhantes aos inteiros, manipulam-se como os inteiros, mas não são de forma nenhuma números inteiros. No entanto, quando fazemos operações com os números decimais escritos sob a forma de números com vírgulas estamos a proceder de forma muito semelhante à que utilizamos para operar com os números inteiros. Por isso a forma de analisar os números com vírgulas está muito próxima da forma de analisar os inteiros e afastada das fracções. Daí que os alunos da nossa amostra tenham feito tantos erros na ordenação dos números decimais.

Mas o interesse pelos números decimais reside no facto de estes estarem ligados aos números fraccionários. A fracção encontra-se disfarçada pela forma como pode ser escrita, ou seja, sobre a forma de número com vírgulas (Brissiaud, 1998). Também com os números fraccionários se verificaram muitos erros. Os alunos não vêm os números fraccionários como números que têm um determinado valor. E isso verifica-se quando aos alunos é pedido que adicionem ou subtraiam duas fracções e estes na sua grande maioria fazem as operações somando ou subtraindo primeiro os numeradores e depois os denominadores. Parece que para os estudantes as fracções não são números, mas sim partes de qualquer coisa (Harrison & Greer, s/d). A forma como os alunos operam com as fracções leva-nos a dizer que parece que estes têm uma regra interiorizada que os leva a somar os numeradores e depois os denominadores, em vez de reduzirem as duas fracções ao mesmo denominador comum, como seria de esperar. Esta imagem que os alunos têm das fracções é criada e desenvolvida por estes, e muito diferente daquilo que lhes é ensinado na escola. Para Borasi (1987) existem três explicações possíveis para que erros desta natureza aconteçam, e com as quais concordamos, ou seja, isto pode ser devido à aplicação da regra da multiplicação das fracções à adição, ou então os alunos consideram os dois números separados ou, ainda, os alunos confundem a fracção com um rácio.

O facto de se usar o mesmo tipo de linguagem que se traduz pela mesma forma de escrita, quando nos referimos a fracções e a rácios pode, sem dúvida, ser uma fonte de erro (Borasi, 1987).

No que diz respeito às operações com decimais e fraccionários os alunos também cometem diversos erros, que vão desde somar estes números sem ter o cuidado de os transformar por forma a realizar as operações correctamente, até transformarem as fracções em decimais sem terem o cuidado de efectuar a respectiva divisão entre o numerador e o denominador, ou então transformam o número decimal numa fracção unitária em vez de ser uma fracção de base 10 (p. ex: 0,2= 1/1; ½; ou 0,2/1 em vez de 2/10). Para os alunos parece que tudo é possível no mundo da Matemática, ignorando qualquer regra existente.

O mesmo se verifica quando os alunos têm de ler, retirar dados e fazer cálculos a partir de informação que consta de uma tabela com números inteiros e fraccionários. Estes ou não sabem ler a tabela, porque têm dificuldades em traduzir o significado da expressão (p. ex: 1+1/2), ou então até conseguem ler os dados, mas depois não sabem realizar os cálculos, somando os números ao acaso. Aqueles que não sabem ler a expressão generalizam a informação contida na tabela a partir da primeira informação que aparece nesta e que é clara e objectiva (p. ex: "se um cão de 10 quilos come 1 lata de comida, um cão de 20 quilos come duas").

Nos problemas onde é necessário mais do que uma etapa para os resolver e que envolvem números decimais e fraccionários ou fraccionários e inteiros, os alunos têm mais dificuldades.

No caso do problema que remete para o conceito de múltiplo simultâneo de dois números (problema 2), a maior dificuldade encontrada foi na compreensão do problema. Os alunos não compreendiam aquilo que liam e responderam, em grande parte, ao acaso, dizendo que talvez "5 a dividir por 2" ou então "lembrei-me do resultado da prova de aferição", mostrando que estes não sabiam como resolver o problema. Os dois grupos optaram por este tipo de resposta, embora o grupo 1 tenha uma maior percentagem de erro do que o grupo 2.

Relativamente à área de estatística (problema 5), verifica-se que a dificuldade encontrada está relacionada com a compreensão do problema e com a realização dos cálculos. Os alunos para além de terem dificuldades em compreender o problema, também lhes custa fazer contas de dividir, referindo nas entrevistas que precisavam da máquina de calcular, daí que tenham deixado a conta por fazer ou então por acabar, errando desta forma o problema. Foi o grupo 2 que mais respostas incorrectas deu neste problema.

No que se refere aos erros encontrados nos restantes problemas que compõem a Prova de Aferição, podemos dizer que estes manifestam-se em menor percentagem. Na área de número e cálculo existem apenas dois problemas onde a percentagem de erros foi mais baixa. No problema 7 (distinguir o operador metade) aquilo que podemos concluir é que os alunos não conseguiram fazer a distinção do operador metade, porque como os alunos diziam "as quantidades são as mesmas, elas comeram a mesma coisa", respondendo assim erradamente ao problema. A percentagem de erros neste problema leva-nos a dizer que apesar de se manifestar nos dois grupos, é superior no grupo 2.

Por outro lado, no problema 9 os erros encontrados foram devidos ao facto de os alunos não terem presente a noção de fracção na comparação da parte-todo. Neste problema os alunos pareciam muito convictos da sua resposta, e mesmo quando confrontados pelo investigador no sentido que estes repensassem a sua resposta, estes não o faziam porque tinham a certeza do que estavam a fazer. É o grupo 2 que apresenta mais respostas incorrectas na realização deste problema.

Na área da estatística o problema onde se verificou menos erros encontra-se subdividido em três questões (p. ex: 8.1, 8.2 e 8.3) e aquilo que podemos concluir é que na primeira questão não existiram dificuldades para os alunos da nossa amostra, uma vez que estes tiveram 100% de respostas certas. Esta tarefa envolvia a leitura e interpretação de apenas uma variável do gráfico. No entanto, nos outros problemas já se observaram alguns erros.

Na questão 8.2 sentimos que os alunos não estão ainda muito habituados à leitura de determinadas informações a partir dos gráficos, cometendo erros no sentido de efectuarem mal os cálculos, ou recorrerem a informação que não é adequada para responder à questão apresentada. Isto torna-se mais evidente quando é pedido não só para fazerem a leitura como também a interpretação do gráfico relacionando e comunicando a informação traduzida por duas variáveis presentes no gráfico (p. ex: número de alunos e programas de televisão), na questão 8.3 lendo apenas um dos eixos do gráfico. Foi o grupo 2 que mais erros fez nestes dois problemas.

Aquilo que podemos concluir e que vai de encontro aos estudos de Postigo et al (2000) é que os alunos têm melhor desempenho quando analisam gráficos com uma só variável (questão 8.1) do que com duas (questão 8.3) apesar de os alunos fazerem alguns erros na questão 8.2.

Também podemos dizer que os alunos consideram que estatística é um assunto fácil (Barquero et al, 2000), como referiram na entrevista, no entanto nem todos estavam preparados ainda para lidar com todas as questões que foram apresentadas na prova.

Relativamente ao <u>terceiro objectivo</u> que procurava <u>identificar as estratégias</u> que os alunos utilizavam para a resolução dos problemas concluímos que, relativamente à <u>área de número e cálculo</u>, na ordenação dos números decimais, os alunos comparavam em primeiro lugar o número à esquerda da vírgula e depois os que estavam à direita da mesma, independentemente do número de casa decimais envolvidas. Por este facto os alunos que erraram este problema referiram que "8,45 é maior do que 8,5 porque 45 é maior do que 5".

Quando os alunos tinham de resolver um problema em que era necessário retirar os dados de um tabela e que implicava a operação com números inteiros e fraccionários, concluímos que os alunos adoptaram estratégias diversificadas, ou seja, uns lêem bem os dados, mas depois não sabem fazer os cálculos, dizendo que "1+1/2=3/4 ou a 2/2 ou a 2"; ou então não sabem ler a tabela e retiram mal os dados, errando assim o problema.

No que se refere às expressões numéricas, os alunos adoptaram estratégias que envolviam a soma e subtracção de números decimais com fraccionários e vice-versa, resultando soluções deste tipo "0,13/6" ou "6,14/8", ou faziam as operações somando ou subtraindo os numeradores e os denominadores, como se fossem números isolados, ou também optaram por aplicar as regras da divisão de fracções quando tinham de multiplicá-las, ou ainda escolhem alguns dos números que componham as expressões numéricas e deram respostas do tipo "0,212" porque como o aluno explicou "pus o zero depois a vírgula e o 2 e depois tirei o traço (fracção) e pus o 1 e o 2 ao lado, e dá isto".

No caso do problema 2 que remetia para a identificação de um número que fosse múltiplo simultâneo de dois algarismos, aquilo que podemos concluir é que os alunos optaram na sua maioria por dar uma resposta ao caso, sem qualquer tipo de estratégia definida, mostrando que não perceberam aquilo que lhes era pedido, podendo acertar ou não o problema pois este era de resposta múltipla.

As estratégias encontradas no problema 7 (distinguir o operador metade) mostram que os alunos não têm a noção do operador de metade aplicada a mais do que um objecto. Daí que os alunos tenham referido tantas vezes que "elas comeram a mesma coisa...não sei porque é que ela diz que comeu mais chocolate", ou "isto é a mesma coisa", ou ainda "o chocolate pode estar mal cortado".

No problema 9 (fracção como relação parte-todo) os alunos que erraram a sua resposta optaram por contar os quadrados pintados e depois os que estão em branco, dizendo que "4 é o que está em cima porque é o sombreado e depois os que estão em branco", ou então referiam que em primeiro lugar contavam-se os quadrados que estavam em branco e depois os que estavam pintados e que o maior número aparecia em cima. Alguns alunos disseram que tinham aprendido assim.

No que diz respeito à <u>área de estatística</u>, no problema 5 que fazia apelo à noção de média a estratégia escolhida pelos alunos que não compreenderam o problema foi de subtrair o número de páginas do livro pelos dias da semana que podiam ser 5, 6, 7, e 10 dias, ou então somavam as páginas duas vezes, ou ainda somavam as páginas do livro com o número que indica o dia da semana "vou somar 75 mais terça-feira que é 3...dá 78 páginas por dia", ou multiplicavam o número de páginas pelos dias da semana.

Relativamente ao problema 8.2 (leitura e interpretação de gráfico) os alunos calculam o número total de estudantes a partir da escala que compõe o eixo do y lendo inclusivamente a legenda do gráfico e referindo que "é bem visível vai do zero até ao 7", ou então erram os cálculos. No problema 8.3 (leitura e interpretação de gráfico) os alunos recorrem apenas a um dos eixos do gráfico para ler e comunicar a informação pedida, não representando assim o problema na sua totalidade.

Destes casos referidos podemos concluir que parece que os alunos utilizam muitas vezes a primeira estratégia em que pensam, independentemente de esta fazer sentido ou não para o problema em causa. Quando o investigador lhes chama a atenção e os questiona acerca dos procedimentos que estão a realizar, alguns alunos, confrontados com a situação, pensam naquilo que estão a fazer e corrigem o procedimento acertando assim o problema.

Durante a realização da prova foi mantida a interacção entre o investigador e o aluno, embora por vezes este não quisesse verbalizar de imediato o que estava a pensar, mas acabava sempre por o fazer. Pensamos que esta interacção foi útil pois levou a que os alunos repensassem a sua acção e alterassem a sua resposta, havendo problemas em que o número de respostas incorrectas diminuiu devido à aceitação das pistas fornecidas pelo investigador, passando estas a ser categorizadas como respostas correctas após interacção. Estes resultados vão de encontro aos estudos já referidos que apoiam a tese de que durante o processo de aprendizagem os alunos saem favorecidos quando existe interacção com alguém que é mais competente do que eles, permitido-lhes ter sucesso em tarefas que, caso fossem realizadas sozinhas não o teriam (Vygosky,1991; Bruner, 1983;

Bickhard,1992; Yackel et al, 1990). No entanto esta situação verifica-se como sendo mais frequente a partir do meio da prova, sensivelmente, talvez porque os alunos já estivessem mais à vontade e também porque os problemas apresentados eram mais fáceis de resolver comparativamente aos primeiros.

Por último, e de acordo com o quarto objectivo que pretende caracterizar alguns aspectos dos contextos escolar e familiar dos estudantes e saber qual a sua opinião sobre a disciplina de Matemática, os resultados do questionário mostram que os alunos da nossa amostra consideram que recebem, da parte do professor, a ajuda e o estímulo necessário à realização do seu trabalho, criando o professor as condições para que estes possam desenvolver o seu trabalho na sala de aula. Esta opinião manifesta-se nos dois grupos, mas é mais evidente no grupo 2.

No que se refere à disciplina na sala de aula os dados apontam para a existência de uma certa fragilidade, pois como foi referido pelos alunos o professor antes de começar a sua aula tem de aguardar que estes deixem de fazer barulho e fiquem mais tranquilos, começando assim a aula algum tempo depois do previsto, ficando os alunos durante os primeiros momentos sem fazer nada. Os dois grupos referem a existência deste tipo de comportamento, mas este aparece mais vezes referido pelo grupo 1 do que pelo grupo 2. No entanto, e apesar da agitação existente na sala de aula os alunos referem conseguir prestar atenção àquilo que o professor diz. Perguntamo-nos como é possível?

Relativamente às actividades que se desenvolvem na sala de aula os alunos referem que a mais usual é a do professor a ensinar, a explicar a matéria. A realização de exercícios individualmente ou em grupo acontece em algumas ocasiões.

Os alunos têm uma opinião favorável em relação à disciplina de Matemática. Este sentimento é traduzido pelo facto de os alunos considerarem que a Matemática é uma ferramenta importante não só para encontrarem um bom emprego no futuro como também para saberem lidar com situações da vida real. Quando confrontados com a sua auto-avaliação, os alunos encontram-se divididos, ou seja, um número muito semelhante de alunos acha que são bons alunos enquanto que os outros estão indecisos. Para os alunos da nossa amostra, aprender Matemática tem significados diferentes. Para uns é preciso decorar conceitos e formas de saber fazer, enquanto que para outros obter a solução de um problema é tão importante como saber resolver o exercício.

Só um pequeno grupo de alunos refere que faz sempre os trabalhos de casa nos prazos estabelecidos pelo professor, mesmo sabendo que estes contam para a nota final da disciplina. São poucos também aqueles que fazem os trabalhos de casa enquanto vêem televisão ou então os acabam na escola. A maioria dos alunos refere que os trabalhos de casa são interessantes, e que estes são sempre corrigidos pelo professor, mas é este que os faz no quadro. Referem também que o professor nem sempre faz comentários aos trabalhos de casa, embora este aspecto se verifique apenas num pequeno grupo. A maioria dos alunos não utiliza o computador para trabalhar em casa ou na escola, mas fazem grande uso da máquina de calcular.

Outro aspecto importante é a realidade vivida em casa. Ao nível do apoio prestado pela família os alunos do grupo 2 referem que os seus pais os ajudam nos trabalhos de casa e também se interessam em saber aquilo que estes estão a aprender, tendo por isso expectativas elevadas relativamente ao facto de querem que os seus filhos sejam bons alunos a Matemática. Contudo, o grupo 1 já não tem tanto quem o ajude nas tarefas escolares.

Os alunos inquiridos estudam em média entre uma a três horas por semana. As disciplinas que mais estudam são História, Matemática e Línguas. É o grupo 2 que mais estuda História, Ciências e Matemática, enquanto que o grupo 1 estuda mais História e Línguas.

Relativamente à taxa de absentismo esta parece ser baixa, relativamente ao período de tempo considerado (últimas duas semanas). Assim verificou-se que os alunos não faltaram nenhum dia à escola, nem a algumas aulas, nem sequer chegaram atrasados. No entanto, e confrontando estes dados com aqueles que foram fornecidos pelos Conselhos Executivos das duas escolas (grupo 1 - 8% e grupo 2 - 15%), verifica-se que os estudantes faltam à escola com alguma frequência. Constata-se que no caso dos professores estes também faltam com alguma regularidade à escola, sendo esta taxa superior na Escola de Lisboa (20%) comparativamente à Escola da Beira Baixa (13%).

Por fim e para terminar este nosso estudo, gostaríamos de apresentar algumas ideias que nos ficam deste trabalho. Como é notório foi a área de número e cálculo que obteve piores resultados, não só ao nível da competência de conhecimento de conceitos e de procedimento, como também ao nível de resolução de problemas. Pensamos que deve ser dado mais destaque a situações que proporcionem a aquisição destas competências, diversificando os conhecimentos e conceitos a aprender, bem como as situações apresentadas aos alunos, uma vez que "a resolução de problemas está na base do saber operatório" (Vergnaud, 1986).

Defendemos a ideia já apresentada por Borasi (1987) que seria útil que os alunos fossem envolvidos no trabalho a fazer sobre os erros. A sala de aula pode ser considerada como o local ideal para se trabalhar sobre esta temática com os alunos, uma vez que esta pode ser vista como uma pequena comunidade científica, com regras muito próprias. Cabe ao professor ajudar a sua comunidade a trabalhar, fornecendo problemas adequados que originem conflitos cognitivos, e a partir daqui surjam discussões e reflexões entre os alunos e entre estes e o professor e que levem à validação de procedimentos, e à correcção dos erros existentes a partir de exercícios de apoio (Bouvier, 1987).

Uma abordagem que encoraja os alunos a falar abertamente sobre os problemas e as suas soluções torna-se benéfica para o desenvolvimento de uma relação de confiança entre alunos e professores. É evidente que isto leva a que os professores façam a planificação das suas aulas de uma forma um pouco diferente do habitual, criando situações novas em que os alunos possam relacionar os conceitos, resolvam problemas individualmente e em grupo por forma não só a cooperarem como também a conseguirem chegar a um consenso sobre a solução adequada para o problema proposto.

Fugir de situações rotineiras pode ser um bom estímulo para que os alunos sintam a Matemática de uma forma diferente, não tão abstracta. O uso de materiais concretos pode ajudar os alunos a ultrapassar possíveis dificuldades, face a determinadas situações. Tentar perceber aquilo que os alunos fazem, recorrendo para isso ao diálogo entre professor e aluno num clima de ajuda e entendimento, conduzindo o aluno até à resposta correcta, é a verdadeira missão do professor. Acreditamos que os alunos aprenderão desta forma, mais e melhor a Matemática do que em salas de aulas onde apenas se definem conceitos e os alunos copiam os procedimentos para resolver os problemas.

Referências

Augusto, C. (1998). *O conceito de número decimal em alunos de 4° e 6° ano de escolaridade com alto e baixo desempenho a matemática* (Monografia de Licenciatura em Psicologia Educacional). Lisboa: Instituto Superior de Psicologia Aplicada.

Barquero, B., Schnotz, W. & Reuter, S. (2000). Adolescents' and adults' skills to visually communicate knoledge with graphics. *Infancia y aprendizaje*, 90, 71-87.

Behr, M. J., Lesh, R., Post, T. R. & Silver, E. A. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds), *Acquisition of mathematics concepts and process* (pp. 91-126). London: Academic Press, Inc.

Bélanger, M. (1988). Errors in arithmetic computation: a century of american speculation. In international comission for the study and improvement of mathematics teaching (Ed.), *The role errors play in the learning and teaching of mathematics* (pp. 17-36). Canadá: Les Editions de l'Université de Sherbrooke.

Bickard, M. H. (1992). Scaffolding and self-scaffolding: central aspects of development. In L.T. Winegar, J. Valsiner (Eds), *Children's development within social context: research and methodology* (pp. 33-52). Erlbaum.

Bonotto, C. (1993). Origini concettuali di errori che si riscontrano nel confrontare numeri decimali e frazioni. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 16*(1), 9-45.

Booker, G. (1988). The role of errors in the construction of mathematical knowledge. In international comission for the study and improvement of mathematics teaching (Ed.), *The role errors play in the learning and teaching of mathematics* (pp. 63-69). Canadá: Les Editions de l'Université de Sherbrooke.

Borasi, R. (1987). Exploring mathematics through the analisis of errors. *For the learning of mathematics, 7*(3), 2-8.

Borasi, R. (1988). Alternative perspective on the educational uses of errors. In international comission for the study and improvement of mathematics teaching (Ed.), *The role errors play in the learning and teaching of mathematics* (pp. 42-47). Canadá: Les Editions de l'Université de Sherbrooke.

Bouvier, A. (1987). The right to make mistakes. *For the learning of mathematics, 7*(3), 17-25.

Brissiaud, R. (1989). *Como as crianças aprendem a calcular*. Lisboa: Instituto Piaget.

Brissiaud, R. (1998). Les fractions et les décimaux au CM1. Une nouvelle approche. *Actes du XXV Colloque des Formateurs et Professeurs de Mathématiques chargés de la formation des maîtres* (pp.147-171). Copirelem Loctudy.

Bruner, J. (1983). *Le developpement de l'enfant: savoir faire, savoir dire*. Paris: Presses Universitaires de France.

Carmo, H. & Ferreira, M. M. (1998). *Metodologia da investigação. Guia para a auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Deleau, M. (1990). *Les origines sociales de development mental*. Paris: Armand Colin Editeur.

Fernandes, D. (1992). Resolução de problemas: investigação, ensino, avaliação e formação de professores. In M. Brown, D. Fernandes, J. F. Matos, J. P. Ponte (Eds), *Educação matemática: Temas de investigação*. Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Fernandes, D., Borralho, A. & Amaro, G. (1994). Processos de resolução de problemas: revisão e análise crítica de investigação que utilizou esquemas de codificação. In IIE (Eds), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp. 35-63). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Gerber, R., Boulton-Lewis, G. & Bruce, C. (1995). Children's understanding of graphic representations of quantitative data. *Learning and instruction*, *5*, 77-100.

Ginsburg, H. P., Kossan, N. E., Schwartz, R. & Swanson, D. (1983). Protocol methods in research on mathematical thinking. In H. P. Ginsburg (Eds), *The development of mathematical thinking* (pp. 7-47). London: Academic Press, Inc.

Harrison, J. & Greer, B. (s/d). Children's understanding of fractions in Hong Kong and Northern Ireland. In *proceeding of the 19 th international conference for the psychology of mathematics education, vol. 3*, 146-153.

Hiebert, J. & Wearne, D. (1991). Methologies for studying learning to inform teaching. In E. Fennema, T. Carpenter & S. Lamon (Eds.), *Integrating resarch on teaching mathematics*. Albany, NY: State University of New York Press.

Irwin, K. (1995). Students images of decimal fractions. In *proceeding of the 19 th international conference for the psychology of mathematics education, vol. 3*, 50-57.

Lester, F. (1983). Trends and issues in mathematical problem-solving research. In Lesh, R. & Landau, M. (Eds), *Acquisition of mathematics concepts and processes* (pp. 229-261). London: Academic Press, Inc.

Lester, R. (1994). O que aconteceu à investigação em resolução de problemas de matemática? A situação dos Estados Unidos. In IIE (Eds), *Resolução de problemas: processos cognitivos, concepções de professores e desenvolvimento curricular* (pp.13-31). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Matta, I. (1992). *Psicologia do desenvolvimento e da aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.

Ministério da Educação – Departamento de Educação Básica (2002). *Provas de aferição do 4º e 6º ano língua portuguesa e matemática*. Lisboa: Departamento do Ensino Básico do Ministério da Educação.

Moll, L. C. (1996). *Vygotsky e a educação*. Porto Alegre: Artes Médicas. (Tradução do original em língua inglesa *Vygotsky and education: instructional implications and applications of sociohistorical psychology*. Cambridge University Press, 1990).

Peixoto, F. (1998). A importância dos mecanismos semióticos nas interacções de tutela: a perspectiva referencial. In M. A. Martins (Ed.), *X Colóquio de Psicologia e Educação* (pp. 161-179). Lisboa: Instituto Superior de Psicologia Aplicada.

Piaget, J. (1984). *Psicologia e epistemologia. Para uma teoria do conhecimento*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.

Piaget, J. & Inhelder, B. (1993). *A psicologia da criança*. Porto: Edições Asa (Obra original em francês, 1966).

Ponte, J. P. (1992). Problemas de matemática e situações da vida real. *Revista Educação, vol. II*, nº 2, 95-107.

Postigo, Y. & Pozo, J. I. (2000). Cuando una gráfica vale más que 1000 datos: la interpretación de gráficas por alumnos adolescentes. *Infancia y aprendizaje*, *90*, 89-100.

Ramalho, G. (1995). Participação dos estudantes portugueses de 9 e de 13 anos de idade no "Second International Assessment of Educational Progress" – Matemática. *Quadrante*, *vol. 4*, nº 1, 43-65.

Ramalho, G. (2001 a). *Projecto provas de aferição. Estudo das dificuldades encontradas pelos alunos na resolução da prove de aferição de matemática de 6º ano* (Disponível no GAVE-ME, Rua Sampaio Pina, Lisboa).

Ramalho, G. (2001 b). *Resultados do estudo de pisa 2000: programme for international student assessment*. Lisboa: Gabinete de Avaliação Educacional do Ministério da Educação.

Resnick, L. (1987). Constructing knowledge in school. In Liben L. S. (Ed.), *Development and learning: conflict or congruence* (pp.19-49). New York: Hillsdale.

Riley, M., Greeno, J. & Heller, J. (1983). Development of children's problem solving. Ability in aritmetic. In Beilin H. (Eds), *The development of mathematical thinking,* (153-196). Florida: Academic Press, Inc.

Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking - cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.

Schnotz, W. (1993). Some remarks on the commentary on the relation of dual coding and mental models in graphics comprehension. *Learning and instruction, 3*, pp. 247-249.

Schnotz, W., Picard, E. Hron, A. (1993). How do successful and unsuccessful learners use texts and graphics?. *Learning and instruction, 3,* pp. 189-199.

Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical problem solving*. New York: Academic Press.

Vergnaud, G. (1986). Psicologia do desenvolvimento cognitivo e didáctica das matemáticas. Um exemplo: as estruturas aditivas. *Análise Psicológica, 1* (V), 75-90.

Vergnaud, G. (1988). L'eleve face à la táche: problèmes à resoudre, difficultés à surmonter. *European Journal of Psychology of Education, vol. 3*, tomo 1, 15-21.

Vergnaud, G. (1989). Questions vives de la psychologie du développment. *Bulletin de psychologie*, XLII (390), 450-457.

Vergnaud, G. (1990). Problem solving and concept – formation in the learning of mathematics. In H. Handl, E. de Corte, S. Bennett & H. Friedriech (Eds), *Learning & instruction* (pp. 399-413). New York: Pergamon Press.

Vergnaud, G. (1991). A teoria dos campos conceptuais. In Brun J. (Eds) *Didáctica das matemáticas* (pp. 155-191). Lisboa: Instituto Piaget.

Vergnaud, G. (1994). Théorie et concepts fondamentaux. In G. Vergnaud (Coord.), *Apprentissages et didactiques, où en est-on?* (pp. 63-80). Paris: Hachette Éducation.

Vygotsky, L. S. (1991). *A formação social da mente – o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. São Paulo: Livraria Martins Fontes.

Werstch, J. (1985). *Vygotsky and the social formation of mind.* Cambridge: Harvard University Press.

Yackel, E., Cobb, P., Wood, T., Weatley, G. & Merkel, G. (1990). The importance of social interaction in children's construction of mathematical knowlede. In T. J. Cooney & Gr. Hirsch (Eds). *Teaching and learning mathematics in the 1990s* (pp.12-21). Reston: the National Council of Mathematics.

Anexos

Anexo - A

1. Numa prova desportiva de lançamento do peso, os resultados obtidos pelas quatro primeiras classificadas foram os seguintes:

Ana	9,41 metros
Carla	8,5 metros
Rita	9,36 metros
Sara	8,45 metros

De acordo com estes resultados, preenche a seguinte tabela.

Classificação	Nome
1º Lugar	
2º Lugar	
3º Lugar	
4º Lugar	

---

2. Um número inteiro foi multiplicado por 2, e o resultado obtido foi multiplicado por 5.
Assinala com X o número que pode representar o resultado final.

☐ 2045

☐ 2504

☐ 2540

☐ 5042

3. A tabela indica o número de latas de comida necessárias para alimentar um cão, por dia, em função do seu peso.

O Pantufa é um cão que pesa 20 kg.

Quantas latas a dona do Pantufa tem de comprar, para o alimentar durante uma semana?

Explica como chegaste à tua resposta.
Podes fazê-lo utilizando palavras, desenhos ou cálculos.

Peso do cão em kg	Número de latas que come, por dia
10	1
20	$1 + \frac{1}{2}$
30	2
40	$2 + \frac{1}{2}$

Resposta: ______________________________

4. Calcula o valor da seguinte expressão numérica:

$$\frac{3}{4} - 0,2 + \frac{1}{2}$$

Valor da expressão numérica: ____________________________

5. A Sara está a pensar no livro que tem de ler.

Em média, quantas páginas deve ler a Sara por dia?

Explica como chegaste à tua resposta, apresentando os cálculos que fizeste.

Resposta: ____

6. Calcula o valor da seguinte expressão numérica:

$$\frac{7}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{2}$$

Valor da expressão numérica: ____________________

7. A Carla comeu metade de um chocolate.
A Sara comeu metade de outro chocolate.
Lê os seus comentários:

Carla: – *Comi mais chocolate do que tu.*
Sara: – *Não é verdade, comeste exactamente a mesma quantidade de chocolate do que eu.*

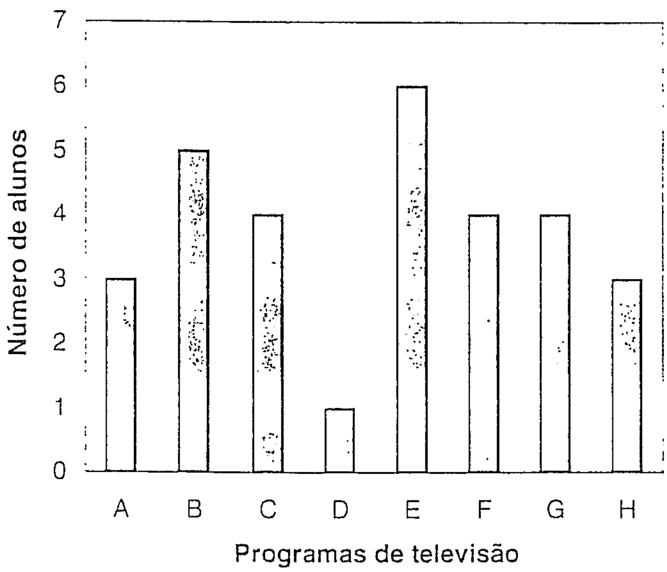
A Carla tem razão no que diz.
Explica como é possível a Carla ter comido mais chocolate do que a Sara.

____

____

____

8. Cada um dos alunos da turma da Sara votou no tipo de programa de televisão de que mais gosta.
Cada aluno só podia escolher um tipo de programa.
O gráfico refere-se aos resultados da votação.



A – Filmes de aventuras
B – Desenhos animados
C – Natureza
D – Notícias
E – Música
F – Filmes cómicos
G – Desporto
H – Viagens

.1. Que tipo de programa foi escolhido por mais alunos?

Resposta: ______________________________

2. Todos os alunos da turma votaram. Quantos alunos tem a turma?

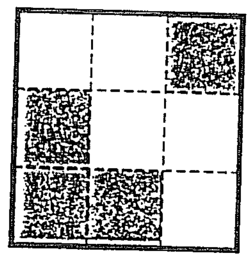
Resposta :______________________________

.3. Escreve uma frase que traduza a informação representada pela barra correspondente à letra A.

____

____

9. Na figura está representado um azulejo.
Assinala com X a fracção do azulejo que está representada a sombreado.



- ☐ $\frac{4}{9}$
- ☐ $\frac{4}{5}$
- ☐ $\frac{5}{4}$
- ☐ $\frac{1}{2}$

Anexo - B

Este trabalho tem como finalidade recolher informação sobre a disciplina da Matemática.

Agradeço a tua colaboração para responderes às seguintes questões. Não há respostas certas nem erradas. O importante é responderes sinceramente.

As **tuas respostas** destinam-se à investigação e são **confidenciais.**

I - PARTE

Nesta parte, pretende-se conhecer como decorrem as tuas aulas.

Para as afirmações abaixo indicadas faz uma cruz no quadrado que melhor descreve a frequência destes acontecimentos nas tuas aulas de Matemática:

(1=Nunca; 2=Algumas aulas;3=Maioria das aulas; 4=Todas as aulas)

a) O professor tem de esperar bastante tempo para que os alunos se acalmem.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 01
b) O professor quer que os alunos trabalhem bastante.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 02
c) O professor diz aos alunos que eles podem fazer melhor.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 03
d) O professor não gosta quando os alunos entregam os trabalhos feitos à pressa.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 04
e) O professor mostra interesse em qualquer aprendizagem do aluno.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 05
f) O professor dá aos alunos a oportunidade de expressarem as suas ideias.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 06
g) O professor ajuda os alunos no seu trabalho.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 07
h) O professor continua a ensinar até os alunos perceberem bem a matéria.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 08
i) O professor ajuda os alunos nas suas aprendizagens.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 09
j) Os alunos têm condições para fazerem os trabalhos.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 10
l) Os alunos utilizam máquina calculadora na aula de Matemática.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 11
m) Os alunos ouvem com atenção aquilo que o professor diz.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 12
n) Os alunos só começam a trabalhar ao fim de algum tempo da aula ter começado.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 13
o) Existe bastante barulho e desordem na sala de aulas.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 14
p) No início das aulas , decorrem mais de 5 minutos sem se fazer nada.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	ASA 15

Assinala com uma cruz o quadrado que melhor retrata a frequência com que realizas diversas actividades na tua aula de Matemática:

(1=Nunca; 2=Menos do que uma vez por semana;;3=Uma vez por semana; 4= Duas ou três vezes por semana; 5=Todos os dias)

a) Com que frequência ouves o professor a explicar uma lição de Matemática?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	FAM 16
b) Com que frequência fazes exercícios sozinho nas aulas de Matemática?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	FAM 17
c) Com que frequência resolves problemas em grupo nas aulas de Matemática?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	FAM 18

II - PARTE

Nesta parte, pretende-se conhecer a tua opinião sobre a disciplina da Matemática.

Lê as seguintes afirmações. Não havendo afirmações correctas nem erradas, faz uma cruz no quadrado que melhor descreve a tua opinião sobre a disciplina da Matemática:

(1=Discordo totalmente; 2=Discordo; 3=Não sei; 4=Concordo; 5=Concordo totalmente)

a) A Matemática é útil na resolução dos problemas do dia a dia.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	OSM 19
b) É importante saber Matemática para arranjar um bom emprego	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	OSM 20
c) Aprender Matemática é principalmente decorar.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	OSM 21
d) Saber resolver um problema é tão importante como obter a solução.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	OSM 22
e) Eu sou bom a Matemática.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	5 ☐	OSM 23

III - PARTE

Nesta parte, pretende-se saber com que frequência determinadas situações te acontecem, relacionadas com a disciplina da Matemática.

Para cada uma das afirmações abaixo indicadas, faz uma cruz no quadrado que melhor indica a frequência com que determinadas situações te acontecem:

(1=Nunca; 2=Algumas vezes;3=Maioria das vezes; 4=Sempre)

a) Eu faço os trabalhos de Matemática a tempo.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 24
b) Eu faço os trabalhos de casa de Matemática enquanto vejo televisão.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 25
c) O meu professor de matemática corrige os meus trabalhos de casa.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 26
d) Eu acabo os meus trabalhos de casa de Matemática durante o dia na escola.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 27
e) O meu professor de Matemática faz comentários úteis aos meus trabalhos de casa.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 28
f) Eu costumo ter trabalhos de casa de Matemática interessantes.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 29
g) Os meus trabalhos de casa de Matemática contam para a minha nota no fim do período.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 30
h) Eu utilizo computador para trabalhar na escola ou para fazer os trabalhos de casa de Matemática.	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	FSM 31

Faz uma cruz no quadrado que traduz a realidade em tua casa:

a) Alguém em casa, conversa contigo sobre o que estás a aprender na aula de Matemática?

1 ☐ Sim 2 ☐ Não **FSM 32**

b) Alguém em casa, te ajuda a fazer os trabalhos de casa de Matemática?

1 ☐ Sim 2 ☐ Não **FFM 33**

c) Pensas que os teus pais querem que tu sejas bom a Matemática?

1 ☐ Sim 2 ☐ Não **FFM 34**

Em média quanto tempo gastas por semana, em estudo e nos trabalhos de casa, nestas áreas? (incluindo o fim de semana)

(1=Nenhum: 2=Menos de uma hora por semana:3=Uma a três horas por semana:4=Mais de três horas por semana)

a) Matemática .	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSM 35**
b) Linguas .	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSM 36**
c) Ciências .	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSM 37**
d) História .	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSM 38**

IV- PARTE

Nesta parte, pretende-se saber com que frequência determinadas situações te acontecem na escola .

Para as questões abaixo indicadas faz uma cruz no quadrado que melhor descreve as últimas duas semanas de aulas.

(1=Nenhuma; 2=Uma ou duas vezes;3=Três ou quatro vezes; 4=Cinco ou mais vezes)

a) Quantas vezes faltaste à escola nas últimas duas semanas de aulas ?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSE 39**
b) Quantas vezes faltaste a algumas aulas, nas últimas duas semanas ?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSE 40**
c) Quantas vezes chegaste atrasado às aulas, nas últimas duas semanas ?	1 ☐	2 ☐	3 ☐	4 ☐	**FSE 41**

Anexo - C

CRITÉRIOS DE CLASSIFICAÇÃO

1 – PROBLEMA Nº 1

Critério 4: **Resposta correcta**: Preenche correctamente a tabela

Classificação	Nome
1º Lugar	Ana
2º Lugar	Rita
3º Lugar	CArla
4º Lugar	Sara

Critério 3: Preenche a tabela da seguinte forma:

Classificação	Nome
1º Lugar	9,41
2º Lugar	9,36
3º Lugar	8,5
4º Lugar	8,45

Critério 2: Preenche a tabela de uma das seguintes formas:

Classificação	Nome
1º Lugar	Sara
2º Lugar	Carla
3º Lugar	Rita
4º Lugar	Ana

OU

Classificação	Nome
1º Lugar	8,45
2º Lugar	8,5
3º Lugar	9,36
4º Lugar	9,41

Critério 2: Preenche a Tabela de uma das seguintes formas:

Classificação	Nome
1º Lugar	Ana
2º Lugar	Rita
3º Lugar	Sara
4º Lugar	Carla

OU

Classificação	Nome
1º Lugar	9,41
2º Lugar	9,36
3º Lugar	8,45
4º Lugar	8,50

Critério 0: Outra resposta além das mencionadas.

2 – PROBLEMA Nº 2

Critério 1: Resposta Correcta: 2540

Critério 0: - Qualquer resposta incorrecta.
- Assinala mais do que uma resposta.

3 – PROBLEMA Nº 3

Resposta correcta: 11 latas **ou** 11

Critério 5: - Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema.

- Responde correctamente à pergunta ou, embora não respondendo explicitamente à pergunta, há evidência de ter chegado à resposta correcta.

Critério 4: - Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema.

- Responde 10 latas e meia ou, embora não respondendo explicitamente à pergunta, há evidência de ter chegado ao valor 10,5

Critério 3: - Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas tem alguns erros de percurso (erros de cálculo ou erros derivados de copiar mal os dados do problema).

Critério 2: - Utiliza uma estratégia apropriada, mas incompleta, de resolução do problema, podendo ter, ou não, alguns erros de percurso (erros de cálculo ou erros derivados de copiar mal os dados do problema).

- Responde 11 latas, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação.

- Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, partindo de uma má interpretação.

Critério 1: - Há algum trabalho, reflectindo alguma compreensão. Por exemplo, assinala na tabela a linha correcta.

- Responde 10 latas e meia, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação.

Critério 0: - Apresenta simplesmente outra resposta além das mencionadas.

- Os dados são copiados do enunciado e existe, eventualmente, algum trabalho, mas parece não haver qualquer compreensão do problema

4 – PROBLEMA Nº 4

Resposta correcta: 1,05 **ou** 21/20

Critério 2: - Indica correctamente o valor da expressão, apresentando, ou não os cálculos.

Critério 1: - Efectua correctamente uma das operações envolvidas na expressão numérica.

- Comete alguns erros de cálculo, mas há evidência de que o aluno sabe adicionar e subtrair números fraccionários.

Critério 0: - Outra resposta além das mencionadas

5 – PROBLEMA Nº 5

Resposta correcta: 12,5 páginas

Critério 5: - Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema..

- Responde correctamente à pergunta ou embora não respondendo explicitamente à pergunta, há evidência de ter chegado à resposta correcta.

Critério 4: - Utiliza uma estratégia apropriada e completa de resolução do problema..

- Responde 12 ou 13 páginas.

Critério 3: - Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, mas comete um pequeno erro de percurso (erro de cálculo, ou erros derivados de copiar mal os dados do problema).

- Apresenta uma resposta de acordo com a estratégia escolhida e com o erro cometido, mas nunca superior a 75 páginas.

Critério 2: - Utiliza uma estratégia apropriada mas incompleta, de resolução do problema , podendo ter, ou não, alguns erros de percurso (erro de cálculo, ou erros derivados de copiar mal os dados do problema).

- Utiliza uma estratégia apropriada de resolução do problema, contabiliza mal os dias que a Sara tem para ler.

- Apresenta uma resposta de acordo com a estratégia escolhida.

- Responde 12,5 páginas, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação.

Critério 1: - Há algum trabalho, reflectindo alguma compreensão, mas revela não compreender grande parte do problema ou dos dados nele incluídos.

- Responde 12 ou 13 páginas, sem apresentar uma explicação compreensível ou sem apresentar uma explicação.

Critério 0: - Apresenta simplesmente uma outra resposta, alem das mencionadas.

- Os dados são copiados do enunciado e existe, eventualmente, algum trabalho, mas parece não haver qualquer compreensão do problema.

6 – PROBLEMA Nº6

Resposta correcta: 3,125 **ou** 25/8

Critério 3: - Indica correctamente o valor da expressão apresentando, ou não, os cálculos..

Critério 2: - Não respeita a prioridade das operações, mas efectua os cálculos "correctamente".

- Respeita aprioridade das operações e efectua correctamente uma das duas operações envolvidas na expressão numérica.

Critério 1: - Comete alguns erros de cálculo, mas há evidência de que o aluno sabe subtrair e/ou multiplicar números fraccionários.

Critério 0: - Outra resposta além das mencionadas.

Nota :
Erros derivados de copiar mal a expressão numérica que não afectem a estrutura ou o grau de dificuldade do cálculo não devem ser contabilizados.

7 – PROBLEMA Nº7

Critério 2: - **Resposta correcta:** Escreve uma frase que transmite a ideia de que o chocolate da Carla tem de ser maior.

Critério 1: - Escreve uma frase que transmite a ideia de que os chocolates têm tamanhos diferentes

Critério 0: - Apresenta um exemplo que não corresponde a uma situação em que a Carla tenha razão.

- Resposta incompreensível.

8 – PROBLEMA Nº 8.1

Critério 1: - **Resposta correcta:** Música.

Critério 0: - Resposta incorrecta

9 – PROBLEMA 8.2

Critério 3: - **Resposta correcta:** 30 alunos

- Indica correctamente a soma dos alunos da turma, e há evidência de ter chegado à resposta correcta.

- Não responde à pergunta de forma explicita.

Critério 2: - Indica correctamente os cálculos da soma dos alunos da turma, mas comete erros de cálculo ou não efectua a adição.

Critério 1: - Indica os cálculos da soma dos alunos da turma, esquecendo-se, ou fazendo uma leitura errada, de uma ou duas frequências apresentadas no gráfico.

Critério 0: - Apresenta simplesmente uma resposta incorrecta.

- Outra resposta além das mencionadas.

10 – PROBLEMA 8.3

Critério 2: - Escreve uma frase que traduz a ideia de que há **três** alunos que preferem ver **filmes de aventuras.**

Critério 1 : - Escreve uma frase que corresponde à leitura correcta de apenas um dos eixos do gráfico.

Critério 0 : - Apresenta uma relação incorrecta entre o número de alunos e o tipo de programa.

- Outra resposta além das mencionadas.

11 – PROBLEMA Nº 9

Critério 1: - **Resposta correcta**: 4/9

Critério 0 : - Qualquer resposta incorrecta.

- Assinala mais do que uma resposta

Anexo - D

Tabela 25 – Frequência por disciplina do tempo gasto por semana em estudo e nos trabalhos de casa

Tempo gasto por semana em estudo e nos trabalhos de casa	**Nenhum**			**Menos de Uma Hora por Semana**			**Uma a Três Horas por Semana**			**Mais de Três Horas por Semana**		
	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total	G1	G2	Total
a) Matemática	0% (0)	6% (1)	3% (1)	26% (5)	11% (2)	19% (7)	47% (9)	56% (10)	51% (19)	26% (5)	28% (5)	27% (10)
b) Línguas	5% (1)	6% (2)	6% (2)	37% (7)	17% (3)	27% (10)	53% (10)	50% (9)	51% (19)	5% (1)	28% (5)	16% (6)
c) Ciências	21% (4)	0% (0)	11% (4)	26% (5)	5% (1)	16% (6)	42% (8)	57% (10)	49% (18)	10% (2)	39% (7)	24% (9)
d) História	5% (1)	0% (0)	3% (1)	32% (6)	33% (6)	32% (12)	53% (10)	57% (10)	54% (20)	10% (2)	11% (2)	11% (4)

G1 – Grupo de Alunos de uma escola de Lisboa
G2 – Grupo de Alunos de uma escola da Beira Baixa
T – Total da Amostra